

修士論文

相関を考慮した  
炉心特性の不確かさ評価

名古屋大学大学院  
工学研究科博士課程(前期課程)  
マテリアル理工学専攻  
量子エネルギー工学分野  
量子エネルギーシステム工学講座  
エネルギー量子制御工学グループ  
安江祉洋  
平成 24 年 2 月



## 目次

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| 第1章 序論 .....                      | 1  |
| 1.1 背景 .....                      | 1  |
| 1.2 炉心特性の不確かさ評価 .....             | 1  |
| 1.2.1 不確かさ評価 .....                | 1  |
| 1.2.2 不確かさ間の相関 .....              | 2  |
| 1.3 炉心特性の不確かさとその相関関係評価 .....      | 3  |
| 1.3.1 共分散 .....                   | 3  |
| 1.3.2 感度解析 .....                  | 5  |
| 1.4 研究の目的 .....                   | 5  |
| 1.5 論文の構成 .....                   | 5  |
| 第2章 炉心特性の不確かさ間の相関の計算理論 .....      | 6  |
| 2.1 共分散と相関係数 .....                | 6  |
| 2.2 相関を有する正規分布 .....              | 9  |
| 2.3 相関を用いた不確かさ低減理論 .....          | 11 |
| 2.4 炉心特性の不確かさ間の相関の計算方法 .....      | 15 |
| 2.4.1 計算フロー .....                 | 15 |
| 2.4.2 核種ごとの微視的断面積の相関の計算 .....     | 16 |
| 2.4.3 非均質体系における巨視的断面積の相関の計算 ..... | 18 |
| 2.4.4 均質体系における巨視的断面積の相関の計算 .....  | 22 |
| 2.4.5 炉心特性の相関の計算 .....            | 23 |
| 2.5 本章のまとめ .....                  | 24 |
| 第3章 感度解析理論 .....                  | 25 |
| 3.1 感度解析の基礎 .....                 | 25 |
| 3.2 随伴中性子束 .....                  | 28 |
| 3.3 一般化中性子束・一般化随伴中性子束 .....       | 30 |
| 3.4 一般化摂動論を用いた感度係数 .....          | 33 |
| 3.4.1 反応率比 .....                  | 33 |
| 3.4.2 反応度価値 .....                 | 35 |
| 3.5 本研究で用いる感度係数 .....             | 38 |
| 3.5.1 断面積の縮約・均質化 .....            | 38 |
| 3.5.2 相対出力 .....                  | 39 |
| 3.5.3 実効増倍率 .....                 | 40 |
| 3.5.4 制御棒価値 .....                 | 42 |
| 3.6 本章のまとめ .....                  | 45 |

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 第4章 仮想的な体系における検証計算 .....       | 46  |
| 4.1 計算体系・計算条件 .....            | 46  |
| 4.2 計算フロー .....                | 47  |
| 4.3 感度係数の検証 .....              | 49  |
| 4.3.1 炉心特性の感度係数 .....          | 50  |
| 4.3.2 制御棒価値の計算手法の違いによる比較 ..... | 56  |
| 4.4 炉心特性の不確かさ間の相関の検証 .....     | 58  |
| 4.4.1 モンテカルロ計算との比較 .....       | 58  |
| 4.4.2 物理的考察 .....              | 63  |
| 4.4.3 制御棒価値の計算手法の違いによる比較 ..... | 64  |
| 4.5 本章のまとめ .....               | 68  |
| 第5章 PWR体系における検証計算 .....        | 69  |
| 5.1 計算体系・計算条件 .....            | 69  |
| 5.2 計算フロー .....                | 72  |
| 5.3 断面積の不確かさ間の相関の検証 .....      | 74  |
| 5.3.1 核種ごとの微視的断面積 .....        | 75  |
| 5.3.2 非均質体系における巨視的断面積 .....    | 77  |
| 5.3.3 均質体系における巨視的断面積 .....     | 81  |
| 5.4 炉心特性の不確かさ間の相関の検証 .....     | 85  |
| 5.4.1 物理的考察 .....              | 86  |
| 5.4.2 相関を用いた不確かさ低減への適用 .....   | 94  |
| 5.5 本章のまとめ .....               | 103 |
| 第6章 結論 .....                   | 104 |
| 6.1 結論 .....                   | 104 |
| 6.2 今後の課題 .....                | 105 |
| 謝辞 .....                       | 106 |
| 参考文献 .....                     | 107 |
| 公刊論文 .....                     | 109 |
| A 計算の導出の詳細 .....               | 110 |
| A.1 相関を有する正規分布関数の導出 .....      | 110 |
| A.2 一般化摂動論における式変形の詳細 .....     | 111 |
| A.3 厳密摂動を用いた制御棒価値の感度係数 .....   | 112 |
| A.4 任意ベクトルを用いた実効増倍率の感度係数 ..... | 114 |
| B NJOY .....                   | 118 |
| B.1 入力マニュアル .....              | 119 |
| B.2 出力マニュアル .....              | 131 |
| B.3 入力サンプル .....               | 136 |

# 第1章 序論

## 1.1 背景

近年、世界中でエネルギー需要が高まり、先進諸国だけではなく、発展途上国においても、エネルギーを確保することが大きな課題となっている<sup>[1]</sup>。現在、世界のエネルギーの約86%は化石燃料による火力発電によってまかなわれている。原子力発電と水力発電はそれぞれ約7%、残りの1%以下がその他の太陽光発電や風力発電などである。しかし、化石燃料資源の枯渇が問題視され、原子力発電や再生可能エネルギーである太陽光発電と風力発電が注目されていた。原子力発電は発電に伴って二酸化炭素を排出せず、発電所の建設や燃料の製造に伴い発生する二酸化炭素を考慮しても、一般的に二酸化炭素排出量は火力発電所の5%未満である。同様に再生可能エネルギーも、二酸化炭素排出量は火力発電と比較し、格段に少ない。しかし、原子力発電に比べ、天候に左右されるという点で供給安定性に不安が残り、また同じ量の電力を発電するためには多大な費用と土地を必要とするという問題点がある。

そのため、近年とりわけ原子力発電が注目され、その新規導入が進められてきた。しかし、リーマンショックを端に発した金融危機によって、その足は鈍ることとなった。そして、東北地方太平洋沖地震を端に発した福島第1原子力発電所事故によって、その存在意義が疑問視されることとなった。しかし、原子力発電所の運転を継続するにも、廃炉にするにしても、原子力発電に関係する評価技術は必要である。

原子力工学の分野では、様々な評価に数値シミュレーションが用いられているが、その結果には不確かさが必ず含まれている。そのため、数値シミュレーションの結果を用いるにあたっては、これを踏まえた評価が必要である。例えば、原子炉炉心の安全性は、炉心解析コードで計算した安全パラメータが、当該プラントの安全解析で用いた制限値を満足していることを確認することで担保される。そのため、不確かさを適切に評価することで、制限値に対して必要以上の余裕を取る必要が無くなり、他の制限値に対する自由度が高まるなど、効率的かつ適切な評価を行うことができる。さらに、その不確かさ自身を低減させることで、この余裕をさらに減らすことができ、更なる効率化等を図ることができる。これは、原子炉炉心の安全性評価以外でも同様であり、不確かさ評価は非常に重要である。

## 1.2 炉心特性の不確かさ評価

本節では、本研究で取り扱う炉心特性の不確かさ評価について説明する。

### 1.2.1 不確かさ評価

数値シミュレーションによって得られる結果には必ず不確かさが含まれるため、数値シミュレーション技術そのものの高度化と共に、不確かさ評価技術の高度化が求められている。

炉心計算の不確かさには、解析対象のモデル化、モデルの定式化、方程式の数値解法、打ち切り誤差などの数値計算誤差をはじめ、炉心や燃料を製造する際の製造公差、計算に用いる核種の断面積が有する誤差などがあり、非常に多岐にわたる。ここで、数値計算誤差は、近似の少ない手法の開発やより詳細な計算を行うことなどで減らすことができる。また、製造公差は、製造技術等の向上によって減らすことができる。さらに、断面積が有する誤差は、断面積の測定評価技術の向上によって減らすことができる。しかし、複数の原因によって不確かさが生じているため、例えば高精度な計算手法を

開発するだけでは不確かさを零にすることはできず、製造公差や断面積が有する誤差のどちらかだけを減らしても同様である。つまり、ある原因による不確かさを零にしたところで、他の原因による不確かさが存在する限り、評価結果に関わる不確かさを完全に無くすことはできない。また、まったく近似を含まない計算手法、寸分の狂いもない製造技術、完全な断面積評価技術といったものは非現実的である。以上のことから、計算精度・製造技術・断面積評価技術を向上させるといった方法で不確かさを低減させることには限界がある。そこで、上記とは異なる観点の不確かさ低減手法が重要となる。

### 1.2.2 不確かさ間の相関

炉心特性パラメータには相対出力と制御棒価値などお互いに相関を有しているものもあるため、同じ数値シミュレーションから得られる不確かさも、相互に相関を有したものが存在することが考えられる。実際に、核種の断面積の不確かさ間には相関が存在し、後述する共分散という形で評価されている。各種の断面積の共分散を用いた不確かさ低減手法は既に提案されており、炉常数調整法<sup>[2]</sup>やバイアス因子法<sup>[3][4]</sup>といった評価手法がある。しかし、これらの手法は複数の実験結果を解析値ができるだけ再現するように、炉心特性パラメータ評価値を断面積の共分散の範囲内で調整するものである。これらの手法では、得られる炉心特性の不確かさ間の相関については考慮されてこなかった。

ここで、2つのパラメータの標準正規分布数列を相関がない場合と相関がある場合について示す。

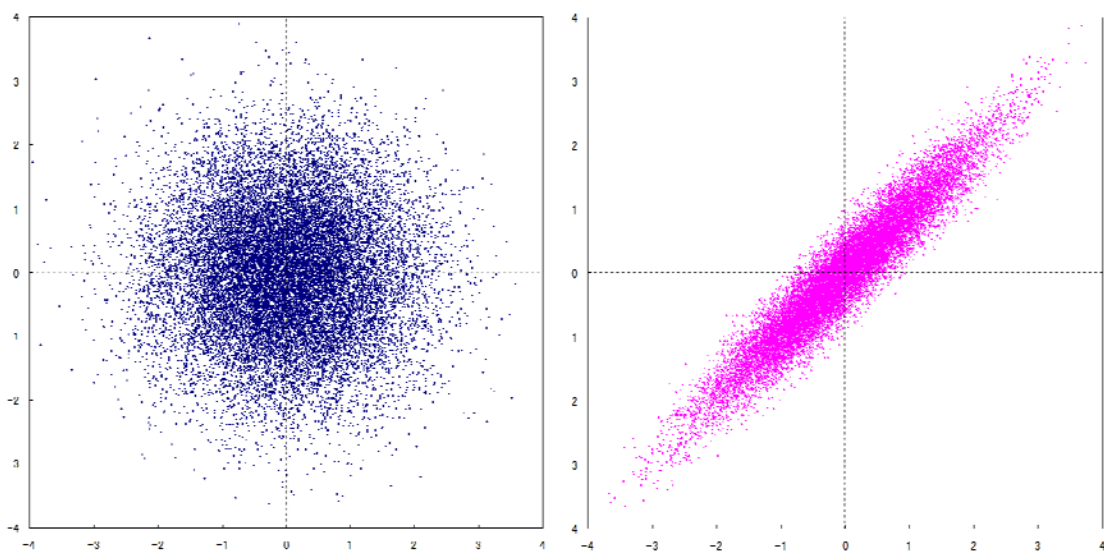


図 1-2-1 2つのパラメータの標準正規分布(左：相関なし、右：相関あり)

図 1-2-1 より、相関によって分布に偏りが生じており、例えば縦軸の値が 0 の場合の分布の横軸方向の幅を考えると、左図に比べ右図の幅は狭くなっている。実際に、標準正規分布の相関がない場合とある場合について、縦軸の値が 0 の場合の頻度分布を示す。

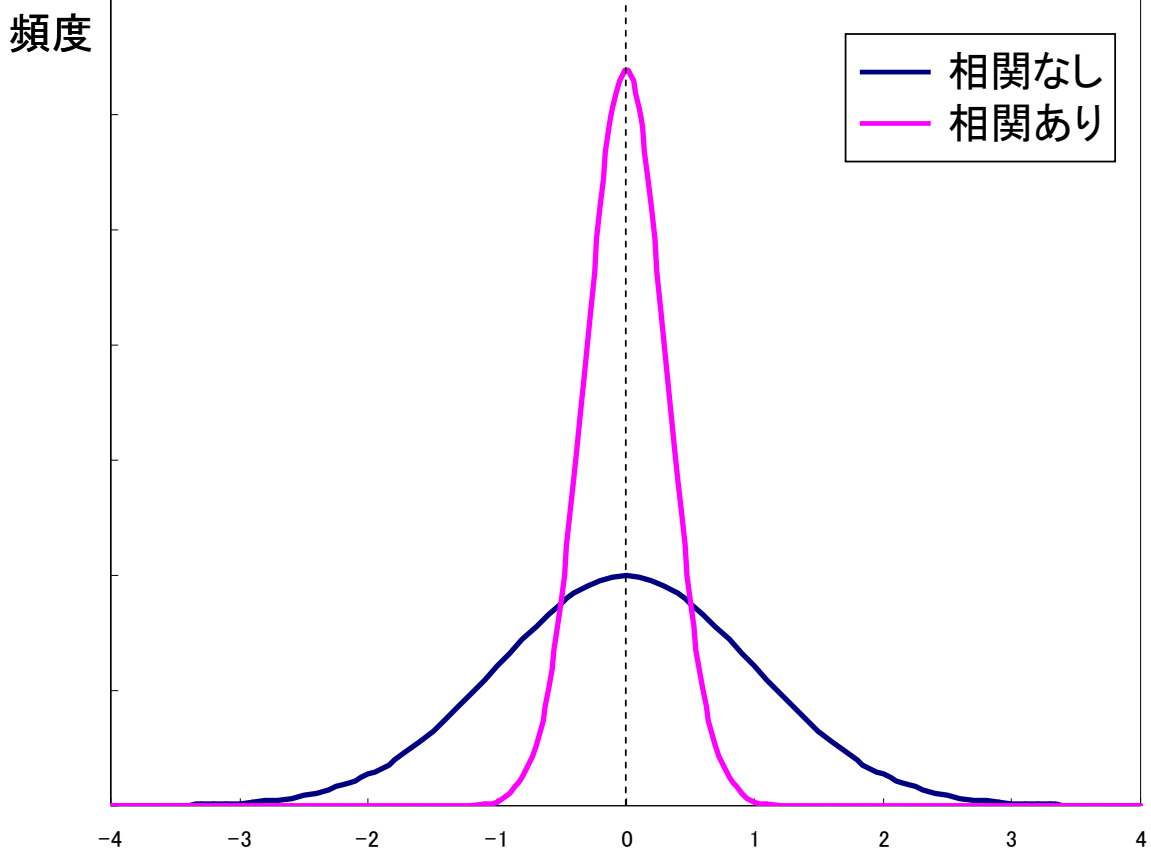


図 1-2-2 相関の有無による標準正規分布の頻度分布(図 1-2-1 で縦軸の値が 0 の場合)

図 1-2-2 は、相関によって分布の幅が狭くなっていることが示されている。この分布の違いを用いることで、炉心特性の不確かさを低減させることができる可能性が考えられる。

### 1.3 炉心特性の不確かさとその相関関係評価

本節では、炉心特性の不確かさ間に存在する相関関係の計算方法について概要を説明する。

前述のように、炉心特性の不確かさは様々な原因によって生じているが、本研究では数値計算誤差と製造公差は考慮せず、断面積が有する誤差のみを考慮する。具体的には断面積の不確かさである分散と不確かさ間の相関を表す共分散からなる分散共分散行列を基に、炉心特性の不確かさ間の相関関係を計算する。しかし、炉心計算に用いる核種は多く、また反応の種類やエネルギー群数を考えると、分散共分散行列は非常に大規模になるため、効率よく評価する観点から感度解析を用いる。以下では、不確かさ間の相関関係を表す共分散と、感度解析について簡単に説明する。

#### 1.3.1 共分散

本研究では、不確かさ間の相関関係を評価するために共分散という統計量を用いる<sup>[5]</sup>。共分散の定義は 2 組の対応するデータ間における平均からの偏差の積の平均値である。そのため、一方の変数の値が大きいほどもう一方の変数の値が正側に大きい関係にあれば正、逆に一方の値が大きいほどもう一方の変数の値が負側に大きい関係にあれば負になる。この関係を断面積の不確かさに適用したものが、核データライブラリの共分散データである。共分散は多数の 2 組のデータから求められるもので

あるが、その2組のデータは無作為に選べるわけではない。例えば、ある集団の「身長」と「体重」の相関を調べる際に、共分散の計算対象とする「身長」と「体重」の2組のデータは共通の「個人」のものである必要があり、異なる「個人」の「身長」と「体重」を組み合わせた2組のデータ列を評価したところで、その集団の「身長」と「体重」の相関を評価することはできない。これは断面積の共分散も同様である。ある実験装置では一定のエネルギー幅における断面積の測定しかできず、全てのエネルギー幅の断面積を同時に測定できるわけではないため、全てのエネルギー間に相関があるわけではない。つまり、断面積の共分散は実験・測定手法・評価手法などに依存しており、どのような核種・反応・エネルギー間にも共分散があるわけではない。実際に、現在の核データライブラリには核種間の共分散は無く、ある核種の共分散もあるエネルギー幅内にしか存在せず、反応間の相関は小さい。下に U235 の核分裂断面積の相関関係を示す。

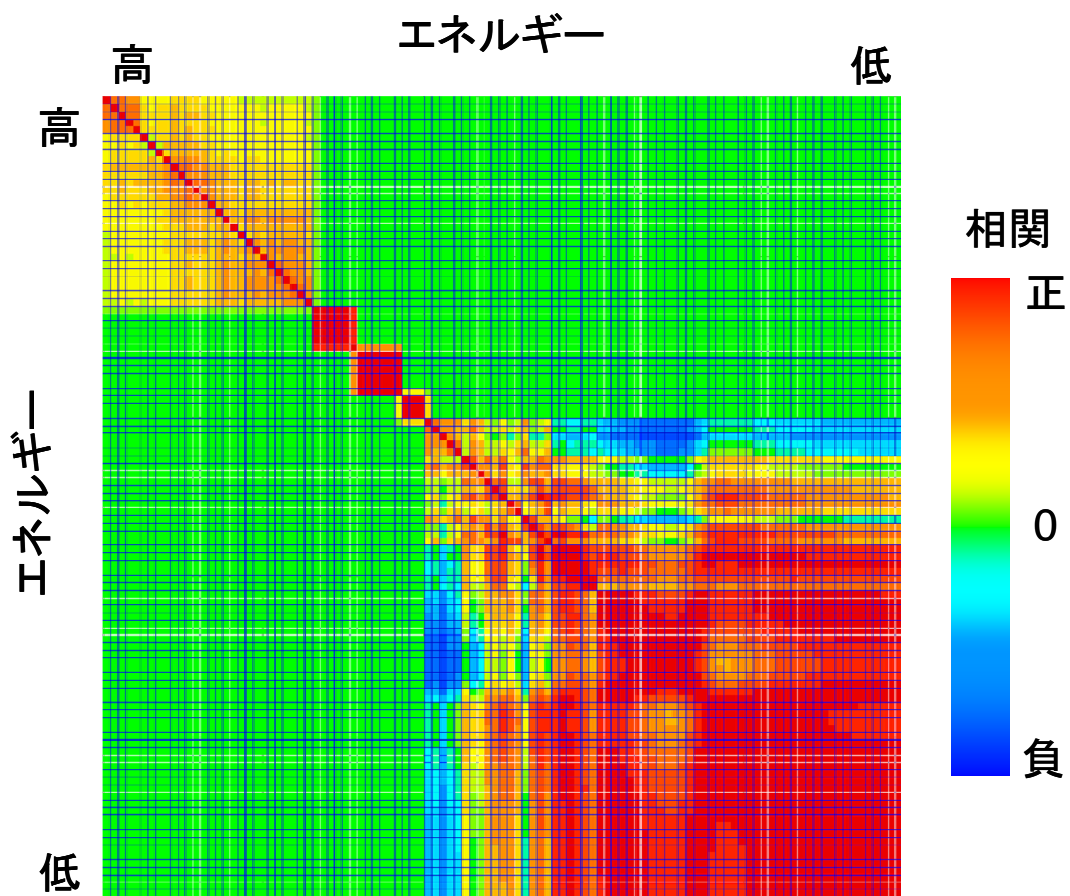


図 1-3-1 U235 の核分裂断面積の相関関係

図 1-3-1 より、相関関係はブロック状に存在していることが分かる。また、対角に対して対称である。

断面積の共分散は近年その需要が高まっており、共分散に関する研究が注目されている。しかし、共分散データの整備はまだ進んでおらず、JENDL-3.3<sup>[6]</sup>では 20 核種、JENDL-4.0<sup>[7]</sup>では 95 核種と核種数は増えているものの、炉心計算に用いる核種全てについて整備されているわけではない。そのため、本研究で計算に用いる核種についても 1 部についてしか共分散データが整備されておらず、全ての核種について共分散を考慮することはできない。



### 1.3.2 感度解析

上述のように、共分散は多数のデータ列から得ることができる。そのため、炉心特性の不確かさ間の共分散は炉心計算に用いる断面積を乱数によって変更し、多数の炉心計算を行い得られた炉心特性パラメータを統計処理して得る必要がある。しかし、統計誤差を小さくするためには多くの計算を必要とし、さらに、計算に用いる断面積の種類は燃料(核種)の種類・反応の種類・エネルギー群数を考えると非常に多くなる。そのため、断面積を直接摂動させた炉心計算の結果から、統計的に共分散を計算するのは非現実的な計算量となる。

そこで、本研究では感度解析を用いて共分散を伝播させることによって、炉心特性の共分散を計算する。この感度係数の計算方法に一般化摂動論<sup>[8][9][10]</sup>があり、高速炉体系では一般的な手法となっている。本研究では熱炉体系に対して一般化摂動論を適用し、感度解析を実施する。

感度解析では、感度係数が一般的に用いられる。これは、ある計算条件が 1% 変化した際に計算結果が何% 変化するかという指標である。例えば、炉心計算で言えば、ある集合体のある反応のあるエネルギー群の断面積が 1% 変化した際に、実効増倍率が何% 変化するかを表すことになる。そのため、計算に用いる断面積の不確かさが分かれば、炉心特性の不確かさも求めることができ、すなわち、計算に用いる断面積の共分散から炉心特性の共分散が計算できることとなる。

ただし、一般的な熱炉体系において、炉心計算に用いる断面積は集合体均質、または、燃料ピン均質の断面積であり、核種の断面積の共分散そのものを表すとは限らない。一般的な炉心計算では、核種の微視的断面積から物質の巨視的断面積を作成した上で、セル計算や集合体計算を通して炉心計算に用いる断面積を作成する。そのため、この各計算段階で感度解析を行い、核種の微視的断面積の共分散を各計算段階に用いる断面積の共分散へと伝播させる必要がある。

## 1.4 研究の目的

本研究の目的は、相関を用いた不確かさ低減手法を実機炉心体系の計算結果に適用し、その実用性を確認することである。具体的には、計算に用いる核種の共分散データから、感度解析によって炉心特性の共分散を計算し、そこから得られる相関関係を用いて不確かさ低減を行い、どの程度不確かさを低減できるのかを評価する。

また、高速炉体系においては、従来、一般化摂動論を用いて制御棒価値の感度解析が行われてきたが、同様の手法を熱炉体系に適用することによって生じた問題点とその改善策についても検証する。

## 1.5 論文の構成

本論文は全 6 章構成であり、本章では、本論文の目的および計算アプローチの概要を説明した。そして次章以降では、本研究で用いる計算理論等の説明を行い、その検証を行う。

2 章では、本研究の要となる相関を用いた不確かさ低減理論と炉心特性の不確かさ間の相関の計算方法について説明する。次に 3 章では、一般化摂動論を用いた感度解析理論について説明する。

4 章では、単純な計算体系における検証計算を通して、本研究で提案する計算理論の妥当性を確認する。次に 5 章では、実際の PWR を模擬した体系における検証計算を通して、計算理論の妥当性と、本研究で開発した不確かさ低減手法の効果を確認する。

最後に 6 章において、2~5 章までの結果についてまとめ、本研究の結論を述べる。

## 第2章 炉心特性の不確かさ間の相関の計算理論

本章では、炉心特性の不確かさ間の相関関係の計算理論について説明する。2.1 節では不確かさ間の相関関係を表すことができる共分散とそれから得られる相関係数の説明、2.2 節では相関を有する正規分布の計算方法の説明、2.3 節では相関を用いた不確かさ低減理論の説明、2.4 節では核データライブラリの共分散から炉心特性の共分散を計算する方法について説明する。

### 2.1 共分散と相関係数

本節では、共分散と相関係数について説明する<sup>[5]</sup>。不確かさの相関は分散共分散行列を用いることで表すことができる。以下では、ある2つのデータ列を考えた場合を例に、どのような分散共分散行列が得られるのか説明する。

あるデータ列  $\mathbf{x}$  と  $\mathbf{y}$  を考える。

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.1.1)$$

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (2.1.2)$$

分散共分散行列  $\mathbf{C}$  の要素  $C_{i,j}$  は(2.1.3)式のように定義される。この  $i, j$  には  $x, y$  のどちらかが入る。

$$C_{i,j} = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N (i_n - \bar{i}) \cdot (j_n - \bar{j}) \quad (2.1.3)$$

ここで、 $\bar{i}$  はデータ列  $\mathbf{i}$  の平均値なので、

$$\bar{i} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N i_n \quad (2.1.4)$$

であり、 $\bar{j}$  も同様である。

ここで、(2.1.3)式で表される分散共分散行列  $\mathbf{C}$  の要素  $C_{i,j}$  は、 $i$  と  $j$  の関係によって2つに分けられる。1 つ目は、 $i = j$  の要素  $C_{i,i}$ 、つまり対角要素である。(2.1.3)式を用いると、対角要素は(2.1.5)式のようになる。

$$C_{i,i} = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N (i_n - \bar{i})^2 \quad (2.1.5)$$

これはデータ列  $\mathbf{i}$  の分散と同じである。

2 つ目は、 $i \neq j$  の要素  $C_{i,j}$ 、つまり非対角要素である。非対角要素の式は(2.1.3)式と同様であり、これを  $\mathbf{i}$  と  $\mathbf{j}$  の共分散と呼ぶ。 $\mathbf{x}$  と  $\mathbf{y}$  それぞれに対する対角要素(分散)の平方根、つまり不確かさ(標準偏差)を  $\delta x$  と  $\delta y$  と置き、要素  $C_{i,j}$  を  $Cov(\delta i, \delta j)$  と表すとすると、 $\mathbf{x}$  と  $\mathbf{y}$  に対する分散共分散行列  $\mathbf{C}$  は(2.1.6)式のように表せる。

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} Cov(\delta x, \delta x) & Cov(\delta x, \delta y) \\ Cov(\delta y, \delta x) & Cov(\delta y, \delta y) \end{pmatrix} \quad (2.1.6)$$

ここで、上述のように対角要素は分散なので、

$$Cov(\delta x, \delta x) = \delta x^2 \quad (2.1.7)$$

となり、 $Cov(\delta y, \delta y)$  も同様である。非対角要素は各パラメータの不確かさによってその取りうる範囲が変わり、このままでは相関を表す指標としては不便である。そこで、相関係数という指標を用いる。ある2つのパラメータ  $i, j$  の不確かさ間の相関係数  $\alpha_{i,j}$  は(2.1.8)式で定義される。

$$\alpha_{i,j} = \frac{Cov(\delta i, \delta j)}{\delta i \cdot \delta j} \quad (2.1.8)$$

(2.1.8)式は共分散をそれぞれの不確かさで割り、規格化したものである。また、 $Cov(\delta i, \delta j)$ の値は(2.1.9)式の範囲を取り得る。

$$-\delta i \cdot \delta j \leq Cov(\delta i, \delta j) \leq \delta i \cdot \delta j \quad (2.1.9)$$

そのため、相関係数の値が取り得る範囲は(2.1.10)式のようになる。

$$-1 \leq \alpha_{i,j} \leq 1 \quad (2.1.10)$$

相関係数は値が 1(-1)であれば完全な正(負)の相関、1(-1)に近ければ強い正(負)の相関、0 であれば相関がないということを示す指標である。

ここで、分散共分散行列  $\mathbf{C}$  に相関係数の(2.1.8)式を代入し変形する。

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} Cov(\delta x, \delta x) & Cov(\delta x, \delta y) \\ Cov(\delta y, \delta x) & Cov(\delta y, \delta y) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha_{x,x} \cdot \delta x \cdot \delta x & \alpha_{x,y} \cdot \delta x \cdot \delta y \\ \alpha_{y,x} \cdot \delta y \cdot \delta x & \alpha_{y,y} \cdot \delta y \cdot \delta y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \delta x & 0 \\ 0 & \delta y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{x,x} & \alpha_{x,y} \\ \alpha_{y,x} & \alpha_{y,y} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta x & 0 \\ 0 & \delta y \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.1.11)$$

ここで、(2.1.11)式の右辺中央の行列を相関係数行列  $\mathbf{A}$  として(2.1.12)式のように定義する。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha_{x,x} & \alpha_{x,y} \\ \alpha_{y,x} & \alpha_{y,y} \end{pmatrix} \quad (2.1.12)$$

対角要素は相関係数を用いて表記しているが、実際は同じ対象の相関を見ているので当然 1 である。また、非対角要素はどちらも同じ対象間の相関を表しているので同じ値となる。そのため、相関係数行列は、対角要素が 1 の対称行列となる。

得られた分散共分散行列から不確かさと相関係数行列を得る方法を説明する。対角要素の相関係数は 1 なので省略し、対称位置にある相関係数は等しいという関係を用いて(2.1.11)式を変形すると、

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \delta x^2 & \alpha_{x,y} \cdot \delta x \cdot \delta y \\ \alpha_{x,y} \cdot \delta x \cdot \delta y & \delta y^2 \end{pmatrix} \quad (2.1.13)$$

よって、対角要素の関係から各パラメータに対する不確かさを求めることができ(2.1.14)式と(2.1.15)式となる。

$$\delta x = \sqrt{Cov(\delta x, \delta x)} \quad (2.1.14)$$

$$\delta y = \sqrt{Cov(\delta y, \delta y)} \quad (2.1.15)$$

さらに、非対角要素の関係から相関係数を求めることができ(2.1.16)式となる。

$$\alpha_{x,y} = \frac{Cov(\delta x, \delta y)}{\delta x \cdot \delta y} = \frac{Cov(\delta x, \delta y)}{\sqrt{Cov(\delta x, \delta x)} \cdot \sqrt{Cov(\delta y, \delta y)}} \quad (2.1.16)$$

以上によって、分散共分散行列から不確かさと相関係数行列を計算することができる。

共分散を用いることで誤差の伝播をより厳密に評価できる。 $x$  と  $y$  から得られるあるパラメータ  $z$  の誤差評価について説明する。 $x$  と  $y$  の微小変化に起因する  $z$  の微小変化は(2.1.17)式で得られる。

$$\Delta z = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \Delta y \quad (2.1.17)$$

(2.1.17)式を 2 乗すると、

$$\Delta z^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \cdot \Delta x^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) \cdot \Delta x \cdot \Delta y + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \cdot \Delta y \cdot \Delta x + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \cdot \Delta y^2 \quad (2.1.18)$$

となる。ここで、 $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 、 $\Delta z$  は微小量であるため、それぞれの不確かさと見ることができ、それらの 2 乗は分散に相当する。また、共変量である  $\Delta x \cdot \Delta y$ 、 $\Delta y \cdot \Delta x$  は共分散に相当する。そのため、共分散を用いて再度表記すると、

$$\begin{aligned} Cov(\delta z, \delta z) &= \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \cdot Cov(\delta x, \delta x) + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) \cdot Cov(\delta x, \delta y) \\ &+ \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \cdot Cov(\delta y, \delta x) + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \cdot Cov(\delta y, \delta y) \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

となる。ここで、仮に  $x$  と  $y$  に相関が無く、これらの共分散が 0 だとすると、分散のみになるので、

$$(\delta z)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \cdot (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \cdot (\delta y)^2 \quad (2.1.20)$$

すなわち、

$$\delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \cdot (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \cdot (\delta y)^2} \quad (2.1.21)$$

となり、通常の誤差伝播の形となる。ここで、 $x$  と  $y$  による変化量とその不確かさが等しいとすると、

$$\delta z = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \cdot (\delta x)^2} \quad (2.1.22)$$

一方、 $x$  と  $y$  が完全な正の相関を有している場合には、

$$\begin{aligned} \delta z &= \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \cdot Cov(\delta x, \delta x) + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) \cdot Cov(\delta x, \delta y) \\ &+ \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \cdot Cov(\delta y, \delta x) + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \cdot Cov(\delta y, \delta y)} \\ &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \cdot (\delta x)^2} \end{aligned} \quad (2.1.23)$$

このように、正の相関を有していると、不確かさは増大し、完全な正の相関を有する場合はその不確かさは  $\sqrt{2}$  倍となる(分散は 2 倍)。 $x$  と  $y$  による  $z$  の変化の符号が同じ場合、正の相関によって  $x$  と  $y$  の誤差が同時に同じ方向に変化することを考えると、 $z$  の不確かさが大きくなることは明らかである。

## 2.2 相関を有する正規分布

本節では、次節で用いることとなる相関を有する正規分布の確率密度関数式とこれを発生させる乱数列の作成方法について説明する。

まず、確率密度関数式について説明する。一般的に、1変数に対する正規分布の確率密度関数は(2.2.1)式で表される。

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (2.2.1)$$

ここで、

$\mu$  : 平均値

$\sigma^2$  : 分散

である。

また、2変数に対する正規分布の確率密度関数は(2.2.2)式で表される<sup>[11]</sup>。

$$P(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\alpha^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2(1-\alpha^2)} \left\{ \frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\alpha(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} \right\}\right] \quad (2.2.2)$$

ここで、

$\alpha$  :  $x$  と  $y$  の相関係数

である。

様々な相関係数において、(2.2.2)式を図示したものを図 2-2-1 に示す。ここで、それぞれの平均は 0 とし、分散は 1 とした。

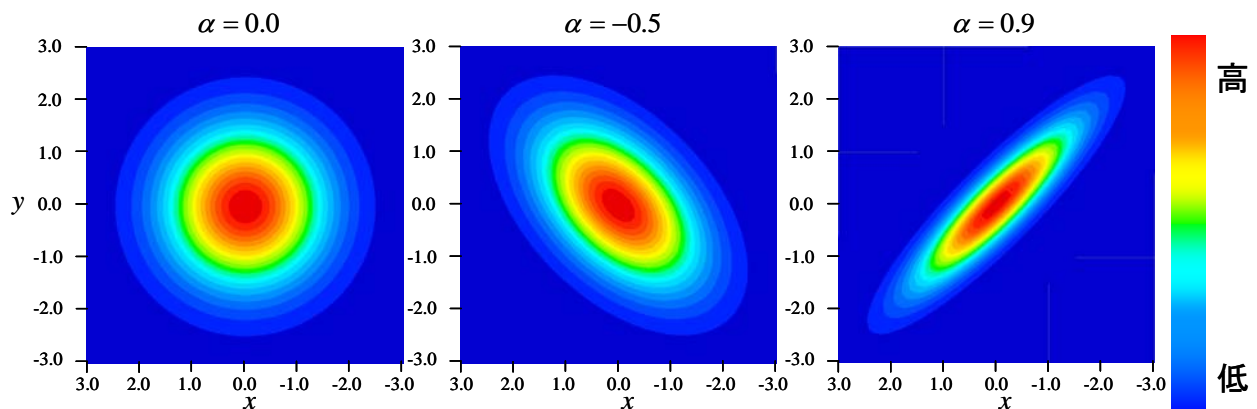


図 2-2-1 様々な相関係数における確率密度関数分布

図 2-2-1 より、相関が強いほど楕円が鋭くなっている。また、正の相関なら右肩上がり、負の相関なら右肩下がりの楕円となっている。

次に、相関を有する正規分布乱数列の作成方法について説明する。以下に正規分布乱数列の作成方法の1例であるボックスミュラー法を説明する<sup>[12][13]</sup>。この手法は一様分布乱数列から標準正規分布乱数列を作成する手法である。ここで、一様分布乱数とは0~1の範囲で等確率に値を取る関数から得られる乱数で、標準正規分布乱数とは平均が0で分散が1の正規分布関数から得られる乱数である。

正規分布乱数列は(2.2.3)式と(2.2.4)式で計算される。

$$F_A = \sqrt{-2 \cdot \ln U_A} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot U_B) \quad (2.2.3)$$

$$F_B = \sqrt{-2 \cdot \ln U_A} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot U_B) \quad (2.2.4)$$

ここで、

$F$  : 正規分布乱数列の1要素

$U$  : 一様分布乱数列の1要素

である。(2.2.3)式と(2.2.4)式を用いて一様分布乱数列を変換することで、異なる(相関を持たない)標準正規分布乱数列  $f(A), f(B)$  を得ることができる。具体的な  $f(A), f(B)$  の計算手順を以下に示す。まず、一様分布乱数列を例えば200要素準備し、その1~100番目の要素を  $U_A$ 、101~200番目の要素を  $U_B$  とする。次に(2.2.3)式と(2.2.4)式を用いることで、 $F_A$  と  $F_B$  を100個ずつ得ることができる。100個の  $F_A$  の集合が  $f(A)$  であり、 $F_B$  の集合が  $f(B)$  である。

さらに相関係数  $\alpha$  を持った標準正規分布乱数列  $x, y$  は(2.2.5)式と(2.2.6)式のように表される。これらの式の導出は APPENDIX に示してある。

$$x = f(A) \quad (2.2.5)$$

$$y = \alpha \cdot f(A) + \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot f(B) \quad (2.2.6)$$

様々な相関係数において、(2.2.5)式と(2.2.6)式を用いて、標本数30000の標準正規分布乱数列を作成したものを図2-2-2に示す。(見易さのため、図2-2-1よりも各軸の範囲を広くしてあることに注意)

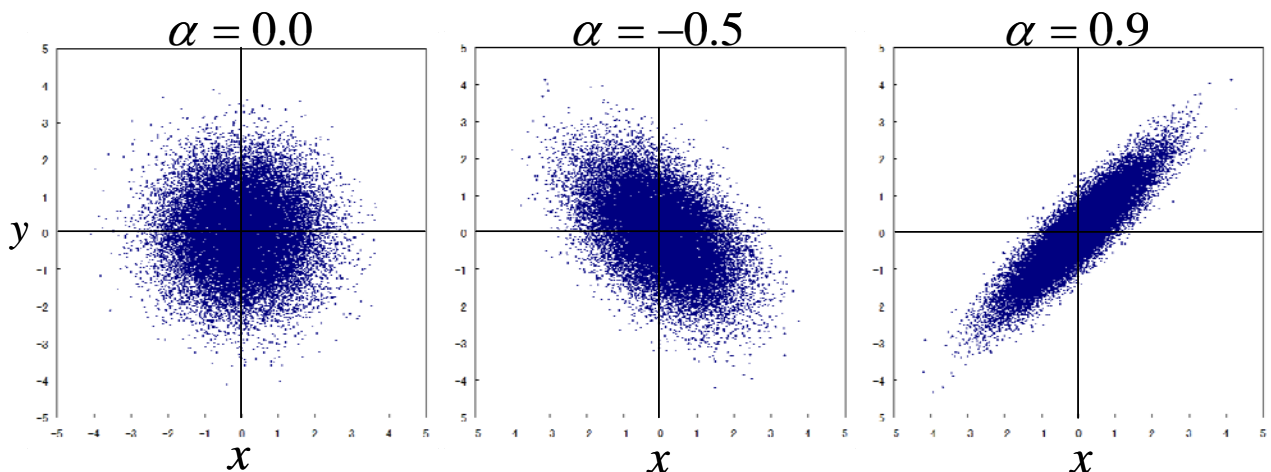


図 2-2-2 様々な相関係数における標準正規分布乱数列

図 2-2-2 から、図 2-2-1 と同様の傾向を示していることがわかる。



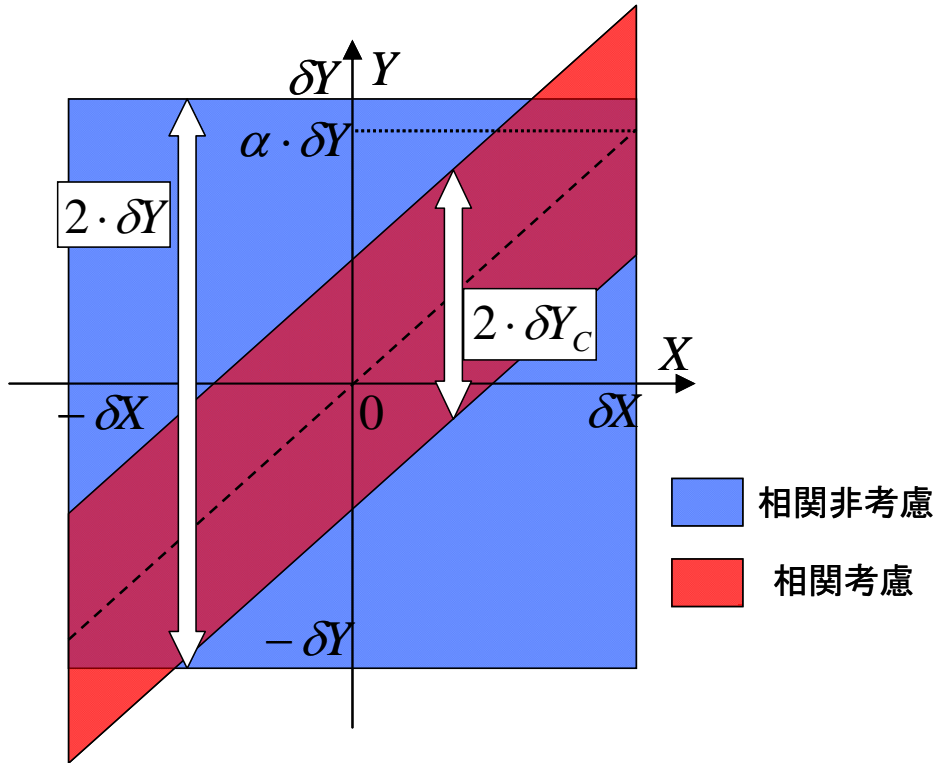


図 2-3-1 相関非考慮時と相関考慮時の不確かさ

ここで、

$$\delta Y_c = \delta Y \cdot \sqrt{1 - \alpha^2} \quad (2.3.6)$$

である。

図 2-3-1 から、相関の考慮の有無に関わらず、不確かさは一定の範囲を保っていることが分かる。ただし、相関を考慮した場合は不確かさの大きさこそ変わらないが、不確かさの範囲が移動している。これは、相関を考慮することで、 $Y$  の誤差の一部が定量評価された結果、平均値が変化したためである。また、(2.3.6)式から分かるように、不確かさは  $\sqrt{1 - \alpha^2}$  倍になっている。相関係数  $\alpha$  は  $-1 \leq \alpha \leq 1$  の範囲しかとりえないため、相関係数が 0 でない限りは不確かさを低減できていることが分かる。

