モンテカルロ法の統計誤差過小評価の検討

35

名古屋大学　工学部　物理工学科　量子エネルギー工学コース　林幸司

モンテカルロ法で推定される統計誤差は真の統計誤差に比べ，過小評価される場合がある．先行研究で導出された過小評価割合を評価する理論式を見直し，汎用性を向上させた．

キーワード：モンテカルロ法，統計誤差過小評価割合，固有値比，高次モード，領域積分値

１．緒言　原子炉の安全性は，数値シミュレーションを利用した炉心解析によってその特性を予測することで確保される．炉心解析におけるモンテカルロ法では，乱数を用いて中性子の振る舞いを確率的に再現し，その挙動を追跡して物理量を評価しているが，計算結果には必ず統計誤差が付随する．しかし，特に大型の体系などでは統計誤差が真の値より過小に評価される場合があり，計算結果の信頼性を担保する上で重大な問題となっている[1]．そこで，本研究では統計誤差過小評価割合（見かけの統計誤差と真の統計誤差の比）を理論的に予測し，それが実際のモンテカルロ計算と一致するかどうか検討した．

２．検証計算　計算体系は厚さ 10 cm の 1 次元均質平板体系，計算条件はエネルギー群数 1 群，領域分割数 100，両面完全反射境界条件とした．(1)式は本研究で提案する統計誤差過小評価割合の新理論式であり，先行研究で導出された旧理論式では,「全ての高次モードでノイズ項の分散 σ_{dn}^2 は一定である」という近似を適用しているため，(1)式からノイズ項の分散 σ_{dn}^2 を除いた形になる[2]．核分裂中性子源サンプリング方法にはアナログ法と非アナログ法の 2 通りがある．アナログ法は前世代の核分裂発生位置から次世代の中性子を発生させる方法で，非アナログ法は全ての衝突位置から次世代の中性子発生位置をランダムにサンプリングする方法である．核分裂中性子源のサンプリング方法がアナログ法と非アナログ法の場合について，統計誤差過小評価割合の参照値をそれぞれ計算し，新理論式と旧理論式でその参照値を再現できるかそれぞれ検証を行った．参照値は初期乱数を変えた 1000 回のモンテカルロ計算を実施して算出した．

$$\frac{\text{見かけの統計誤差}}{\text{真の統計誤差}} \approx \sqrt{\frac{\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{w_{n,i}^2\sigma_{dn}^2}{1-\rho_n{}^2}}{\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{w_{n,i}^2\sigma_{dn}^2}{1-\rho_n{}^2}\left\{\frac{1+\rho_n}{1-\rho_n}\right\}}} \tag{1}$$

$$w_{n,i} = \int_{V_i} q_n(\vec{r})dV \tag{2}$$

$\rho_n = k_n/k_0$ ：n 次モードの固有値比

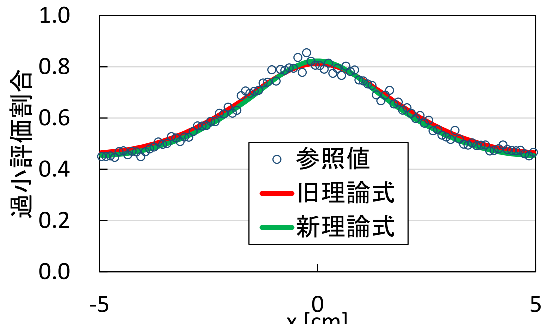
q_n ：n 次モードの核分裂中性子源分布

V_i ：ある領域 i の体積

σ_{dn}^2 ：ノイズ項の分散

３．結果・考察　計算結果を図 1 に示す．核分裂中性子源のサンプリング方法がアナログ法の場合では旧理論式，新理論式共に参照値を正しく予測することができたが，非アナログ法の場合では，旧理論式では参照値を再現することはできなかった．その原因として，旧理論式導出の際に導入した「全ての高次モードでノイズ項の分散 σ_{dn}^2 は一定である」という近似に着目した．図 2 はノイズ項の分散の次数依存性を表したものである．核分裂中性子源のサンプリング方法がアナログ法の場合では，ノイズ項の分散は次数に依らずほぼ一定であるが，非アナログ法の場合では，高次になるにつれて減衰している．このため，旧理論式導出の際に適用した近似が成り立っていないことが分かる．

核分裂中性子源のサンプリング方法が非アナログ法の場合，アナログ法の場合と比べて統計誤差過小評価割合が小さくなる理由についても，図 2 のノイズ項の分散の次数依存性によって説明できる．固有値比の大きい低次モードの寄与が大きいほど，統計誤差過小評価の効果は大きくなる．また，(1)式中でノイズ項の分散 σ_{dn}^2 は領域積分値 $w_{n,i}$ と共に重みの役割を果たしている．以上 2 つの事柄を前提として図 2 を見ると，アナログ法の場合ではノイズ項の分散は一定であるため重みも一定となるが，非アナログ法の場合ではノイズ項の分散の重みが低次モード側で大きくなっている．このため，低次モード固有値比の寄与が大きくなり，統計誤差過小評価の効果が大きく表れた（過小評価割合が小さくなった）．



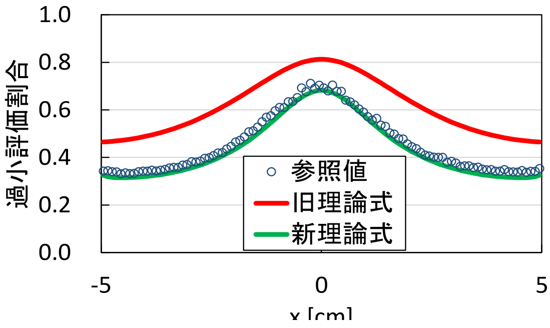


図 1　領域ごとの統計誤差過小評価割合

（上：アナログ，下：非アナログ）

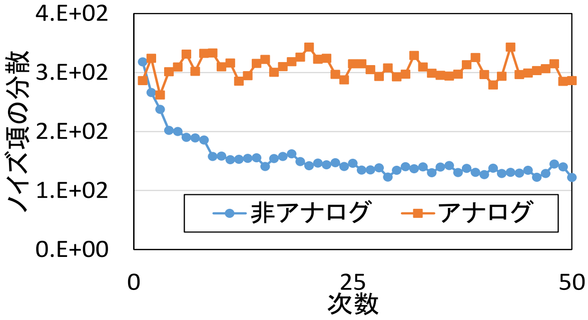


図 2　ノイズ項の分散の次数依存性

参考文献

[1]A. Yamamoto, et al., Ann. Nucl. Energy, 36, pp.1726-1733 (2009).

[2]坂田 光太郎,“高次モード展開によるモンテカルロ計算の統計誤差評価に関する検討”，修士論文，名古屋大学，(2014).