スペクトル法を用いた原子炉動特性解析手法の開発

名古屋大学工学部物理工学科 量子エネルギー工学コース 安江祉洋

序論　原子炉動特性では、原子炉内での短時間の出力変化を取り扱う。原子炉動特性解析は、原子炉の安全評価の面で重要である。中性子束$\phi(x,t)$に関する簡略化した原子炉動特性方程式は式(1)で与えられる。

$$\frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial x^2} - \Sigma_a \cdot \phi(x,t) \qquad (1)$$

この式は、時間と空間の偏微分方程式となっている。ここで、Dは拡散係数、Σ_aは吸収断面積である。式(1)は解析的に解けるとは限らない。そのため、近似手法等を用いて数値計算を行う。空間微分の取り扱いには、離散化法や関数展開法が用いられる。従来法である有限差分法では、離散化が用いられている。本研究では、関数展開を用いる手法であるスペクトル法を適用する。関数展開では、空間微分に関して近似を行わないため、高精度な解が期待できる。そこで本研究では、1次元3領域平板体系において、原子炉動特性解析手法へのスペクトル法の適用を試みた。そして、スペクトル法と有限差分法を比較することで、その有用性を検証した。

スペクトル法　スペクトル法では式(2)に定義するように、中性子束$\phi(x,t)$をN個の関数で展開した上で、空間と時間に関して変数分離を行う。

$$\phi(x,t) \equiv \sum_{n=0}^{N} a_n(t) \cdot u_n(x) \qquad (2)$$

ここで、算出するのは時間項$a_n(t)$のみであり、展開関数$u_n(x)$は任意に設定できる。しかし、展開関数には以下の2つの性質が求められる。1つ目は、直交性を持っていることである。直交性がないと、時間項を展開次数nに対して一意に解くことができるとは限らないためである。2つ目は、式(1)における空間微分の固有関数であることである。微分した結果、直交性を失ってしまっては、1つ目の性質が意味を成さなくなってしまうためである。そこで本研究では、上記の2つの性質を満たしているチェビシェフ多項式を用いる。

計算条件　検証計算に用いた計算体系は、図1に示すような1次元3領域平板体系である。領域内で拡散係数Dと吸収断面積Σ_aは一定である。外部境界条件は、ゼロ中性子束境界条件である。また、初期条件として、すべての領域にわたる正弦関数状の中性子束を与えた。

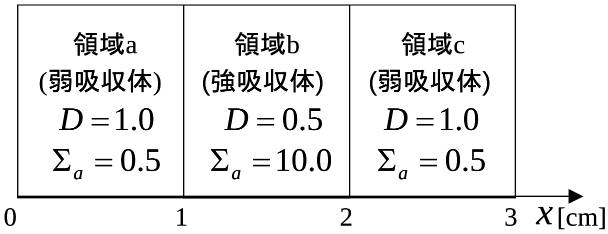

図1　計算体系

計算結果　中性子束の時間変化について、スペクトル法と有限差分法を用いて計算を行った。この2つの手法の異なる点は、空間微分に関して、関数展開と離散化のどちらを用いたかということのみである。そのため、空間微分の取り扱いに起因する計算精度のみを評価することができる。時間$t=0.1\,\mathrm{sec}$における、スペクトル法と有限差分法との中性子束分布の平均相対差異を図2に示す。ここで、スペクトル法は関数展開数$N=10$に固定して計算を行い、有限差分法は空間メッシュ幅Δxを変化させ計算を行った。Δxが減少するにつれて、平均相対差異が0に近づいている。ここで、有限差分法はΔxが減少するにつれて、得られる解は解析解に近づく。つまり、スペクトル法は有限差分法における$\Delta x \approx 0\,\mathrm{cm}$の解と等しく、非常に高精度な解を得ているといえる。

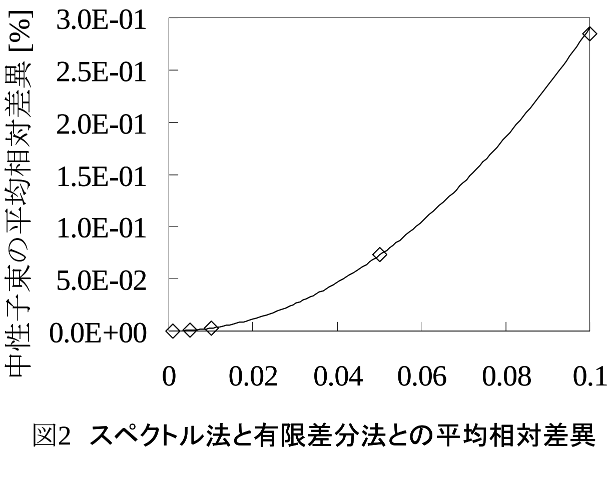

図2　**スペクトル法と有限差分法との平均相対差異**

結論　本研究では、スペクトル法を用いた原子炉動特性解析手法の開発を行った。その結果、スペクトル法は有限差分法と比べ、非常に高精度な解を得ることができ、スペクトル法の有用性を確認することができた。