ここまでは、 $X$  の測定値が不確かさを持たない場合について説明してきたが、 $X$  の測定値がある程度の不確かさをもって限定される場合について考える。ここで、その値を  $X'$ 、不確かさを  $\Delta$  とすると、(2.3.3)式は(2.3.7)式ようになる。

$$X' + \Delta \cdot f(C) = \bar{X} + \delta X \cdot F \quad (2.3.7)$$

$$F = \frac{X' - \bar{X}}{\delta X} + \frac{\Delta}{\delta X} \cdot f(C)$$

ここで、

$$F = \bar{F} + \delta F \cdot f(C) \quad (2.3.8)$$

$$\bar{F} = \frac{X' - \bar{X}}{\delta X} \quad (2.3.9)$$

$$\delta F = \frac{\Delta}{\delta X} \quad (2.3.10)$$



である。Yに関する(2.3.2)式は(2.3.11)式のように変形できる。

$$\begin{aligned}
 Y &= \bar{Y} + \delta Y \cdot \left[ \alpha \cdot \{ \bar{F} + \delta F \cdot f(C) \} + \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot f(B) \right] \\
 &= \left[ \bar{Y} + \delta Y \cdot \alpha \cdot \bar{F} \right] + \delta Y \cdot \left[ \delta F \cdot \alpha \cdot f(C) + \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot f(B) \right]
 \end{aligned}
 \tag{2.3.11}$$

誤差の伝播法則に従い、(2.3.11)式の右辺第2項を1つの項にまとめると、

$$\begin{aligned}
 Y &= \left[ \bar{Y} + \delta Y \cdot \alpha \cdot \bar{F} \right] + \delta Y \cdot \left[ \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot (1 - \delta F^2) \cdot f(B) \right] \\
 &= \left[ \bar{Y} + \delta Y \cdot \alpha \cdot \bar{F} \right] + \left[ \delta Y \cdot \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot (1 - \delta F^2) \right] \cdot f(B)
 \end{aligned}
 \tag{2.3.12}$$

(2.3.12)式も先ほどと同様に考えることができ、右辺第1項が平均値、右辺第2項の[]内が不確かさを表すことになる。以上から、測定値に不確かさがある場合、相関を考慮した不確かさは(2.3.13)式で表される。

$$\delta Y_c = \delta Y \cdot \sqrt{1 - \alpha^2 \cdot (1 - \delta F^2)}
 \tag{2.3.13}$$

ここで、 $\delta F = \Delta / \delta X$  なので、測定値の不確かさ $\Delta$ が、数値計算によって得られる不確かさ $\delta X$ を超えていない限りは、相関を考慮した場合のほうが不確かさは小さくなるのが分かる。

1例として、平均値 $\bar{X}, \bar{Y}$ が0、個々の不確かさ $\delta X, \delta Y$ が1、相関係数 $\alpha$ が0.9、 $X'$ が0.5、 $X'$ の不確かさ $\Delta$ が0.2における不確かさのイメージ図である図2-3-2と、乱数によって作成した分布(標本数30000)である図2-3-3を以下に示す。

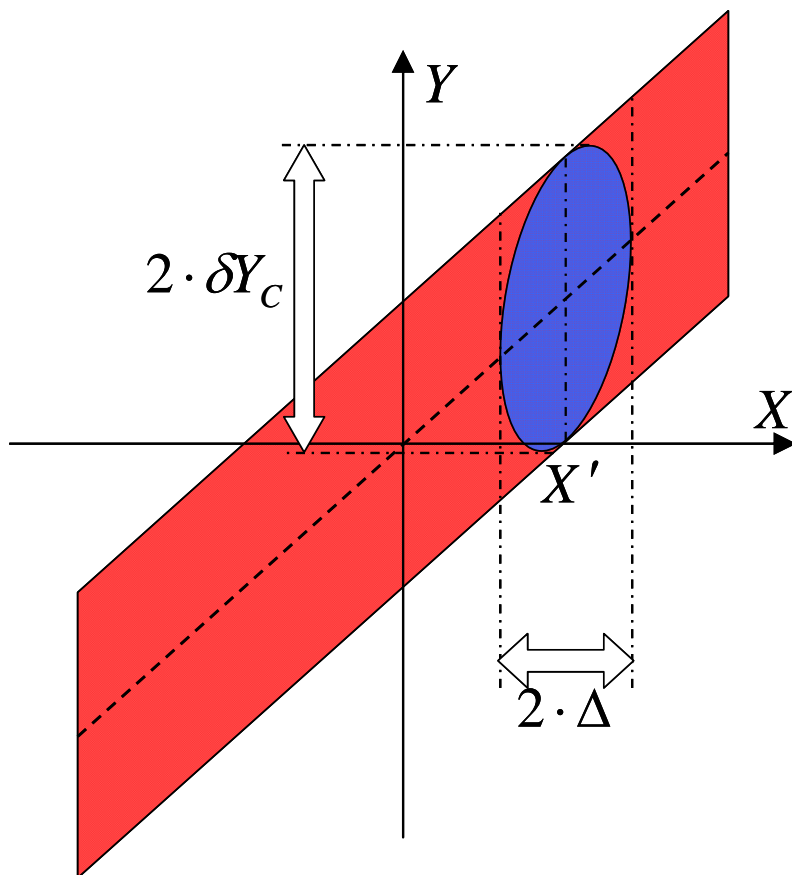


図 2-3-2  $X'$  が不確かさを有する場合の相関を考慮した不確かさ

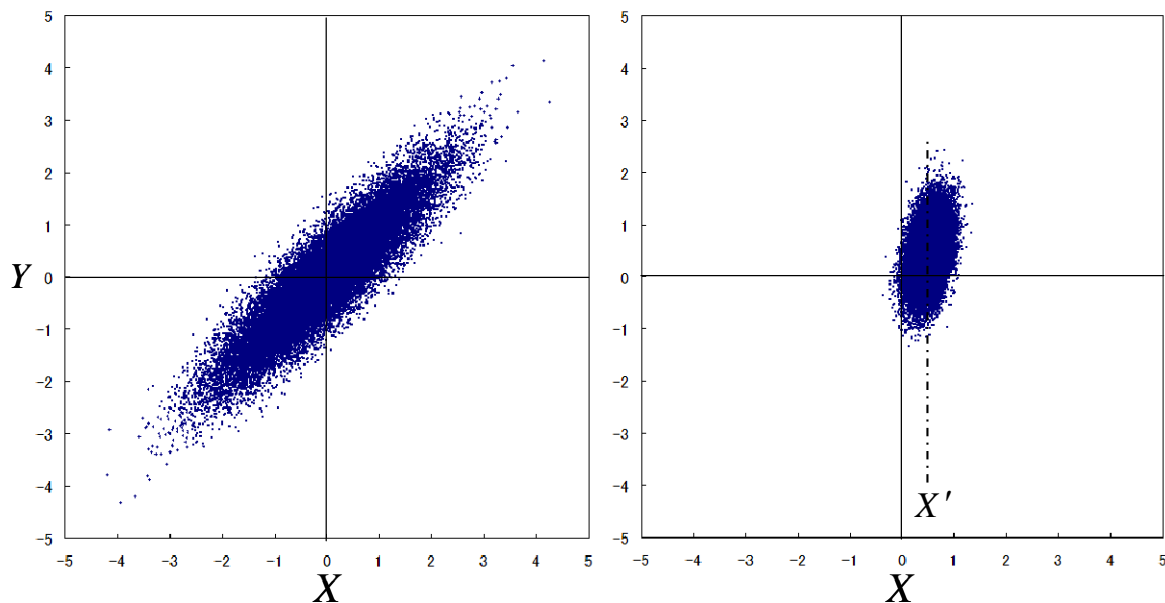


図 2-3-3 乱数を用いて作成した標準正規分布(左)・相関等を考慮した分布(右)

図 2-3-3 から、左図よりも右図のほうが  $Y$  の取りうる値の範囲が狭くなっており、相関を考慮することで不確かさを低減できていることが分かる。

低減手法の適用による不確かさの低減率を  $R$  とすると、(2.3.13)式から、

$$R = \frac{\delta Y - \delta Y_c}{\delta Y} = 1 - \sqrt{1 - \alpha^2 \cdot (1 - \delta F^2)} \quad (2.3.14)$$

(2.3.14)式を図にプロットすると図 2-3-4 のようになる。

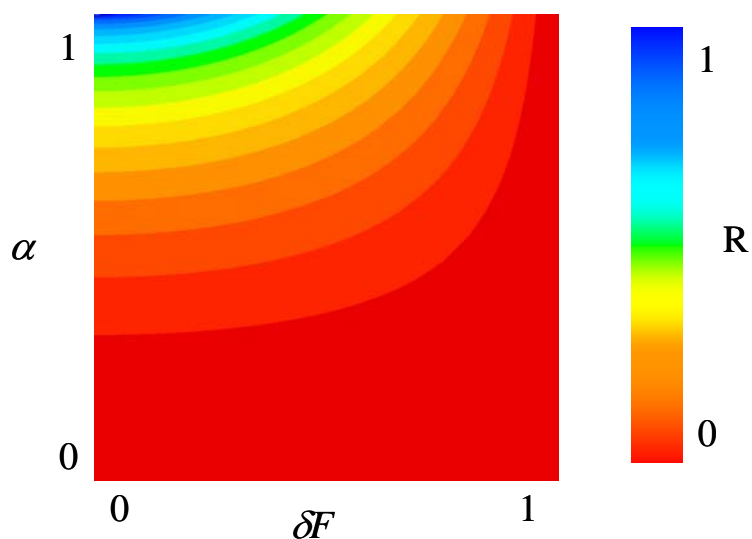


図 2-3-4 相関係数と測定の不確かさの低減率への影響

図 2-3-4 より、低減率への影響が大きいのは相関係数で、測定の不確かさは相関係数に比べてあまり影響しないことがわかる。ただし、たとえ相関が強くとも測定の不確かさが計算の不確かさに近づくと、低減率は小さくなる。

## 2.4 炉心特性の不確かさ間の相関の計算方法

本節では、核データライブラリの共分散から炉心特性の共分散を計算する方法について説明する。まず、計算フローについて説明し、次に各ステップにおける計算について説明する。

### 2.4.1 計算フロー

図 2-4-1 に断面積と共分散の計算フローを示す。ただし、この計算フローではピンセル体系や集合体体系における計算といった区分ではなく、断面積の縮約・均質化といった処理の種類で区分をしてある。



図 2-4-1 断面積と共分散の計算フロー

図 2-4-1 中には、それぞれの計算ステップにおいて、行う処理を記載した。図 2-4-1 に示したように、共分散の処理は断面積の処理に対応させる必要があり、断面積の処理に用いた計算手法と同様の計算手法を用いて、共分散を処理する必要がある。もし、異なる手法を用いた場合、断面積の計算で得られる断面積と共分散の計算過程で得られる断面積を比較し妥当性を確認する必要がある。また、図 2-4-1 では区別をしなかったピンセル体系や集合体体系における均質化はどちらも感度解析(縮約・均質化)の処理に対応するので、上記の枠組みで同様に計算することができる。ここで、図 2-4-1 で示した共分散の処理は以降の各節において以下のように対応する。

|              |   |       |                       |
|--------------|---|-------|-----------------------|
| NJOY(ERRORJ) | : | 2.4.2 | 核種ごとの微視的断面積の相関の計算     |
| 誤差伝播         | : | 2.4.3 | 非均質体系における巨視的断面積の相関の計算 |
| 感度解析(縮約・均質化) | : | 2.4.4 | 均質体系における巨視的断面積の相関の計算  |
| 感度解析(炉心計算)   | : | 2.4.5 | 炉心特性の相関の計算            |

以下では、各ステップにおける処理について説明を行う。以下では、共分散は全て相対共分散として取り扱う。これは、感度係数が相対値を取り扱うため、共分散もこれに順ずることによる。

## 2.4.2 核種ごとの微視的断面積の相関の計算

核データライブラリから微視的群断面積の共分散を計算する方法について説明する。この計算には NJOY コードを用いる<sup>[14]</sup>。NJOY は、核データライブラリを処理して連続エネルギーや多群断面積及び核データに関連した物理量を作成するためのコードパッケージである。

NJOY は、機能別に分離されたモジュール構造のコードであり、代表的なモジュール名とその機能の概要を示す。

- moder** : 核データファイルの形式をテキストとバイナリ間で変換
- reconr** : 共鳴パラメータと内挿により連続エネルギー断面積を再構成
- broadr** : 温度によるドップラー広がりを計算した上で、エネルギー点を間引く
- unresr** : 非分離共鳴領域における実効的な自己遮蔽を考慮した連続エネルギー断面積を作成
- heatr** : 連続エネルギー発熱断面積と照射損傷断面積を作成
- thermr** : 熱中性子領域における散乱断面積を作成
- groupr** : 連続エネルギー断面積から、自己遮蔽を考慮した多群断面積を作成
- errorj** : 共分散データから多群共分散行列を作成<sup>[15][16][17]</sup>

実際の計算の際には、これらのモジュールを組み合わせて用いる。

核データライブラリ内の共分散はこのままの形で感度解析に用いることはできず(エネルギー点ごとの共分散と点間の内挿方法という情報しか与えられていないため)、これを多群形式にする必要がある。この計算理論は本節の均質体系における巨視的断面積の相関の計算におけるエネルギー群の縮約と同様であるため、ここでは説明を割愛する。また、入出力の詳細については APPENDIX に記すこととし、以下では計算の流れを説明する。

### 1. 核データファイルを入手

使用したい核データファイルを入手する。この際に、MF=31(平均発生中性子数に関する共分散)、MF=33(断面積に関する共分散)といった計算に必要な共分散に関するデータが含まれていることを確認する。また、どのフォーマット(例:ENDF/B-6)で書かれているかを確認する。このフォーマットによって NJOY は入力が異なる。

### 2. moder を用いて形式変換

NJOY の計算では計算を効率よく行うために、モジュール間のデータのやり取りをバイナリ形式で行うことが可能である。そこで、核データファイルもバイナリ形式に変換しておく。

### 3. reconr、broadr、unresr、thermr による様々な処理

核種や条件によって上記の処理を使い分ける。

### 4. errorj により断面積の共分散を計算

上述の処理によって得られた連続エネルギー断面積から、群断面積の共分散(MF=33)を計算する。この処理では groupr で得られる群断面積と同様の群断面積も得ることができる。

### 5. groupr により群ごとの平均発生中性子数を作成

平均発生中性子数の共分散の計算をする際には、前もって群ごとの発生中性子数を計算しておく必要があるため、その計算を行う。

### 6. errorj により平均発生中性子数の共分散を計算

上述の処理によって得られた群ごとの平均発生中性子数と連続エネルギー断面積から、平均発生中性子数の共分散(MF=31)を計算する。

## 7. 得られた共分散の処理

上述の処理によって、各反応間の共分散と平均発生中性子数の共分散を得ることができる。ただし、共分散は反応ごとの行列で得られるため、以降の処理に使いやすい形の1つである大型の行列に変換する。これは、NJOY 内で行われる処理ではなく、NJOY の出力結果を処理するものである。具体例を以下に示す。ある核種の散乱反応(MT=2)、核分裂反応(MT=18)、捕獲反応(MT=102)の共分散を計算したとする。上述の処理で得られる共分散行列は、以下の6つである。

- A. 散乱反応－散乱反応間の共分散行列
- B. 散乱反応－核分裂反応間の共分散行列
- C. 散乱反応－捕獲反応間の共分散行列
- D. 核分裂反応－核分裂反応間の共分散行列
- E. 核分裂反応－捕獲反応間の共分散行列
- F. 捕獲反応－捕獲反応間の共分散行列

これらの行列を図 2-4-1 に示す形式で1つの行列に合成する。

|          |          |   |
|----------|----------|---|
| A        | B        | C |
| ${}^T B$ | D        | E |
| ${}^T C$ | ${}^T E$ | F |

図 2-4-1 反応間の共分散行列の合成

NJOY の出力結果では、対称位置の共分散は省略されている。そのため、図 2-4-1 に示したように、転置行列で補うことで、全反応に関する共分散行列を1つの行列に合成することができる。

以上の処理により、ある核種の微視的群断面積の共分散行列を計算することができる。これらの処理を計算に用いる全ての核種について行う。ただし、共分散データを有していない核種については errorj の計算は行わず、代わりに gourpr を用いて群断面積を計算しておく必要がある。この理由については本節の非均質体系における巨視的断面積の相関の計算において説明する。

### 2.4.3 非均質体系における巨視的断面積の相関の計算

核種ごとの微視的断面積の共分散から非均質体系における巨視的断面積の共分散を計算する方法について説明する。ある反応  $x$  に対する巨視的断面積は(2.4.1)式で得られる。

$$\Sigma_{x,i}^K = N_A^K \cdot \sigma_{A,x,i} + N_B^K \cdot \sigma_{B,x,i} + \dots \quad (2.4.1)$$

ここで、

$\Sigma_{x,i}^K$  : 物質  $K$  の  $i$  群の反応  $x$  の巨視的断面積

$\sigma_{A,x,i}$  : 核種  $A$  の  $i$  群の反応  $x$  の微視的断面積

$N_A^K$  : 物質  $K$  中の核種  $A$  の原子数密度

である。

(2.4.1)式を用いて、巨視的断面積の共分散の計算方法を説明する。核種ごとの微視的断面積の微小変化に起因する巨視的断面積の微小変化は(2.4.2)式で表される。

$$\Delta \Sigma_{x,i}^K = N_A^K \cdot \Delta \sigma_{A,x,i} + N_B^K \cdot \Delta \sigma_{B,x,i} + \dots \quad (2.4.2)$$

感度解析では相対値を用いるため、この式を相対値による変化に変形すると、

$$\frac{\Delta \Sigma_{x,i}^K}{\Sigma_{x,i}^K} = \frac{N_A^K \cdot \sigma_{A,x,i} \cdot \frac{\Delta \sigma_{A,x,i}}{\sigma_{A,x,i}} + N_B^K \cdot \sigma_{B,x,i} \cdot \frac{\Delta \sigma_{B,x,i}}{\sigma_{B,x,i}} + \dots}{\Sigma_{x,i}^K} \quad (2.4.3)$$

2.1 節の誤差の合成と同様に、(2.4.3)式を 2 乗し共分散を用いて表記すると、物質  $K$  の  $i$  群の反応  $x$  の巨視的断面積に対する共分散(実際には分散)は(2.4.4)式で表される。

$$\begin{aligned} & (N_A^K)^2 \cdot \sigma_{A,x,i}^2 \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta \sigma_{A,x,i}}{\sigma_{A,x,i}}, \frac{\delta \sigma_{A,x,i}}{\sigma_{A,x,i}} \right) \\ & + N_A^K \cdot N_B^K \cdot \sigma_{A,x,i} \cdot \sigma_{B,x,i} \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta \sigma_{A,x,i}}{\sigma_{A,x,i}}, \frac{\delta \sigma_{B,x,i}}{\sigma_{B,x,i}} \right) \\ & + N_B^K \cdot N_A^K \cdot \sigma_{B,x,i} \cdot \sigma_{A,x,i} \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta \sigma_{B,x,i}}{\sigma_{B,x,i}}, \frac{\delta \sigma_{A,x,i}}{\sigma_{A,x,i}} \right) \\ & + (N_B^K)^2 \cdot \sigma_{B,x,i}^2 \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta \sigma_{B,x,i}}{\sigma_{B,x,i}}, \frac{\delta \sigma_{B,x,i}}{\sigma_{B,x,i}} \right) + \dots \end{aligned}$$

$$\text{Cov} \left( \frac{\delta \Sigma_{x,i}^K}{\Sigma_{x,i}^K}, \frac{\delta \Sigma_{x,i}^K}{\Sigma_{x,i}^K} \right) = \frac{\dots}{(\Sigma_{x,i}^K)^2} \quad (2.4.4)$$

また、この式を物質と反応とエネルギーに関して一般化すると、

$$\begin{aligned}
& N_A^K \cdot N_A^L \cdot \sigma_{A,x,i} \cdot \sigma_{A,y,j} \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta\sigma_{A,x,i}}{\sigma_{A,x,i}}, \frac{\delta\sigma_{A,y,j}}{\sigma_{A,y,j}} \right) \\
& + N_A^K \cdot N_B^L \cdot \sigma_{A,x,i} \cdot \sigma_{B,y,j} \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta\sigma_{A,x,i}}{\sigma_{A,x,i}}, \frac{\delta\sigma_{B,y,j}}{\sigma_{B,y,j}} \right) \\
& + N_B^K \cdot N_A^L \cdot \sigma_{B,x,i} \cdot \sigma_{A,y,j} \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta\sigma_{B,x,i}}{\sigma_{B,x,i}}, \frac{\delta\sigma_{A,y,j}}{\sigma_{A,y,j}} \right) \\
& + N_B^K \cdot N_B^L \cdot \sigma_{B,x,i} \cdot \sigma_{B,y,j} \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta\sigma_{B,x,i}}{\sigma_{B,x,i}}, \frac{\delta\sigma_{B,y,j}}{\sigma_{B,y,j}} \right) + \dots
\end{aligned}$$

$$\text{Cov} \left( \frac{\delta\Sigma_{x,i}^K}{\Sigma_{x,i}^K}, \frac{\delta\Sigma_{y,j}^L}{\Sigma_{y,j}^L} \right) = \frac{\sum_{x,i}^K \cdot \sum_{y,j}^L}{\Sigma_{x,i}^K \cdot \Sigma_{y,j}^L} \quad (2.4.5)$$

となる。さらに整理すると、

$$\text{Cov} \left( \frac{\delta\Sigma_{x,i}^K}{\Sigma_{x,i}^K}, \frac{\delta\Sigma_{y,j}^L}{\Sigma_{y,j}^L} \right) = \frac{\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \Sigma_{k,x,i}^K \cdot \Sigma_{l,y,j}^L \cdot \text{Cov} \left( \frac{\delta\sigma_{k,x,i}}{\sigma_{k,x,i}}, \frac{\delta\sigma_{l,y,j}}{\sigma_{l,y,j}} \right)}{\Sigma_{x,i}^K \cdot \Sigma_{y,j}^L} \quad (2.4.6)$$

ここで、

$\Sigma_{k,x,i}^K$  : 物質  $K$  中の核種  $k$  の  $i$  群の反応  $x$  の巨視的断面積

$$\Sigma_{k,x,i}^K = N_k^K \cdot \sigma_{k,x,i}$$

である。(2.4.6)式を用いることで巨視的断面積の共分散を計算することができる。

ただし、生成断面積については注意する必要がある。生成断面積は(2.4.7)式で得られる。

$$\nu_i^K \cdot \Sigma_{f,i}^K = N_A^K \cdot \nu_{A,i} \cdot \sigma_{A,f,i} + N_B^K \cdot \nu_{B,i} \cdot \sigma_{B,f,i} + \dots \quad (2.4.7)$$

ここで、

$\nu_i^K$  : 物質  $K$  の巨視的断面積に対する  $i$  群の発生中性子数

$\nu_{A,i}$  : 核種  $A$  の  $i$  群の発生中性子数

である。 $\nu_{A,i}$  と  $\sigma_{A,f,i}$  はどちらも共分散を有しているため、(2.4.6)式では計算することができない。このことを踏まえた上で先ほどと同様に考えると、生成断面積に関する共分散は(2.4.8)式と(2.4.9)式で得られる。

$$\text{Cov} \left( \frac{\delta\nu_i^K \Sigma_{f,i}^K}{\nu_i^K \Sigma_{f,i}^K}, \frac{\delta\nu_j^L \Sigma_{f,j}^L}{\nu_j^L \Sigma_{f,j}^L} \right) = \frac{\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \nu_{k,i}^K \Sigma_{k,f,i}^K \cdot \nu_{l,j}^L \Sigma_{l,f,j}^L \cdot \left\{ \begin{aligned} & \text{Cov} \left( \frac{\delta\sigma_{k,f,i}}{\sigma_{k,f,i}}, \frac{\delta\sigma_{l,f,j}}{\sigma_{l,f,j}} \right) + \text{Cov} \left( \frac{\delta\sigma_{k,f,i}}{\sigma_{k,f,i}}, \frac{\delta\nu_{l,j}}{\nu_{l,j}} \right) \\ & + \text{Cov} \left( \frac{\delta\nu_{k,i}}{\nu_{k,i}}, \frac{\delta\sigma_{l,f,j}}{\sigma_{l,f,j}} \right) + \text{Cov} \left( \frac{\delta\nu_{k,i}}{\nu_{k,i}}, \frac{\delta\nu_{l,j}}{\nu_{l,j}} \right) \end{aligned} \right\}}{\nu_i^K \Sigma_{f,i}^K \cdot \nu_j^L \Sigma_{f,j}^L}$$

(2.4.8)

$$Cov\left(\frac{\delta\Sigma_{a,i}^K}{\Sigma_{a,i}^K} \cdot \frac{\delta v_j^L \Sigma_{f,j}^L}{v_j^L \Sigma_{f,j}^L}\right) = \frac{\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \Sigma_{k,a,i}^K \cdot v_{l,j}^L \Sigma_{l,f,j}^L \cdot \left\{ Cov\left(\frac{\delta\sigma_{k,a,i}}{\sigma_{k,a,i}}, \frac{\delta\sigma_{l,f,j}}{\sigma_{l,f,j}}\right) + Cov\left(\frac{\delta\sigma_{k,a,i}}{\sigma_{k,a,i}}, \frac{\delta v_{l,j}}{v_{l,j}}\right) \right\}}{\Sigma_{a,i}^K \cdot v_j^L \Sigma_{f,j}^L} \quad (2.4.9)$$

(2.4.6)式、(2.4.8)式、(2.4.9)式を用いることで、微視的断面積の共分散から巨視的断面積の共分散を得ることができる。ただし、生成断面積は他と比べ少し性質が異なる。核分裂断面積や捕獲断面積といった断面積はその和で表される吸収断面積に影響を与える。しかし、生成断面積は吸収断面積に直接は影響を与えない。これは、生成断面積は核分裂断面積と平均発生中性子数から得られるものであり、吸収断面積と同じく2次生成物であることによる。吸収断面積への影響は既に核分裂断面積によって与えられているのでこのような性質を持つ。

また、現時点では共分散データは限られた核種にしか存在しないため、共分散行列で考慮する必要のある核種数は燃料等に含まれる実際の核種数よりも少なくなる。しかし、共分散を計算する際に用いる巨視的断面積は、燃料に含まれている全ての核種の断面積の和である。そのため、共分散データを有する核種数と巨視的断面積の計算に用いる核種数は異なる。そこで、巨視的断面積を別途計算した上で上記の計算を行う、または共分散データを含まない核種の共分散を全て0とした上で全ての核種について考慮して共分散を計算するなどする必要がある。

さて、これ以降の表記と統一させるため、これまでの導出を行列式で表記すると(2.4.10)式となる。

$$\mathbf{C}(\Sigma) = {}^T \mathbf{S}(\Sigma, \sigma) \cdot \mathbf{C}(\sigma) \cdot \mathbf{S}(\Sigma, \sigma) \quad (2.4.10)$$

ここで、

$\mathbf{C}(\Sigma)$  : 巨視的断面積の相対共分散行列

$\mathbf{C}(\sigma)$  : 核種ごとの微視的断面積の相対共分散行列

$\mathbf{S}(\Sigma, \sigma)$  : 巨視的断面積作成の感度係数行列

$$S(\Sigma_{a,i}^K, \sigma_{k,b,j}) = \begin{cases} \frac{\Sigma_{k,a,i}^K}{\Sigma_{a,i}^K} & (a=b, i=j) \\ 0 & (a \neq b, i \neq j) \end{cases}$$

である。この感度係数行列の行数は核種ごとの微視的断面積数(核種の種類×反応数×エネルギー群数)、列数は巨視的断面積数(物質の種類×反応数×エネルギー群数)である。ただし、感度係数は上記の条件で計算されるので、この行列は疎行列となる。

一見すると計算式は複雑であるが、非常に簡単な条件として、ウラン燃料ペレットの共分散の計算方法を具体例に挙げて以下で説明する。簡単のために、エネルギー群を1群、共分散を有する核種はU235とU238、共分散を持たない核種はO16、巨視的断面積の共分散を計算する燃料は2種類、考慮する反応は核分裂反応と捕獲反応とする。微視的断面積の共分散行列は(2.4.11)式のようなになる。



$$\mathbf{C}(\sigma) = \begin{pmatrix} \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U235,f}}{\sigma_{U235,f}}, \frac{\delta\sigma_{U235,f}}{\sigma_{U235,f}}\right) & \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U235,f}}{\sigma_{U235,f}}, \frac{\delta\sigma_{U235,c}}{\sigma_{U235,c}}\right) & 0 & 0 \\ \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U235,c}}{\sigma_{U235,c}}, \frac{\delta\sigma_{U235,f}}{\sigma_{U235,f}}\right) & \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U235,c}}{\sigma_{U235,c}}, \frac{\delta\sigma_{U235,c}}{\sigma_{U235,c}}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U238,f}}{\sigma_{U238,f}}, \frac{\delta\sigma_{U238,f}}{\sigma_{U238,f}}\right) & \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U238,f}}{\sigma_{U238,f}}, \frac{\delta\sigma_{U238,c}}{\sigma_{U238,c}}\right) \\ 0 & 0 & \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U238,c}}{\sigma_{U238,c}}, \frac{\delta\sigma_{U238,f}}{\sigma_{U238,f}}\right) & \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U238,c}}{\sigma_{U238,c}}, \frac{\delta\sigma_{U238,c}}{\sigma_{U238,c}}\right) \end{pmatrix} \quad (2.4.11)$$

また、感度係数行列の各要素は、行が U235 の核分裂、捕獲、U238 の核分裂、捕獲という順で並び、列が燃料 1 の核分裂、捕獲、燃料 2 の核分裂、捕獲という順で並んでいる。ただし、異なる反応間の感度係数は 0 となり、感度係数行列は(2.4.12)式のように表される。

$$\mathbf{S}(\Sigma, \sigma) = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma_{U235,f}^1}{\Sigma_f^1} & 0 & \frac{\Sigma_{U235,f}^2}{\Sigma_f^2} & 0 \\ 0 & \frac{\Sigma_{U235,c}^1}{\Sigma_c^1} & 0 & \frac{\Sigma_{U235,c}^2}{\Sigma_c^2} \\ \frac{\Sigma_{U238,f}^1}{\Sigma_f^1} & 0 & \frac{\Sigma_{U238,f}^2}{\Sigma_f^2} & 0 \\ 0 & \frac{\Sigma_{U238,c}^1}{\Sigma_c^1} & 0 & \frac{\Sigma_{U238,c}^2}{\Sigma_c^2} \end{pmatrix} \quad (2.4.12)$$

となる。ここで、各燃料は 3 種類の核種から構成されているので、

$$\Sigma_c^1 = \Sigma_{U235,c}^1 + \Sigma_{U238,c}^1 + \Sigma_{O16,c}^1 \quad (2.4.13)$$

となる。以上のことを踏まえると巨視的断面積の共分散行列の 1 要素の計算式は(2.4.14)式のようになる。

$$\begin{aligned} \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_f^1}{\Sigma_f^1}, \frac{\delta\Sigma_f^1}{\Sigma_f^1}\right) &= \frac{\Sigma_{U235,f}^1}{\Sigma_f^1} \cdot \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U235,f}}{\sigma_{U235,f}}, \frac{\delta\sigma_{U235,f}}{\sigma_{U235,f}}\right) \cdot \frac{\Sigma_{U235,f}^1}{\Sigma_f^1} \\ &+ \frac{\Sigma_{U238,f}^1}{\Sigma_f^1} \cdot \text{Cov}\left(\frac{\delta\sigma_{U238,f}}{\sigma_{U238,f}}, \frac{\delta\sigma_{U238,f}}{\sigma_{U238,f}}\right) \cdot \frac{\Sigma_{U238,f}^1}{\Sigma_f^1} \end{aligned} \quad (2.4.14)$$

(2.4.14)式から分かるように核種間の相関がない場合は、ある反応間の巨視的断面積の共分散は、構成している核種全てについて同じ反応間の共分散とそれに対応する感度係数を掛け合わせた上で足し合わせたものである。これは核種数やエネルギー群が増加したとしても同じである。そのため、(2.4.12)式のような感度係数行列を作成せずとも、巨視的断面積の共分散の各要素を(2.4.14)式と同様の計算式によって個別に計算してもよい。

#### 2.4.4 均質体系における巨視的断面積の関連の計算

断面積の縮約・均質化によって均質体系における巨視的断面積を得る際の共分散の計算方法について説明する<sup>[18]</sup>。

縮約・均質化された反応  $x$  の断面積は(2.4.15)式で表される。

$$\Sigma'_{x,I,H} = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} \Sigma_{x,i,h} \cdot \phi_{i,h} \cdot V_h}{\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} \phi_{i,h} \cdot V_h} \quad (2.4.15)$$

ここで、

$\phi$  : 中性子束

$V$  : 領域の体積

である。また、下付き添え字の  $i$  はエネルギー群、 $h$  は領域を示しており、「 $I$ 」は縮約・均質化後を示している。(2.4.15)式は式の中に中性子束を含んでおり、縮約・均質化前の巨視的断面積が変化することによる中性子束変化も考慮する必要がある。そのため、非均質体系における巨視的断面積  $\Sigma$  の微小変化に起因する均質体系における巨視的断面積  $\Sigma'$  の微小変化は(2.4.16)式で表される。

$$\Delta \Sigma' = \frac{\partial \Sigma'}{\partial \Sigma_1} \cdot \Delta \Sigma_1 + \frac{\partial \Sigma'}{\partial \Sigma_2} \cdot \Delta \Sigma_2 + \dots \quad (2.4.16)$$

前節と同様に、相対値による変化に変形すると、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \Sigma'}{\Sigma'} &= \frac{\frac{\partial \Sigma'}{\partial \Sigma_1} \cdot \Sigma_1 \cdot \frac{\Delta \Sigma_1}{\Sigma_1} + \frac{\partial \Sigma'}{\partial \Sigma_2} \cdot \Sigma_2 \cdot \frac{\Delta \Sigma_2}{\Sigma_2} + \dots}{\Sigma'} \\ &= \frac{\frac{\partial \Sigma'}{\partial \Sigma_1} \cdot \Sigma_1}{\Sigma'} \cdot \frac{\Delta \Sigma_1}{\Sigma_1} + \frac{\frac{\partial \Sigma'}{\partial \Sigma_2} \cdot \Sigma_2}{\Sigma'} \cdot \frac{\Delta \Sigma_2}{\Sigma_2} + \dots \\ &= \left( \frac{\partial \Sigma'}{\partial \Sigma_1} / \frac{\Sigma'}{\Sigma_1} \right) \cdot \frac{\Delta \Sigma_1}{\Sigma_1} + \left( \frac{\partial \Sigma'}{\partial \Sigma_2} / \frac{\Sigma'}{\Sigma_2} \right) \cdot \frac{\Delta \Sigma_2}{\Sigma_2} + \dots \\ &= S(\Sigma', \Sigma_1) \cdot \frac{\Delta \Sigma_1}{\Sigma_1} + S(\Sigma', \Sigma_2) \cdot \frac{\Delta \Sigma_2}{\Sigma_2} + \dots \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

ここで、 $S(\Sigma', \Sigma_1)$  は非均質体系における巨視的断面積  $\Sigma_1$  に対する均質体系における巨視的断面積  $\Sigma'$  の感度係数である。この感度係数については 3 章で説明する。さて、2.1 節の誤差の合成と同様に、(2.4.17)式を 2 乗し共分散を用いて表記すると、均質体系における巨視的断面積の共分散は(2.4.18)式で表される。

$$Cov \left( \frac{\delta \Sigma'_a}{\Sigma'_a}, \frac{\delta \Sigma'_b}{\Sigma'_b} \right) = \sum_x \sum_y \sum_i \sum_j S(\Sigma'_a, \Sigma_{x,i}) \cdot S(\Sigma'_b, \Sigma_{y,j}) \cdot Cov \left( \frac{\delta \Sigma_{x,i}}{\Sigma_{x,i}}, \frac{\delta \Sigma_{y,j}}{\Sigma_{y,j}} \right) \quad (2.4.18)$$

これはある断面積間の共分散なので、これを全ての断面積に対して拡張すると(2.4.19)式のような行列式となる。

$$\mathbf{C}(\Sigma') = {}^T \mathbf{S}(\Sigma', \Sigma) \cdot \mathbf{C}(\Sigma) \cdot \mathbf{S}(\Sigma', \Sigma) \quad (2.4.19)$$

ここで、

$\mathbf{C}(\Sigma')$  : 縮約・均質化後の巨視的断面積の相対共分散行列

$\mathbf{C}(\Sigma)$  : 縮約・均質化前の巨視的断面積の相対共分散行列

$\mathbf{S}(\Sigma', \Sigma)$  : 断面積の縮約・均質化の感度係数行列

である。(2.4.19)式を用いることで、均質体系における巨視的断面積の共分散を得ることができる。この感度係数行列の行数は均質化前の断面積数(非均質体系の物質の種類×反応数×エネルギー群数)、列数は均質化後の断面積数(均質体系の物質の種類×反応数×エネルギー群数)である。ただし、この全ての感度係数を計算する必要はない。例えば、燃料ペレット・被覆管・減速材で構成されるピンセル体系を考えた際に、非均質体系における3%燃料ペレットの断面積は2%燃料の均質化断面積に影響を与えない。そのため、明らかに感度が零である部分に関しては計算を行う必要はない。

#### 2.4.5 炉心特性の相関の計算

炉心特性の共分散の計算方法について説明する。体系の巨視的断面積 $\Sigma$ の微小変化に起因する炉心特性パラメータ $P$ の微小変化は(2.4.20)式で表される。

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \Sigma_1} \cdot \Delta \Sigma_1 + \frac{\partial P}{\partial \Sigma_2} \cdot \Delta \Sigma_2 + \dots \quad (2.4.20)$$

2.3節と同様に、相対値による変化に変形すると、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{P} &= \frac{\frac{\partial P}{\partial \Sigma_1} \cdot \Sigma_1 \cdot \frac{\Delta \Sigma_1}{\Sigma_1} + \frac{\partial P}{\partial \Sigma_2} \cdot \Sigma_2 \cdot \frac{\Delta \Sigma_2}{\Sigma_2} + \dots}{P} \\ &= \frac{\frac{\partial P}{\partial \Sigma_1} \cdot \Sigma_1}{P} \cdot \frac{\Delta \Sigma_1}{\Sigma_1} + \frac{\frac{\partial P}{\partial \Sigma_2} \cdot \Sigma_2}{P} \cdot \frac{\Delta \Sigma_2}{\Sigma_2} + \dots \\ &= \left( \frac{\partial P}{P} / \frac{\partial \Sigma_1}{\Sigma_1} \right) \cdot \frac{\Delta \Sigma_1}{\Sigma_1} + \left( \frac{\partial P}{P} / \frac{\partial \Sigma_2}{\Sigma_2} \right) \cdot \frac{\Delta \Sigma_2}{\Sigma_2} + \dots \\ &= S(P, \Sigma_1) \cdot \frac{\Delta \Sigma_1}{\Sigma_1} + S(P, \Sigma_2) \cdot \frac{\Delta \Sigma_2}{\Sigma_2} + \dots \end{aligned} \quad (2.4.21)$$

ここで、 $S(P, \Sigma_1)$ は断面積 $\Sigma_1$ に対する炉心特性パラメータ $P$ の感度係数である。この感度係数については3章で説明する。2.1節の誤差の合成と同様に、(2.4.21)式を2乗し共分散を用いて表記すると、炉心特性の共分散は(2.4.22)式で表される。

$$Cov \left( \frac{\delta P_a}{P_a}, \frac{\delta P_b}{P_b} \right) = \sum_x \sum_y \sum_i \sum_j S(P_a, \Sigma_{x,i}) \cdot S(P_b, \Sigma_{y,j}) \cdot Cov \left( \frac{\delta \Sigma_{x,i}}{\Sigma_{x,i}}, \frac{\delta \Sigma_{y,j}}{\Sigma_{y,j}} \right) \quad (2.4.22)$$

これはある炉心特性パラメータ間の共分散なので、これを全ての炉心特性パラメータに対して拡張すると(2.4.23)式のような行列式となる。

$$\mathbf{C}(P) = {}^T \mathbf{S}(P, \Sigma') \cdot \mathbf{C}(\Sigma') \cdot \mathbf{S}(P, \Sigma') \quad (2.4.23)$$

ここで、

$\mathbf{C}(P)$  : 炉心特性の相対共分散行列

$\mathbf{C}(\Sigma')$  : 縮約・均質化後の巨視的断面積の相対共分散行列

$\mathbf{S}(P, \Sigma')$  : 炉心特性の感度係数行列

である。(2.4.23)式を用いることで、炉心特性の共分散を得ることができる。この感度係数行列の行数は巨視的断面積数(物質の種類×反応の種類×エネルギー群)、列数は不確かさの相関を求めたい炉心特性パラメータ数である。

## 2.5 本章のまとめ

本章では、不確かさ間の相関関係を表すことができる共分散について説明し、相関を有する正規分布についても説明した。さらに、相関を有する2変数の正規分布に関し、一方の変数の値が固定される等の条件が与えられた場合、もう一方の変数の正規分布の幅を相関の強さに応じてより小さく限定できるという性質を用いた不確かさ低減理論について説明した。さらに、炉心特性の不確かさ間の相関関係の計算方法について、断面積の作成手順に対応する各処理に分けて説明した。次章では、相関係数の計算で必要となる感度係数について説明する。

### 第3章 感度解析理論

本章では、感度解析理論について説明する。3.1節では感度解析の基礎の説明、3.2節では一般化摂動論に用いる随伴中性子束の説明、3.3節では一般化中性子束・一般化随伴中性子束の説明、3.4節では一般化摂動論を用いた感度係数の導出、3.5節では実際に評価を行うパラメータの具体的な計算式の導出を行う。

#### 3.1 感度解析の基礎

本節では、断面積に対するあるパラメータの感度係数の計算方法について説明する。感度解析では一般的にこの感度係数を用いて評価を行う。この感度係数  $S$  は、ある断面積  $\Sigma$  に摂動  $\delta\Sigma$  を与えた際の着目パラメータ  $P$  の変化量  $\delta P$  を示し、(3.1.1)式で表される。

$$S = \frac{\delta P}{P} / \frac{\delta\Sigma}{\Sigma} \quad (3.1.1)$$

(3.1.1)式からわかるように、感度係数は断面積が1%変化した際に着目パラメータが何%変化するのかわかることを示す指標となっている。ここで、感度解析の着目パラメータは反応率比と反応度価値の2種類がある。

まず、反応率比に着目する場合について説明する。この場合、着目パラメータ  $P$  は(3.1.2)式で表される。

$$P = \frac{\langle \bar{\Sigma}_1 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle} \quad (3.1.2)$$

ここで、

$\bar{\Phi}$  : 中性子束

$\bar{\Sigma}_1, \bar{\Sigma}_2$  : 着目反応を示す断面積ベクトル

$\langle \rangle$  : 全位相空間における積分

である。断面積ベクトルとは、空間やエネルギーによって離散化された断面積が並んだベクトルのことである。そのため、ある領域の2群構造の吸収断面積ベクトルの要素は高速群の吸収断面積と熱群の吸収断面積の2つとなる。

(3.1.2)式で表される反応率比はこの式の形では分かりにくいので、具体例を挙げて説明する。着目する反応として相対核分裂比を考える。この相対核分裂比は、全領域の核分裂反応に対するある領域の核分裂反応の割合であり、領域平均の割合を1と規格化している集合体相対出力とは異なる。ただし、領域の体積をかけることで、集合体相対出力とすることができる。この割合は、(ある領域の核分裂反応数/全領域の核分裂反応数)という形で表すことができる。従って、 $\bar{\Sigma}_1$ をある領域のみ値を持つ核分裂断面積、 $\bar{\Sigma}_2$ を全領域に値を持つ核分裂断面積とすれば、相対核分裂比を(3.1.2)式で計算できることがわかる。

さて、感度係数の(3.1.1)式に着目パラメータの(3.1.2)式を代入し、式変形を行う。

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{P} \cdot \frac{\delta P}{\delta \Sigma} \cdot \Sigma \\
&= \frac{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Sigma}_1 \bar{\Phi} \rangle} \cdot \left\{ \delta \frac{\langle \bar{\Sigma}_1 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle} \right\} \cdot \Sigma \\
&= \frac{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Sigma}_1 \bar{\Phi} \rangle} \cdot \left\{ \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{\Sigma}_1}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle} + \frac{\left\langle \bar{\Sigma}_1 \frac{\delta \bar{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \bar{\Sigma}_1 \bar{\Phi} \rangle \cdot \left\langle \frac{\delta \bar{\Sigma}_2}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle^2} - \frac{\langle \bar{\Sigma}_1 \bar{\Phi} \rangle \cdot \left\langle \bar{\Sigma}_2 \frac{\delta \bar{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle^2} \right\} \cdot \Sigma \\
&= \left\{ \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{\Sigma}_1}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Sigma}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{\Sigma}_2}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle} + \frac{\left\langle \bar{\Sigma}_1 \frac{\delta \bar{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\langle \bar{\Sigma}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Sigma}_2 \frac{\delta \bar{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\langle \bar{\Sigma}_2 \bar{\Phi} \rangle} \right\} \cdot \Sigma
\end{aligned} \tag{3.1.3}$$

ここで、(3.1.3)式の各項の意味について、着目パラメータ  $P$  を相対核分裂比とした場合を例にとって説明する。この場合、 $\bar{\Sigma}_1$  はある注目する領域のみ値を持つ核分裂断面積、 $\bar{\Sigma}_2$  は全領域に値を持つ核分裂断面積となる。そのため、(3.1.3)式の右辺第1項はある注目する領域の核分裂断面積が変動することによってその領域の核分裂数が増加する効果、右辺第2項はある領域の核分裂断面積が変動することによって体系全体の核分裂数が増加する効果、右辺第3,4項は断面積の変動に伴う中性子束の変化によって核分裂数が増加する効果である。また、これらの効果は、右辺第1,2項については直接効果、右辺第3,4項については間接効果と呼ばれる。

次に、反応度値に着目する場合について説明する。この場合、着目パラメータ  $P$  は(3.1.4)式で表される。

$$P = \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} \tag{3.1.4}$$

ここで、

$\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$  : 着目反応を示す演算子行列

である。(3.1.4)式で表される反応度値はこの式の形では分かりにくいので、具体例を挙げて説明する。着目反応として実効増倍率を考える。実効増倍率は、(中性子生成量/中性子消滅量)という形で表すことができる。従って、 $\mathbf{H}_1$  を生成演算子、 $\mathbf{H}_2$  を消滅演算子とすれば、実効増倍率を(3.1.4)式で計算できることがわかる。一般的な実効増倍率の計算においては、随伴中性子束ではなくベクトル要素が全て1のベクトルが用いられるが、感度係数の計算上の理由により随伴中性子束を用いている。これについては、3.5節の実効増倍率の感度係数の導出にて説明する。

さて、感度係数の(3.1.1)式に着目パラメータの(3.1.4)式を代入し、式変形を行う。

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{P} \cdot \frac{\delta P}{\delta \Sigma} \cdot \Sigma \\
&= \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \rangle} \cdot \left\{ \frac{\delta \langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \rangle}{\delta \Sigma \langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} \right\} \cdot \Sigma \\
&= \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \rangle} \cdot \left\{ \frac{\left\langle \frac{\delta}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} + \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \frac{\delta}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} + \frac{\left\langle \frac{\delta}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} \cdot \left( \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta}{\delta \Sigma} \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} + \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \frac{\delta}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} + \frac{\left\langle \frac{\delta}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} \right) \right\} \cdot \Sigma \\
&= \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{H}_1}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{H}_2}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \frac{\delta \bar{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \frac{\delta \bar{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} + \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} \right\} \cdot \Sigma
\end{aligned} \tag{3.1.5}$$

ここで、(3.1.5)式では、反応率比の感度係数の(3.1.3)式と比べて項が 2 つ増えている。これらの項は断面積の変動に伴う随伴中性子束の変化による影響の項であり、間接効果である。

(3.1.3)式では、 $\delta \bar{\Sigma}_1 / \delta \Sigma$ 、 $\delta \bar{\Sigma}_2 / \delta \Sigma$ 、 $\delta \bar{\Phi} / \delta \Sigma$  を計算する必要がある。 $\delta \bar{\Sigma}_1 / \delta \Sigma$  は摂動  $\delta \Sigma$  を加えた際の  $\bar{\Sigma}_1$  の変化量を表しており、簡易に計算することが出来る。 $\delta \bar{\Sigma}_2 / \delta \Sigma$  も同様に計算することができるが、一方、 $\delta \bar{\Phi} / \delta \Sigma$  は簡単に計算することができない。 $\delta \bar{\Phi} / \delta \Sigma$  は摂動  $\delta \Sigma$  を加えた際の中性子束の変化量を表しており、摂動を加えた後の断面積を用いて中性子束を再計算しなければならないことによる。そのため、加えた摂動の種類(異なる断面積に対する摂動)が多い場合、中性子束を非常に多く再計算する必要がある。また、(3.1.5)式では、 $\delta \mathbf{H}_1 / \delta \Sigma$ 、 $\delta \mathbf{H}_2 / \delta \Sigma$ 、 $\delta \bar{\Phi} / \delta \Sigma$  に加えて  $\delta \bar{\Phi}^+ / \delta \Sigma$  も計算する必要があることがわかる。 $\delta \bar{\Phi}^+ / \delta \Sigma$  は摂動  $\delta \Sigma$  を加えた際の随伴中性子束の変化量を表しており、 $\delta \bar{\Phi} / \delta \Sigma$  と同様に摂動を加えた後の断面積を用いて中性子束を再計算しなければならない。ちなみに、このように中性子束を再計算し、感度係数を求めることを直接計算法と呼ぶ。本研究では直接計算法を検証計算の参照解として用いる。

本研究では、この問題を解決するために一般化摂動論<sup>[8][9][10]</sup>を用いる。詳細は 3.4 節で説明するが、一般化摂動論では、感度係数を求める際の断面積の摂動による中性子束変化の項を、一般化随伴中性子束を用いることで消去し、断面積変化の項に置き換える。また、この一般化随伴中性子束は着目する炉心特性パラメータごとに求める必要はあるが、異なる種類の断面積に対する摂動でも一般化随伴中性子束は同一であるという特徴がある。そのため、一般化摂動論を用いることで多数の断面積の摂動に対する感度係数を容易に求めることができる。

### 3.2 随伴中性子束

本節では、随伴中性子束について説明する<sup>[18][19][20][21]</sup>。3.4節で説明する一般化摂動論は1次摂動論に基づいており、その計算には随伴中性子束が必要である。そのため、まず随伴中性子束の定義と計算方法について説明する。

まず、随伴中性子束の説明をする前に、中性子束について説明する。中性子の拡散方程式は(3.2.1)式で表される。

$$\left( \mathbf{A} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \right) \bar{\Phi} = \bar{0} \quad (3.2.1)$$

ここで、

$$\begin{array}{ll} \bar{\Phi} : \text{中性子束} & k : \text{実効増倍率} \\ \mathbf{A} : \text{消滅演算子} & \mathbf{F} : \text{生成演算子} \end{array}$$

である。これらの演算子を簡単な体系である2群体系を例にとって説明する。この体系では中性子束と演算子は(3.2.2)式から(3.2.4)式のように表される。

$$\bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (3.2.2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -D_1 \cdot \nabla^2 + \Sigma_{r,1} & -\Sigma_{s,2 \rightarrow 1} \\ -\Sigma_{s,1 \rightarrow 2} & -D_2 \cdot \nabla^2 + \Sigma_{r,2} \end{pmatrix} \quad (3.2.3)$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \chi_1 \cdot \nu \cdot \Sigma_{f,1} & \chi_1 \cdot \nu \cdot \Sigma_{f,2} \\ \chi_2 \cdot \nu \cdot \Sigma_{f,1} & \chi_2 \cdot \nu \cdot \Sigma_{f,2} \end{pmatrix} \quad (3.2.4)$$

次に、随伴中性子束について説明する。随伴中性子束 $\bar{\Phi}^+$ とは中性子束 $\bar{\Phi}$ と同じ境界条件を満たし、さらに(3.2.5)式の随伴関係を満たすもののことである。

$$\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{L} \bar{\Phi} \rangle = \langle \bar{\Phi} \cdot \mathbf{L}^+ \bar{\Phi}^+ \rangle \quad (3.2.5)$$

ここで、

$$\mathbf{L} : \text{任意の演算子} \quad \mathbf{L}^+ : \text{演算子 } \mathbf{L} \text{ の随伴演算子}$$

である。2つの反応を例にして、(3.2.5)式の随伴関係を説明する。簡単のために先ほどと同じ2群の条件を想定する。

まず吸収反応を例に説明する。吸収反応の演算子 $\mathbf{A}_a$ は(3.2.6)式のように表される。

$$\mathbf{A}_a = \begin{pmatrix} \Sigma_{a,1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{a,2} \end{pmatrix} \quad (3.2.6)$$

よって、随伴関係の(3.2.5)式は(3.2.7)式のように表される。



$$\begin{aligned}
\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}_a \bar{\Phi} \rangle &= (\phi_1^+ \quad \phi_2^+) \cdot \begin{pmatrix} \Sigma_{a,1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{a,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \\
&= \phi_1^+ \cdot \Sigma_{a,1} \cdot \phi_1 + \phi_2^+ \cdot \Sigma_{a,2} \cdot \phi_2 \\
&= (\phi_1 \quad \phi_2) \cdot \begin{pmatrix} \Sigma_{a,1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{a,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} \\
&= \langle \bar{\Phi} \cdot \mathbf{A}_a^+ \bar{\Phi}^+ \rangle
\end{aligned} \tag{3.2.7}$$

吸収反応は(3.2.7)式のような随伴関係を持ち、吸収反応の随伴演算子  $\mathbf{A}_a^+$  は(3.2.8)式で表される。

$$\mathbf{A}_a^+ = \begin{pmatrix} \Sigma_{a,1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{a,2} \end{pmatrix} \tag{3.2.8}$$

吸収反応の演算子の(3.2.6)式と随伴演算子の(3.2.8)式は同じである。このような関係を自己随伴と呼ぶ。

次に、散乱反応を例に説明する。散乱反応の演算子  $\mathbf{A}_s$  は(3.2.9)式のように表される。

$$\mathbf{A}_s = \begin{pmatrix} \Sigma_{s,1 \rightarrow 1} & \Sigma_{s,2 \rightarrow 1} \\ \Sigma_{s,1 \rightarrow 2} & \Sigma_{s,2 \rightarrow 2} \end{pmatrix} \tag{3.2.9}$$

よって、随伴関係の(3.2.5)式は(3.2.10)式のように表される。

$$\begin{aligned}
\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}_s \bar{\Phi} \rangle &= (\phi_1^+ \quad \phi_2^+) \cdot \begin{pmatrix} \Sigma_{s,1 \rightarrow 1} & \Sigma_{s,2 \rightarrow 1} \\ \Sigma_{s,1 \rightarrow 2} & \Sigma_{s,2 \rightarrow 2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \\
&= \phi_1^+ \cdot \Sigma_{s,1 \rightarrow 1} \cdot \phi_1 + \phi_1^+ \cdot \Sigma_{s,2 \rightarrow 1} \cdot \phi_2 + \phi_2^+ \cdot \Sigma_{s,1 \rightarrow 2} \cdot \phi_1 + \phi_2^+ \cdot \Sigma_{s,2 \rightarrow 2} \cdot \phi_2 \\
&= (\phi_1 \quad \phi_2) \cdot \begin{pmatrix} \Sigma_{s,1 \rightarrow 1} & \Sigma_{s,1 \rightarrow 2} \\ \Sigma_{s,2 \rightarrow 1} & \Sigma_{s,2 \rightarrow 2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} \\
&= \langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}_s^+ \bar{\Phi} \rangle
\end{aligned} \tag{3.2.10}$$

散乱反応は(3.2.10)式のような随伴関係を持ち、散乱反応の随伴演算子  $\mathbf{A}_s^+$  は(3.2.11)式で表される。

$$\mathbf{A}_s^+ = \begin{pmatrix} \Sigma_{s,1 \rightarrow 1} & \Sigma_{s,1 \rightarrow 2} \\ \Sigma_{s,2 \rightarrow 1} & \Sigma_{s,2 \rightarrow 2} \end{pmatrix} \tag{3.2.11}$$

散乱反応の随伴演算子の(3.2.11)式は演算子の(3.2.9)式を転置したものとなっていることがわかる。以上からわかるように、随伴演算子は演算子の転置行列となる。そのため、演算子が対称行列ならば自己随伴の性質を持つということになる。

さて、随伴中性子束の計算方法について説明する。まずは中性子束の計算方法について説明する。中性子束は(3.2.1)式の拡散方程式に従う。

$$\left( \mathbf{A} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \right) \bar{\Phi} = \bar{\mathbf{0}} \tag{再掲} \tag{3.2.1}$$

中性子束は(3.2.1)式を解くことで実効増倍率と共に得られる。これに対して、随伴中性子束は(3.2.12)

式の随伴方程式に従う。

$$\left( \mathbf{A}^+ - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F}^+ \right) \bar{\Phi}^+ = \bar{\mathbf{0}} \quad (3.2.12)$$

随伴中性子束は(3.2.12)式を解くことで実効増倍率と共に得られる。

随伴演算子は演算子の転置行列であるため、中性子束の計算に用いる演算子を転置させて計算するだけで、随伴中性子束を得ることができる。そのため、中性子束の計算に用いる断面積等のうち、散乱断面積の行列を転置させ、生成断面積と核分裂スペクトルを入れ替えることで、同じ計算コードで同じ体系の随伴中性子束を計算することができる。ただし、中性子束と同じ方法で計算を行うことは出来るが、注意すべき点ある。それは計算を行うエネルギー群の順番である。通常、中性子は高速群では下方散乱のみしか存在しないため(熱群では上方散乱も存在する)、計算は高速群から行う。しかし、その体系の随伴中性子束の計算は、散乱行列を転置させることから、上方散乱の多い体系を解くことと同義であり、高速群から計算すると非効率的な計算となる。そのため、随伴中性子束に関してはエネルギー群に関する計算の順番を中性子束とは逆にすることが望ましい。

### 3.3 一般化中性子束・一般化随伴中性子束

本節では、3.4 節で説明する一般化摂動論で必要となる一般化中性子束と一般化随伴中性子束の定義と計算方法について説明する。

一般化中性子束  $\bar{\Gamma}$  と一般化随伴中性子束  $\bar{\Gamma}^+$  の定義式を、それぞれ(3.3.1)式と(3.3.2)式に示す。

$$\left( \mathbf{A} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \right) \bar{\Gamma} = \mathbf{B} \bar{\Gamma} = \bar{\mathbf{S}} \quad (3.3.1)$$

$$\left( \mathbf{A}^+ - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F}^+ \right) \bar{\Gamma}^+ = \mathbf{B}^+ \bar{\Gamma}^+ = \bar{\mathbf{S}}^+ \quad (3.3.2)$$

一見すると(3.3.1)式と(3.3.2)式は定常状態の固有値方程式に外部中性子源の項を加えているため、解が発散するようにも見える。しかし、この源の項には基本モード成分を一切含まないものを設定する。つまり、一般化源  $\bar{\mathbf{S}}$  は随伴中性子束  $\bar{\Phi}^+$  と直交し、一般化随伴源  $\bar{\mathbf{S}}^+$  は中性子束  $\bar{\Phi}$  と直交する。そのため、発散することなく解を得ることができる。

ここで、一般化中性子束を例に計算方法について説明する。一般化中性子束はノイマン級数の和として計算することができる。これは外部中性子源の項のみを生成項としたバランス式から得られる一般化中性子束を第0世代とし、次の世代以降は、前の世代の一般化中性子束による核分裂を生成項としたバランス式を解くことで各世代の一般化中性子束を計算し、それらの和を求めることで一般化中性子束を計算する方法である。なお、ホテリング法<sup>[22][23]</sup>などの他の計算理論もある。一般化中性子束をノイマン級数で展開すると、(3.3.3)式から(3.3.5)式で計算することができる。

$$\bar{\Gamma} = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{\Gamma}_n \quad (3.3.3)$$

$$\mathbf{A} \bar{\Gamma}_0 = \bar{\mathbf{S}} \quad (n=0) \quad (3.3.4)$$

$$\mathbf{A} \bar{\Gamma}_n = \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \bar{\Gamma}_{n-1} \quad (n \geq 1) \quad (3.3.5)$$

しかし、(3.3.3)式から(3.3.5)式を用いて得られる一般化中性子束には、 $\mathbf{B} \bar{\Gamma} = \bar{\mathbf{0}}$  を満たす解が、数値計

算上の丸め誤差等により含まれている可能性がある。前の世代の一般化中性子束で生じた計算誤差は次の世代の一般化随伴中性子束に悪影響を与え、一般化随伴中性子束に基本モード成分が含まれていると計算が発散する。そのため、この $\mathbf{B}\vec{\Gamma} = \vec{0}$ を満たす解である中性子束を一般化中性子束から差し引く必要がある。そこで、一般化中性子束の性質を利用し、不要な中性子束成分を取り除く。一般化中性子束は(3.3.6)式と(3.3.7)式のような性質を持つ。

$$\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\vec{\Gamma} \rangle = 0 \quad (3.3.6)$$

$$\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\vec{\Gamma} \rangle = 0 \quad (3.3.7)$$

これらの性質は、以下の関係から導かれる。まず、(3.3.4)式の両辺に随伴中性子束 $\vec{\Phi}^+$ をかけ、全位相空間で積分し、一般化源と随伴中性子束の直交性を用いると、

$$\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\vec{\Gamma}_0 \rangle = \langle \vec{\Phi}^+ \cdot \vec{S} \rangle = 0 \quad (3.3.8)$$

次に、随伴方程式の(3.2.12)式の両辺に第0世代目の一般化中性子束をかけ、全位相空間で積分すると、

$$\begin{aligned} \left\langle \vec{\Gamma}_0 \cdot \left( \mathbf{A}^+ - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F}^+ \right) \vec{\Phi}^+ \right\rangle &= \vec{\Gamma}_0 \cdot \vec{0} \\ \left\langle \vec{\Gamma}_0 \cdot \left( \mathbf{A}^+ - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F}^+ \right) \vec{\Phi}^+ \right\rangle &= 0 \\ \left\langle \vec{\Gamma}_0 \cdot \mathbf{A}^+ \vec{\Phi}^+ \right\rangle &= \left\langle \vec{\Gamma}_0 \cdot \mathbf{F}^+ \vec{\Phi}^+ \right\rangle \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

随伴関係を用いて変形し、(3.3.8)式を代入すると、

$$\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\vec{\Gamma}_0 \rangle = \langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\vec{\Gamma}_0 \rangle = 0 \quad (3.3.10)$$

最後に、(3.3.5)式の両辺に随伴中性子束 $\vec{\Phi}^+$ をかけ、全位相空間で積分すると、

$$\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\vec{\Gamma}_n \rangle = \frac{1}{k} \cdot \langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\vec{\Gamma}_{n-1} \rangle \quad (3.3.11)$$

以上の関係から、任意の世代 $n$ の一般化中性子束は(3.3.12)式を満たす。

$$\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\vec{\Gamma}_n \rangle = \langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\vec{\Gamma}_n \rangle = 0 \quad (3.3.12)$$

一般化中性子束は(3.3.3)式で表されるので、各世代を足し合わせると、

$$\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\vec{\Gamma} \rangle = 0 \quad (\text{再掲}) \quad (3.3.6)$$

$$\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\vec{\Gamma} \rangle = 0 \quad (\text{再掲}) \quad (3.3.7)$$

となることがわかる。さて、一般化中性子束の性質の導出で示した(3.3.12)式の関係を用いて式変形を行う。ある世代 $n$ において、計算によって得られる一般化中性子束 $\varepsilon$ と真の一般化中性子束 $\vec{\Gamma}$ 、不要成分となる中性子束 $\vec{\Phi}$ の関係は係数 $\alpha$ を用いて(3.3.13)式のように表せる。

$$\vec{\Gamma}_n = \vec{\varepsilon}_n - \alpha_n \cdot \vec{\Phi} \quad (3.3.13)$$

一般化中性子束の性質の(3.3.12)式に(3.3.13)式を代入すると、

$$\begin{aligned} \langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\varepsilon}_n \rangle - \alpha_n \cdot \langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle &= 0 \\ \alpha_n &= \frac{\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\varepsilon}_n \rangle}{\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

(3.3.13)式に(3.3.14)式を代入すると、

$$\vec{\Gamma}_n = \vec{\varepsilon}_n - \frac{\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\varepsilon}_n \rangle}{\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} \cdot \vec{\Phi} \quad (3.3.15)$$

以上から、ある世代の一般化中性子束の計算を行った後に、(3.3.15)式を用いて不要成分を差し引いた上で、次の世代を計算することで、丸め誤差などの影響を抑えた一般化中性子束を得ることができる。計算によって得られる一般化中性子束  $\varepsilon$  と真の一般化中性子束  $\Gamma$  を区別して、計算式を再度示す。

$$\vec{\Gamma} = \sum_{n=0}^{\infty} \vec{\Gamma}_n \quad (\text{再掲}) \quad (3.3.3)$$

$$\mathbf{A} \vec{\varepsilon}_0 = \vec{S} \quad (n=0) \quad (3.3.16)$$

$$\mathbf{A} \vec{\varepsilon}_n = \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \vec{\Gamma}_{n-1} \quad (n \geq 1) \quad (3.3.17)$$

$$\vec{\Gamma}_n = \vec{\varepsilon}_n - \frac{\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\varepsilon}_n \rangle}{\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} \cdot \vec{\Phi} \quad (\text{再掲}) \quad (3.3.15)$$

一般化随伴中性子束も同様の手順で計算式を求めることができる。以下に計算式のみを示す。

$$\vec{\Gamma}^+ = \sum_{n=0}^{\infty} \vec{\Gamma}_n^+ \quad (3.3.18)$$

$$\mathbf{A}^+ \vec{\varepsilon}_0^+ = \vec{S}^+ \quad (n=0) \quad (3.3.19)$$

$$\mathbf{A}^+ \vec{\varepsilon}_n^+ = \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F}^+ \vec{\Gamma}_{n-1}^+ \quad (n \geq 1) \quad (3.3.20)$$

$$\vec{\Gamma}_n^+ = \vec{\varepsilon}_n^+ - \frac{\langle \vec{\varepsilon}_n^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle}{\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} \cdot \vec{\Phi}^+ \quad (3.3.21)$$

(3.3.3)式と(3.3.15)式から(3.3.21)式を用いることで、一般化中性子束と一般化随伴中性子束を計算することができる。

### 3.4 一般化摂動論を用いた感度係数

本節では、一般化摂動論を用いた反応率比と反応度値の感度係数の計算方法について説明する。まず、反応率比の感度係数の導出について説明し、次に、反応度値の感度係数の導出について説明する。反応度値の感度係数の基本的な導出は反応率比と同様だが、一般化随伴中性子束に加えて一般化中性子束も用いるという点が大きく異なる。

#### 3.4.1 反応率比

(3.1.3)式中の  $\delta\vec{\Phi}/\delta\Sigma$  の項を取り除くため、一般化摂動論を用いて式変形を行う。(3.1.3)式を再度示しておく。

$$S = \left\{ \frac{\left\langle \frac{\delta\vec{\Sigma}_1}{\delta\Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta\vec{\Sigma}_2}{\delta\Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} + \frac{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \frac{\delta\vec{\Phi}}{\delta\Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \frac{\delta\vec{\Phi}}{\delta\Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \right\} \cdot \Sigma \quad (\text{再掲}) \quad (3.1.3)$$

まず、一般化随伴源  $\vec{S}^+$  を(3.4.1)式のように定義する。

$$\mathbf{B}^+ \vec{\Gamma}^+ = \vec{S}^+ = \frac{\vec{\Sigma}_1}{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\vec{\Sigma}_2}{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \quad (3.4.1)$$

このような定義としたのは、以降に示すように、(3.1.3)式の右辺第 3,4 項を除去するためである。ここで、両辺に中性子束  $\vec{\Phi}$  をかけ、全位相空間で積分すると、

$$\vec{S}^+ \cdot \vec{\Phi} = \frac{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} = 0 \quad (3.4.2)$$

となり、3.3 節で述べたように、一般化随伴源と中性子束が直交していることが分かる。また、(3.4.1)式の両辺に  $\delta\vec{\Phi}/\delta\Sigma$  をかけ、全位相空間で積分すると、(3.4.3)式に示すように(3.1.3)式の右辺第 3,4 項を含んだ式となる。

$$\left\langle \frac{\delta\vec{\Phi}}{\delta\Sigma} \cdot \mathbf{B}^+ \vec{\Gamma}^+ \right\rangle = \frac{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \frac{\delta\vec{\Phi}}{\delta\Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \frac{\delta\vec{\Phi}}{\delta\Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \quad (3.4.3)$$

(3.4.3)式は以降の導出で使用する。

(3.4.3)式の左辺の取り扱いの説明を行う。ある定常状態の体系に摂動  $\delta\Sigma$  を加えると、演算子は  $\delta\mathbf{B}$ 、中性子束も  $\delta\vec{\Phi}$  だけ変化する。しかし、摂動を加えた後も定常状態であるとする、拡散方程式を満たすので、

$$(\mathbf{B} + \delta\mathbf{B})(\vec{\Phi} + \delta\vec{\Phi}) = \vec{0} \quad (3.4.4)$$

ここで、2 次の微小量である  $\delta\mathbf{B} \cdot \delta\vec{\Phi}$  を無視し、摂動を加える前の定常状態の拡散方程式  $\mathbf{B}\vec{\Phi} = \vec{0}$  を代入すると、

$$\mathbf{B}\delta\vec{\Phi} + \delta\mathbf{B}\vec{\Phi} = \vec{0} \quad (3.4.5)$$

となる(この式変形には実用上問題ない仮定が含まれているが、それについては APPENDIX に記す)。

重み関数として、一般化随伴中性子束  $\vec{\Gamma}^+$  を用いて、全位相空間で積分すると、

$$\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \mathbf{B} \delta \vec{\Phi} \rangle + \langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \delta \mathbf{B} \vec{\Phi} \rangle = 0 \quad (3.4.6)$$

断面積の摂動  $\delta \Sigma$  で割ると、

$$\left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \mathbf{B} \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle = - \left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle \quad (3.4.7)$$

随伴行列の性質を利用して(3.4.7)式の左辺を変形すると、

$$\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{B}^+ \vec{\Gamma}^+ \right\rangle = - \left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle \quad (3.4.8)$$

(3.4.3)式の左辺に(3.4.8)式を代入すると、

$$\frac{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} = - \left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle \quad (3.4.9)$$

よって、感度係数の(3.1.3)式に(3.4.9)式を代入すると、

$$S = \left\{ \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Sigma}_1}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Sigma}_2}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Sigma}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} - \left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \quad (3.4.10)$$

これで感度係数の(3.1.3)式から  $\delta \vec{\Phi} / \delta \Sigma$  の項を取り除くことができた。新たに  $\delta \mathbf{B} / \delta \Sigma$  の項が表れているが、この項は摂動  $\delta \Sigma$  を加えた際の演算子  $\mathbf{B}$  の変化量を表しており、簡単に計算することができる項である。感度係数の(3.4.10)式と、(3.4.1)式で定義される一般化随伴源を用いて計算した一般化随伴中性子束を用いることで、様々な断面積に対する反応率比の感度係数を計算することができる。

ここで、(3.4.10)式に含まれている摂動  $\delta \Sigma$  による演算子の変化  $\delta \mathbf{B}$  の項について説明する。簡単のために、3.2節で示した2群体系を例に説明する。 $\mathbf{B}$  は(3.4.11)式のように表される。

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \quad (3.4.11)$$

$$= \begin{pmatrix} -D_1 \cdot \nabla^2 + \Sigma_{r,1} & -\Sigma_{s,2 \rightarrow 1} \\ -\Sigma_{s,1 \rightarrow 2} & -D_2 \cdot \nabla^2 + \Sigma_{r,2} \end{pmatrix} - \frac{1}{k} \cdot \begin{pmatrix} \chi_1 \cdot \nu \cdot \Sigma_{f,1} & \chi_1 \cdot \nu \cdot \Sigma_{f,2} \\ \chi_2 \cdot \nu \cdot \Sigma_{f,1} & \chi_2 \cdot \nu \cdot \Sigma_{f,2} \end{pmatrix}$$

そのため、高速群の除去断面積  $\Sigma_{r,1}$  に摂動  $\delta \Sigma$  を与えたとすると演算子の変化  $\delta \mathbf{B}$  は(3.4.12)式のようになる。ここで、断面積の変化による拡散係数の変化はないものとした。

$$\delta \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \delta \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{k} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4.12)$$

$$= \begin{pmatrix} \delta \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

よって、(3.4.12)式を断面積の摂動  $\delta \Sigma$  で割ると、

$$\frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4.13)$$

となる。また、高速群の核分裂断面積  $\Sigma_{f,1}$  に摂動  $\delta \Sigma$  を与えたとすると演算子の変化  $\delta \mathbf{B}$  は(3.4.14)式のようなになる。ここでは、断面積の変化による拡散係数の変化はないものとしたが、核分裂断面積の変化による除去断面積の変化は考慮した。

$$\delta \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \delta \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{k} \cdot \begin{pmatrix} \chi_1 \cdot \nu \cdot \delta \Sigma & 0 \\ \chi_2 \cdot \nu \cdot \delta \Sigma & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4.14)$$

よって、(3.4.14)式を断面積の摂動  $\delta \Sigma$  で割ると、

$$\frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{k} \cdot \begin{pmatrix} \chi_1 \cdot \nu & 0 \\ \chi_2 \cdot \nu & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4.15)$$

となる。以上に示したように演算子の変化  $\delta \mathbf{B}$  を計算することで、感度係数を(3.4.10)式から求めることができる。

### 3.4.2 反応度価値

(3.1.5)式中の  $\delta \vec{\Phi} / \delta \Sigma$  の項を取り除くため、一般化摂動論を用いて式変形を行う。(3.1.5)式を再度示しておく。

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{H}_1}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{H}_2}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \\ + \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} + \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \end{array} \right\} \cdot \Sigma \quad (\text{再掲}) \quad (3.1.5)$$

まず、(3.4.16)式の右辺第 3,4 項を除去するために一般化随伴源  $\vec{S}^+$  を以下のように定義する。

$$\mathbf{B}^+ \vec{\Gamma}^+ = \vec{S}^+ = \frac{\mathbf{H}_1^+ \vec{\Phi}^+}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\mathbf{H}_2^+ \vec{\Phi}^+}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \quad (3.4.16)$$

このような定義としたのは、以降に示すように、(3.1.5)式の右辺第 3,4 項を除去するためである。ここで、両辺に中性子束  $\vec{\Phi}$  をかけ、全位相空間で積分し、随伴関係を用いると、

$$\begin{aligned} \left\langle \vec{\Phi} \cdot \vec{S}^+ \right\rangle &= \frac{\left\langle \vec{\Phi} \cdot \mathbf{H}_1^+ \vec{\Phi}^+ \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi} \cdot \mathbf{H}_2^+ \vec{\Phi}^+ \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \\ &= \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.4.17)$$

となり、3.3 節で述べたように、一般化随伴源と中性子束が直交していることがわかる。また、(3.4.16)式の両辺に  $\delta \vec{\Phi} / \delta \Sigma$  をかけ、全位相空間で積分し、随伴関係を用いると、(3.4.18)式に示すように(3.1.5)

式の右辺第 3,4 項を含んだ式となる。

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{B}^+ \vec{\Gamma}^+ \right\rangle &= \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi}^+ \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi}^+ \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \\ &= \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

また、(3.1.5)式の右辺第 5,6 項を除去するために一般化源  $\vec{S}$  を以下のように定義する。

$$\mathbf{B} \vec{\Gamma} = \vec{S} = \frac{\mathbf{H}_1 \vec{\Phi}}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\mathbf{H}_2 \vec{\Phi}}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \quad (3.4.19)$$

ここで、両辺に随伴中性子束  $\vec{\Phi}^+$  をかけ、全位相空間で積分すると、

$$\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \vec{S} \right\rangle = \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} = 0 \quad (3.4.20)$$

となり、3.3 節で述べたように、一般化源と随伴中性子束が直交していることがわかる。また、(3.4.19)式の両辺に  $\delta \vec{\Phi}^+ / \delta \Sigma$  をかけ、全位相空間で積分すると、(3.4.21)式に示すように(3.1.5)式の右辺第 5,6 項を含んだ式となる。

$$\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{B} \vec{\Gamma} \right\rangle = \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} \quad (3.4.21)$$

(3.4.18)式と(3.4.21)式を以降の導出で使用する。(3.4.18)式の左辺の取り扱いは反応率比に関する説明で既に説明し(3.4.7)式として示しているので省略し、(3.4.21)式の左辺の取り扱いのみ説明を行う。

ある定常状態の体系に摂動  $\delta \Sigma$  を加えると、随伴演算子は  $\delta \mathbf{B}^+$ 、随伴中性子束も  $\delta \vec{\Phi}^+$  だけ変化する。しかし、摂動を加えた後も定常状態であるとする、随伴方程式を満たすので、

$$(\mathbf{B}^+ + \delta \mathbf{B}^+) (\vec{\Phi}^+ + \delta \vec{\Phi}^+) = \vec{0} \quad (3.4.22)$$

ここで、2 次の微小量である  $\delta \mathbf{B}^+ \cdot \delta \vec{\Phi}^+$  を無視し、摂動を加える前の定常状態の随伴方程式  $\mathbf{B}^+ \vec{\Phi}^+ = \vec{0}$  を代入すると、

$$\mathbf{B}^+ \delta \vec{\Phi}^+ + \delta \mathbf{B}^+ \vec{\Phi}^+ = \vec{0} \quad (3.4.23)$$

となる。重み関数として、一般化中性子束  $\vec{\Gamma}$  を用いて、全位相空間で積分すると、

$$\left\langle \vec{\Gamma} \cdot \mathbf{B}^+ \delta \vec{\Phi}^+ \right\rangle + \left\langle \vec{\Gamma} \cdot \delta \mathbf{B}^+ \vec{\Phi}^+ \right\rangle = \vec{0} \quad (3.4.24)$$

断面積の摂動  $\delta \Sigma$  で割ると、

$$\left\langle \vec{\Gamma} \cdot \mathbf{B}^+ \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \right\rangle = - \left\langle \vec{\Gamma} \cdot \frac{\delta \mathbf{B}^+}{\delta \Sigma} \vec{\Phi}^+ \right\rangle \quad (3.4.25)$$

随伴行列の性質を利用して(3.4.25)式を変形すると、



$$\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{B} \vec{\Gamma} \right\rangle = - \left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Gamma} \right\rangle \quad (3.4.26)$$

(3.4.21)式の左辺に(3.4.26)式を代入すると、

$$\frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \vec{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} = - \left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Gamma} \right\rangle \quad (3.4.27)$$

また、(3.4.18)式の左辺に(3.4.7)式を代入すると、

$$\frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \frac{\delta \vec{\Phi}}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} = - \left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle \quad (3.4.28)$$

よって、感度係数の(3.4.16)式に(3.4.27)式と(3.4.28)式を代入すると、

$$S = \left\{ \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{H}_1}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{H}_2}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \vec{\Phi} \right\rangle} - \left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle - \left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \vec{\Gamma} \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \quad (3.4.29)$$

これで感度係数の(3.4.16)式から  $\delta \vec{\Phi} / \delta \Sigma$  と  $\delta \vec{\Phi}^+ / \delta \Sigma$  の項を取り除くことが出来た。感度係数の(3.4.29)式と、(3.4.16)式で定義される一般化随伴源を用いて計算した一般化随伴中性子束、(3.4.19)式で定義される一般化源を用いて計算した一般化中性子束を用いることで、様々な断面積に対する反応度値の感度係数を計算することができる。

### 3.5 本研究で用いる感度係数

本節では、実際に計算を行う炉心特性パラメータの感度係数の計算式について説明する。本研究では、共分散の途中計算で必要となる断面積の縮約・均質化の感度係数と、解析対象である実効増倍率、相対出力、制御棒価値の感度係数が必要である。そのため、これらの計算式を以下で導出する。

#### 3.5.1 断面積の縮約・均質化

断面積の縮約・均質化の感度係数の計算式について説明する。縮約・均質化された反応  $x$  の断面積は(2.4.15)式で表される。

$$\Sigma'_{x,I,H} = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} \Sigma_{x,i,h} \cdot \phi_{i,h} \cdot V_h}{\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} \phi_{i,h} \cdot V_h} \quad (\text{再掲}) \quad (2.4.15)$$

ここで、下付き添え字の  $i$  はエネルギー群、 $h$  は領域を示しており、「 $I$ 」は縮約・均質化後を示している。(2.4.15)式は一般化摂動論で取り扱える反応率比の式と同じ形になっているため、この式自身を着目パラメータとすることで一般化摂動論を用いた感度解析を行うことができる。(2.4.15)式を感度係数の着目パラメータとして取り扱いやすい形に書き直すと、

$$\Sigma'_{x,I,H} = \frac{\langle \bar{X}_1 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{X}_2 \bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.1)$$

ここで、

$$\bar{X}_1 = \begin{cases} \Sigma_{x,i,h} \cdot V_h & (i \in I, h \in H) \\ 0 & (i \notin I, h \notin H) \end{cases} \quad \bar{X}_2 = \begin{cases} V_h & (i \in I, h \in H) \\ 0 & (i \notin I, h \notin H) \end{cases}$$

である。反応率比の感度係数の(3.1.2)式の  $\bar{\Sigma}_1$  を  $\bar{X}_1$ 、 $\bar{\Sigma}_2$  を  $\bar{X}_2$  とすればよいことが分かる。以上から、縮約・均質化の感度係数は(3.5.2)式で表される。

$$S(\Sigma'_{x,I,H}) = \left\{ \frac{\left\langle \frac{\partial \bar{X}_1}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{X}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\left\langle \frac{\partial \bar{X}_2}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{X}_2 \bar{\Phi} \rangle} - \left\langle \bar{\Gamma}^+(\Sigma'_{x,I,H}) \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \quad (3.5.2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}^+ &: \text{一般化随伴中性子束} & \mathbf{B} &= \mathbf{A} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \\ \mathbf{A} &: \text{消滅演算子} & \mathbf{F} &: \text{生成演算子} \end{aligned}$$

である。また、計算に用いる一般化随伴源の式は、

$$\mathbf{B}^+ \bar{\Gamma}^+(\Sigma'_{x,I,H}) = \bar{\mathbf{S}}^+(\Sigma'_{x,I,H}) = \frac{\bar{X}_1}{\langle \bar{X}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\bar{X}_2}{\langle \bar{X}_2 \bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.3)$$

である。

2章で説明したように、縮約・均質化の感度係数行列の行数は均質化前の断面積数(非均質体系の物質の種類×反応数×エネルギー群数)、列数は均質化後の断面積数(均質体系の物質の種類×反応数×エネルギー群数)である。そのため、一般化随伴中性子束は後者の数、感度係数は両者の積の数だけ計算する必要がある。

また、仮にこれを直接法で計算することを考えると、断面積を微小変化させた体系における計算回数は前者の数となる。そのため、特定の計算条件(共分散がある物質にしか存在しない、縮約によってエネルギー群数があまり変化しないなど)においては、一般化随伴計算と直接計算の計算量がさほど変わらず、計算が簡単な直接計算による評価のほうが容易になりうる。

### 3.5.2 相対出力

相対出力の感度係数の計算式について説明する。領域  $a$  の相対出力  $RP_a$  を(3.5.4)式のように定義する。本来の相対出力は平均値を 1 に規格化するが、規格化したかどうかによらず相対変化量は変わらないため、(3.5.4)式のように規格化を省略した定義とした。

$$RP_a = \frac{\langle \bar{Y}_1 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{Y}_2 \bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.4)$$

ここで、

$$\bar{Y}_1 = \begin{cases} \sum_{f,h} \cdot V_h & (h = a) \\ 0 & (h \neq a) \end{cases} \quad \bar{Y}_2 = \sum_{f,h} \cdot V_h$$

である。反応率比の感度係数の(3.1.2)式の  $\bar{\Sigma}_1$  を  $\bar{Y}_1$ 、 $\bar{\Sigma}_2$  を  $\bar{Y}_2$  とすればよいことが分かる。以上から、相対出力の感度係数は(3.5.5)式で表される。

$$S(RP_a) = \left\{ \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{Y}_1}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{Y}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{Y}_2}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{Y}_2 \bar{\Phi} \rangle} - \left\langle \bar{\Gamma}^+(RP_a) \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \quad (3.5.5)$$

また、計算に用いる一般化随伴源の式は、

$$\mathbf{B}^+ \bar{\Gamma}^+(RP_a) = \bar{S}^+(RP_a) = \frac{\bar{Y}_1}{\langle \bar{Y}_1 \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\bar{Y}_2}{\langle \bar{Y}_2 \bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.6)$$

である。

相対出力の感度係数は、相対出力を計算する領域数と均質化後の断面積数(均質体系の物質の種類×反応数×エネルギー群数)の積だけ計算する必要がある。また、一般化随伴中性子束は相対出力を計算する領域数だけ計算する必要がある。

### 3.5.3 実効増倍率

実効増倍率の感度係数の計算式について説明する。実効増倍率  $k$  は(3.5.7)式のように表される。

$$k = \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.7)$$

反応度値の感度係数の(3.1.4)式の  $\mathbf{H}_1$  を  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{H}_2$  を  $\mathbf{A}$  とすればよいということが分かる。以上から、実効増倍率の感度係数は(3.5.8)式で表される。

$$S(k) = \left\{ \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} - \langle \bar{\Gamma}^+(k) \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \rangle - \langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Gamma}(k) \rangle \right\} \cdot \Sigma \quad (3.5.8)$$

また、計算に用いる一般化随伴源と一般化源の式は、

$$\mathbf{B}^+ \bar{\Gamma}^+(k) = \bar{S}^+(k) = \frac{\mathbf{F}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.9)$$

$$\mathbf{B} \bar{\Gamma}(k) = \bar{S}(k) = \frac{\mathbf{F}\bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}\bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.10)$$

である。ここで、一般化随伴源の(3.5.9)式と一般化源の(3.5.10)式はさらに変形することができる。まず、一般化随伴源の(3.5.9)式を変形する。

$$\begin{aligned} \bar{S}^+(k) &= \frac{\mathbf{F}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \\ &= \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \cdot \frac{\mathbf{F}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \\ &= \frac{1}{k} \cdot \frac{\mathbf{F}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \\ &= -\frac{1}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \cdot \left\{ \left( \mathbf{A}^+ - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F}^+ \right) \bar{\Phi}^+ \right\} \\ &= \bar{\mathbf{0}} \end{aligned} \quad (3.5.11)$$

(3.5.11)式から、一般化随伴中性子束  $\bar{\Gamma}^+(k)$  は  $\mathbf{B}^+ \bar{\Gamma}^+(k) = \bar{\mathbf{0}}$  を解くことで得られる。しかし、(3.5.11)式を解くことで得られる解は随伴中性子束  $\bar{\Phi}^+$  である。一般化随伴中性子束は随伴中性子束を除去したものであるため、この時の一般化随伴中性子束  $\bar{\Gamma}^+(k)$  は  $\bar{\mathbf{0}}$  となる。次に、一般化源の(3.5.10)式を変形する。

$$\begin{aligned}
\bar{S}(k) &= \frac{\mathbf{F}\bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}\bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \\
&= \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \cdot \frac{\mathbf{F}\bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}\bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \\
&= \frac{1}{k} \cdot \frac{\mathbf{F}\bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}\bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \\
&= -\frac{1}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \cdot \left\{ \left( \mathbf{A} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \right) \bar{\Phi} \right\} \\
&= \bar{\mathbf{0}}
\end{aligned} \tag{3.5.12}$$

(3.5.12)式から、一般化中性子束 $\bar{\Gamma}(k)$ は一般化随伴中性子束と同様に $\bar{\mathbf{0}}$ となることが分かる。以上を踏まえて、感度係数の(3.5.8)式を変形すると、

$$\begin{aligned}
S(k) &= \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} - \left\langle \bar{\Gamma}^+(k) \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle - \left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Gamma}(k) \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \\
&= \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \cdot \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \right\} \cdot \Sigma \\
&= \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - k \cdot \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \right\} \cdot \Sigma \\
&= -k \cdot \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial}{\partial \Sigma} \left( \mathbf{A} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \right) \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \cdot \Sigma \\
&= -k \cdot \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \cdot \Sigma
\end{aligned} \tag{3.5.13}$$

となる。

実効増倍率の感度係数は、均質化後の断面積数(均質体系の物質の種類×反応数×エネルギー群数)だけ計算する必要がある。また、一般化中性子束や一般化随伴中性子束を計算する必要は無く、基準状態の中性子束と随伴中性子束のみで感度係数を計算できる。

### 3.5.4 制御棒価値

制御棒価値の感度係数の計算式について説明する。制御棒価値の感度係数の計算方法は、制御棒価値の計算方法によって以下の3種類に分けられる。

- 1 : 一般化摂動論に基づく計算式
- 2 : 定義式に基づく計算式<sup>[24]</sup>
- 3 : 厳密摂動に基づく計算式

以下では、1と2について説明し、3の詳細に関しては APPENDIX に記す。

まず、1について説明する。領域  $a$  の制御棒価値  $CRW_a$  は一次摂動論に基づく(3.5.14)式で計算することができる。

$$CRW_a = -\frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.14)$$

ここで、

$\Delta \mathbf{B}_a$  : 制御棒の移動による演算子の変化

である。(3.5.14)式は1次摂動論に基づいているため、2次以降の影響を無視しているという近似を含んでいる。(3.5.14)式より、反応度価値の感度係数の(3.1.4)式の  $\mathbf{H}_1$  を  $\Delta \mathbf{B}_a$ 、 $\mathbf{H}_2$  を  $\mathbf{F}$  とすればよいということが分かる。以上から、制御棒価値の感度係数は(3.5.15)式で表される。

$$S(CRW_a) = \left\{ \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{B}_a}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \cdot \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \cdot \bar{\Phi} \rangle} - \left\langle \bar{\Gamma}^+(CRW_a) \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle - \left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \quad (3.5.15)$$

また、計算に用いる一般化随伴源と一般化源の式は、

$$\mathbf{B}^+ \bar{\Gamma}^+(CRW_a) = \bar{\mathbf{S}}^+(CRW_a) = \frac{\Delta \mathbf{B}_a^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{F}^+ \bar{\Phi}^+}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.16)$$

$$\mathbf{B} \bar{\Gamma}(CRW_a) = \bar{\mathbf{S}}(CRW_a) = \frac{\Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{F} \bar{\Phi}}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \rangle} \quad (3.5.17)$$

である。

次に、2について説明する。制御棒価値の定義式は(3.5.18)式で表される。

$$CRW_a = \frac{1}{k} - \frac{1}{k'} = \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A} \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \bar{\Phi}'^+ \cdot \mathbf{A}' \bar{\Phi}' \rangle}{\langle \bar{\Phi}'^+ \cdot \mathbf{F}' \bar{\Phi}' \rangle} \quad (3.5.18)$$

ここで、「'」は制御棒挿入後の体系を示している。(3.5.18)式には近似が含まれていない。この式を感度係数の(3.1.1)式に代入すると、

$$\begin{aligned}
S(CRW_a) &= \frac{\delta CRW_a}{CRW_a} / \frac{\delta \Sigma}{\Sigma} \\
&= \frac{1}{CRW_a} \cdot \left\{ \frac{\delta CRW_a}{\delta \Sigma} \right\} \cdot \Sigma \\
&= \frac{1}{\frac{1}{k} - \frac{1}{k'}} \cdot \left\{ \frac{\delta}{\delta \Sigma} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k'} \right) \right\} \cdot \Sigma
\end{aligned} \tag{3.5.19}$$

(3.5.19)式では、右辺の括弧内は実効増倍率の逆数の差となっている。そこで、これを着目パラメータとして一般化摂動論を用いる。まず、制御棒引き抜き状態の実効増倍率の逆数に対する感度係数を求める。基本的な式変形は実効増倍率と同様であり、一般化随伴中性子束と一般化中性子束も0となるため、省略してある。

$$\begin{aligned}
S(1/k) &= \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{A}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A} \bar{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{F}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \right\rangle} \right\} \cdot \Sigma \\
S(1/k) &= \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{A}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A} \bar{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \right\rangle} \cdot \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{F}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A} \bar{\Phi} \right\rangle} \right\} \cdot \Sigma \\
S(1/k) &= \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{A}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A} \bar{\Phi} \right\rangle} - \frac{1}{k} \cdot \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{F}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{A} \bar{\Phi} \right\rangle} \right\} \cdot \Sigma \\
S(1/k) &= k \cdot \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \right\rangle} \cdot \Sigma
\end{aligned} \tag{3.5.20}$$

また、(3.5.20)式の左辺を変形すると、

$$\begin{aligned}
S(1/k, \Sigma) &= \frac{\delta \left( \frac{1}{k} \right)}{\frac{1}{k}} / \frac{\delta \Sigma}{\Sigma} \\
\frac{1}{k} \cdot S(1/k, \Sigma) &= \frac{\delta}{\delta \Sigma} \left( \frac{1}{k} \right) \cdot \Sigma
\end{aligned} \tag{3.5.21}$$

(3.5.20)式と(3.5.21)式から、

$$\frac{\delta}{\delta \Sigma} \left( \frac{1}{k} \right) \cdot \Sigma = \frac{1}{k} \left( k \cdot \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \right\rangle} \cdot \Sigma \right) \quad (3.5.22)$$

$$\frac{\delta}{\delta \Sigma} \left( \frac{1}{k} \right) = \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \right\rangle}$$

また、同様に制御棒挿入状態についても求めることができ、

$$\frac{\delta}{\delta \Sigma} \left( \frac{1}{k'} \right) = \frac{\left\langle \bar{\Phi}'^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}'^+ \cdot \mathbf{F}' \bar{\Phi}' \right\rangle} \quad (3.5.23)$$

(3.5.22)式と(3.5.23)式を感度係数の(3.5.19)式に代入すると、

$$S(CRW_a) = \frac{1}{\frac{1}{k} - \frac{1}{k'}} \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}'^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}'^+ \cdot \mathbf{F}' \bar{\Phi}' \right\rangle} \right\} \cdot \Sigma \quad (3.5.24)$$

となる。

最後に、3 について説明する。制御棒値は厳密摂動に基づく(3.5.25)式で表される。

$$CRW_a = \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} \quad (3.5.25)$$

(3.5.25)式は厳密摂動に基づいているため、近似を含んでいない。式変形の詳細は APPENDIX に記すこととし、得られる感度係数の計算式のみ(3.5.26)式に示す。

$$S(CRW_a) = \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \Delta \mathbf{B}_a}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{F}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} - \left\langle \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) \cdot \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle - \left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \quad (3.5.26)$$

また、計算に用いる一般化随伴源と一般化源の式は、

$$\mathbf{B}'^+ \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) = \bar{S}'^+(CRW_a) = \frac{\Delta \mathbf{B}_a^+ \bar{\Phi}^+}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\mathbf{F}^+ \bar{\Phi}^+}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} \quad (3.5.27)$$

$$\mathbf{B} \bar{\Gamma}(CRW_a) = \bar{S}(CRW_a) = \frac{\Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}'}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\mathbf{F} \bar{\Phi}'}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} \quad (3.5.28)$$

となる。



1 が 1 次摂動論に基づいているのに対し、他の手法は近似を含んでいない。そのため、制御棒の移動に伴って中性子束が大きく変化するような熱炉体系では、1 の計算精度は他の手法に比べて非常に悪くなる。また、求める感度係数の量は同じだが、中性子束等の計算量は異なる。そこで、以下で計算量の比較を行う。

1 の計算量は、

$$\text{対象}(\bar{\Phi}, \bar{\Phi}^+) \times \text{条件}(\text{制御棒引き抜き状態}) + \text{対象}(\bar{\Gamma}, \bar{\Gamma}^+) \times \text{条件}(\text{各制御棒挿入状態})$$

2 の計算量は、

$$\text{対象}(\bar{\Phi}, \bar{\Phi}^+) \times \text{条件}(\text{制御棒引き抜き状態} + \text{各制御棒挿入状態})$$

3 の計算量は、

$$\begin{aligned} &\text{対象}(\bar{\Phi}, \bar{\Phi}^+) \times \text{条件}(\text{制御棒引き抜き状態} + \text{各制御棒挿入状態}) \\ &+ \text{対象}(\bar{\Gamma}, \bar{\Gamma}^+) \times \text{条件}(\text{各制御棒挿入状態}) \end{aligned}$$

である。中性子束の計算と一般化中性子束の計算量が同じだとすると、1 と 2 の計算量は同じだが、3 の計算量はそのほぼ倍となっていることが分かる。仮に制御棒挿入位置が 10 種類だとすると、1 と 2 は  $2 \times (1+10)$  の 22 回計算する必要があるのに対し、3 は  $2 \times (1+10) + 2 \times 10$  の 42 回計算する必要があり、計算量に大きな差がある。

そのため、本研究では 2 の計算理論を用いる。また、高速炉の感度解析に用いられている 1 の計算理論との比較も行う。

### 3.6 本章のまとめ

本章では、感度解析に用いる感度係数について説明し、それに付随して随伴中性子束や一般化摂動論についても説明した。さらに、実際に計算を行う断面積の縮約・均質化、相対出力、実効増倍率、制御棒価値の感度係数の具体的な式も示した。さらに、制御棒価値の感度係数については高速炉の感度解析で用いられている計算理論(従来法)、本研究で導入した計算理論、厳密摂動に基づいた計算理論の 3 種類を示し比較を行った。その結果、計算精度と計算量の観点から本研究で導入した計算理論の優位性を確認した。次章以降では、前章と本章で説明した計算理論を用いて実際に計算を行う。

## 第4章 仮想的な体系における検証計算

本章では、2章・3章で説明した計算理論を用いて、熱炉を模擬した簡単な体系で検証計算を行い、計算理論の妥当性を確認する。4.1節では計算体系・計算条件の説明、4.2節では計算フローの詳細の説明、4.3節では炉心計算によって得られる感度係数の検証、4.4節では得られた炉心特性の不確かさ間の相関の検証を行う。

### 4.1 計算体系・計算条件

本節では、本章で用いる計算体系ならびに計算条件について説明する。なお、本検討では2群拡散理論を用いる。図4-1-1に計算体系を示す。この計算体系はIAEA3Dベンチマーク問題<sup>[25]</sup>を参考に作成した。

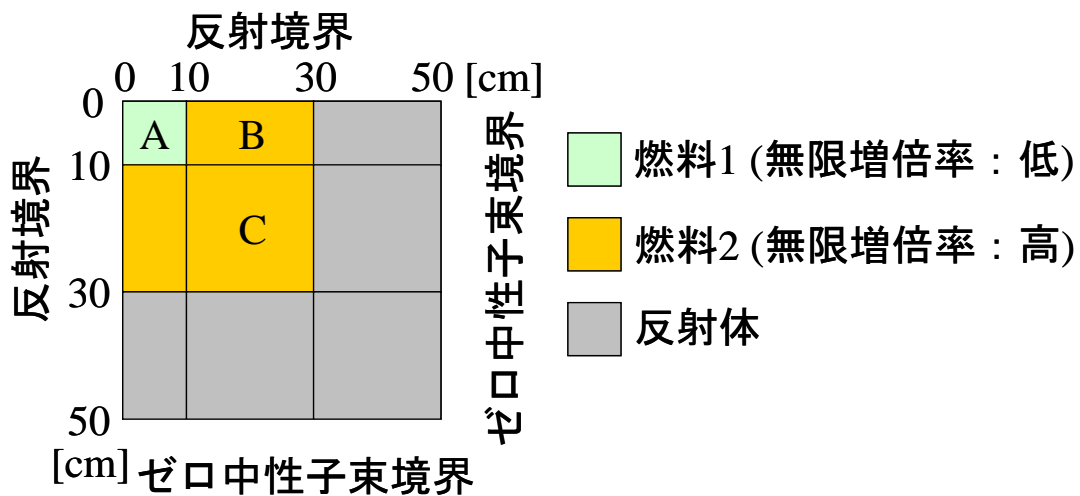


図 4-1-1 炉心計算体系(仮想軽水炉体系)

また、各領域の断面積を表 4-1-1 に示す。

表 4-1-1 各物質の断面積(仮想軽水炉体系)

| 物質  | $D_g$ [cm] | $\Sigma_{a,g}$ [1/cm] | $\Sigma_{f,g}$ [1/cm] | $\nu_g$ | $\Sigma_{s,1 \rightarrow 2}$ [1/cm] |
|-----|------------|-----------------------|-----------------------|---------|-------------------------------------|
| 燃料1 | 1.5000     | 0.0100                | 0.0000                | 2.0000  | 0.0200                              |
|     | 0.4000     | 0.0850                | 0.0675                | 2.0000  |                                     |
| 燃料2 | 1.5000     | 0.0100                | 0.0000                | 2.0000  | 0.0200                              |
|     | 0.4000     | 0.0800                | 0.0675                | 2.0000  |                                     |
| 反射体 | 2.0000     | 0.0000                | 0.0000                | 2.0000  | 0.0400                              |
|     | 0.3000     | 0.0100                | 0.0000                | 2.0000  |                                     |
| 制御棒 |            | +0.0450               |                       |         |                                     |

ここで、

$D_g$  :  $g$  群の拡散係数

$\Sigma_{a,g}$  :  $g$  群の吸収断面積

$\Sigma_{f,g}$  :  $g$  群の核分裂断面積

$\nu_g$  :  $g$  群の平均発生中性子数

$\Sigma_{s,1 \rightarrow 2}$  : 1 群から 2 群の散乱断面積

である。

また、この計算体系で使した断面積の共分散行列は核データライブラリから得ておらず、以下の条件を仮定した。

条件 1 : 燃料 2 の熱群の吸収断面積と核分裂断面積の不確かさのみ 1% で、それらの相関はなし

条件 2 : 燃料 2 の熱群の吸収断面積と核分裂断面積の不確かさのみ 1% で、それらの相関が 0.5

条件 3 : 燃料 1 と燃料 2 の熱群の核分裂断面積の不確かさのみ 1% でそれらの相関が 0.5

ここで、核分裂断面積の不確かさというのは、吸収断面積にも影響を与える。つまり、核分裂断面積が変化した際に、その量に応じて吸収断面積も変化するということである。

さて、以下の検証では上記の計算条件を基に、検証内容によって計算条件の追加・変更を適宜行うことで、各検証に適した条件で検証を行う。

## 4.2 計算フロー

本節では、本検討で用いる計算フローを説明する。本検討では、既に炉心計算に用いる断面積とその共分散が与えられているため、2 章で説明した多段階の計算を必要としない。そのため、炉心特性の共分散は(4.2.1)式で計算される。

$$\mathbf{C}(P) = \mathbf{S}^T(P, \Sigma) \cdot \mathbf{C}(\Sigma) \cdot \mathbf{S}(P, \Sigma) \quad (4.2.1)$$

ここで、

$\mathbf{C}(P)$  : 炉心特性パラメータ(実効増倍率、相対出力、制御棒価値)の相対共分散行列

$\mathbf{C}(\Sigma)$  : 断面積の相対共分散行列

$\mathbf{S}(P, \Sigma)$  : 断面積に対する炉心特性の感度係数行列

であり、

$$\mathbf{C}(P) = \begin{pmatrix} \text{Cov}\left(\frac{\delta k}{k}, \frac{\delta k}{k}\right) & \text{Cov}\left(\frac{\delta k}{k}, \frac{\delta RP_A}{RP_A}\right) & \dots & \text{Cov}\left(\frac{\delta k}{k}, \frac{\delta CRW_A}{CRW_A}\right) & \dots \\ \text{Cov}\left(\frac{\delta RP_A}{RP_A}, \frac{\delta k}{k}\right) & \text{Cov}\left(\frac{\delta RP_A}{RP_A}, \frac{\delta RP_A}{RP_A}\right) & \dots & \text{Cov}\left(\frac{\delta RP_A}{RP_A}, \frac{\delta CRW_A}{CRW_A}\right) & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}\left(\frac{\delta CRW_A}{CRW_A}, \frac{\delta k}{k}\right) & \dots & \dots & \text{Cov}\left(\frac{\delta CRW_A}{CRW_A}, \frac{\delta CRW_A}{CRW_A}\right) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (4.2.2)$$

$$\mathbf{C}(\Sigma) = \begin{pmatrix} \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,1}^1}{\Sigma_{a,1}^1}, \frac{\delta\Sigma_{a,1}^1}{\Sigma_{a,1}^1}\right) & \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,1}^1}{\Sigma_{a,1}^1}, \frac{\delta\Sigma_{a,2}^1}{\Sigma_{a,2}^1}\right) & \cdots & \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,1}^1}{\Sigma_{a,1}^1}, \frac{\delta\Sigma_{a,1}^2}{\Sigma_{a,1}^2}\right) & \cdots \\ \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,2}^1}{\Sigma_{a,2}^1}, \frac{\delta\Sigma_{a,1}^1}{\Sigma_{a,1}^1}\right) & \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,2}^1}{\Sigma_{a,2}^1}, \frac{\delta\Sigma_{a,2}^1}{\Sigma_{a,2}^1}\right) & \ddots & & \\ \vdots & & & & \\ \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,1}^2}{\Sigma_{a,1}^2}, \frac{\delta\Sigma_{a,1}^1}{\Sigma_{a,1}^1}\right) & & & \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,1}^2}{\Sigma_{a,1}^2}, \frac{\delta\Sigma_{a,1}^2}{\Sigma_{a,1}^2}\right) & \\ \vdots & & & & \ddots \end{pmatrix} \quad (4.2.3)$$

$$\mathbf{S}(P, \Sigma) = \begin{pmatrix} S(k, \Sigma_{a,1}^1) & S(RP_A, \Sigma_{a,1}^1) & \cdots & S(CRW_A, \Sigma_{a,1}^1) & \cdots \\ S(k, \Sigma_{a,2}^1) & S(RP_A, \Sigma_{a,2}^1) & \cdots & S(CRW_A, \Sigma_{a,2}^1) & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ S(k, \Sigma_{a,1}^2) & S(RP_A, \Sigma_{a,1}^2) & \cdots & S(CRW_A, \Sigma_{a,1}^2) & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \end{pmatrix} \quad (4.2.4)$$

各行列は(4.2.2)式から(4.2.4)式のような形となっている。ここで、

$k$  : 実効増倍率

$RP_A$  : 領域  $A$  の相対出力

$CRW_A$  : 領域  $A$  の制御棒価値

$\Sigma_{a,i}^k$  : 燃料  $k$  の  $i$  群の吸収断面積

である。各感度係数は、3章で説明した計算を図 4-1-1 に示す炉心体系で行うことで得ることができる。また、各条件における共分散を明記すると、

$$\mathbf{C}(\Sigma) = \begin{cases} 1[\%^2] = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,2}^2}{\Sigma_{a,2}^2}, \frac{\delta\Sigma_{a,2}^2}{\Sigma_{a,2}^2}\right) = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}, \frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}\right) & \text{(条件 1)} \\ 0 \end{cases} \quad (4.2.5)$$

$$\mathbf{C}(\Sigma) = \begin{cases} 1[\%^2] = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,2}^2}{\Sigma_{a,2}^2}, \frac{\delta\Sigma_{a,2}^2}{\Sigma_{a,2}^2}\right) = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}, \frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}\right) \\ 0.5[\%^2] = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{a,2}^2}{\Sigma_{a,2}^2}, \frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}\right) = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}, \frac{\delta\Sigma_{a,2}^2}{\Sigma_{a,2}^2}\right) & \text{(条件 2)} \\ 0 \end{cases} \quad (4.2.6)$$

$$\mathbf{C}(\Sigma) = \begin{cases} 1[\%]^2 = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{f,2}^1}{\Sigma_{f,2}^1}, \frac{\delta\Sigma_{f,2}^1}{\Sigma_{f,2}^1}\right) = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}, \frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}\right) \\ 0.5[\%]^2 = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{f,2}^1}{\Sigma_{f,2}^1}, \frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}\right) = \text{Cov}\left(\frac{\delta\Sigma_{f,2}^2}{\Sigma_{f,2}^2}, \frac{\delta\Sigma_{f,2}^1}{\Sigma_{f,2}^1}\right) \text{ (条件 3)} \\ 0 \end{cases} \quad (4.2.7)$$

となる。以下では、上記の計算フローに基づいて炉心特性の不確かさ間の相関について計算を行う。

### 4.3 感度係数の検証

本節では、炉心特性の不確かさ間の相関の検証をする前に、計算に用いる炉心特性の感度係数の検証を行う。まず、参照解として用いる直接計算の計算方法について説明する。直接計算とはその名のとおりに、摂動を加えた後の体系で中性子束・実効増倍率を再計算することで、感度係数を求める方法であり、(4.3.1)式で求められる。

$$S(P, \Sigma) = \frac{P(\Sigma + \Delta\Sigma) - P(\Sigma - \Delta\Sigma)}{2 \cdot P(\Sigma)} \cdot \frac{\Delta\Sigma}{\Sigma} \quad (4.3.1)$$

ここで、

$P(\Sigma)$  : 断面積  $\Sigma$  を用いた際の炉心特性パラメータの計算結果

$\Delta\Sigma$  : 与えた摂動量

である。(4.3.1)式は摂動  $\Delta\Sigma$  の大きさによって得られる感度係数が異なる。これは、本来非線形な感度係数を線形と仮定しており、さらに数値計算による丸め誤差があることによる。これらの影響を評価するため、(4.3.2)式で定義する摂動比  $P_{ratio}$  を感度係数の計算精度を評価するための1つの指標として用いる。

$$P_{ratio} = \frac{\Delta\Sigma}{\Sigma} \quad (4.3.2)$$

直接計算は摂動比によって感度係数が変わるが、一般化摂動計算で得られた感度係数は、摂動比には依存しない。これは一般化摂動論に基づく感度係数の計算式には摂動量に依存する項が無いことによる。

以下では、大きく分けて3つの検証を行う。

#### (1) 摂動比の影響の検証

上記のように、直接計算によって得られる感度係数は摂動比によって変化する。一方、一般化摂動論に基づく感度係数の計算では、断面積が微小変化することを仮定している。そのため、摂動比が小さいほど両者は一致するはずであり、これを検証する。

#### (2) 各炉心特性パラメータに対する感度係数の妥当性の検証

ここでは、一般化摂動論に基づく感度係数と直接計算によって得られる感度係数の比較を行い、さらに、得られた感度係数が断面積の摂動に関して、物理的に考察される炉心特性の変化と一致しているかを確認する。

#### (3) 異なる手法によって得られる制御棒価値の感度係数の比較

3章で説明したとおり、本研究で用いる計算手法と高速炉の制御棒価値の感度解析で従来用いられ

ている計算手法は異なる。そのため、これらの計算手法によって得られる制御棒価値の感度係数の比較を行う。

(1),(2)については4.3.1で検証を行い、(3)については4.3.2で検証を行う。また、以下では相対差異を用いて検証を行うため、検証を行う前にその定義について説明を行う。手法Aと手法Bの相対差異Dは、(4.3.3)式で定義される。

$$D = \frac{P_A - P_B}{P_B} \quad (4.3.3)$$

ここで、

$P_A$  : 手法Aによって得られた計算結果である。

#### 4.3.1 炉心特性の感度係数

まず、摂動比の影響を検証する。様々な摂動比において、燃料2の熱群の核分裂断面積に対する各炉心特性パラメータの感度係数を計算した。感度解析で得られた感度係数と直接計算で得られた感度係数の相対差異を表4-3-1に示す。

表 4-3-1 様々な摂動比における燃料2の熱群の核分裂断面積に対する感度解析で得られた感度係数と直接計算で得られた感度係数の相対差異[%]

|       |   | 摂動比[%]    |           |           |           |           |
|-------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|       |   | 1.E+00    | 1.E-01    | 1.E-02    | 1.E-03    | 1.E-04    |
| 実効増倍率 |   | -5.38E-03 | -5.26E-05 | 1.07E-06  | 1.20E-06  | 1.07E-06  |
| 相対出力  | A | -1.05E-02 | -1.04E-04 | 6.53E-07  | 6.26E-07  | 6.53E-07  |
|       | B | -1.08E-02 | -1.09E-04 | -2.11E-07 | -6.29E-07 | -2.11E-07 |
|       | C | -1.02E-02 | -8.74E-05 | 1.50E-05  | 1.52E-05  | 1.50E-05  |
| 制御棒価値 | A | -1.33E-02 | -1.39E-04 | -6.45E-06 | -6.78E-06 | -6.45E-06 |
|       | B | -5.44E-03 | -3.34E-05 | 2.10E-05  | 2.14E-05  | 2.10E-05  |
|       | C | 5.14E-04  | 7.44E-06  | 2.96E-06  | 2.38E-06  | 2.96E-06  |

また、横軸を摂動比、縦軸を感度解析で得られた感度係数と直接計算で得られた感度係数の相対差異の絶対値とした両対数グラフを図4-3-1に示す。凡例の英字は各炉心特性パラメータを評価する領域を表している。

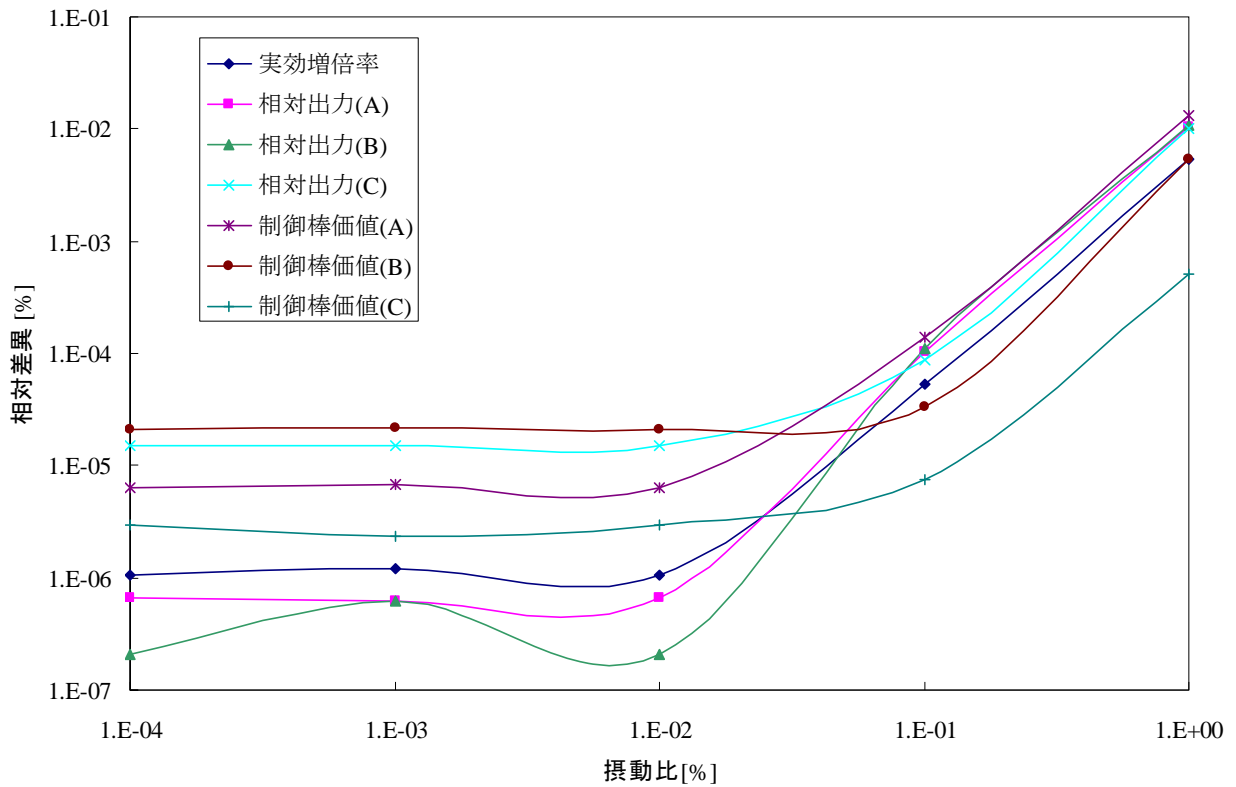


図 4-3-1 様々な摂動比における燃料 2 の熱群の核分裂断面積に対する感度解析で得られた感度係数と直接計算で得られた感度係数の相対差異[%]

図 4-3-1 より、摂動比を小さくしていくと直接計算と感度解析の相対差異が小さくなっていき、摂動比がある程度小さくなった後は、相対差異はほぼ一定となっている。前者については、先ほど説明したように、摂動比が小さくなると、直接計算による感度係数の計算が感度解析の計算の定義に近づいていることによる。後者については、数値計算誤差によるものだと考えられる。断面積の変化に伴って中性子束や実効増倍率も変化するが、断面積の変化量が小さくなるとこれらの変化量も当然小さくなる。しかし、本検討では中性子束の収束判定条件を  $1.0E-10$ 、実効増倍率の収束判定条件を  $1.0E-09$  と固定して計算を行っている。そのため、摂動比が小さくなるにつれて丸め誤差の影響が大きくなり、計算精度の改善が見られなかったと考えられる。以上の結果より、以降の直接計算では摂動比を  $1.0E-03$  として計算を行う。

次に、炉心特性の感度係数の妥当性を検証する。3 種類の断面積(燃料 1 の熱群の核分裂断面積、燃料 2 の熱群の吸収断面積と核分裂断面積)に対する各炉心特性パラメータの感度係数を計算し、感度解析で得られた感度係数と直接計算で得られた感度係数の相対差異と併せて表 4-3-2 に示す。

表 4-3-2 感度解析で得られた各種断面積に対する感度係数と  
その感度係数と直接計算で得られた感度係数の相対差異

|       | 感度係数                  |                       |                       | 相対差異[%]               |                       |                       |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
|       | 燃料1<br>$\Sigma_{f,2}$ | 燃料2<br>$\Sigma_{a,2}$ | 燃料2<br>$\Sigma_{f,2}$ | 燃料1<br>$\Sigma_{f,2}$ | 燃料2<br>$\Sigma_{a,2}$ | 燃料2<br>$\Sigma_{f,2}$ |
| 実効増倍率 | 3.95E-02              | -7.87E-01             | 1.44E-01              | 2.E-06                | -6.E-07               | 1.E-06                |
| 相対出力  | A                     | 5.22E-01              | 1.30E+00              | -5.12E-01             | 4.E-06                | -5.E-06               |
|       | B                     | -7.19E-02             | -8.24E-02             | 6.24E-02              | -5.E-06               | 1.E-05                |
|       | C                     | -1.00E-01             | -3.71E-01             | 1.08E-01              | 3.E-05                | -4.E-05               |
| 制御棒価値 | A                     | 1.56E-04              | 2.31E+00              | -6.95E-01             | 1.E-02                | 6.E-07                |
|       | B                     | -1.10E-01             | 1.65E-01              | -6.28E-01             | -1.E-04               | -5.E-04               |
|       | C                     | -2.78E-01             | -8.08E-01             | -4.92E-01             | -3.E-07               | -3.E-06               |

表 4-3-2 より、相対差異は十分に小さい値となっているが、得られた感度係数の妥当性をさらに検証する。代表として燃料 2 の熱群の核分裂断面積に対する実効増倍率の感度係数について検証する。図 4-3-1 から摂動比が 0.01% より大きい場合は、実効増倍率の感度係数の相対差異は摂動比に比例して大きくなっている。そこで、摂動比が 1,0.1,0.01 の感度係数を計算し、外挿によって摂動比が 0(近似を含まない)の感度係数を求める。3 点における感度係数とそれらの近似曲線を図 4-3-2 に示す。

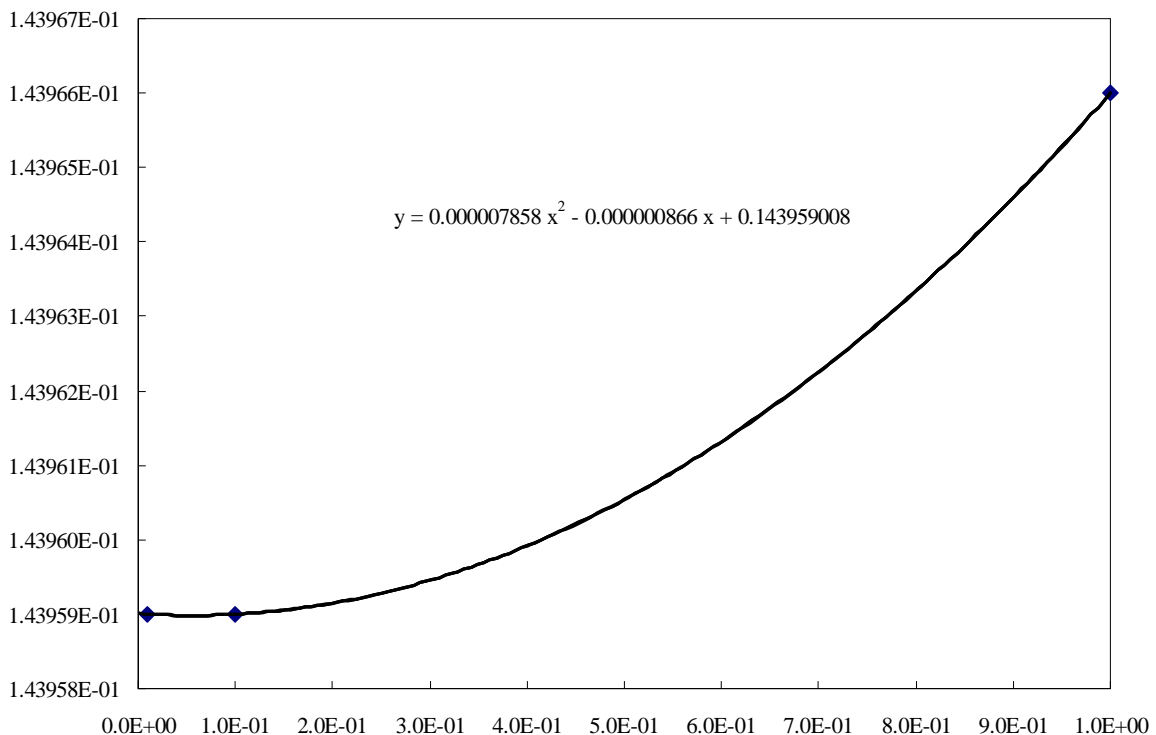


図 4-3-2 摂動比ごとの燃料 2 の熱群の核分裂断面積に対する実効増倍率の感度係数とその近似曲線

図 4-3-2 より、摂動比が 0 の直接計算の感度係数は 0.14395901 であることが分かる。ここで、実効増倍率の収束条件が 1.0E-09 であるため、正負の摂動を与えた実効増倍率の差から得られる感度係数の有効数字は 1.0E-08 のオーダーであると考えられる。また、一般化摂動論によって得られた感度係数と直接計算の計算結果を外挿することによって得られた感度係数の相対差異を計算すると 5.56E-08



となる。以上から、直接計算の計算結果を外挿することによって得られた感度係数の有効数字は  $1.0E-08$  のオーダー、一般化摂動論によって得られた感度係数は実効増倍率の収束条件と同じ  $1.0E-09$  のオーダー、これらの感度係数の相対差異は  $1.0E-08$  のオーダーとなることが分かる。このことから、直接計算の計算結果を外挿することによって得られた感度係数(近似を含んでいない)と一般化摂動論によって得られた感度係数の精度は有効数字の範囲内で一致しており、一般化摂動論の感度係数の計算が正しく行えていることが確認できる。また、燃料 1 の熱群の核分裂断面積に対する領域 A の制御棒価値の相対差異が少し大きな値となっているが、これは感度係数の絶対値が他に比べて 3 桁程度小さな値となっているためであると考えられる。

また、これらの感度係数が断面積を変化させた時の各炉心特性パラメータの物理的挙動と一致しているかを確認する。まず、実効増倍率について検証する。実効増倍率の感度係数は簡単に説明することができる。実効増倍率は体系における生成が増えれば増加し、吸収が増えれば減少する。そのため、核分裂断面積が増えると実効増倍率は増加するが、一方、吸収断面積が増えると実効増倍率は減少する。ここで、表 4-3-2 に示した感度係数を見てみると、核分裂断面積に対する感度係数は正、吸収断面積に対する感度係数は負となっており、物理的挙動と一致していることが分かる。

次に、相対出力について検証する。相対出力は核分裂断面積と中性子束分布から得ることができる。ここで、本計算体系では、核分裂断面積は熱群にしか存在しないため、中性子束分布も熱群の影響が重要となる。そのため、相対出力の感度係数の物理的挙動は、摂動による熱群の核分裂断面積と熱群の中性子束分布への影響から説明することができる。そこで、体系の中性子束分布を図 4-3-3 に示す。

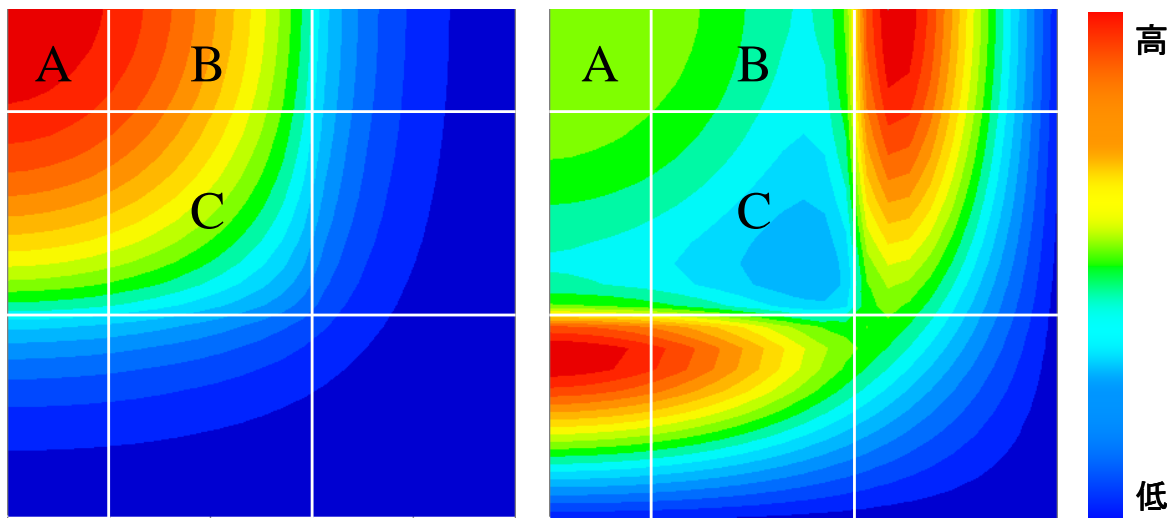


図 4-3-3 体系の中性子束分布(左：高速群、右：熱群)

各種断面積に対する物理的挙動を調べるために、実際に断面積を変化させた際の中性子束変化を計算する。燃料 1 の熱群の核分裂断面積を 1% 増加させた時の中性子束変化を図 4-3-4 に示す。

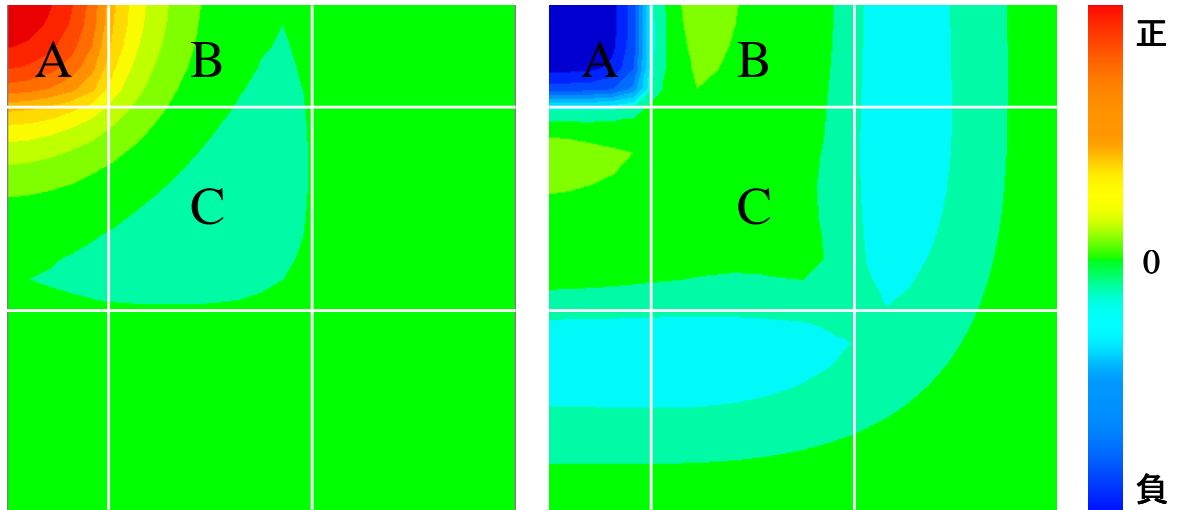


図 4-3-4 燃料 1 の熱群の核分裂断面積を変化させた際の中性子束変化(左：高速群、右：熱群)

図 4-3-4 より、領域 A の熱群の核分裂断面積の増加に伴って熱群の吸収断面積も増加するため、領域 A の熱群の中性子束が減少していることが分かる。しかし、核分裂断面積の増加の影響のほうが大きいため、領域 A の出力は増加する。一方、断面積が変化せず、領域 A の影響もあまり受けない領域 B と領域 C の熱群の中性子束はあまり変化しておらず、出力はほとんど変化しない。そのため、領域 A の相対出力は増加し、領域 B と領域 C の相対出力は減少する。ここで、表 4-3-2 に示した感度係数を見てみると、領域 A の感度係数は正、領域 B と領域 C の感度係数は負となっており、物理的挙動と一致していることが分かる。

燃料 2 の熱群の吸収断面積を 1% 増加させた時の中性子束変化を図 4-3-5 に示す。

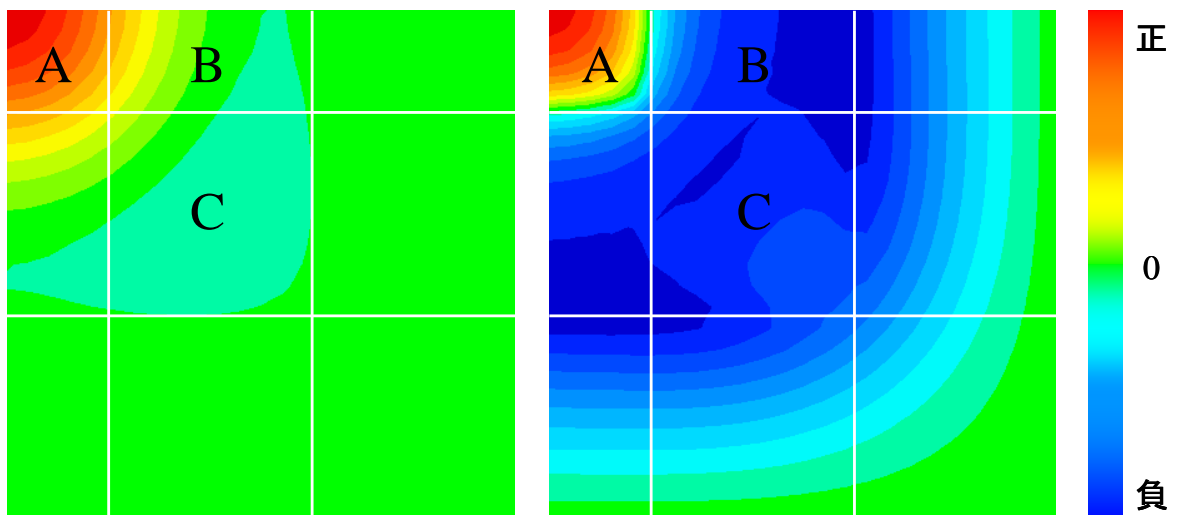


図 4-3-5 燃料 2 の熱群の吸収断面積を変化させた際の中性子束変化(左：高速群、右：熱群)

図 4-3-5 より、燃料 2 の熱群の吸収断面積が増加するため、領域 B と領域 C の熱群の中性子束は減少していることが分かる。また、その影響で相対的に領域 A の熱群の中性子束は増加している。そのため、領域 A の相対出力は増加し、領域 B と領域 C の相対出力は減少する。ここで、表 4-3-2 に示した感度係数を見てみると、領域 A の感度係数は正、領域 B と領域 C の感度係数は負となっており、物

理的挙動と一致していることが分かる。

燃料 2 の熱群の核分裂断面積を 1% 増加させた時の中性子束変化を図 4-3-6 に示す。

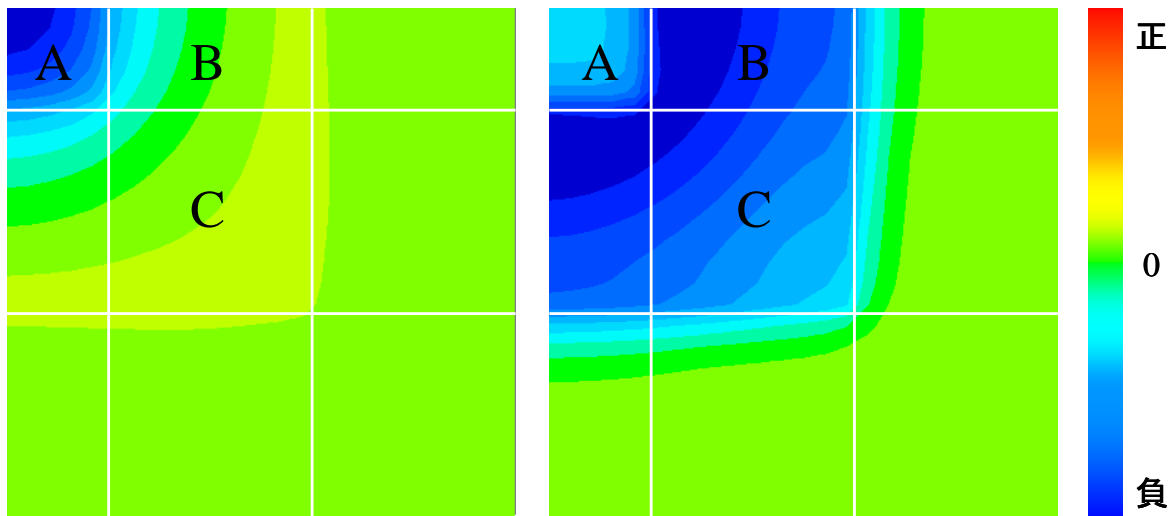


図 4-3-6 燃料 2 の熱群の核分裂断面積を変化させた際の中性子束変化(左：高速群、右：熱群)

図 4-3-6 より、燃料 2 の熱群の核分裂断面積の増加に伴って熱群の吸収断面積が増加するため、領域 B と領域 C の熱群の中性子束が減少していることが分かる。また、それに伴って領域 A の熱群の中性子束も減少している。領域 B と領域 C の熱群の中性子束は減少するが、核分裂断面積の変化の影響のほうが大きいので、領域 B と領域 C の出力は増加する。そのため、領域 A の相対出力は減少し、領域 B と領域 C の相対出力は増加する。ここで、表 4-3-2 に示した感度係数を見てみると、領域 A の感度係数は負、領域 B と領域 C の感度係数は正となっており、物理的挙動と一致していることが分かる。

最後に、制御棒価値について検証する。制御棒価値の定義式を再度示す。

$$CRW_i = \frac{1}{k} - \frac{1}{k'} \quad (\text{再掲}) \quad (3.5.18)$$

ここで、

$CRW_i$  : 領域  $i$  の制御棒価値  $k$  : 実効増倍率

であり、「 $'$ 」は制御棒挿入後の体系ということを示している。さて、制御棒挿入による断面積の変化を  $\Delta k$  とすると、(3.5.18)式は(4.3.4)式のように変形できる。

$$CRW_i = \frac{1}{k} - \frac{1}{k + \Delta k} \quad (4.3.4)$$

そのため、制御棒価値の感度係数の物理的挙動は、摂動による基準体系の実効増倍率への影響と制御棒の移動による実効増倍率への影響から説明できる。まず、前者について説明する。制御棒価値は実効増倍率の逆数の差であり、実効増倍率が大きくなるほど逆数は小さくなる。そのため、制御棒による影響である  $\Delta k$  が同じ場合は、体系の実効増倍率が増加すると、制御棒価値は減少する。これが前者の影響である。次に、後者について説明する。制御棒は核分裂性核種の代わりに中性子を吸収するため、挿入領域の中性子束の影響を大きく受ける。そのため、相対出力に関する説明の際に示した中性子束変化を用いて説明することができ、熱群の中性子束の増減がそのまま制御棒価値の増減となる。

これが後者の影響である。しかし、1つ注意しなければいけない点がある。それは、断面積の摂動による影響は、制御棒の影響に比べはるかに小さく、ある制御棒を挿入した後の中性子束は、制御棒挿入領域の断面積の摂動の影響を受けにくいということである。これについては各感度係数を説明する際に具体例を挙げて説明する。

まず、燃料1の熱群の核分裂断面積に対する感度係数について説明する。表4-3-2から実効増倍率の感度係数は正となっており、前者の影響である実効増倍率の影響は負である。図4-3-4より、領域Aの熱群の中性子束が減少しており、他の領域にはほとんど変化していない。そのため一見すると全ての領域の制御棒価値に対する感度係数が負となりそうだが、実際には領域Aは異なっている。これは、先ほど留意点としてあげたことが原因である。この体系では燃料1は領域Aにしか存在しておらず、領域Aに制御棒を挿入すると領域Aの中性子束は大きく減少し、断面積の不確かさに起因する小さな摂動による中性子束変化の影響は非常に小さくなる。簡単に言い換えると、強吸収体に微量核分裂性物質(断面積の摂動)が追加的に含まれていても大きな影響は出ないということである。その結果、領域Aの制御棒価値の感度係数への影響はほぼ0となり、領域Aの制御棒価値の感度係数は非常に小さくなる。

次に、燃料2の熱群の吸収断面積に対する感度係数について説明する。表4-3-2から実効増倍率の感度係数は負となっており、前者の影響である実効増倍率の影響は正である。図4-3-5より、領域Aの熱群の中性子束は増加しており、他の領域は減少している。先ほどとは異なり、燃料2は複数領域(領域B及び領域C)に存在しており、制御棒を挿入しない領域への摂動による中性子束変化の影響は残り、後者の影響も当然残る。そのため、中性子束変化の影響は、領域Aが正、他の領域が負となる。その結果、これらの兼ね合いから、領域Aの制御棒価値の感度係数は正の値、領域Bは領域Aに比べ小さな正の値、領域Cは負の値となる。

最後に、燃料2の熱群の核分裂断面積に対する感度係数について説明する。表4-3-2から実効増倍率の感度係数は正となっており、前者の影響である実効増倍率の影響は負である。図4-3-6より、全領域において熱群の中性子束は減少しており、中性子束変化の影響も負となる。その結果、全領域の制御棒価値の感度係数は負となる。

ここで、表4-3-2に示した感度係数を見てみると、物理的挙動から説明できる感度係数と傾向が一致していることが分かる。これによって、全ての炉心特性パラメータに対して得られた感度係数は断面積を摂動させた場合の炉心特性パラメータの物理的挙動と一致していることを確認することができた。

#### 4.3.2 制御棒価値の計算手法の違いによる比較

制御棒価値の感度係数の計算手法による精度の比較を行う。3章で説明したとおり、本研究で用いる計算手法と高速炉の感度解析で用いられている計算手法(従来法)は異なる。そのため、これらの計算手法によって得られる感度係数と直接計算の感度係数の比較を行う。

燃料2の熱群の核分裂断面積に対する領域Aの制御棒価値の感度係数を計算した。この際、制御棒価値の大きさの変化に対する感度係数の計算精度の依存性を確認するため、制御棒の断面積を変更して検証を行った。ここで、従来法と本手法の制御棒価値の感度係数の計算式を再度示す。まず、従来法の感度係数の計算式は、

$$S(CRW_a) = \left\{ \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{B}_a}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \cdot \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \cdot \vec{\Phi} \right\rangle} - \left\langle \vec{\Gamma}^+(CRW_a) \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle - \left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle \right\} \cdot \Sigma$$

(再掲) (3.5.15)

次に、本手法の感度係数の計算式は、

$$S(CRW_a) = \frac{1}{\frac{1}{k} - \frac{1}{k'}} \left\{ \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \cdot \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{\Phi}'^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial \Sigma} \vec{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}'^+ \cdot \mathbf{F}' \cdot \vec{\Phi}' \right\rangle} \right\} \cdot \Sigma$$

(再掲) (3.5.24)

である。直接計算、従来法、本手法から得られた制御棒価値の感度係数と、各手法と直接計算の相対差異を表 4-3-3 に示す。

表 4-3-3 制御棒の断面積を変化させた際の制御棒価値の感度係数の比較

|      |         | 制御棒の断面積[1/cm] |         |         |
|------|---------|---------------|---------|---------|
|      |         | 0.045         | 0.0045  | 0.00045 |
| 直接計算 | 感度係数    | -0.695        | -0.692  | -0.689  |
| 従来法  | 感度係数    | -0.689        | -0.689  | -0.689  |
|      | 相対差異[%] | -9.E-01       | -5.E-01 | -6.E-02 |
| 本手法  | 感度係数    | -0.695        | -0.692  | -0.689  |
|      | 相対差異[%] | -7.E-06       | -5.E-05 | -4.E-04 |

表 4-3-3 を見て分かるように、軽水炉の制御棒に近い断面積(0.045)において、従来法で得られた感度係数は、本手法で得られた感度係数に比べ精度が悪い。これは、従来法においては、制御棒の移動による中性子束の変化を十分に模擬できていないためである。熱炉体系では、制御棒の移動に伴って中性子束が大きく変化し、摂動論において 2 次以降の摂動量である制御棒による断面積の変化と中性子束の変化の積の影響が大きくなる。従来法で用いている 1 次摂動論では制御棒の挿入による中性子束の変化を十分に考慮できず、計算精度が悪化する。一方、制御棒の断面積を小さくするにつれて、従来法の精度は向上している。これは、制御棒の挿入による中性子束の変化が小さくなり、先ほど説明した 2 次以降の摂動量の影響が小さくなっていることによる。また、制御棒の断面積を小さくするにつれて本手法の精度が悪くなっているが、これは摂動比の影響と同様に数値計算誤差の影響である。

以上から、制御棒の断面積が大きい場合、本研究で用いる計算手法の方が従来用いられている計算手法より高精度であることが確認できた。実際の炉心特性の不確かさ間の相関への影響は次節で説明する。

#### 4.4 炉心特性の不確かさ間の相関の検証

本節では、炉心特性の不確かさ間の相関の検証を行う。まず、感度解析によって得られた相関関係を、モンテカルロ法による直接サンプリング計算の結果と比較することによって検証する。次に、感度解析によって得られた相関関係が、物理的に考察される炉心特性の変化と一致しているかを確認する。最後に、制御棒価値の感度係数の計算方法が得られる相関関係に与える影響について検証する。

本節では、相関関係を表す相関係数行列を数値と図で説明する。数値の表記方法については省略し、図の表記方法について説明する。図 4-4-1 に表記方法の説明に関する図を示す。

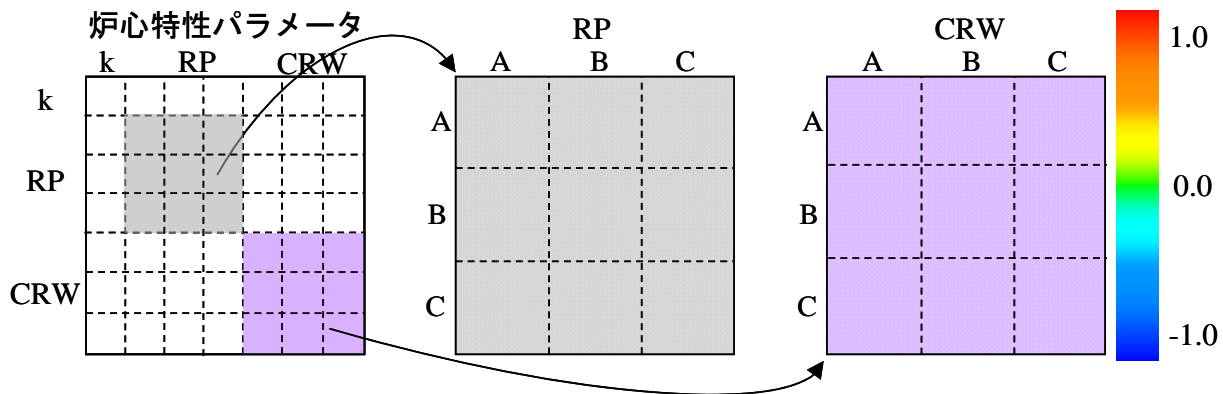


図 4-4-1 相関係数行列の説明用イメージ図

図 4-4-1 に示したように、炉心特性の不確かさ間の相関関係を表す相関係数行列は実効増倍率  $k$ 、相対出力  $RP$ 、制御棒価値  $CRW$  からなっている。また、相関係数の値は右に示したカラーマップに従う。さらに、相対出力の英字と制御棒価値の英字はそれぞれを評価する領域を表している。相関係数行列は対角要素が 1 の対称行列なので、左下三角行列と右上三角行列に異なる 2 つの相関係数行列を表記することができる。そのため、左下三角行列と右上三角行列に異なる計算による結果を示すことで、計算結果の比較を行い易くする。以下ではこの形式に従って相関係数行列の説明を行う。

##### 4.4.1 モンテカルロ計算との比較

一般化摂動論を用いた感度係数と共分散データの感度解析によって得られる炉心特性の不確かさ間の相関関係を、モンテカルロ法による直接サンプリング計算(以下、モンテカルロ計算)の結果と比較することによって検証する。ここで、モンテカルロ計算では共分散を統計処理によって得るため、感度解析を含んでいない。そこで、両者の比較によって感度解析の妥当性を検証する。

検証を行う前に、モンテカルロ計算の計算手法について説明する。モンテカルロ計算では、乱数によって計算に用いる断面積の変化量を決めた上で複数回炉心計算を行い、炉心特性の変化量について得られた結果を統計処理することで、炉心特性の不確かさ(今回は炉心特性の変化量)間の相関係数行列を求める。また、異なる断面積に同時に摂動を与える際に、相関を考慮した乱数を用いることによって、断面積の共分散を考慮することができる。

まず、モンテカルロ計算に用いる断面積の作成方法を説明する。一般的な乱数である一様分布乱数列から相関を有した標準正規分布乱数列の作成方法は、既に 2 章で説明したとおり、(2.2.3)式から(2.2.6)式で表される。

$$F_A = \sqrt{-2 \cdot \ln U_A} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot U_B) \quad (\text{再掲}) \quad (2.2.3)$$

$$F_B = \sqrt{-2 \cdot \ln U_A} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot U_B) \quad (\text{再掲}) \quad (2.2.4)$$

$$x = f(A) \quad (\text{再掲}) \quad (2.2.5)$$

$$y = \alpha \cdot f(A) + \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot f(B) \quad (\text{再掲}) \quad (2.2.6)$$

ここで、

$F$  : 正規分布乱数列の 1 要素

$U$  : 一様分布乱数列の 1 要素

$f$  : 正規分布乱数列( $F$  の集合)

であり、 $x$  と  $y$  は相関係数  $\alpha$  を有する標準正規分布乱数列である。よって、2 種類の断面積へ摂動を与える式は(4.4.1)式と(4.4.2)式ようになる。

$$\Sigma'_1 = \Sigma_1 + \delta \Sigma_1 \cdot x \quad (4.4.1)$$

$$\Sigma'_2 = \Sigma_2 + \delta \Sigma_2 \cdot y \quad (4.4.2)$$

ここで、

$\Sigma'$  : モンテカルロ計算に用いる断面積

$\Sigma$  : 計算条件に示した断面積

$\delta \Sigma$  : 断面積の不確かさ(標準偏差)

である。

次に、各炉心特性パラメータの不確かさ間の相関関係を求める統計処理について説明する。(4.4.1)式と(4.4.2)式から作成された断面積を用いた炉心計算によって得られる炉心特性パラメータを、(2.1.3)式の共分散の定義式に代入することで、炉心特性の共分散を計算することができる。

$$C_{i,j} = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N (i_n - \bar{i}) \cdot (j_n - \bar{j}) \quad (\text{再掲}) \quad (2.1.3)$$

ここで、

$C_{i,j}$  :  $i$  と  $j$  の共分散

$i, j$  : 各種炉心特性パラメータ

$N$  : 標本数

である。

さて、感度解析によって得られる相関関係とモンテカルロ計算によって得られる不確かさ間の相関係数行列を表 4-4-1 から表 4-4-6 と図 4-4-2 から図 4-4-4 に示す。左下三角行列が感度解析によって得られる相関係数行列、右上三角行列がモンテカルロ計算によって得られる相関係数行列である。なお、モンテカルロ計算の標本数は 10000 とした。また、乱数の異なる計算を 10 回行うことで統計誤差を評価した。

表 4-4-1 各計算によって得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 1)

|       |   | 実効増倍率  | 相対出力   |        |        | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       |   |        | A      | B      | C      | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   |        | -0.981 | 0.893  | 0.994  | -0.993 | -0.425 | 0.747  |
| 相対出力  | A | -0.981 |        | -0.963 | -0.996 | 0.997  | 0.591  | -0.606 |
|       | B | 0.893  | -0.963 |        | 0.935  | -0.938 | -0.786 | 0.369  |
|       | C | 0.995  | -0.996 | 0.935  |        | -1.000 | -0.516 | 0.675  |
| 制御棒価値 | A | -0.994 | 0.997  | -0.937 | -1.000 |        | 0.522  | -0.669 |
|       | B | -0.424 | 0.590  | -0.786 | -0.515 | 0.522  |        | 0.284  |
|       | C | 0.747  | -0.605 | 0.367  | 0.674  | -0.668 | 0.286  |        |

左下三角行列：感度解析によって得られた相関係数行列

右上三角行列；モンテカルロ計算によって得られた相関係数行列

表 4-4-2 モンテカルロ計算から得られる相関係数行列の1 $\sigma$  (条件 1)

|       |   | 実効増倍率 | 相対出力  |       |       | 制御棒価値 |       |       |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |   |       | A     | B     | C     | A     | B     | C     |
| 実効増倍率 |   |       | 0.000 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.007 | 0.005 |
| 相対出力  | A |       |       | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.005 | 0.008 |
|       | B |       |       |       | 0.001 | 0.004 | 0.010 |       |
|       | C |       |       |       |       | 0.006 | 0.007 |       |
| 制御棒価値 | A |       |       |       |       | 0.006 | 0.007 |       |
|       | B |       |       |       |       |       | 0.009 |       |
|       | C |       |       |       |       |       |       |       |

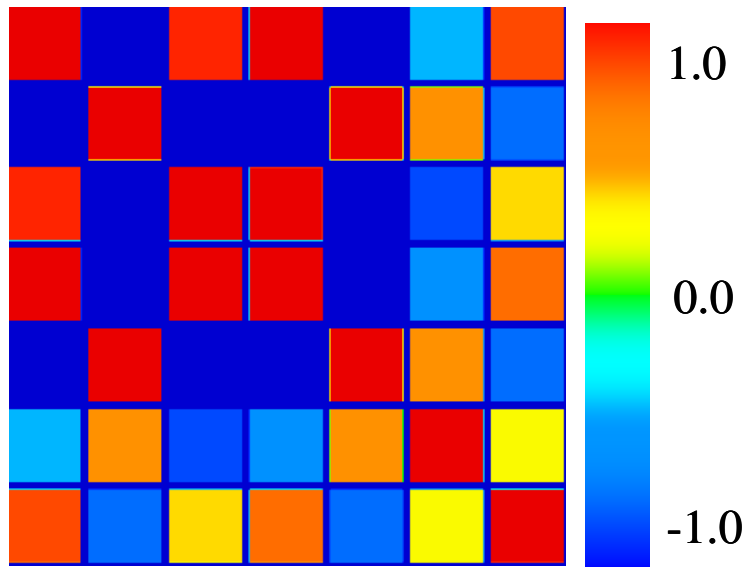


図 4-4-2 各計算によって得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 1)



表 4-4-3 各計算によって得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 2)

|       |   | 実効増倍率  | 相対出力   |        |        | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       |   |        | A      | B      | C      | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   |        | -0.974 | 0.802  | 0.993  | -0.992 | 0.030  | 0.853  |
| 相対出力  | A | -0.974 |        | -0.917 | -0.994 | 0.995  | 0.197  | -0.713 |
|       | B | 0.803  | -0.917 |        | 0.866  | -0.871 | -0.572 | 0.373  |
|       | C | 0.993  | -0.994 | 0.866  |        | -1.000 | -0.085 | 0.787  |
| 制御棒価値 | A | -0.992 | 0.995  | -0.871 | -1.000 |        | 0.094  | -0.781 |
|       | B | 0.094  | 0.133  | -0.518 | -0.021 | 0.030  |        | 0.547  |
|       | C | 0.849  | -0.708 | 0.366  | 0.783  | -0.777 | 0.606  |        |

左下三角行列：感度解析によって得られるた相関係数行列

右上三角行列；モンテカルロ計算によって得られた相関係数行列

表 4-4-4 モンテカルロ計算から得られる相関係数行列の1 $\sigma$  (条件 2)

|       |   | 実効増倍率 | 相対出力  |       |       | 制御棒価値 |       |       |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |   |       | A     | B     | C     | A     | B     | C     |
| 実効増倍率 |   |       | 0.001 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.012 | 0.002 |
| 相対出力  | A |       |       | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.010 | 0.004 |
|       | B |       |       |       | 0.003 | 0.006 | 0.008 | 0.008 |
|       | C |       |       |       |       | 0.011 | 0.003 | 0.003 |
| 制御棒価値 | A |       |       |       |       | 0.011 | 0.003 | 0.003 |
|       | B |       |       |       |       |       | 0.009 | 0.009 |
|       | C |       |       |       |       |       |       | 0.009 |

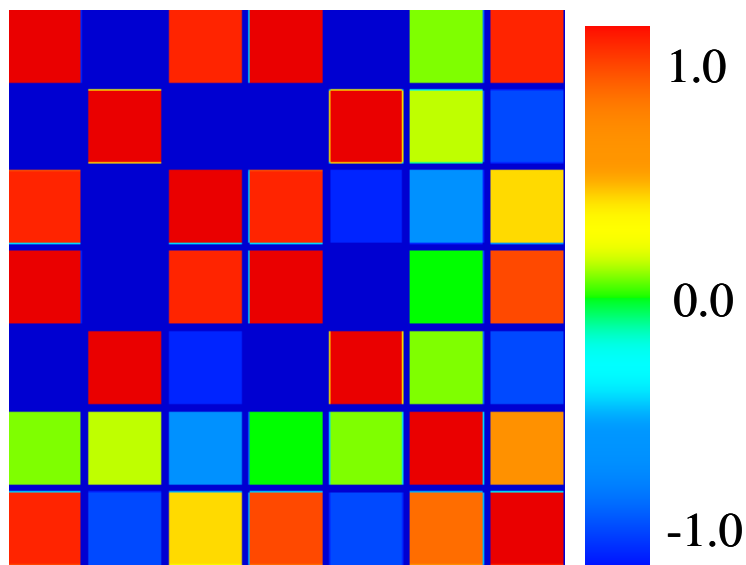


図 4-4-3 各計算によって得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 2)

表 4-4-5 各計算によって得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 3)

|       |   | 実効増倍率  | 相対出力   |        |        | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       |   |        | A      | B      | C      | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   |        | -0.294 | 0.192  | 0.374  | -0.979 | -0.998 | -0.988 |
| 相対出力  | A | -0.295 |        | -0.995 | -0.996 | 0.484  | 0.358  | 0.140  |
|       | B | 0.194  | -0.995 |        | 0.982  | -0.389 | -0.258 | -0.035 |
|       | C | 0.375  | -0.996 | 0.982  |        | -0.556 | -0.436 | -0.223 |
| 制御棒価値 | A | -0.979 | 0.485  | -0.391 | -0.557 |        | 0.990  | 0.934  |
|       | B | -0.998 | 0.359  | -0.260 | -0.437 | 0.990  |        | 0.975  |
|       | C | -0.988 | 0.141  | -0.037 | -0.225 | 0.934  | 0.975  |        |

左下三角行列：感度解析によって得られた相関係数行列

右上三角行列；モンテカルロ計算によって得られた相関係数行列

表 4-4-6 モンテカルロ計算から得られる相関係数行列の1 $\sigma$  (条件 3)

|       |   | 実効増倍率 | 相対出力  |       |       | 制御棒価値 |       |       |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |   |       | A     | B     | C     | A     | B     | C     |
| 実効増倍率 |   |       | 0.007 | 0.007 | 0.007 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 相対出力  | A |       |       | 0.000 | 0.000 | 0.006 | 0.007 | 0.008 |
|       | B |       |       |       | 0.000 | 0.006 | 0.007 | 0.008 |
|       | C |       |       |       |       | 0.005 | 0.006 | 0.007 |
| 制御棒価値 | A |       |       |       |       |       | 0.000 | 0.001 |
|       | B |       |       |       |       |       |       | 0.000 |
|       | C |       |       |       |       |       |       |       |

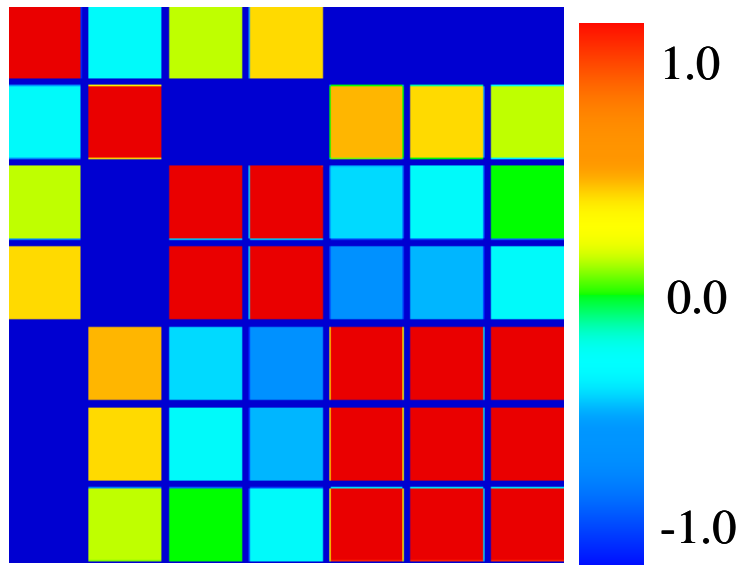


図 4-4-4 各計算によって得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 3)

表 4-4-1 から表 4-4-6 より、感度解析によって得られる相関関係と、モンテカルロ計算によって得られる相関関係は非常に良く似ている。また、モンテカルロ計算の統計誤差は非常に小さく、計算結果が妥当であることが確認できる。一部の相関係数に関しては、感度解析から得られる相関関係がモンテカルロ計算の統計誤差内から外れているが、これは感度解析が 1 次摂動論に基づいているためであり、感度解析と直接計算の差から生じている。しかし、その差は小さく、感度解析の計算結果が妥当であることが確認できた。

#### 4.4.2 物理的考察

感度解析によって得られた相関関係を、断面積の摂動に伴う物理的挙動と比較することによって検証する。ただし、感度係数については既に検討を行っているので、ここでは、得られた相関係数行列が断面積の共分散行列と感度係数からどのようにして得られ、またその性質がどのようなになっているのかについて説明する。

全ての相関係数行列について同様のことが言えるので、代表として条件 1 と条件 2 における実効増倍率と領域 B・C の制御棒価値の相関係数を用いて説明する。表 4-3-2 の感度係数から、断面積が単位%変化した際のこれらの炉心特性パラメータの2つの変化量 $\delta$ は図 4-4-5 のようなベクトルとなる。

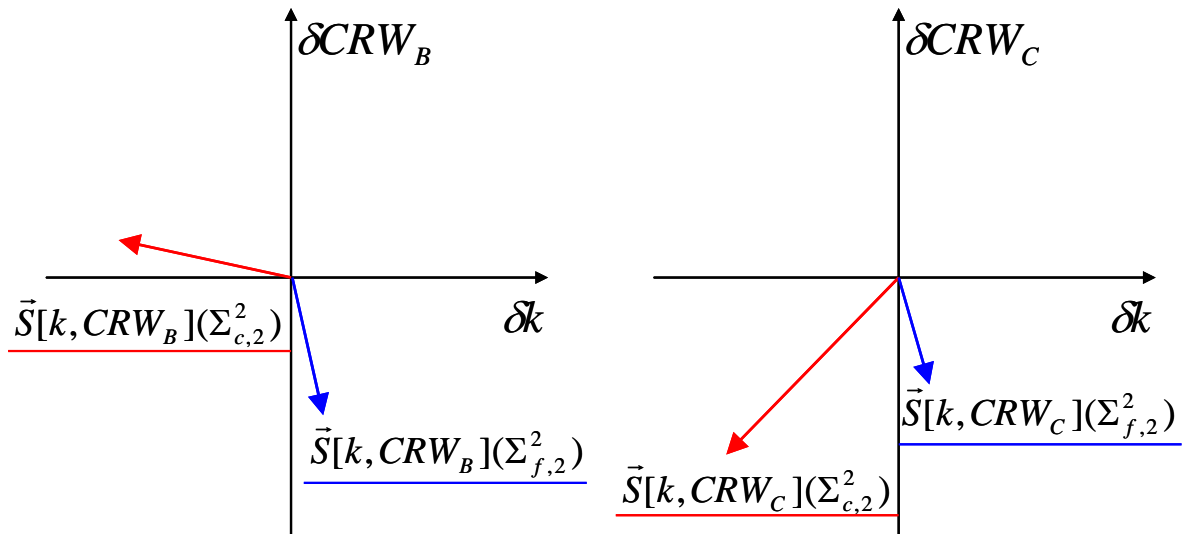


図 4-4-5 ある 2 つの炉心特性パラメータの変化量を示すベクトル

ここで、 $\vec{S}$  は 2 つの炉心特性パラメータに対する感度係数ベクトルで、

$$\vec{S}[k, CRW_B](\Sigma_{c,2}^2) = (S(k, \Sigma_{c,2}^2), S(CRW_B, \Sigma_{c,2}^2)) \quad (4.4.3)$$

のように表されるベクトルである。そのため、断面積の不確かさが標準正規分布に従うとすると(2つの断面積の不確かさは 1%)、分布を表す数列は以下ようになる。これは 2 つのベクトルにある定数(実際には正規分布に従う乱数)をかけた上で足し合わせたものである。

$$\vec{x} = \vec{S}[k, CRW_B](\Sigma_{c,2}^2) \cdot f_\alpha(A) + \vec{S}[k, CRW_B](\Sigma_{f,2}^2) \cdot f_\alpha(B) \quad (4.4.4)$$

$$\vec{y} = \vec{S}[k, CRW_C](\Sigma_{c,2}^2) \cdot f_\alpha(A) + \vec{S}[k, CRW_C](\Sigma_{f,2}^2) \cdot f_\alpha(B) \quad (4.4.5)$$

ここで、

$\vec{x}$  : 実効増倍率と領域 B の制御棒価値の分布数列

$\vec{y}$  : 実効増倍率と領域 C の制御棒価値の分布数列

$f_\alpha(A), f_\alpha(B)$  : 相関係数  $\alpha$  を有する標準正規分布乱数列

である。この  $x$  と  $y$  の数列を統計処理することによって相関係数を得ることができ、グラフにプロットすることで大まかな相関を見ることができる。

(4.4.4)式と(4.4.5)式から相関関係を説明できる。

- 炉心特性間の相関係数の正負

2つのベクトルの傾きから相関係数の正負が分かり、2つのベクトルの傾きが右上がりか左下がりなら正の相関、2つのベクトルの傾きが右下がりか左上がりなら負の相関となる。ただし、これらが混合している場合もあり、この際は2つのベクトルの和の傾きが前述のどちらに相当するかで相関を判別できる。

- 炉心特性間の相関係数の大小

2つのベクトルの傾きが似ている場合は、分布が直線に近くなり、炉心特性間の相関係数も大きくなることがわかる。また、一方のベクトルの大きさがもう一方に比べて非常に小さい場合も、炉心特性間の相関係数も大きくなることがわかる。これは一方のベクトルが感度係数に支配的な影響を持つためである。

- 断面積間の相関が炉心特性間の相関係数に与える影響

断面積間の正の相関が強くなると、2つのベクトルが同じ方向を向いている(ベクトルのなす角が鋭角)と炉心特性の相関が強くなり、逆(ベクトルのなす角が鈍角)だと相関が弱くなることも分かる。これは、断面積の正の相関が強くなると、一方の断面積が正側に变化した場合、もう一方も同様に正側に变化することが多くなる。従って、ベクトルが逆方向を向いていると、互いに打ち消しあう方向に働き、分布の偏りが減少することによる。断面積間の負の相関が強くなると、これとは逆の影響が生じる。

また、個々までの説明では断面積の不確かさが等しいとしていた。しかし、断面積の不確かさが異なる場合は(4.4.4)式と(4.4.5)式のように標準正規分布関数を用いた式となるように、断面積の不確かさの大きさを感度係数に掛け合わせることで、上述と同様の議論を行える。以上に基づいて、炉心特性の相関も求めることができる。

さて、図 4-4-5 を見比べると、左図はどちらも右下がり、右図はベクトルの和が右上がりである。また、どちらもなす角はほぼ等しくあまり鋭くないが、右図のほうは2つのベクトルの大きさの差が大きい。さらに、左図はベクトルが逆方向(ベクトルのなす角が鈍角)を向いており、右図はベクトルが同じ方向(ベクトルのなす角が鋭角)を向いている。このことから、断面積の相関がない場合は、左図は弱い負の相関、右図は強い正の相関だと分かる。次に、断面積に相関があるとすると、左図は相関が弱くなり、右図は相関が強くなることが分かる。ここで、表 4-4-1 と表 4-4-3 の実際の相関関係と比較すると、この傾向と一致していることが確認できる。

#### 4.4.3 制御棒価値の計算手法の違いによる比較

制御棒価値の感度係数の計算手法が得られる相関関係に与える影響について検証する。本研究で用いる計算手法と高速炉の感度解析で用いられている計算手法(従来法)によって得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列を表 4-4-7 から表 4-4-12 と図 4-4-6 から図 4-4-8 に示す。左下三角行列が 4.4.1 で検証を行った相関係数行列、右上三角行列が従来法を用いた感度解析によって得られる相関係数行列である。また、両手法の感度係数の差も併せて示す。

表 4-4-7 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 1)

|       |   | 実効増倍率  | 相対出力   |        |        | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       |   |        | A      | B      | C      | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   |        | -0.981 | 0.893  | 0.995  | -0.995 | 0.173  | 0.648  |
| 相対出力  | A | -0.981 |        | -0.963 | -0.996 | 0.996  | 0.019  | -0.489 |
|       | B | 0.893  | -0.963 |        | 0.935  | -0.934 | -0.288 | 0.236  |
|       | C | 0.995  | -0.996 | 0.935  |        | -1.000 | 0.071  | 0.566  |
| 制御棒価値 | A | -0.994 | 0.997  | -0.937 | -1.000 |        | -0.072 | -0.567 |
|       | B | -0.424 | 0.590  | -0.786 | -0.515 | 0.522  |        | 0.863  |
|       | C | 0.747  | -0.605 | 0.367  | 0.674  | -0.668 | 0.286  |        |

左下三角行列：本研究によって得られた相関係数行列  
 右上三角行列；従来法によって得られた相関係数行列

表 4-4-8 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数の差(条件 1)

|       |   | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|
|       |   | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   | -0.001 | 0.598  | -0.099 |
| 相対出力  | A | -0.001 | -0.571 | 0.116  |
|       | B | 0.003  | 0.498  | -0.132 |
|       | C | 0.000  | 0.586  | -0.108 |
| 制御棒価値 | A |        | -0.594 | 0.101  |
|       | B |        |        | 0.577  |
|       | C |        |        |        |

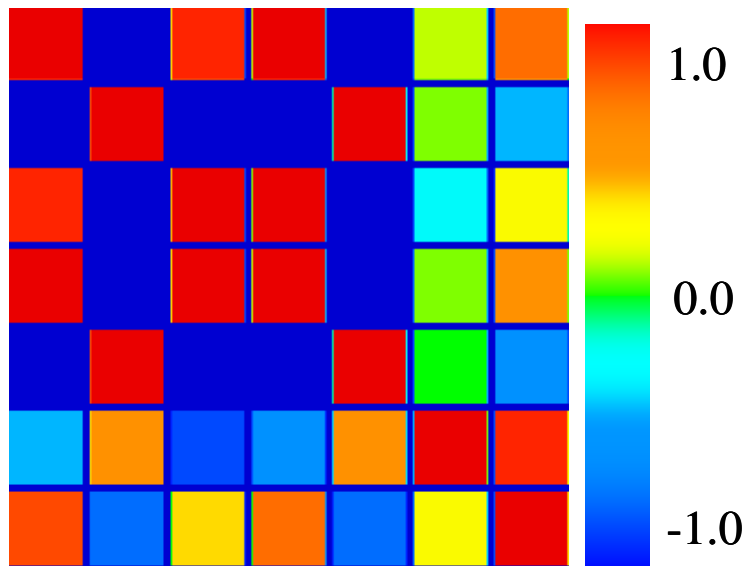


図 4-4-6 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 1)

表 4-4-9 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 2)

|       |   | 実効増倍率  | 相対出力   |        |        | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       |   |        | A      | B      | C      | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   |        | -0.974 | 0.803  | 0.993  | -0.994 | 0.577  | 0.803  |
| 相対出力  | A | -0.974 |        | -0.917 | -0.994 | 0.994  | -0.378 | -0.648 |
|       | B | 0.803  | -0.917 |        | 0.866  | -0.865 | -0.023 | 0.290  |
|       | C | 0.993  | -0.994 | 0.866  |        | -1.000 | 0.480  | 0.729  |
| 制御棒価値 | A | -0.992 | 0.995  | -0.871 | -1.000 |        | -0.481 | -0.730 |
|       | B | 0.094  | 0.133  | -0.518 | -0.021 | 0.030  |        | 0.950  |
|       | C | 0.849  | -0.708 | 0.366  | 0.783  | -0.777 | 0.606  |        |

左下三角行列：本研究によって得られた相関係数行列

右上三角行列；従来法によって得られた相関係数行列

表 4-4-10 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数の差(条件 2)

|       |   | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|
|       |   | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   | -0.001 | 0.483  | -0.046 |
| 相対出力  | A | -0.001 | -0.511 | 0.060  |
|       | B | 0.005  | 0.495  | -0.077 |
|       | C | 0.000  | 0.501  | -0.053 |
| 制御棒価値 | A |        | -0.511 | 0.046  |
|       | B |        |        | 0.344  |
|       | C |        |        |        |

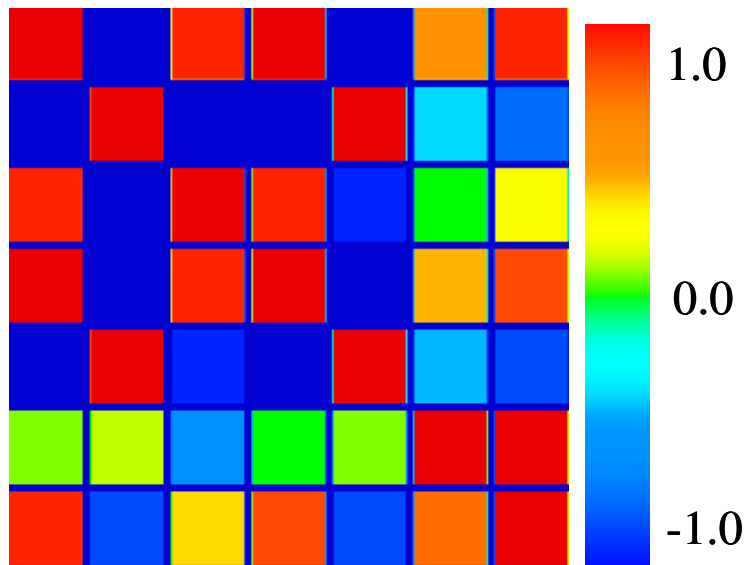


図 4-4-7 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 2)

表 4-4-11 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 3)

|       |   | 実効増倍率  | 相対出力   |        |        | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       |   |        | A      | B      | C      | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   |        | -0.295 | 0.194  | 0.375  | -0.998 | -0.997 | -1.000 |
| 相対出力  | A | -0.295 |        | -0.995 | -0.996 | 0.235  | 0.369  | 0.281  |
|       | B | 0.194  | -0.995 |        | 0.982  | -0.132 | -0.270 | -0.179 |
|       | C | 0.375  | -0.996 | 0.982  |        | -0.316 | -0.447 | -0.362 |
| 制御棒価値 | A | -0.979 | 0.485  | -0.391 | -0.557 |        | 0.990  | 0.999  |
|       | B | -0.998 | 0.359  | -0.260 | -0.437 | 0.990  |        | 0.996  |
|       | C | -0.988 | 0.141  | -0.037 | -0.225 | 0.934  | 0.975  |        |

左下三角行列：本研究によって得られた相関係数行列  
 右上三角行列；従来法によって得られた相関係数行列

表 4-4-12 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数の差(条件 3)

|       |   | 制御棒価値  |        |        |
|-------|---|--------|--------|--------|
|       |   | A      | B      | C      |
| 実効増倍率 |   | -0.019 | 0.001  | -0.012 |
| 相対出力  | A | -0.250 | 0.010  | 0.140  |
|       | B | 0.259  | -0.011 | -0.142 |
|       | C | 0.241  | -0.010 | -0.137 |
| 制御棒価値 | A |        | 0.000  | 0.064  |
|       | B |        |        | 0.021  |
|       | C |        |        |        |

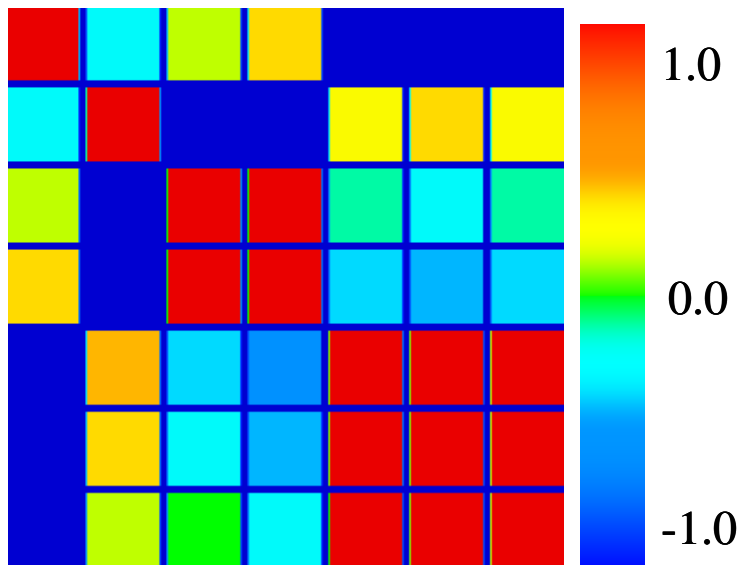


図 4-4-8 両手法から得られる炉心特性の不確かさ間の相関係数行列(条件 3)

表 4-4-7 から表 4-4-12 より、本手法と従来法から得られる相関関係は大きく異なっている。前述のとおり、本手法の計算結果は妥当であることを確認しているため、従来法の計算精度が悪いことが分かる。これは前節で説明したように、従来法による制御棒価値の感度係数の計算精度が悪いことによる。このように、軽水炉のような制御棒の影響が大きい体系では、従来法では適切な計算を行うことはできず、本手法で提案する計算を行う必要があることを確認できた。

#### 4.5 本章のまとめ

本章では、熱炉を模擬した簡単な体系において、断面積の共分散を設定して検証計算を行い、2章・3章で説明した計算理論の妥当性確認と、高速炉の制御棒価値の感度解析で用いられている計算手法(従来法)との比較を行った。2章・3章で説明した一般化摂動論を用いた感度解析手法から得られた計算結果は、モンテカルロ法による直接サンプリング計算から得られた計算結果と統計誤差範囲内で良く一致しており、本研究の計算理論の妥当性を確認することができた。さらに、一般化摂動論を用いた感度解析手法から得られた計算結果は、断面積の摂動に起因する炉心特性の物理的挙動からも説明できるものであり、計算理論の妥当性を確認することができた。また、従来は高速炉体系に用いられていた1次摂動論に基づいた制御棒価値評価手法を熱炉体系に適用させることで、制御棒価値の感度係数の計算精度が悪化するという問題についても確認した。さらに、この問題に対して、本研究で導入した制御棒価値の定義式に基づく計算理論であれば、制御棒価値の感度係数は収束判定等から得られる有効数字と同じオーダーの精度を有し、本計算理論であれば計算精度を改善できるという優位性を確認した。次章では、本章で妥当性が確認された計算理論を用いて、実機炉心体系において検証計算を行う。



## 第5章 PWR 体系における検証計算

本章では、2章・3章で説明した計算理論を用いて、実際の PWR 炉心を模擬した体系で検証計算を行い、実際にどのような炉心特性の不確かさ間の相関関係が得られ、炉心特性の不確かさをどの程度低減することができるのかを評価する。5.1 節では計算体系および計算条件の説明、5.2 節では計算フローの詳細の説明、5.3 節では各計算手順で得られる断面積の不確かさ間の相関関係の検証、5.4 節では最終的に得られる炉心特性の不確かさ間の相関関係の検証を行い、不確かさ低減手法を適用する。

### 5.1 計算体系・計算条件

本節では、本章で用いる計算体系ならびに計算条件について説明する。なお、本検討ではエネルギー8群で計算を行う。まず、エネルギー群構造を表 5-1-1 に示す。このエネルギー群構造は、参考文献<sup>[26]</sup>の8群構造を SRAC<sup>[27][28]</sup>の107群構造の境界で模擬することで設定した。

表 5-1-1 エネルギー群構造

| 群 | エネルギー[eV] |          |
|---|-----------|----------|
|   | 上限        | 下限       |
| 1 | 1.00E+07  | 2.23E+06 |
| 2 | 2.23E+06  | 8.21E+05 |
| 3 | 8.21E+05  | 9.12E+03 |
| 4 | 9.12E+03  | 1.30E+02 |
| 5 | 1.30E+02  | 3.93E+00 |
| 6 | 3.93E+00  | 6.02E-01 |
| 7 | 6.02E-01  | 1.37E-01 |
| 8 | 1.37E-01  | 1.00E-05 |

次に、計算体系を図 5-1-1 に示す。この計算体系は4ループの PWR 初装荷炉心を模擬しており、最大相対出力が低くなるように燃料配置を変更したものである<sup>[29]</sup>。制御棒挿入位置は実際の位置を模擬している。

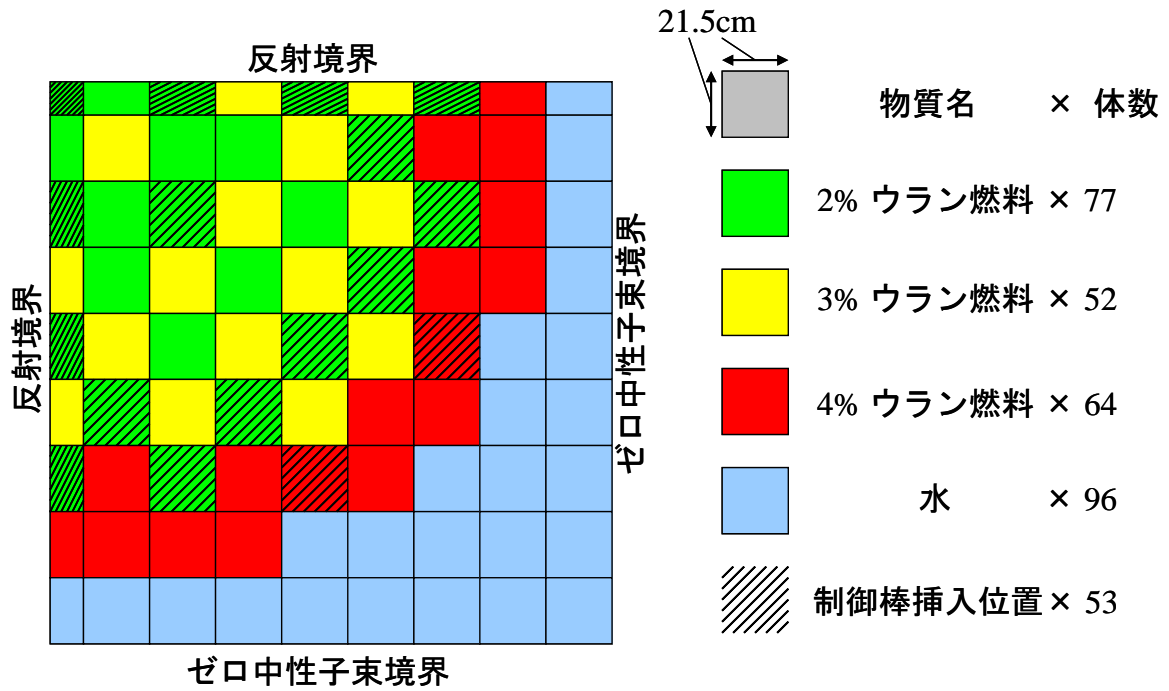


図 5-1-1 炉心計算体系(PWR)

図 5-1-1 に示した炉心体系は 2 次元の 1/4 炉心であり、左上の集合体が中央の集合体である。そのため、図 5-1-1 の四角の数がそのまま体数となっているわけではなく、全炉心体系における体数が示してある。

また、燃料ピンの構造と各物質の原子数密度を図 5-1-2 と表 5-1-2 に示す<sup>[30]</sup>。参考文献では U235 の濃縮度が 6.5wt% となっているが、ウラン重量を保存して U235 と U238 の比率を変えることで各濃縮度の燃料の原子数密度を作成した。

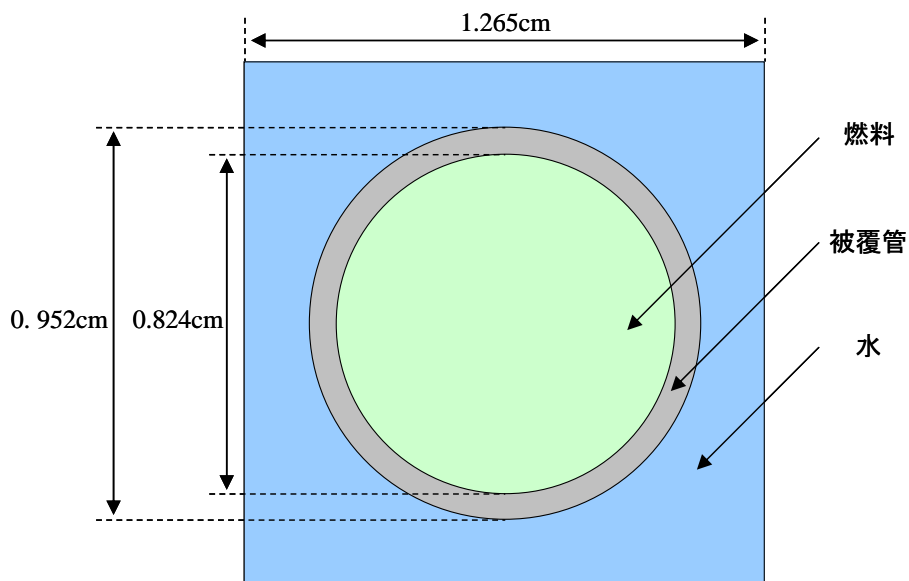


図 5-1-2 燃料ピンセル構造

表 5-1-2 各物質中に含まれる核種の原子数密度[1/barn/cm]

| 物質  | 核種   | 燃料の種類    |          |          |
|-----|------|----------|----------|----------|
|     |      | 2%燃料     | 3%燃料     | 4%燃料     |
| 燃料  | U235 | 4.66E-04 | 6.98E-04 | 9.31E-04 |
|     | U238 | 2.25E-02 | 2.23E-02 | 2.21E-02 |
|     | O16  | 4.59E-02 | 4.59E-02 | 4.59E-02 |
| 被覆管 | Zr90 |          | 2.22E-02 |          |
|     | Zr91 |          | 4.83E-03 |          |
|     | Zr92 |          | 7.37E-03 |          |
|     | Zr94 |          | 7.50E-03 |          |
|     | Zr96 |          | 1.21E-03 |          |
| 水   | H1   |          | 4.41E-02 |          |
|     | O16  |          | 2.21E-02 |          |

さらに、制御棒についても表 5-1-3 に示す。制御棒の Ag:In:Cd の重量比は 80:15:5 であるが、後述するように濃度調整の関係から、原子数密度比を 80:15:5 とした。これらの原子量の差は小さく、この近似を用いてもほとんど影響がないことを確認した。また、各物質の存在比は天然組成を用いて原子数密度を作成した。

表 5-1-3 制御棒の原子数密度

| 核種    | 原子数密度[1/barn/cm] |
|-------|------------------|
| Ag107 | 2.90E-04         |
| Ag109 | 2.70E-04         |
| In113 | 4.52E-06         |
| In115 | 1.00E-04         |
| Cd110 | 4.81E-06         |
| Cd111 | 4.37E-06         |
| Cd112 | 8.45E-06         |
| Cd113 | 4.28E-06         |
| Cd114 | 1.01E-05         |
| Cd116 | 2.62E-06         |

本検討では、集合体体系で計算を行わず、燃料ペレット・被覆管・水というピンセル体系で均質化した断面積を該当する濃縮度の集合体の断面積としている。そのため、集合体に制御棒を挿入した際の断面積を集合体体系で求めておらず、燃料ペレットに制御棒を構成する核種を混合することで模擬している。表 5-1-3 はその混合量を示しており、全ての制御棒を挿入した際に実効増倍率が約 10%  $\Delta k/k$  (PWR 体系における一般的な制御棒価値)程度低下するようにその量を調整した。

また本検討では、核データライブラリに JENDL-4.0<sup>[7]</sup>を用いる。JENDL-4.0 では、表 5-1-2 と表 5-1-3 に示した核種の中で共分散データが整備されているのは、U235、U238、O16、Zr90 のみである。しかし、Zr90 は全ての反応について整備されているわけではなく、限定された共分散データしか含んでいない。そのため、U235、U238、燃料中の O16 という燃料を構成する核種のみを考慮することとする。また、考慮する共分散は、散乱反応(MT=2)、核分裂反応(MT=18)、捕獲反応(MT=102)、平均発生中性子数(MT=452)の 4 つである。

さて、以下の検証では上記の計算条件を基に、検証内容によって計算条件の追加・変更を適宜行うことで、各検証に適した条件で検証を行う。

## 5.2 計算フロー

本節では、本検討で用いる計算フローを説明する。本検討は、前章とは異なり、2章で説明した多段階の処理を必要とする。そのため、炉心特性の共分散は以下の式で計算される。

$$\mathbf{C}(P) = {}^T \mathbf{S}(P, \Sigma') \cdot {}^T \mathbf{S}(\Sigma', \Sigma) \cdot {}^T \mathbf{S}(\Sigma, \sigma) \cdot \mathbf{C}(\sigma) \cdot \mathbf{S}(\Sigma, \sigma) \cdot \mathbf{S}(\Sigma', \Sigma) \cdot \mathbf{S}(P, \Sigma') \quad (5.2.1)$$

ここで、

$\mathbf{C}(P)$  : 炉心特性パラメータ(実効増倍率、相対出力、制御棒価値)の相対共分散行列

$\mathbf{C}(\sigma)$  : 微視的断面積(U235、U238、O16)の相対共分散行列

$\mathbf{S}(P, \Sigma')$  : 均質巨視的断面積  $\Sigma'$  に対する炉心特性  $P$  の感度係数行列

$\mathbf{S}(\Sigma', \Sigma)$  : 非均質巨視的断面積  $\Sigma$  に対する均質化巨視的断面積  $\Sigma'$  の感度係数行列

$\mathbf{S}(\Sigma, \sigma)$  : 微視的断面積  $\sigma$  に対する非均質巨視的断面積  $\Sigma$  の感度係数行列

である。

実際に行った計算フローを2章と同様の形式で図5-2-1に示す。

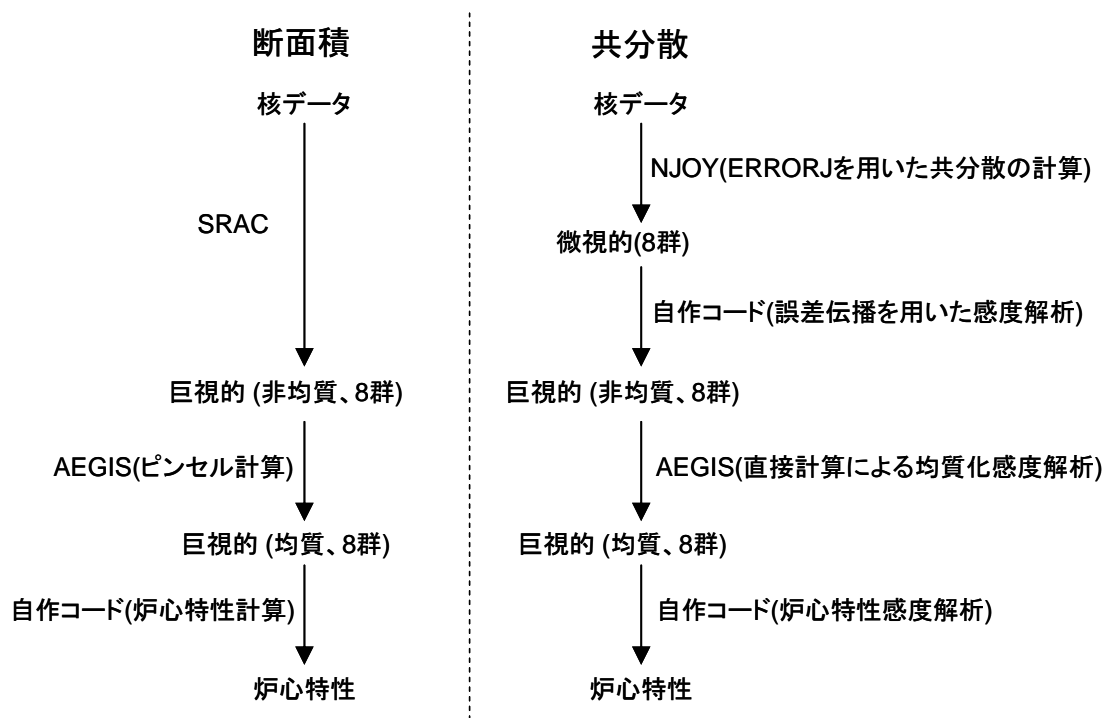


図 5-2-1 断面積と共分散の計算フロー

図 5-2-1 中には、それぞれの計算ステップにおいて、行う処理(計算に用いるコード名など)を記載した。ここで、非均質は燃料、被覆管、減速材(水)を表し、均質は集合体平均(燃料ピン平均)を表している。以下では各処理について説明を行う。

### ○ SRAC

核データライブラリの断面積情報から、各燃料ペレット(制御棒挿入状態を含む)・被覆管・水の巨視的断面積(非均質断面積)を計算する際には SRAC<sup>[27][28]</sup>を用いた。この計算コードは、様々なタイプの原子炉の炉心解析に適用できる核計算コードシステムであり、いくつかのモジュールによって構成されている。本検証では、SRAC を用いて計算を行うことで、非均質断面積を求めた。

○ NJOY(ERRORJ を用いた共分散の計算)

核データライブラリの共分散データから、微視的群断面積の共分散を計算する際には NJOY を用いた。この計算手順は 2 章で説明したとおりである。また、計算条件は、SRAC における計算と統一してある(温度など)。この詳細は APPENDIX の入力サンプルに記載してある。

○ 自作コード(誤差伝播を用いた感度解析)

微視的断面積に対する非均質巨視的断面積の感度係数の計算には、自作の計算コードを用いた。この計算理論については 2 章で説明したとおりである。また、本検討では、非均質巨視的断面積の作成に用いる計算手法(SRAC)と、非均質巨視的断面積の共分散の計算手法(NJOY)が異なっている。しかし、NJOY における共分散の計算過程で得られる比均質断面積が SRAC の断面積の作成で得られる比均質断面積と近い値となっていた。そのため、NJOY の計算によって得られる非均質巨視的断面積の共分散は妥当であると判断した。

○ AEGIS(燃料セル計算)

非均質断面積から、2%燃料・3%燃料・4%燃料の均質化巨視的断面積を計算する際には AEGIS<sup>[31]</sup>を用いた。この計算コードは、Characteristics 法を用いた格子計算コードである。この計算コードは中性子束を求めるものであり、断面積処理を行うものではない。そのため、非均質体系における中性子束を計算し、その中性子束を用いて断面積の均質化を行った。

Characteristics 法は、体系内をランダムに飛行している中性子束をいくつかの代表的な方向に分け、それぞれの中性子が飛行している線(characteristics line)の上における中性子の生成と消滅を考える手法である。この計算手法は、近似が少なく、精度良く体系全体の中性子束分布を求めることができ、集合体計算でよく用いられる。

○ AEGIS(直接計算による均質化感度解析)

非均質巨視的断面積に対する均質化巨視的断面積の感度係数を計算する際には AEGIS を用いた。2 章・3 章では、一般化摂動論を用いた感度解析によって求める方法を説明したが、本検討では感度係数による計算方法を使用せず、直接計算によって感度係数を計算している。本検討では、非均質断面積の共分散は燃料ペレットにのみ存在すると仮定しているため、非均質断面積の共分散行列と均質化断面積の共分散行列の大きさは同じである。そのため、3 章でも説明したように計算量をあまり増加させることなく、感度係数を計算することができる。

直接計算を用いると感度係数は(5.2.2)式で計算される。

$$S(\Sigma', \Sigma) = \frac{\Sigma'(\Sigma + \Delta\Sigma) - \Sigma'(\Sigma - \Delta\Sigma)}{2 \cdot \Sigma'(\Sigma)} \cdot \frac{\Delta\Sigma}{\Sigma} \quad (5.2.2)$$

ここで、

$\Sigma'(\Sigma)$  : 非均質断面積  $\Sigma$  を用いた際の中性子束によって得られる均質化断面積

$\Delta\Sigma$  : 与えた摂動量

である。また、計算の際に用いた摂動量は NJOY によって既に求めてある各断面積の不確かさ( $1\sigma$ )とした。

○ 自作コード(炉心特性計算)

均質化断面積を用いて炉心特性を計算する際には自作の計算コードを用いた。この計算コードは拡散理論に基づいている。この計算コードについては特筆すべきことはない。

○ 自作コード(炉心特性感度解析)

均質化断面積に対する炉心特性の感度係数を計算する際には自作の計算コードを用いた。この計算コードも拡散理論に基づいている。計算方法については2章・3章で説明したとおりである。

以上のような手順を踏むことで炉心特性の共分散を計算することができる。以下では、この計算フローに基づいて計算を行う。

### 5.3 断面積の不確かさ間の相関の検証

本節では、計算の過程における共分散行列から得られる、核種ごとの微視的断面積の不確かさ間の相関関係、非均質体系における巨視的断面積の不確かさ間の相関関係、均質体系における巨視的断面積の不確かさ間の相関関係についてその妥当性等を検証する。

4章では数値と図で説明したが、本章ではデータ数が多いため、図を用いて相関係数行列を説明する。ここで、図の表記方法について説明する。以下に核種ごとの微視的断面積の不確かさ間の相関係数行列を例にして、図 5-3-1 に表記方法の説明に関する図を示す。

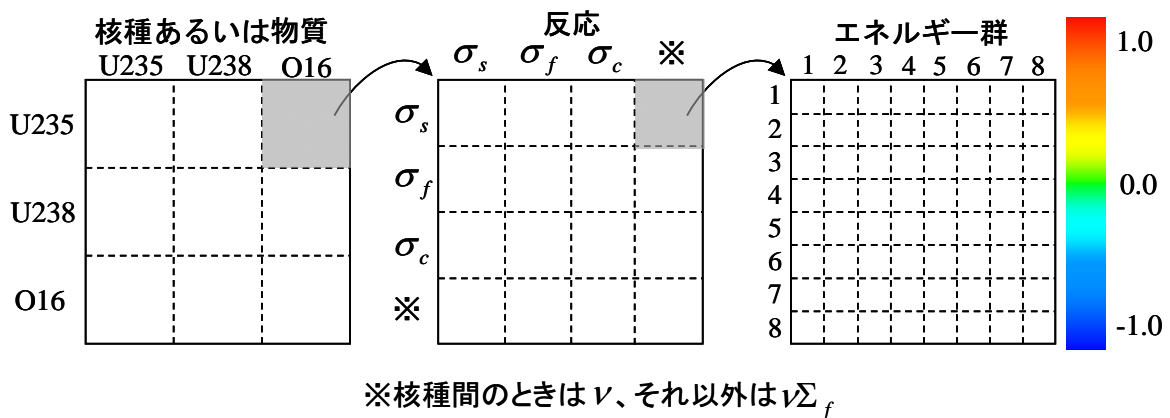


図 5-3-1 相関係数行列の説明用イメージ図

図 5-3-1 に示したように、相関関係を表す相関係数行列は、核種あるいは物質(各燃料など)、反応、エネルギー群の多重構造となっている。また、相関係数の値は右に示したカラーマップに従う。図 5-3-1 では核種ごとの微視的断面積を例に説明したが、物質の部分を実は各種燃料ペレット、燃料集合体にし、微視的断面積を巨視的断面積にすることで、それぞれに対応した相関係数行列となる。以下では、この形式に従って、各計算段階における相関係数行列の説明を行う。

### 5.3.1 核種ごとの微視的断面積

核データライブラリの共分散データを NJOY によって処理して得られる、核種ごとの微視的断面積の不確かさ間の相関関係について説明する。具体的には、JENDLE-4.0 の U235・U238・O16 の核データファイルから得られる、各核種の微視的断面積(散乱・核分裂・捕獲・平均発生中性子数)の不確かさ間の相関係数行列について説明する。得られた相関係数行列を図 5-3-2 に示す。

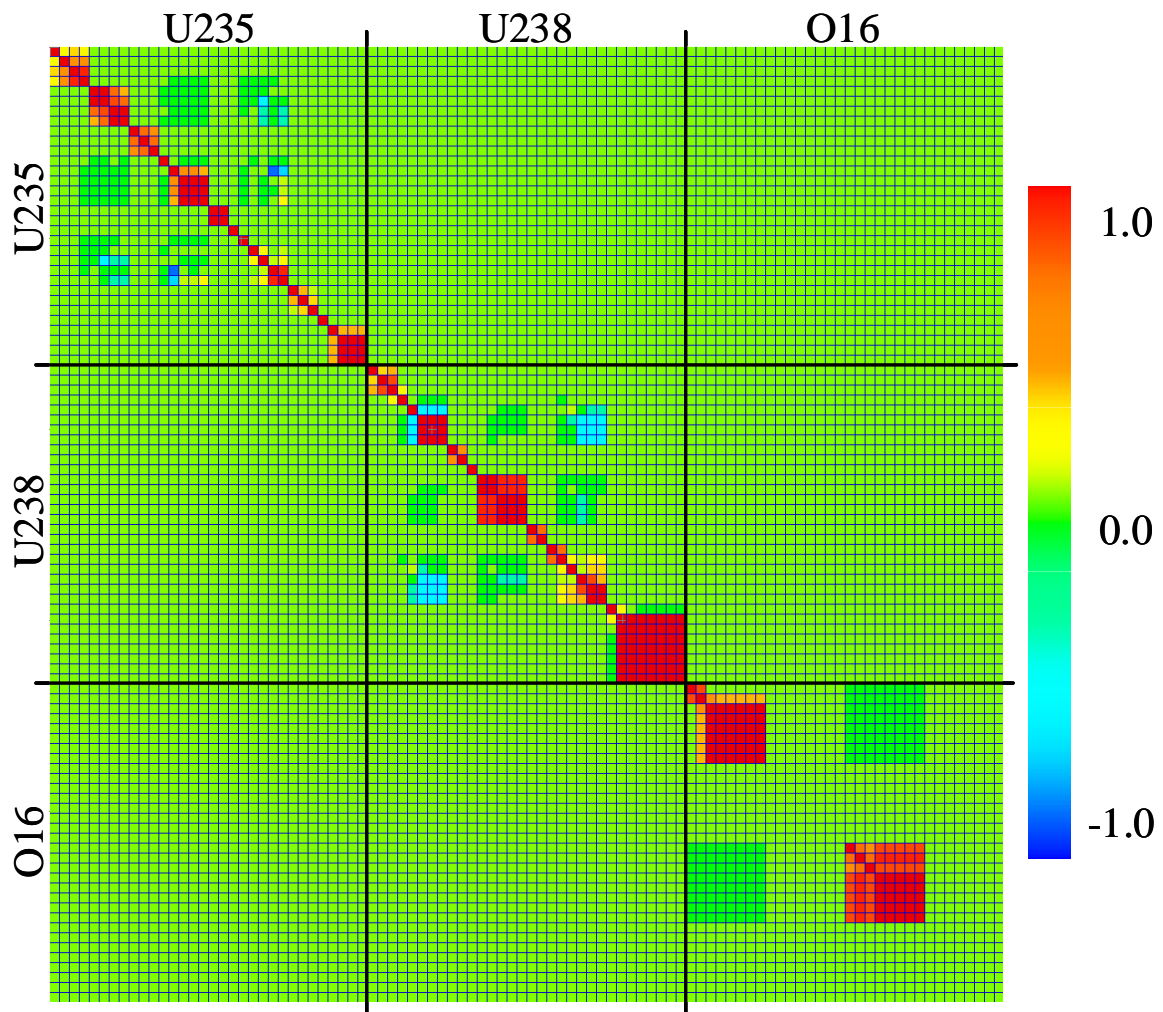


図 5-3-2 核種ごとの微視的断面積の不確かさ間の相関係数行列

NJOY は入力で指定されたある特定の核種の共分散を処理するものであり、核種間の相関はないためすべて 0 となっている。各核種について図 5-3-2 を拡大すると図 5-3-3 から図 5-3-5 のようになる。

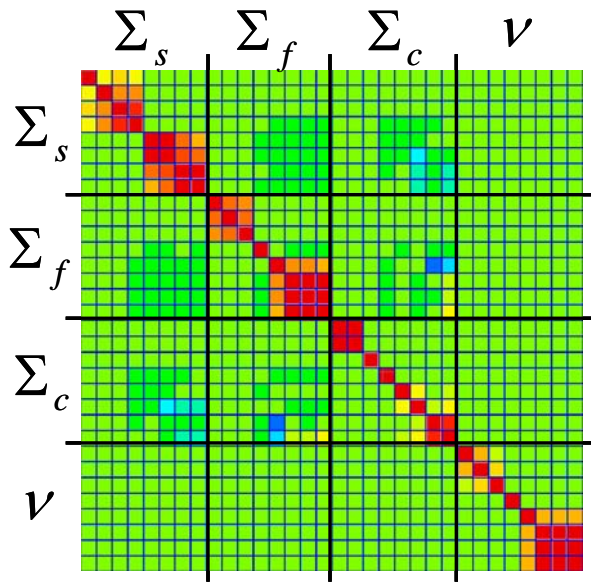


図 5-3-3 U235 の相関係数行列

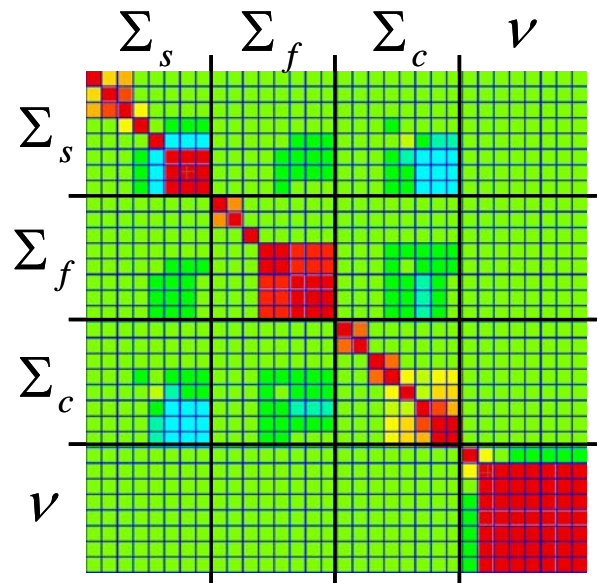


図 5-3-4 U238 の相関係数行列

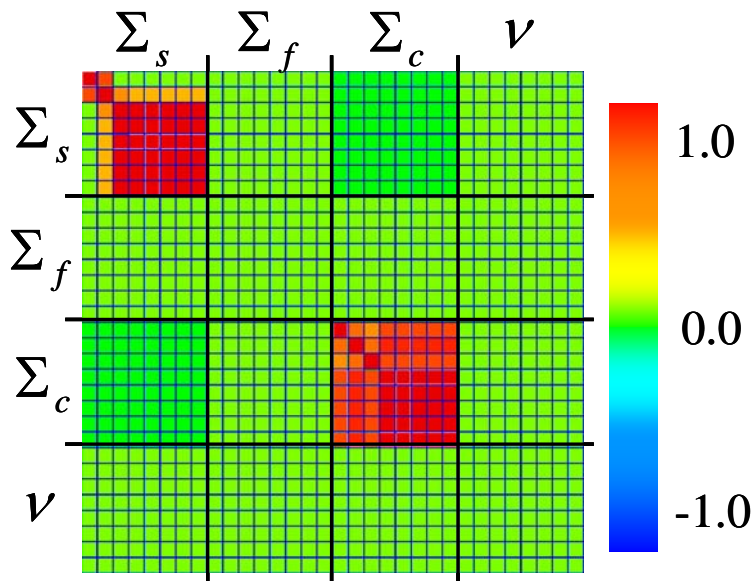


図 5-3-5 O16 の相関係数行列

図 5-3-3 から図 5-3-5 より、反応間の相関はほとんどなく、同じ反応のエネルギー群間の相関が主となっている。



### 5.3.2 非均質体系における巨視的断面積

核種ごとの微視的断面積の共分散行列を誤差伝播によって処理して得られる、燃料ペレットごとの巨視的断面積の不確かさ間の相関関係について説明する。具体的には、U235・U238・O16の微視的断面積の共分散行列から得られる、燃料ペレット(2%・3%・4%)の巨視的断面積の不確かさ間の相関係数行列について説明する。得られた相関係数行列を図5-3-6に示す。

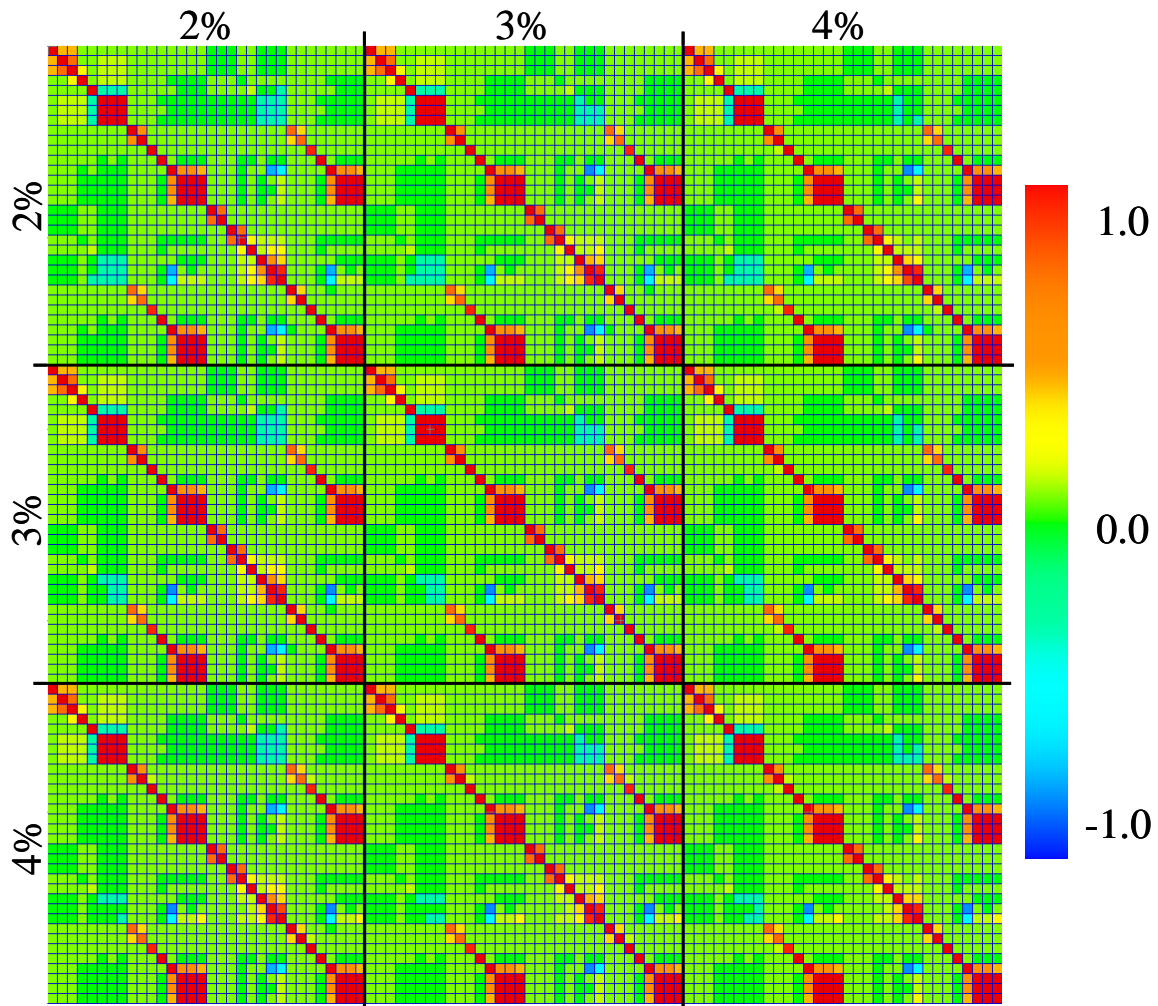


図 5-3-6 燃料ペレットごとの巨視的断面積の不確かさ間の相関係数行列

各燃料ペレット内の相関関係は後述するので省略し、燃料ペレット間の相関関係について説明する。各燃料ペレットの組成(原子数密度)は異なるが、構成している核種は同じであり、その断面積は同様の傾向を持つ。そのため、各燃料ペレットの相関係数行列も似た傾向を持ち、さらに異なる燃料間の同じ断面積に対する相関は非常に強くなっている。簡単な具体例を挙げると、低エネルギー側の核分裂断面積は U235 が支配的であり、不確かさも同様である。そのため、仮に U235 が不確かさによって変化すると、全ての燃料(2%・3%・4%)が同様の変化をするということである。さて、先ほどと同様に各燃料ペレットについて拡大すると図 5-3-7 から図 5-3-9 のようになる。

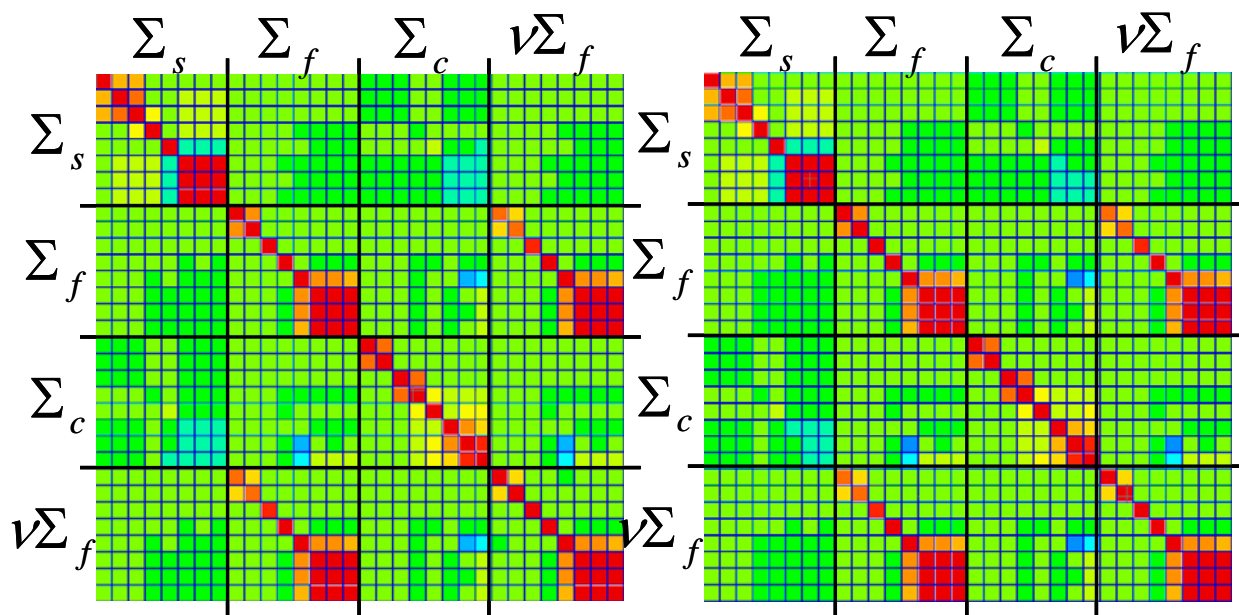


図 5-3-7 2%燃料ペレットの相関係数行列

図 5-3-8 3%燃料ペレットの相関係数行列

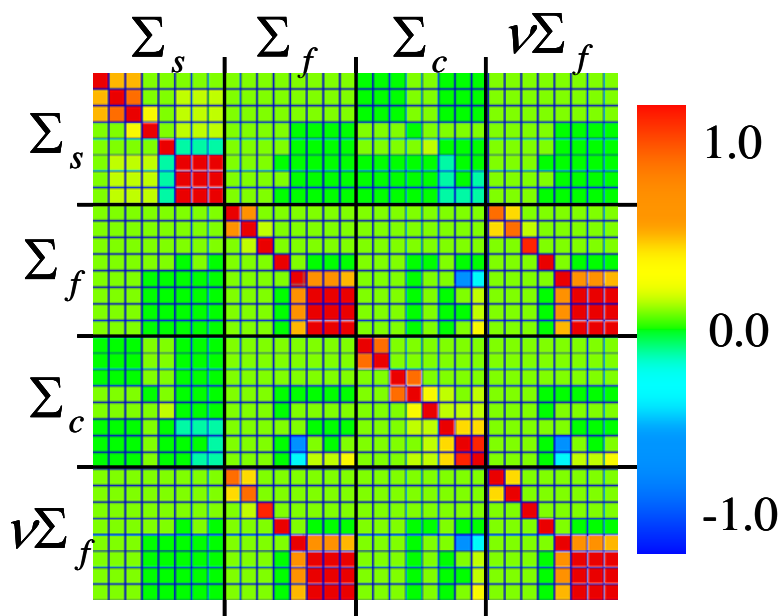


図 5-3-9 4%燃料ペレットの相関係数行列

図 5-3-7 から図 5-3-9 より、先ほど説明したように各燃料ペレットの相関係数行列は非常に似ている。この各燃料ペレットの相関係数行列は構成している核種の断面積と共分散から説明できる。簡単な具体例として、2%燃料ペレットの核分裂断面積を用いて説明する。2%燃料ペレット・U235・U238 の核分裂断面積の不確かさ間の相関係数行列を図 5-3-10 に示す。2%燃料ペレットは図 5-3-7、U235 は図 5-3-3、U238 は図 5-3-4 にそれぞれ対応している。

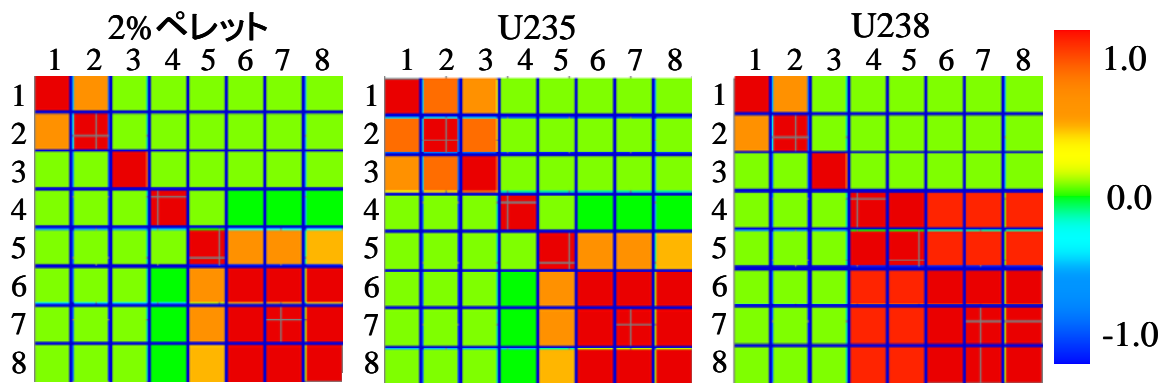


図 5-3-10 2%燃料ペレット・U235・U238 の核分裂断面積の不確かさ間の相関係数行列

また、それぞれの巨視的断面積と不確かさを表 5-3-1 に示す。

表 5-3-1 2%燃料ペレット・U235・U238 に対する核分裂断面積の巨視的断面積と不確かさ

| エネルギー群 | 巨視的断面積[1/cm] |          |          | 不確かさ[1/cm] |          |          |
|--------|--------------|----------|----------|------------|----------|----------|
|        | ペレット         | U235     | U238     | ペレット       | U235     | U238     |
| 1      | 1.33E-02     | 5.63E-04 | 1.27E-02 | 8.08E-05   | 3.38E-06 | 8.08E-05 |
| 2      | 5.68E-03     | 5.68E-04 | 5.12E-03 | 3.57E-05   | 3.19E-06 | 3.55E-05 |
| 3      | 7.15E-04     | 7.03E-04 | 1.15E-05 | 3.85E-06   | 3.68E-06 | 1.13E-06 |
| 4      | 4.53E-03     | 4.52E-03 | 1.00E-05 | 8.70E-05   | 8.66E-05 | 7.80E-06 |
| 5      | 1.82E-02     | 1.81E-02 | 1.66E-06 | 2.73E-04   | 2.73E-04 | 1.33E-06 |
| 6      | 1.72E-02     | 1.72E-02 | 5.95E-08 | 1.31E-03   | 1.31E-03 | 5.64E-08 |
| 7      | 7.66E-02     | 7.66E-02 | 1.27E-07 | 4.92E-03   | 4.92E-03 | 1.23E-07 |
| 8      | 1.78E-01     | 1.78E-01 | 2.65E-07 | 1.18E-02   | 1.18E-02 | 2.57E-07 |

表 5-3-1 の巨視的断面積を見ても分かるように、燃料ペレットの核分裂断面積は低エネルギー側では U235 に依存し、高エネルギー側では U238 に依存する。これは不確かさでも同じである。さて、これを踏まえた上で相関係数行列を見てみると、燃料ペレットの高エネルギー側では U238 の相関関係、低エネルギー側では U235 の相関関係と非常に良く似ていることが分かる。これは前述の関係の影響を受けているためである。他の反応等についても同様のことが言えるため、燃料ペレットの相関関係は断面積の依存度が高い核種の影響を強く受けるということが言える。表 5-3-2 から表 5-3-4 に、他の反応についても巨視的断面積と不確かさを示す。他の燃料については同様の結果なので省略した。

表 5-3-2 2%燃料ペレット・U235・U238・O16 に対する散乱断面積の巨視的断面積と不確かさ

| エネルギー群 | 巨視的断面積[1/cm] |          |          |          | 不確かさ[1/cm] |          |          |          |
|--------|--------------|----------|----------|----------|------------|----------|----------|----------|
|        | ペレット         | U235     | U238     | O16      | ペレット       | U235     | U238     | O16      |
| 1      | 1.60E-01     | 1.96E-03 | 9.26E-02 | 6.58E-02 | 6.69E-03   | 5.07E-05 | 6.25E-03 | 2.41E-03 |
| 2      | 2.27E-01     | 1.71E-03 | 9.05E-02 | 1.34E-01 | 3.67E-03   | 5.68E-05 | 3.05E-03 | 2.04E-03 |
| 3      | 3.94E-01     | 3.69E-03 | 2.15E-01 | 1.75E-01 | 6.80E-03   | 2.52E-04 | 6.58E-03 | 1.72E-03 |
| 4      | 6.90E-01     | 5.67E-03 | 5.08E-01 | 1.76E-01 | 1.02E-02   | 2.11E-04 | 1.00E-02 | 1.76E-03 |
| 5      | 1.29E+00     | 5.42E-03 | 1.11E+00 | 1.76E-01 | 3.25E-02   | 1.42E-04 | 3.25E-02 | 1.76E-03 |
| 6      | 3.85E-01     | 5.92E-03 | 2.02E-01 | 1.77E-01 | 2.38E-03   | 1.68E-04 | 1.58E-03 | 1.77E-03 |
| 7      | 3.93E-01     | 6.67E-03 | 2.08E-01 | 1.78E-01 | 2.59E-03   | 2.58E-04 | 1.86E-03 | 1.78E-03 |
| 8      | 4.03E-01     | 6.96E-03 | 2.10E-01 | 1.86E-01 | 2.69E-03   | 3.44E-04 | 1.91E-03 | 1.86E-03 |

表 5-3-3 2%燃料ペレット・U235・U238・O16 に対する捕獲断面積の巨視的断面積と不確かさ

| エネルギー群 | 巨視的断面積[1/cm] |          |          |          | 不確かさ[1/cm] |          |          |          |
|--------|--------------|----------|----------|----------|------------|----------|----------|----------|
|        | ペレット         | U235     | U238     | O16      | ペレット       | U235     | U238     | O16      |
| 1      | 3.64E-04     | 5.87E-06 | 3.53E-04 | 4.59E-06 | 1.22E-04   | 3.14E-06 | 1.22E-04 | 1.27E-06 |
| 2      | 2.05E-03     | 3.73E-05 | 2.01E-03 | 4.70E-06 | 1.16E-04   | 8.60E-06 | 1.16E-04 | 1.43E-06 |
| 3      | 5.18E-03     | 1.80E-04 | 4.99E-03 | 4.06E-06 | 1.53E-04   | 3.78E-06 | 1.53E-04 | 1.11E-06 |
| 4      | 6.95E-02     | 1.95E-03 | 6.75E-02 | 2.68E-07 | 1.59E-03   | 5.79E-05 | 1.59E-03 | 2.68E-08 |
| 5      | 1.64E+00     | 1.28E-02 | 1.63E+00 | 3.53E-07 | 1.57E-02   | 7.38E-05 | 1.57E-02 | 3.53E-08 |
| 6      | 1.62E-02     | 4.63E-03 | 1.16E-02 | 1.17E-06 | 2.96E-04   | 6.55E-05 | 2.89E-04 | 1.17E-07 |
| 7      | 3.59E-02     | 1.54E-02 | 2.06E-02 | 2.88E-06 | 5.10E-04   | 3.76E-04 | 3.45E-04 | 2.88E-07 |
| 8      | 7.24E-02     | 2.99E-02 | 4.25E-02 | 6.11E-06 | 9.15E-04   | 6.00E-04 | 6.90E-04 | 6.11E-07 |

表 5-3-4 2%燃料ペレット・U235・U238 に対する生成断面積の巨視的断面積と不確かさ

| エネルギー群 | 巨視的断面積[1/cm] |          |          | 不確かさ[1/cm] |          |          |
|--------|--------------|----------|----------|------------|----------|----------|
|        | ペレット         | U235     | U238     | ペレット       | U235     | U238     |
| 1      | 3.85E-02     | 1.62E-03 | 3.69E-02 | 2.49E-04   | 9.95E-06 | 2.49E-04 |
| 2      | 1.47E-02     | 1.46E-03 | 1.33E-02 | 1.02E-04   | 8.56E-06 | 1.01E-04 |
| 3      | 1.75E-03     | 1.73E-03 | 2.79E-05 | 9.63E-06   | 9.23E-06 | 2.75E-06 |
| 4      | 1.10E-02     | 1.10E-02 | 2.33E-05 | 2.12E-04   | 2.11E-04 | 1.82E-05 |
| 5      | 4.42E-02     | 4.42E-02 | 3.87E-06 | 6.68E-04   | 6.68E-04 | 3.10E-06 |
| 6      | 4.20E-02     | 4.20E-02 | 1.39E-07 | 3.20E-03   | 3.20E-03 | 1.31E-07 |
| 7      | 1.87E-01     | 1.87E-01 | 2.95E-07 | 1.20E-02   | 1.20E-02 | 2.86E-07 |
| 8      | 4.34E-01     | 4.34E-01 | 6.17E-07 | 2.87E-02   | 2.87E-02 | 5.98E-07 |

### 5.3.3 均質体系における巨視的断面積

燃料ペレットごとの巨視的断面積の共分散行列を感度解析することによって得られる、燃料集合体ごとの巨視的断面積の不確かさ間の相関関係について説明する。具体的には、燃料ペレット(2%・3%・4%)の断面積から得られる、燃料ペレット・被覆管・水で構成される燃料集合体(2%・3%・4%)の巨視的断面積の相関関係について説明する。得られた相関係数行列を図 5-3-11 に示す。

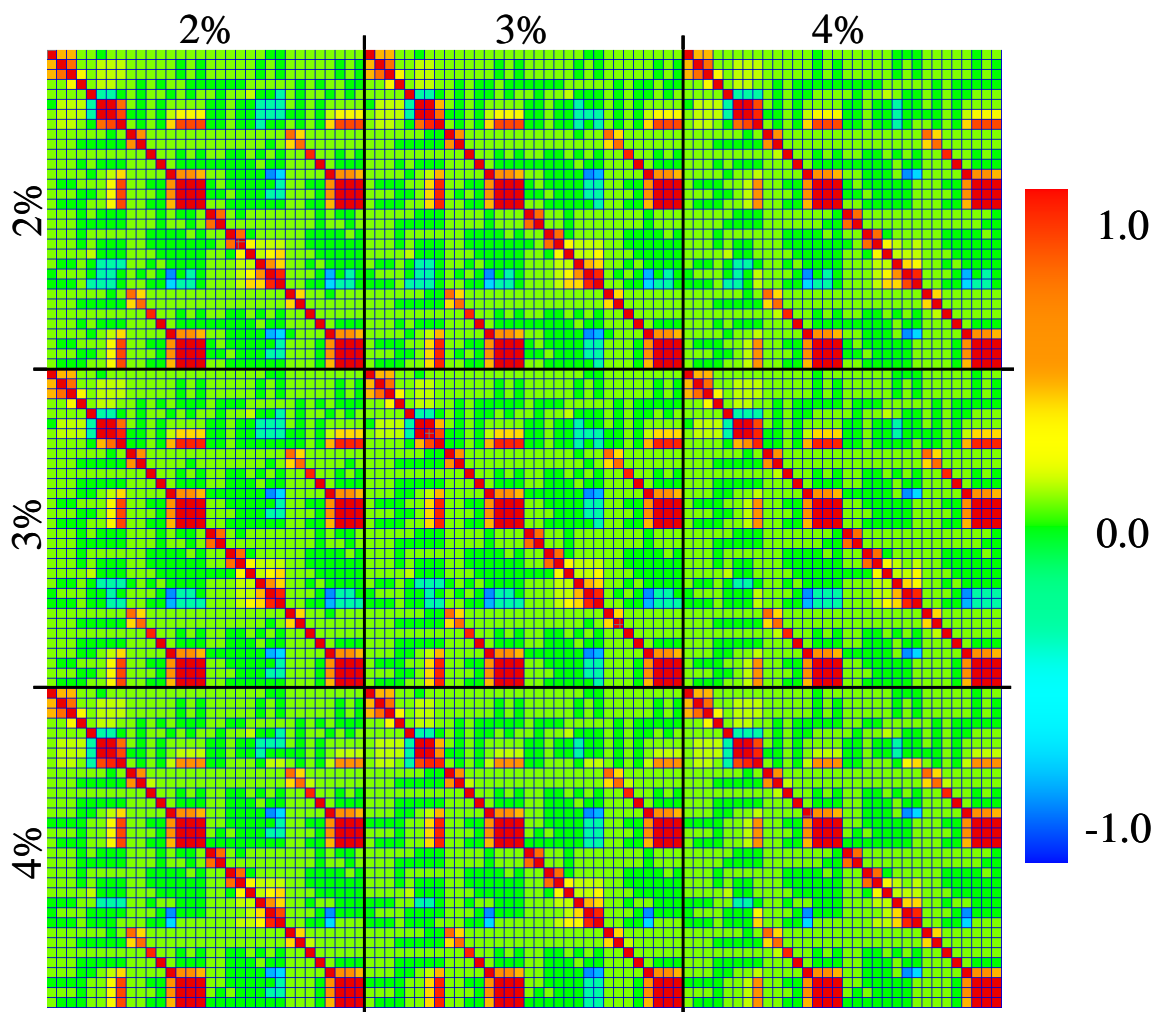


図 5-3-11 燃料集合体ごとの巨視的断面積の不確かさ間の相関係数行列

図 5-3-11 を見ても分かるように、燃料集合体の不確かさ間の相関係数行列は燃料ペレットのものと同様である。これは本検討で考慮できている共分散は燃料ペレットのみであり、燃料集合体の共分散はそれをほぼそのまま引き継いだためである。さて、先ほどと同様に各燃料集合体について拡大すると図 5-3-12 から図 5-3-14 のようになる。

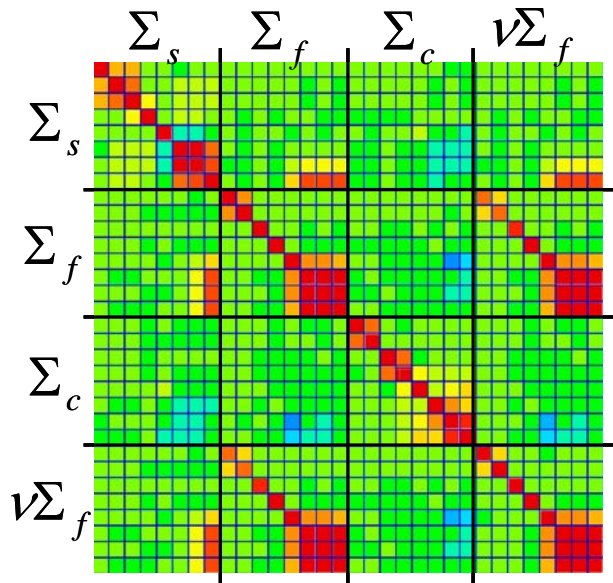


図 5-3-12 2%燃料集合体の相関係数行列

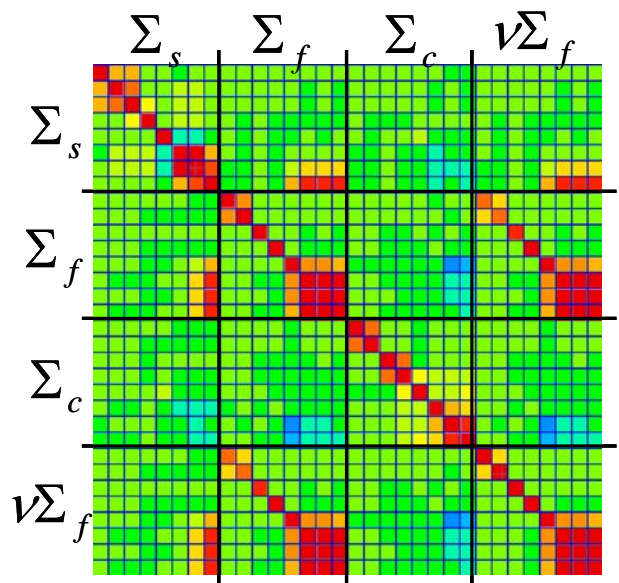


図 5-3-13 3%燃料集合体の相関係数行列

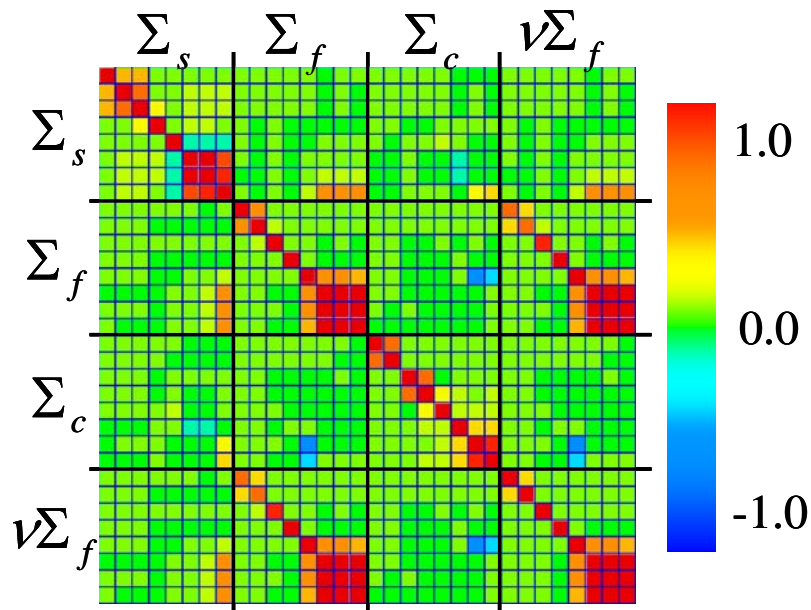


図 5-3-14 4%燃料集合体の相関係数行列

図 5-3-12 から図 5-3-14 より、燃料ペレットの相関関係に比べ、低エネルギー側の散乱断面積と核分裂・生成断面積の相関が強くなっている。この各燃料集合体の相関係数行列は、構成している燃料ペレットの不確かさと、均質化処理の感度係数から説明できる。簡単な具体例として、2%燃料について説明する。図 5-3-15 に均質化処理の感度係数、表 5-3-5 に均質化前後の断面積の不確かさを示す。

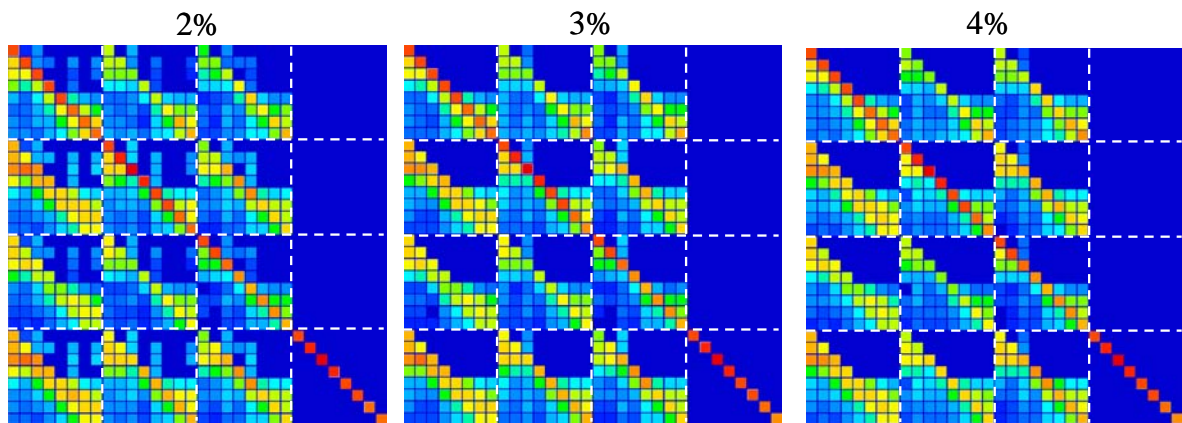
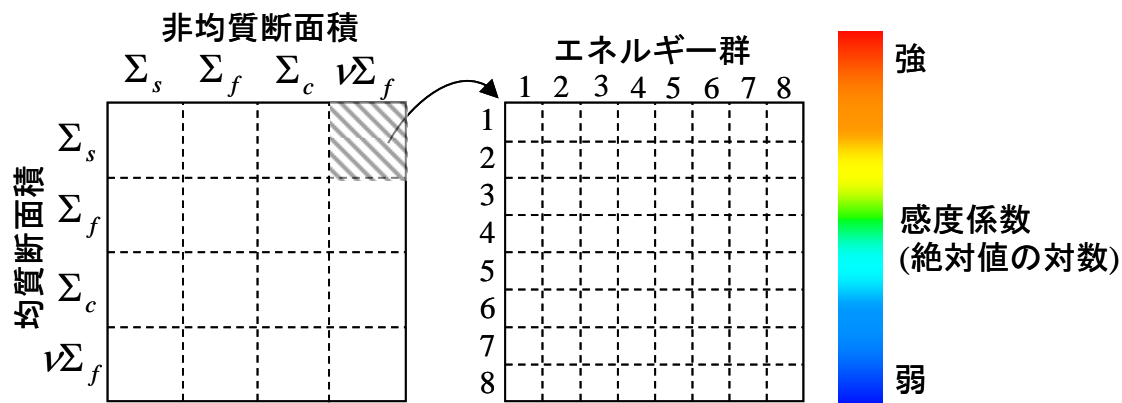


図 5-3-15 非均質巨視的断面積に対する均質化巨視的断面積の感度係数

表 5-3-5 2%燃料の均質化前後の巨視的断面積の不確かさ[%]

| エネルギー群 | 均質化前       |            |            |               | 均質化後       |            |            |               |
|--------|------------|------------|------------|---------------|------------|------------|------------|---------------|
|        | $\Sigma_s$ | $\Sigma_f$ | $\Sigma_c$ | $\nu\Sigma_f$ | $\Sigma_s$ | $\Sigma_f$ | $\Sigma_c$ | $\nu\Sigma_f$ |
| 1      | 4.18E+00   | 6.08E-01   | 3.36E+01   | 8.83E-01      | 2.18E+00   | 6.09E-01   | 2.07E+01   | 8.84E-01      |
| 2      | 1.62E+00   | 6.27E-01   | 5.67E+00   | 9.72E-01      | 8.20E-01   | 1.42E+00   | 3.52E+00   | 2.47E+00      |
| 3      | 1.73E+00   | 5.39E-01   | 2.95E+00   | 6.01E-01      | 7.50E-01   | 1.01E+01   | 7.40E-01   | 1.33E+01      |
| 4      | 1.48E+00   | 1.92E+00   | 2.29E+00   | 1.96E+00      | 5.89E-01   | 5.61E+00   | 9.72E-02   | 6.86E+00      |
| 5      | 2.52E+00   | 1.51E+00   | 9.57E-01   | 1.53E+00      | 9.06E-01   | 1.13E+00   | 1.17E-02   | 1.37E+00      |
| 6      | 6.18E-01   | 7.62E+00   | 1.83E+00   | 7.62E+00      | 1.82E-01   | 5.73E+00   | 1.22E-01   | 6.84E+00      |
| 7      | 6.58E-01   | 6.42E+00   | 1.42E+00   | 6.43E+00      | 1.38E-01   | 1.09E+00   | 4.14E-02   | 1.30E+00      |
| 8      | 6.68E-01   | 6.60E+00   | 1.26E+00   | 6.61E+00      | 1.29E-01   | 4.94E-01   | 1.81E-02   | 5.90E-01      |

図 5-3-15 より、どの燃料でも 8 群の均質化後の散乱断面積の感度係数は、8 群の均質化前の散乱断面積と核分裂断面積に対して大きな値となっている。核分裂断面積に対する感度係数が大きいのは、核分裂断面積は中性子束への影響が大きく、縮約結果への影響も大きいためである。また、表 5-3-5 より均質化前の 8 群の散乱断面積の不確かさは核分裂断面積に対して小さい。そのため、均質化後の散乱断面積への核分裂断面積の影響が大きくなり、均質化後の散乱断面積と核分裂断面積の相関も強くなった。また、均質化前の 8 群の核分裂断面積と相関が強い断面積(6~8 群の核分裂断面積と生成断面積)はこの相関に引っ張られる形で 8 群の散乱断面積との相関が強くなった。これは他の反応や燃料集合体についても言える。表 5-3-6 と表 5-3-7 に他の燃料についても、均質化前後の断面積の不確

かさを示す。

表 5-3-6 3%燃料の均質化前後の断面積の不確かさ[%]

| エネルギー群 | 均質化前       |            |            |               | 均質化後       |            |            |               |
|--------|------------|------------|------------|---------------|------------|------------|------------|---------------|
|        | $\Sigma_s$ | $\Sigma_f$ | $\Sigma_c$ | $\nu\Sigma_f$ | $\Sigma_s$ | $\Sigma_f$ | $\Sigma_c$ | $\nu\Sigma_f$ |
| 1      | 4.14E+00   | 5.96E-01   | 3.33E+01   | 8.65E-01      | 2.24E+00   | 5.96E-01   | 2.05E+01   | 8.66E-01      |
| 2      | 1.61E+00   | 6.00E-01   | 5.63E+00   | 9.28E-01      | 8.14E-01   | 1.32E+00   | 3.50E+00   | 2.29E+00      |
| 3      | 1.71E+00   | 5.28E-01   | 2.90E+00   | 5.92E-01      | 7.44E-01   | 6.69E+00   | 7.22E-01   | 8.88E+00      |
| 4      | 1.47E+00   | 1.92E+00   | 2.26E+00   | 1.96E+00      | 5.85E-01   | 3.79E+00   | 9.35E-02   | 4.64E+00      |
| 5      | 2.51E+00   | 1.51E+00   | 9.53E-01   | 1.54E+00      | 9.01E-01   | 7.72E-01   | 1.10E-02   | 9.38E-01      |
| 6      | 6.16E-01   | 7.62E+00   | 1.64E+00   | 7.62E+00      | 1.81E-01   | 3.88E+00   | 9.89E-02   | 4.63E+00      |
| 7      | 6.57E-01   | 6.42E+00   | 1.52E+00   | 6.43E+00      | 1.41E-01   | 7.39E-01   | 3.87E-02   | 8.82E-01      |
| 8      | 6.70E-01   | 6.60E+00   | 1.30E+00   | 6.61E+00      | 1.63E-01   | 3.31E-01   | 1.62E-02   | 3.95E-01      |

表 5-3-7 4%燃料の均質化前後の断面積の不確かさ[%]

| エネルギー群 | 均質化前       |            |            |               | 均質化後       |            |            |               |
|--------|------------|------------|------------|---------------|------------|------------|------------|---------------|
|        | $\Sigma_s$ | $\Sigma_f$ | $\Sigma_c$ | $\nu\Sigma_f$ | $\Sigma_s$ | $\Sigma_f$ | $\Sigma_c$ | $\nu\Sigma_f$ |
| 1      | 4.10E+00   | 5.84E-01   | 3.31E+01   | 8.48E-01      | 2.14E+00   | 5.84E-01   | 2.04E+01   | 8.48E-01      |
| 2      | 1.60E+00   | 5.75E-01   | 5.61E+00   | 8.88E-01      | 8.08E-01   | 1.24E+00   | 3.49E+00   | 2.14E+00      |
| 3      | 1.70E+00   | 5.25E-01   | 2.85E+00   | 5.89E-01      | 7.38E-01   | 5.06E+00   | 7.04E-01   | 6.72E+00      |
| 4      | 1.46E+00   | 1.92E+00   | 2.23E+00   | 1.96E+00      | 5.81E-01   | 2.89E+00   | 8.98E-02   | 3.53E+00      |
| 5      | 2.50E+00   | 1.51E+00   | 9.49E-01   | 1.54E+00      | 8.96E-01   | 5.99E-01   | 1.04E-02   | 7.27E-01      |
| 6      | 6.14E-01   | 7.62E+00   | 1.51E+00   | 7.62E+00      | 1.81E-01   | 2.97E+00   | 8.24E-02   | 3.55E+00      |
| 7      | 6.57E-01   | 6.42E+00   | 1.62E+00   | 6.43E+00      | 1.34E-01   | 5.79E-01   | 3.52E-02   | 6.92E-01      |
| 8      | 6.73E-01   | 6.60E+00   | 1.36E+00   | 6.61E+00      | 1.01E-01   | 2.64E-01   | 1.39E-02   | 3.15E-01      |



### 5.4 炉心特性の不確かさ間の相関の検証

本節では、最終的な共分散行列から得られる炉心特性の不確かさ間の相関関係についてその妥当性等を検証する。また、得られた相関関係を用いて実際に不確かさ低減を行い、どの程度の効果があるのかを評価する。

本節もデータ数が多いため、前節と同様、図を用いて説明する。ここで、図 5-4-1 に表記方法の説明に関する図を示す。

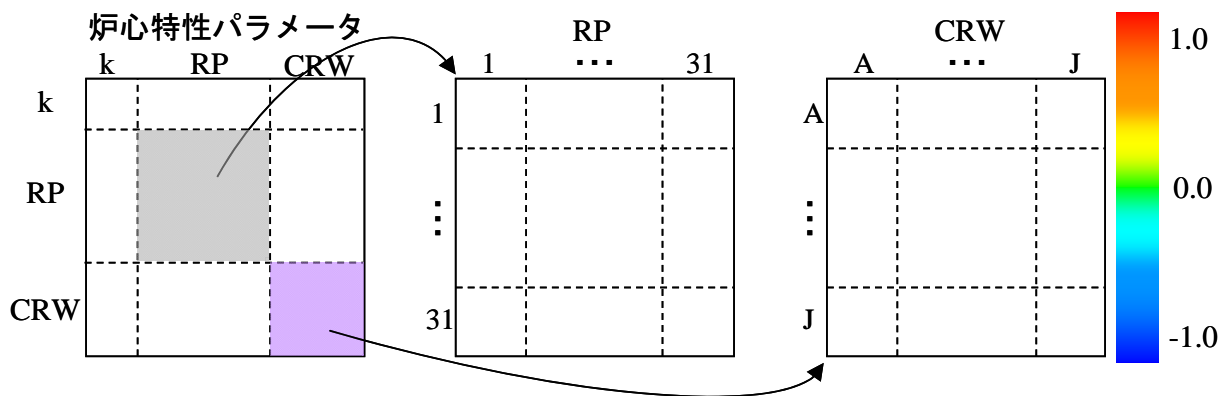


図 5-4-1 相関係数行列の説明用イメージ図

図 5-4-1 に示したように、炉心特性の不確かさ間の相関関係を表す相関係数行列は実効増倍率  $k$ 、相対出力 RP、制御棒価値 CRW からなっている。また、相関係数の値は右に示したカラーマップに従う。さらに、相対出力 RP の数字(1~31)と制御棒価値 CRW の英字(A~J)はそれぞれを評価する集合体を表し、それぞれ図 5-4-2 と図 5-4-3 に従う。

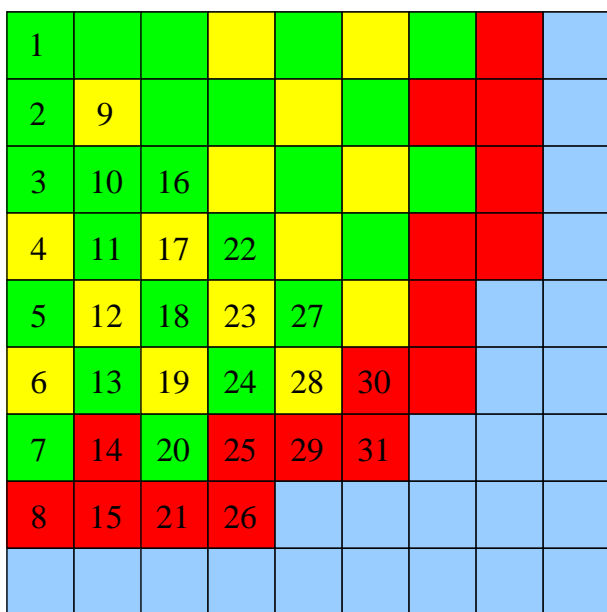


図 5-4-2 相対出力計算位置

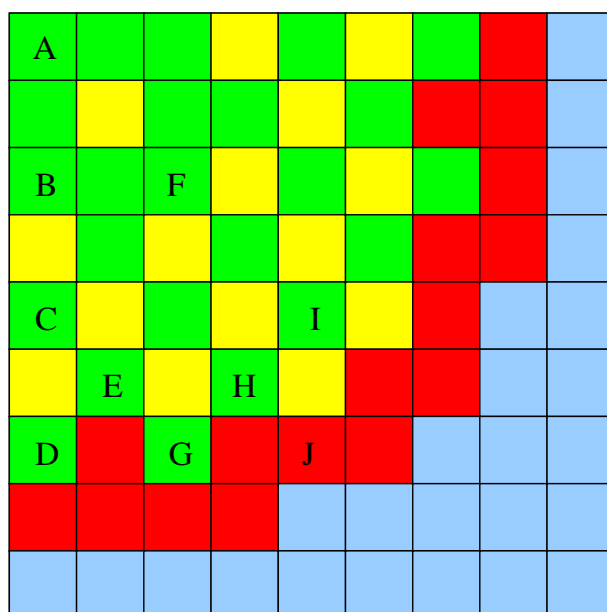


図 5-4-3 制御棒価値計算位置

今回計算に用いた炉心は 1/8 対称であるため、図 5-4-2 と図 5-4-3 に示したように、対称位置にある集合体については計算を行っていない。そのため、実際に計算を行ったのは、実効増倍率(1)、相対出力(31)、制御棒価値(10)のあわせて 42 種類である。以下ではこの形式に従って相関係数行列の説明を行う。また、得られた相関係数行列を用いて実際に不確かさ低減を行い、どの程度の効果があるのかを評価する。

#### 5.4.1 物理的考察

最終的に得られる炉心特性の相関関係を示し、その傾向が物理的に考察される炉心特性の変化と一致しているかを確認する。炉心特性の不確かさ間の相関係数行列は図 5-4-4 のようになる。また、その感度係数行列を図 5-4-5 に示す。

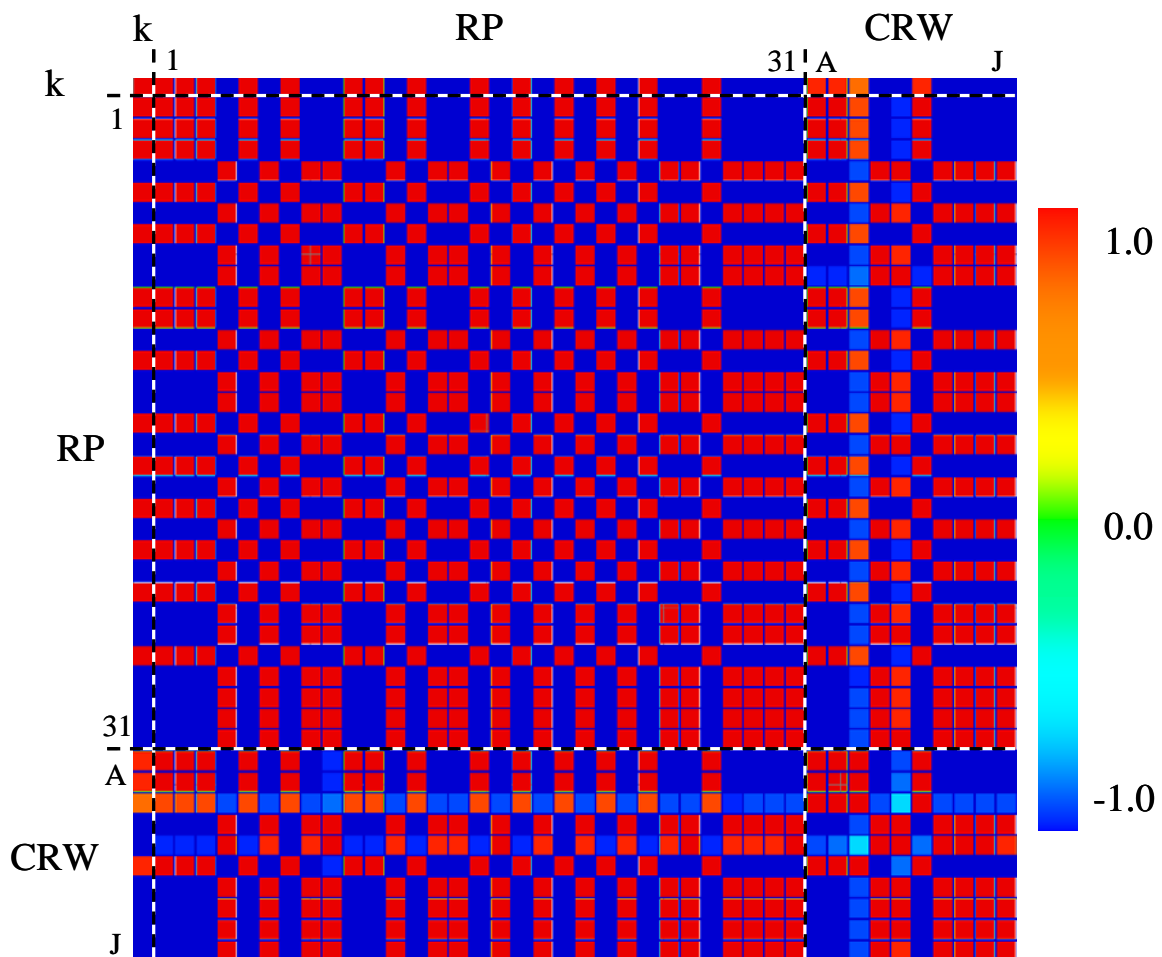


図 5-4-4 炉心特性の不確かさ間の相関係数行列

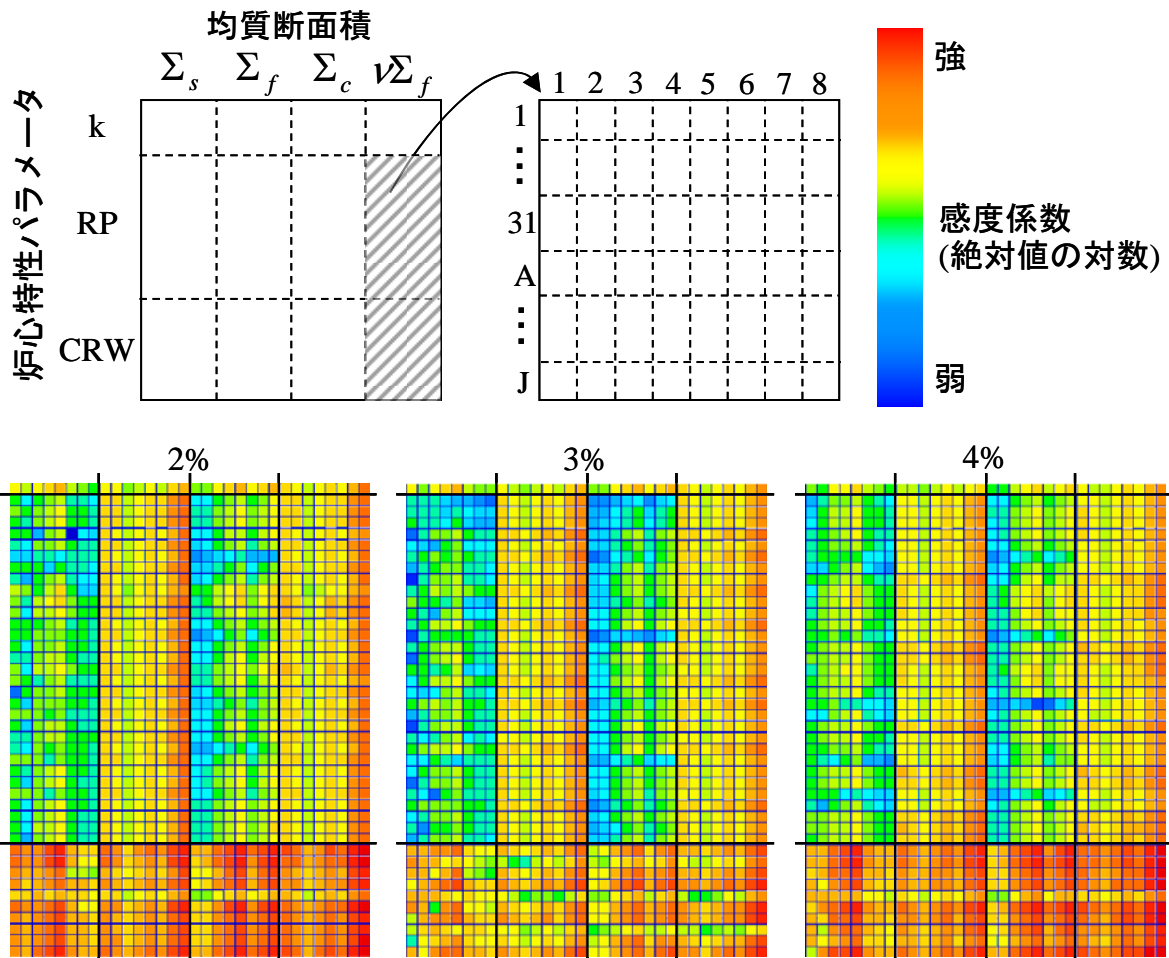


図 5-4-5 均質化巨視的断面積に対する炉心特性の感度係数行列

図 5-4-4 に示したように、炉心特性の不確かさ間の相関は非常に強く、ほぼ 1 か -1 となっている。これは簡単に説明することができる。前述のように、本計算で考慮したのは核種ごとの共分散データのみである。その結果、そこから得られる各燃料集合体の相関関係は非常によく似ており、互いに強い相関を持つ。そのため、仮に 2%燃料集合体の核分裂断面積が不確かさによって増加したとすると、相関関係に従って 3%・4%燃料集合体も同様に増加する。このように全ての燃料集合体の断面積が連動して変化するため、相関が強調されることとなった。

本来は燃料ペレットの断面積の不確かさ間に相関があるが、これを無視した共分散行列を用いた計算を比較のため行った。得られた炉心特性の不確かさ間の相関係数行列を図 5-4-8 に示す。あわせて途中計算で得られる燃料ペレットごとの巨視的断面積の不確かさ間の相関係数行列と、燃料集合体ごとの巨視的断面積の不確かさ間の相関係数行列についても図 5-4-6 と図 5-4-7 に示す。

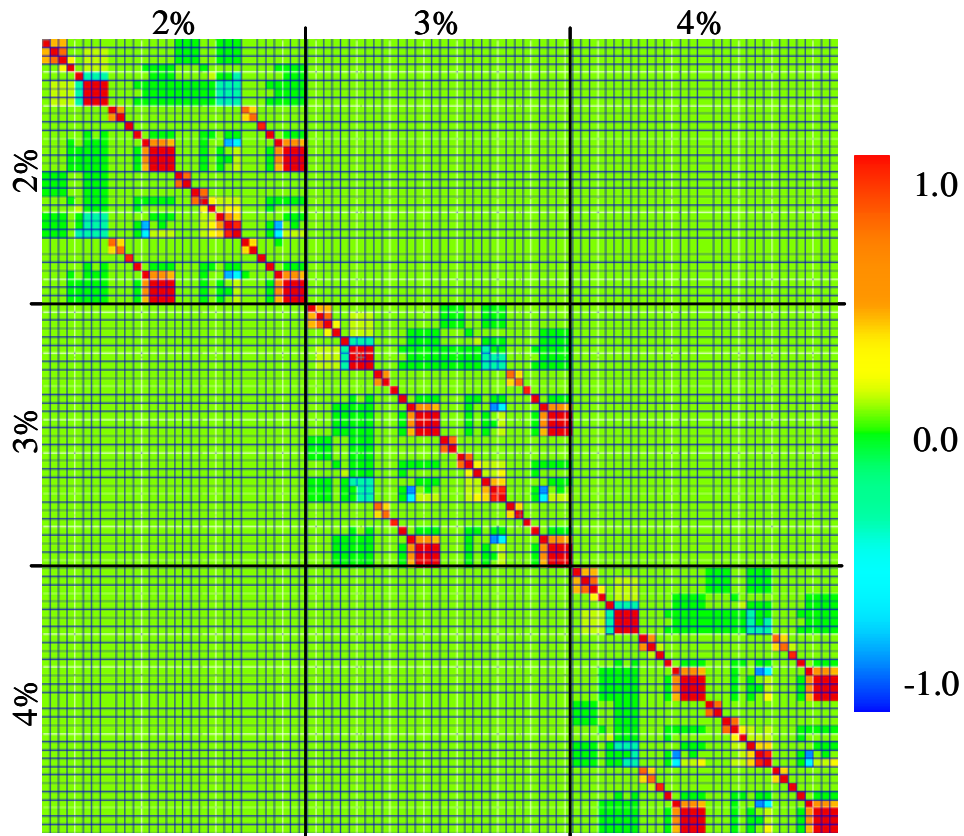


図 5-4-6 燃料ペレットごとの巨視的断面積の不確かさ間の相関係数行列(燃料間の相関を無視)

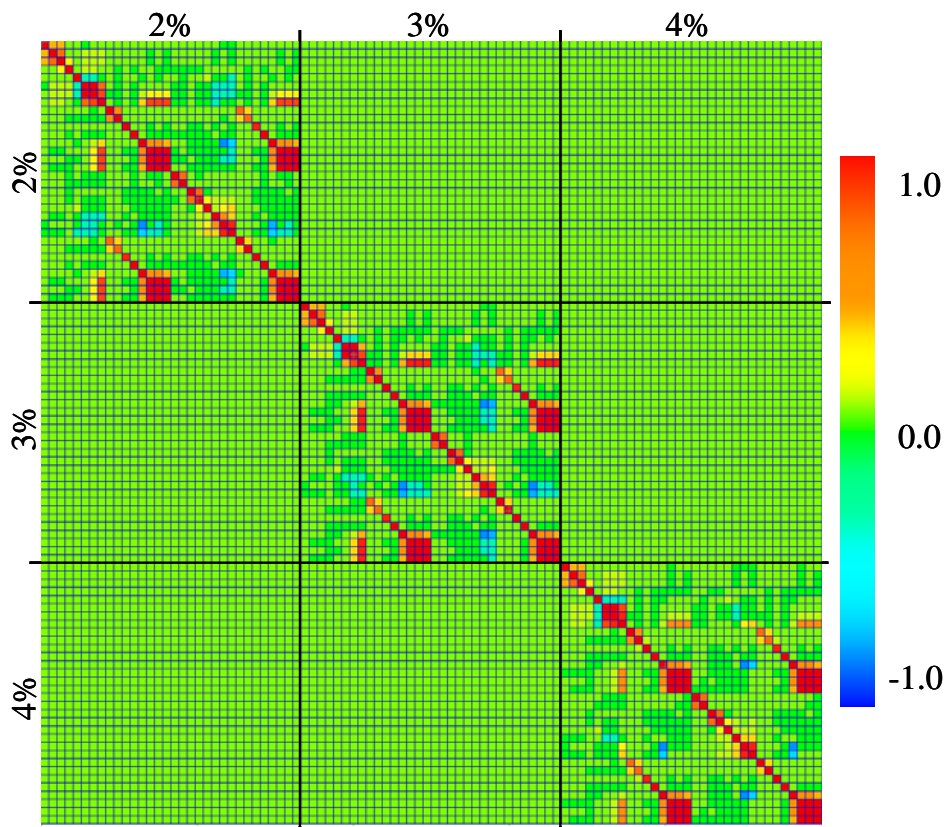


図 5-4-7 燃料集合体ごとの巨視的断面積の相関係数行列(燃料間の相関を無視)

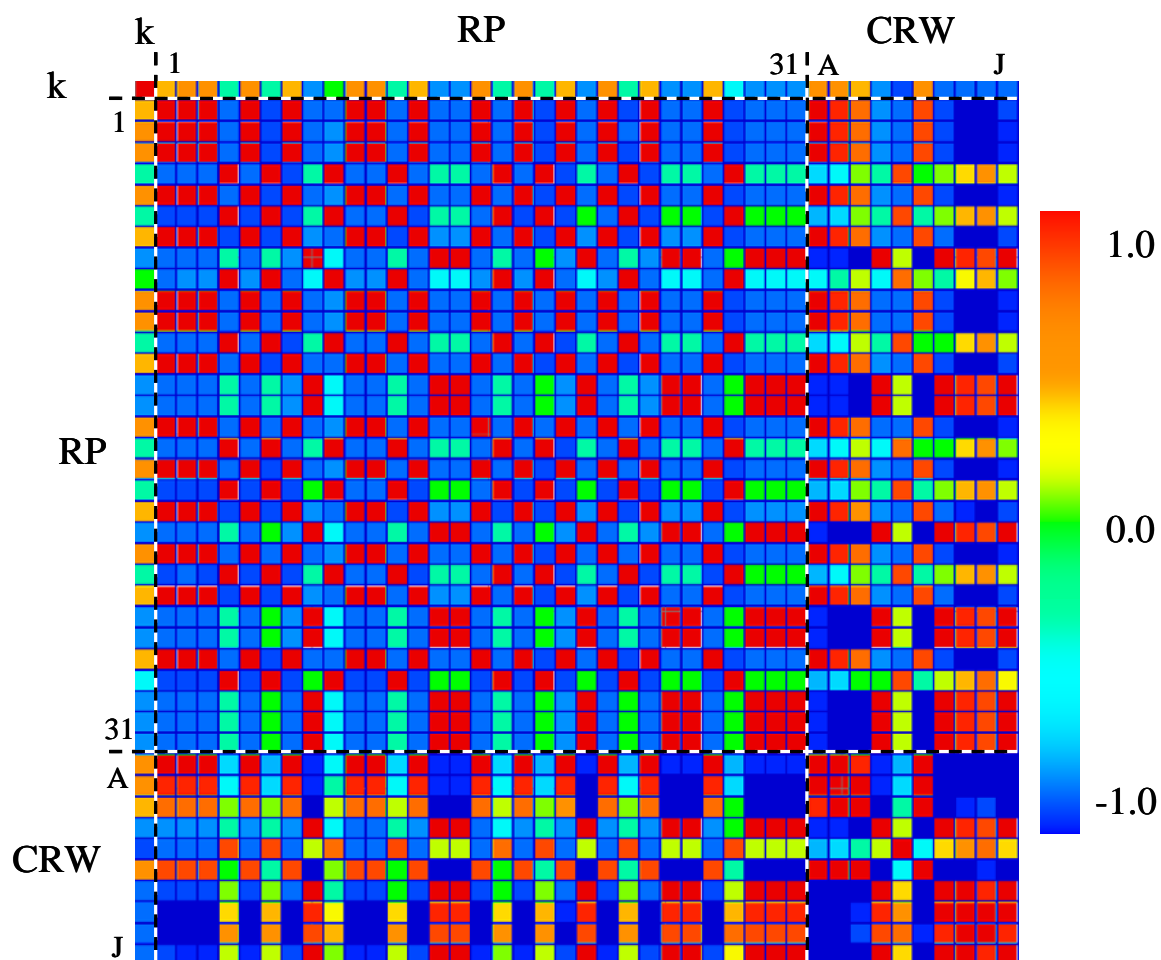


図 5-4-8 炉心特性の相関係数行列(燃料間の相関を無視)

図 5-4-8 より、先ほどとは異なり燃料の断面積の不確かさ間の相関を考慮していないため、各燃料の断面積の不確かさは連動して変化しない。その結果、燃料の断面積の不確かさ間の相関を考慮した場合よりも全体の相関が弱くなっている。

さて、得られた相関関係が炉心特性の物理的挙動と一致しているかを確認する前に、本来得られる相関係数行列(図 5-4-4)はこのままでは見づらいため、あるパラメータに対する相関係数を炉心図に重ねて表記する。実効増倍率に対する相関係数を炉心図に重ねて表記すると図 5-4-9 と図 5-4-10 のようになる。この際、色は上記のものと同様である。

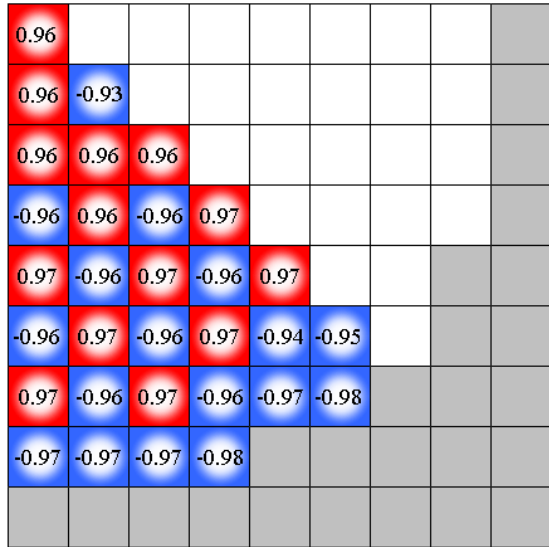


図 5-4-9 実効増倍率と相対出力の相関係数

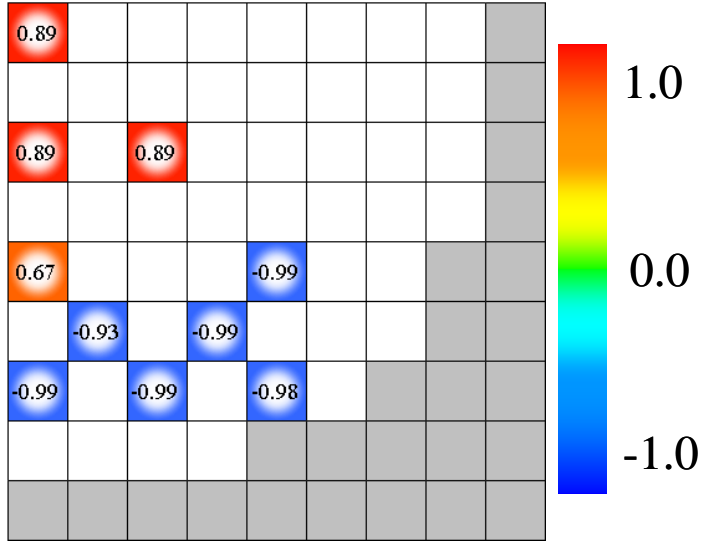
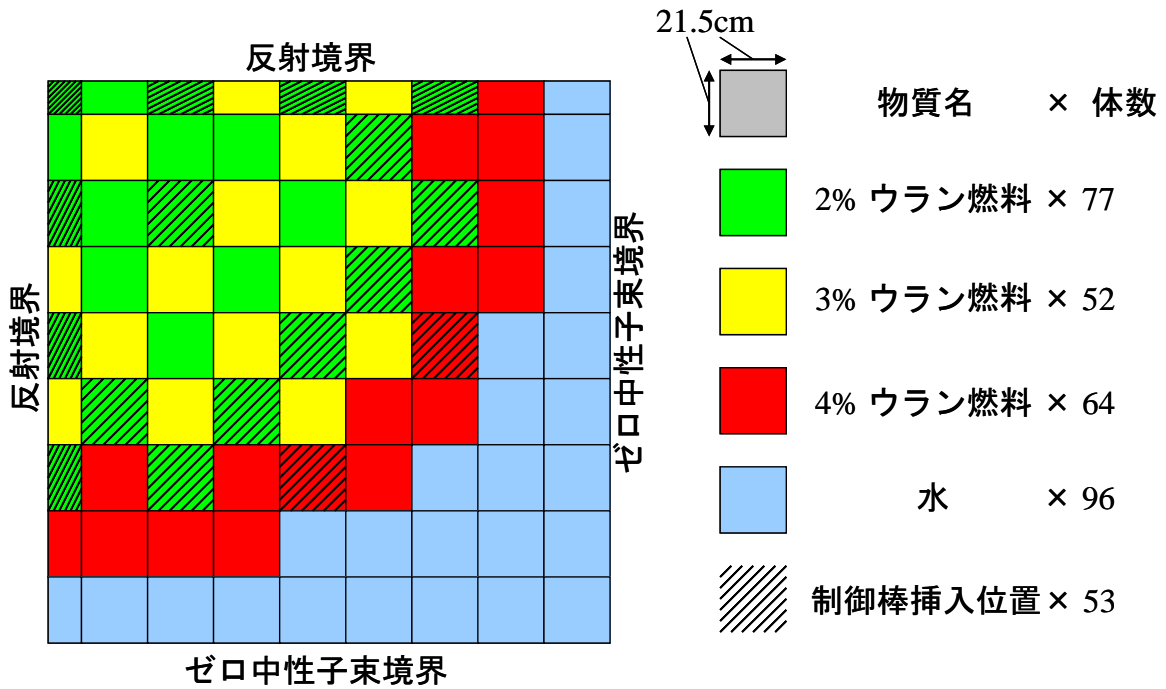


図 5-4-10 実効増倍率と制御棒価値の相関係数

また、炉心体系を再度示しておく。



(再掲) 図 5-1-1 炉心計算体系(PWR)

図 5-4-9 より実効増倍率と相対出力の相関係数は、2%燃料が正、3%・4%燃料が負となっていることが分かる。また、図 5-4-10 より実効増倍率と制御棒価値の相関係数は、内側が正、外側が負となっていることが分かる。

この相関関係が、炉心特性の物理的挙動と一致しているかを確認する前に、この相関関係に大きな影響を与えている断面積を特定する。そのために、本来の感度解析では図 5-4-5 に示した感度係数行列を用いるが、ここでは 1 部の感度係数を 0 とした感度係数行列を用いた感度解析を行う。ここで、感度係数を 0 とした計算を行ったのは、自作計算コードの都合であり、着目する反応以外の不確かさ

を 0(関連する共分散が 0)として感度解析を行うことでも同様のことが可能である。

例えば、散乱反応以外に対する感度係数を 0 とすれば、散乱反応による不確かさとその相関関係を得ることができ、8 群の核分裂反応以外に対する感度係数を 0 とすれば、8 群の核分裂反応による不確かさとその相関関係を得ることができる。散乱断面積・核分裂断面積(生成断面積)・捕獲断面積のみによる不確かさを計算し、各炉心特性パラメータの不確かさへの影響割合を評価した結果を図 5-4-11 に示す。ここで、影響割合は(5.4.1)式を用いて計算した。

$$H(P, \Sigma_x) = \frac{\{\delta P(\Sigma_x)\}^2}{\sum_i \{\delta P(\Sigma_i)\}^2} \quad (5.4.1)$$

ここで、

$H(P, \Sigma_x)$  :  $P$  に対する  $\Sigma_x$  の影響割合

$\delta P(\Sigma_x)$  :  $\Sigma_x$  に起因する  $P$  の不確かさ

である。(5.4.1)式は断面積の不確かさ間の相関を考慮した形とはなっていないが、この考察では影響の強い断面積を調べることが目的であり、不確かさの値の正確な評価は必要ないため(5.4.1)式を用いた。

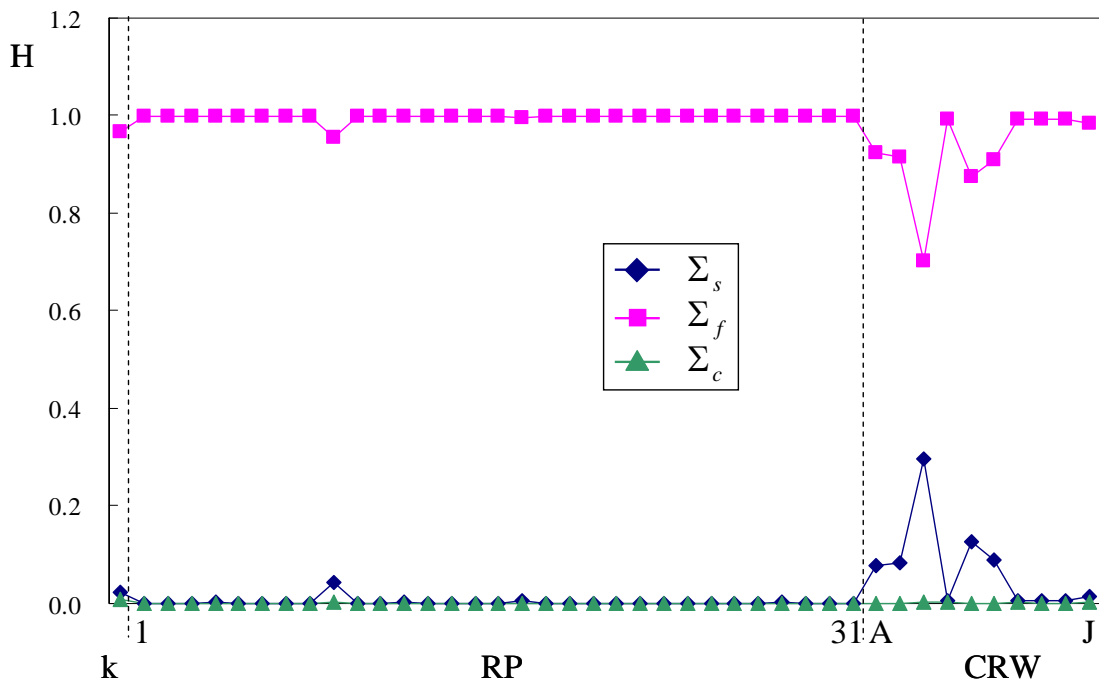


図 5-4-11 各炉心特性パラメータの不確かさへの各断面積の影響割合

図 5-4-11 より、核分裂断面積の影響が大きいことが分かる。そこで、高速群(1~6 群)の核分裂断面積と熱群(7~8 群)の核分裂断面積による不確かさを計算し、各炉心特性パラメータの不確かさの影響割合を図 5-4-12 に示す。ここで、核分裂断面積の割合を 1 に規格化してあり、図 5-4-12 の割合の和は図 5-4-11 に示した核分裂断面積の割合とはなっていない。

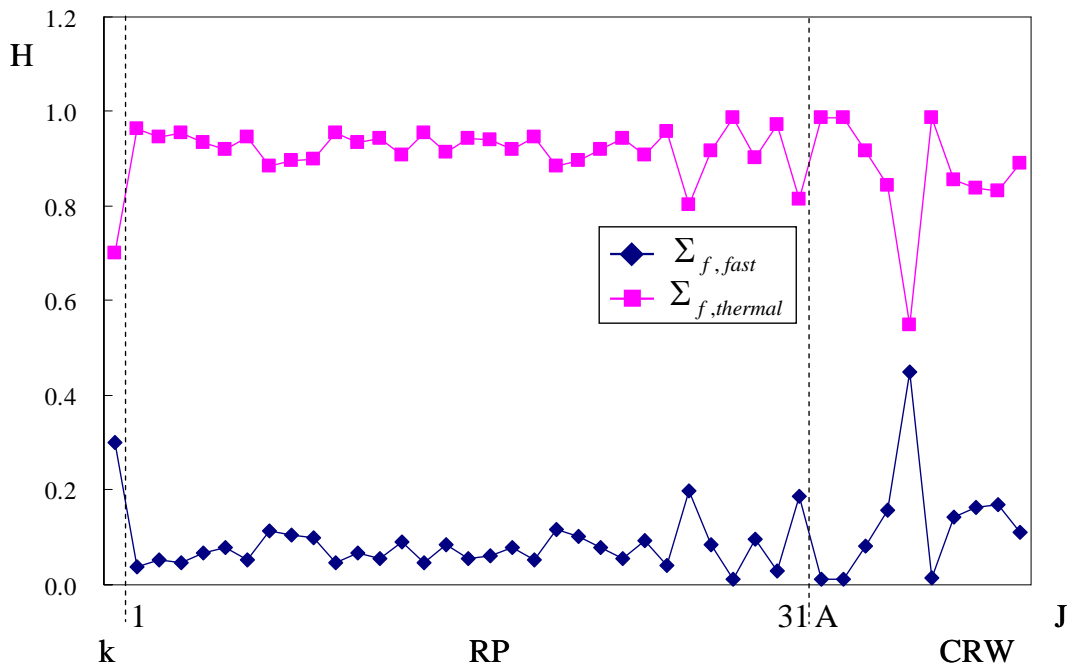


図 5-4-12 各炉心特性パラメータの不確かさへの核分裂断面積の影響割合

図 5-4-12 より、熱群の核分裂断面積の影響が大きいことが分かる。そこで、7,8 群の核分裂断面積による不確かさを計算し、各炉心特性パラメータの不確かさの影響割合を図 5-4-13 に示す。ここで、先ほどと同様に、熱群の核分裂断面積の割合を 1 に規格化してあり、図 5-4-13 の割合の和は図 5-4-12 に示した熱群の核分裂断面積の割合とはなっていない。

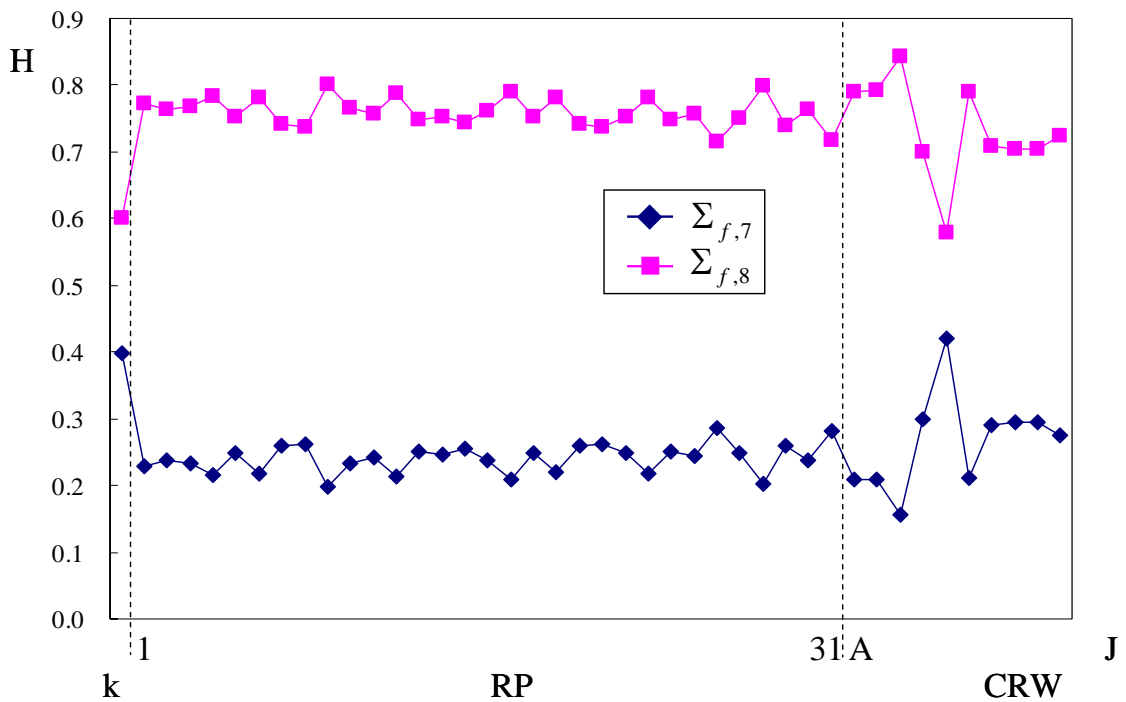


図 5-4-13 各炉心特性パラメータの不確かさへの熱群の核分裂断面積の影響割合



図 5-4-13 より、8 群の核分裂断面積の影響が最も大きく、次に 7 群の核分裂断面積の影響が大きい。また、これらの断面積の不確かさは強い正の相関を有している。以上から、本計算条件では、各炉心特性パラメータの不確かさとその相関関係には、7 群と 8 群の核分裂断面積影響が大きな影響を与えていることが分かる。そこで、8 群の核分裂断面積を微小に増加させた際の中性子束変化を図 5-4-14 に示す。ここで、7 群の核分裂断面積を微小に増加させた際の中性子束変化は図 5-4-14 と同様であったため、省略した。

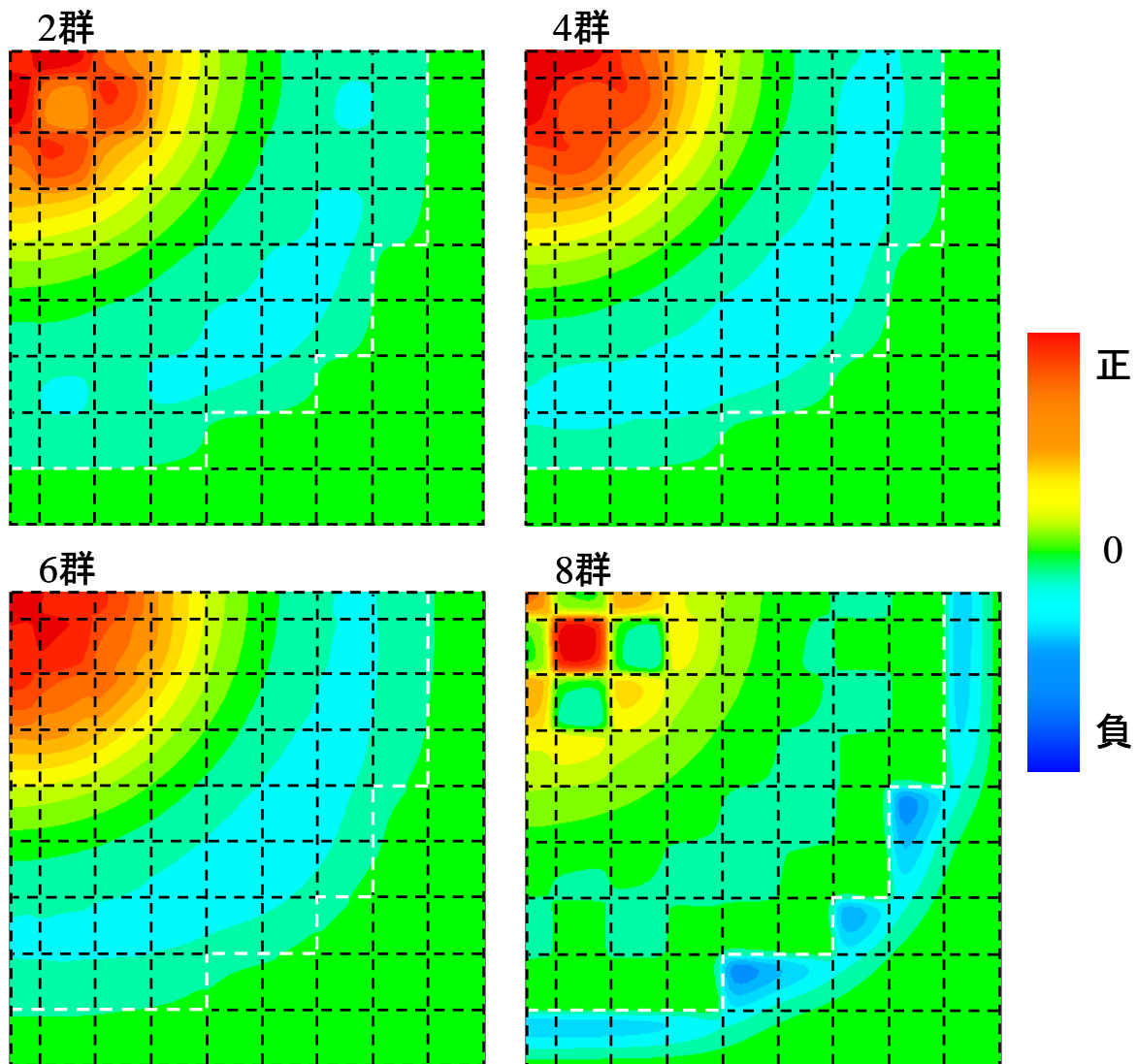


図 5-4-14 8 群の核分裂断面積の増加に伴う中性子束変化

以上の関係と中性子束変化を用いて、本研究で得られた相関関係が、炉心特性の物理的挙動と一致しているかを確認する。図 5-4-9 と図 5-4-10 はそれぞれ実効増倍率に対する相対出力と制御棒価値の相関関係を示している。実効増倍率が正に増加するという事は、熱群の核分裂断面積が増加することに置き換えられるため、各炉心特性パラメータの熱群の核分裂断面積の増加に対する影響について考える。まず、相対出力について考える。相対出力は核分裂断面積と中性子束の積によって得られる。ここで、各燃料集合体が不確かさによってどれだけ核分裂断面積が変化するかは表 5-3-5 か

ら表 5-3-7 に示してあり、2%燃料の相対変化量が大きく、4%燃料の相対変化量は小さい。実際に、8群の核分裂断面積の変化量を計算すると、2%燃料は 2.62E-03[1/cm]、3%燃料は 2.53E-03[1/cm]、4%燃料は 2.59E-03[1/cm]である。また、中性子束は図 5-4-14 のように変化しているが、間接効果でありその影響は小さい。そのため、核分裂断面積の変化量が大きい 2%燃料の相対出力は増加し、相対的に他の燃料の相対出力は減少する。次に、制御棒価値について考える。制御棒価値は4章でも説明したように、摂動によって体系の実効増倍率が増加することによって制御棒価値が減少する効果と、摂動によって体系の中性子束が増加することによって制御棒価値が増加する効果の2つに分けて説明することができる。実効増倍率との相関を見ているため、前者の影響である摂動による制御棒価値の減少効果がある。また、図 5-4-14 に示すように内側の中性子束は増加し、外側の中性子束は減少している。後者の影響は前者の影響に比べ大きいいため、内側の制御棒価値は増加し、外側の制御棒価値は減少する。また、領域 C は中性子束変化の正負の節付近の領域となっており、相関が弱くなった。

#### 5.4.2 相関を用いた不確かさ低減への適用

得られた相関関係を用いて実際に不確かさ低減を行い、どの程度の効果があるのかを評価する。本検証では、相関関係によってどの程度不確かさを低減できるのかということの評価するため、不確かさ自身の値は本来必要ない。しかし、参考のために以下に示す。

まず、核種ごとの微視的断面積の不確かさを表 5-4-1 から表 5-4-3 に示す。

表 5-4-1 U235 の微視的断面積の不確かさ[%]

| エネルギー群 | $\sigma_s$ | $\sigma_f$ | $\sigma_c$ | $\nu$ |
|--------|------------|------------|------------|-------|
| 1      | 2.59       | 0.60       | 53.51      | 0.35  |
| 2      | 3.32       | 0.56       | 23.09      | 0.43  |
| 3      | 6.82       | 0.52       | 2.10       | 0.27  |
| 4      | 3.73       | 1.92       | 2.96       | 0.41  |
| 5      | 2.69       | 1.51       | 0.58       | 0.29  |
| 6      | 2.84       | 7.62       | 1.41       | 0.31  |
| 7      | 3.87       | 6.42       | 2.45       | 0.31  |
| 8      | 4.94       | 6.60       | 2.01       | 0.31  |

表 5-4-2 U238 の微視的断面積の不確かさ[%]

| エネルギー群 | $\sigma_s$ | $\sigma_f$ | $\sigma_c$ | $\nu$ |
|--------|------------|------------|------------|-------|
| 1      | 6.75       | 0.63       | 34.57      | 0.67  |
| 2      | 3.37       | 0.69       | 5.77       | 0.82  |
| 3      | 3.06       | 9.86       | 3.06       | 1.03  |
| 4      | 1.97       | 78.01      | 2.35       | 1.10  |
| 5      | 2.92       | 80.14      | 0.96       | 1.10  |
| 6      | 0.78       | 94.77      | 2.50       | 1.10  |
| 7      | 0.89       | 96.71      | 1.68       | 1.10  |
| 8      | 0.91       | 96.81      | 1.63       | 1.10  |

表 5-4-3 O16 の微視的断面積の不確かさ[%]

| エネルギー群 | $\sigma_s$ | $\sigma_f$ | $\sigma_c$ | $\nu$ |
|--------|------------|------------|------------|-------|
| 1      | 3.66       | 0.00       | 27.75      | 0.00  |
| 2      | 1.51       | 0.00       | 30.43      | 0.00  |
| 3      | 0.98       | 0.00       | 27.44      | 0.00  |
| 4      | 1.00       | 0.00       | 10.00      | 0.00  |
| 5      | 1.00       | 0.00       | 10.00      | 0.00  |
| 6      | 1.00       | 0.00       | 10.00      | 0.00  |
| 7      | 1.00       | 0.00       | 10.00      | 0.00  |
| 8      | 1.00       | 0.00       | 10.00      | 0.00  |

次に、途中計算で得られる不確かさは既に示してあるため割愛し、炉心特性の不確かさを表 5-4-4 に示す。

表 5-4-4 炉心特性の不確かさ

| パラメータ | 位置 | 不確かさ[%] | 位置 | 不確かさ[%] |
|-------|----|---------|----|---------|
| 実効増倍率 |    | 0.93    |    |         |
| 相対出力  | 1  | 0.34    | 17 | 0.08    |
|       | 2  | 0.36    | 18 | 0.35    |
|       | 3  | 0.35    | 19 | 0.12    |
|       | 4  | 0.09    | 20 | 0.32    |
|       | 5  | 0.34    | 21 | 0.35    |
|       | 6  | 0.11    | 22 | 0.35    |
|       | 7  | 0.33    | 23 | 0.11    |
|       | 8  | 0.34    | 24 | 0.32    |
|       | 9  | 0.06    | 25 | 0.34    |
|       | 10 | 0.38    | 26 | 0.37    |
|       | 11 | 0.37    | 27 | 0.32    |
|       | 12 | 0.09    | 28 | 0.13    |
|       | 13 | 0.33    | 29 | 0.36    |
|       | 14 | 0.33    | 30 | 0.34    |
|       | 15 | 0.34    | 31 | 0.37    |
|       | 16 | 0.37    |    |         |
| 制御棒価値 | A  | 4.09    | F  | 3.34    |
|       | B  | 3.60    | G  | 3.54    |
|       | C  | 1.17    | H  | 3.16    |
|       | D  | 3.06    | I  | 3.11    |
|       | E  | 1.16    | J  | 6.36    |

表 5-4-4 は見づらいため、実効増倍率以外を炉心図に重ねて表記すると図 5-4-15 と図 5-4-16 のようになる。

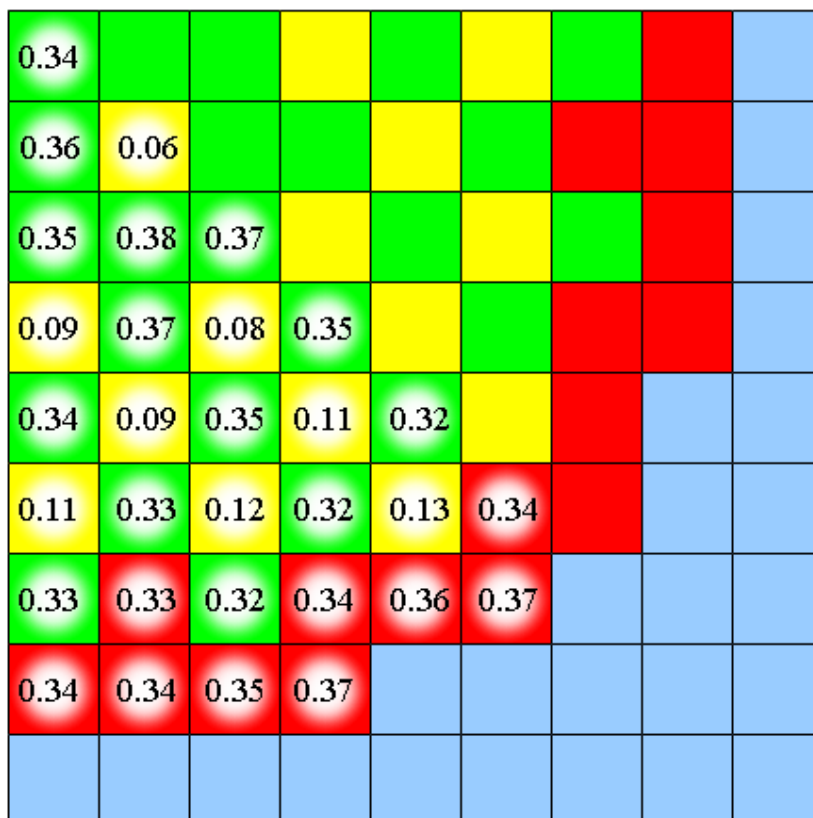


図 5-4-15 相対出力の不確かさ[%]

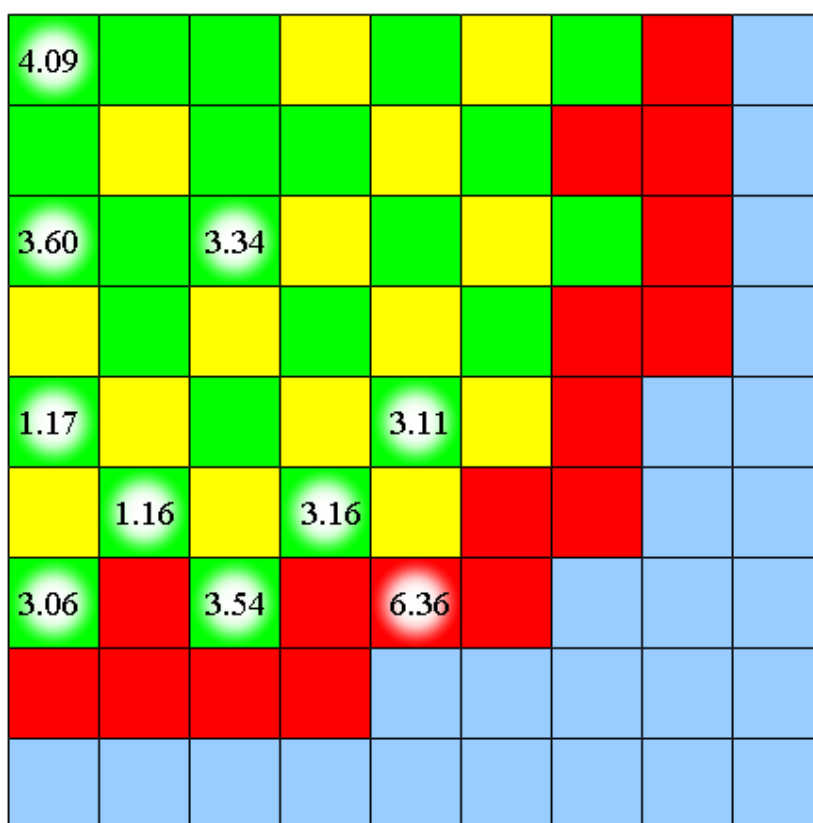


図 5-4-16 制御棒価値の不確かさ[%]

以上が断面積の不確かさに起因する炉心特性の不確かさである。相対出力の不確かさは 3%燃料のみ他の燃料に比べ小さくなっている。これは、相関関係の説明でも示したように、相対出力は他の燃料の影響を受ける相対変化であることによる。つまり、2%燃料は相対的に増加し、4%燃料は相対的に減少するため、3%燃料はこれらの間の性質を示し、相対的に減少するもののその量は少ない。そのため、相対出力の不確かさは 3%燃料のみ小さくなった。また、制御棒価値は炉心の中央部と外側の不確かさが大きくなっている。これは、体系の中性子束変化に対応している。図 5-4-14 にも示したように、熱群の核分裂断面積が増加すると、炉心の中央部の中性子束が増加し外側の中性子束は減少する。つまり、炉心の中央部と外側の中性子束が反する方向に変化し、その正負の変化の節付近における中性子束はあまり変化しない。そのため、制御棒価値の不確かさも炉心の中央部と外側が大きくなった。

さて、相関関係を用いてこれらの不確かさを低減することを考える。今回検討を行った炉心特性パラメータの中では、実効増倍率が最も精度良く測定できるため、その測定の不確かさは小さい。そこで、実効増倍率の測定値と測定の不確かさが得られたとして、その他の炉心特性パラメータの不確かさをどの程度低減できるかについて検証する。また、同じ領域という共通点を有する相対出力と制御棒価値についても検証を行う。そのため、相対出力の測定値と測定の不確かさが得られたとして同じ領域の制御棒価値の不確かさをどの程度低減できるかについても検証する。

まず、実効増倍率の測定の不確かさが無い場合に、その他の炉心特性パラメータの不確かさを何%にすることができるのかを表 5-4-5 に示す。ここで、不確かさ低減手法を適用することによってどの程度不確かさを低減できるのかという指標を低減率と定義し、今後これを用いて説明を行う。この低減率が 100%であれば、不確かさが零になることを意味する。

表 5-4-5 実効増倍率との相関を用いた各炉心特性パラメータの低減率  
(実効増倍率の測定の不確かさ 0.00%)

| パラメータ | 位置 | 低減率[%] | 位置 | 低減率[%] |
|-------|----|--------|----|--------|
| 相対出力  | 1  | 70.53  | 17 | 71.18  |
|       | 2  | 72.48  | 18 | 74.71  |
|       | 3  | 71.63  | 19 | 72.88  |
|       | 4  | 72.82  | 20 | 76.36  |
|       | 5  | 74.60  | 21 | 75.98  |
|       | 6  | 72.85  | 22 | 74.72  |
|       | 7  | 76.43  | 23 | 72.83  |
|       | 8  | 75.92  | 24 | 75.18  |
|       | 9  | 65.07  | 25 | 70.88  |
|       | 10 | 71.80  | 26 | 79.93  |
|       | 11 | 73.75  | 27 | 74.63  |
|       | 12 | 71.81  | 28 | 66.33  |
|       | 13 | 75.26  | 29 | 75.73  |
|       | 14 | 71.43  | 30 | 69.05  |
|       | 15 | 74.71  | 31 | 79.64  |
|       | 16 | 72.82  |    |        |
| 制御棒価値 | A  | 54.97  | F  | 53.74  |
|       | B  | 54.03  | G  | 84.79  |
|       | C  | 25.75  | H  | 86.02  |
|       | D  | 85.85  | I  | 86.19  |
|       | E  | 62.16  | J  | 80.19  |

表 5-4-5 より、ほとんどの低減率は 50%以上となっており、不確かさを大きく低減できることが分かる。また、相対出力の平均低減率は 73.35%、制御棒価値の平均低減率は 67.37%となる。

また、相対出力の測定の不確かさが無い場合に、その領域の制御棒価値の不確かさを何%にすることができるのかを表 5-4-6 に示す。

表 5-4-6 同じ領域の相対出力と野相関を用いた制御棒価値の低減率  
(相対出力の測定の不確かさ 0.00%)

| パラメータ | 位置 | 低減率[%] | 位置 | 低減率[%] |
|-------|----|--------|----|--------|
| 制御棒価値 | A  | 70.83  | F  | 68.52  |
|       | B  | 69.39  | G  | 87.39  |
|       | C  | 37.27  | H  | 85.92  |
|       | D  | 83.65  | I  | 85.37  |
|       | E  | 51.18  | J  | 87.75  |

表 5-4-6 より、平均低減率は 72.73%であり、表 5-4-5 の制御棒価値の平均低減率 67.37%よりも大きくなっている。中でも、領域 C の制御棒価値の低減率が増加しており、最も低減率が小さかった位置について改善できていることが重要である。これは、同じ領域という共通点があるため、相関が強かったことによると考えられる。

次に、実効増倍率の測定の不確かさをある値に仮定した場合に、その他の炉心特性パラメータの低減率がどのようになるのかを図 5-4-17 から図 5-4-22 に示す。表 5-4-4 で示した実効増倍率の不確かさ 0.93%に対して、測定の不確かさを 0.1%と 0.5%と変化させて検証を行う。先ほどは表で示したが、今回は図で示す。ここで、同じ領域の相対出力と制御棒価値に関する検証は同様の結果が得られるため省略するが、参考のために表 5-4-6 の結果のみを同様の形式で図 5-4-23 に示す。

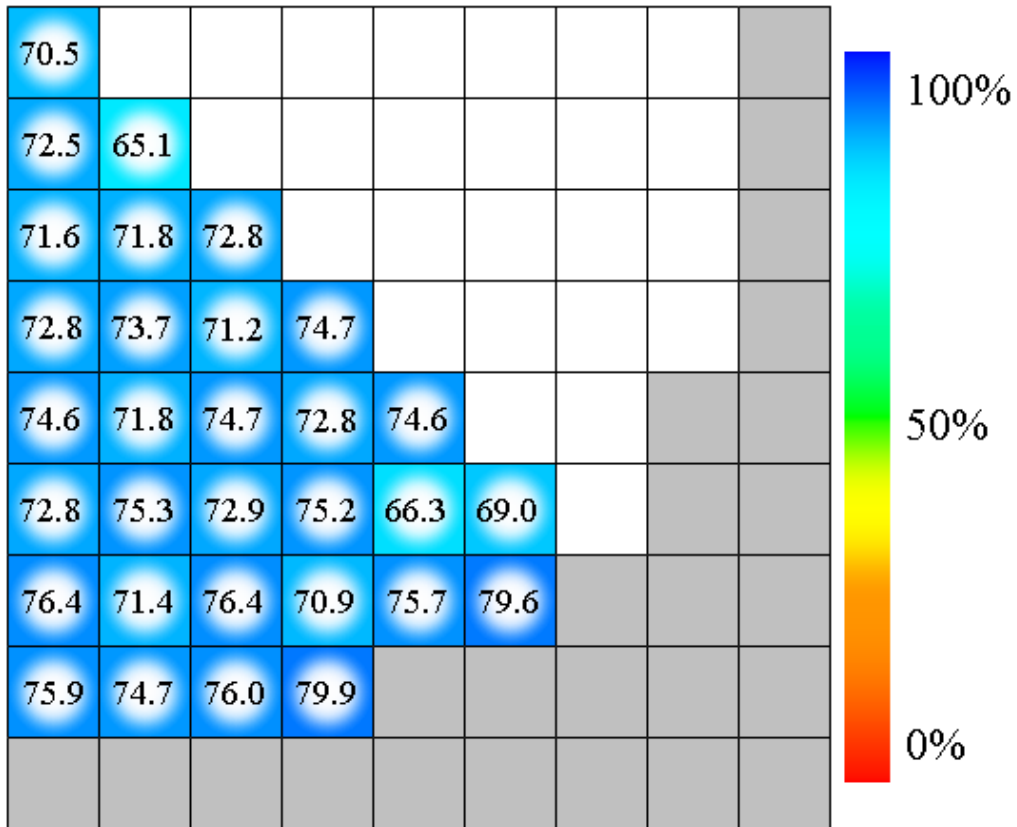


図 5-4-17 実効増倍率との相関を用いた相対出力の低減率(測定値の不確かさ 0.0%)

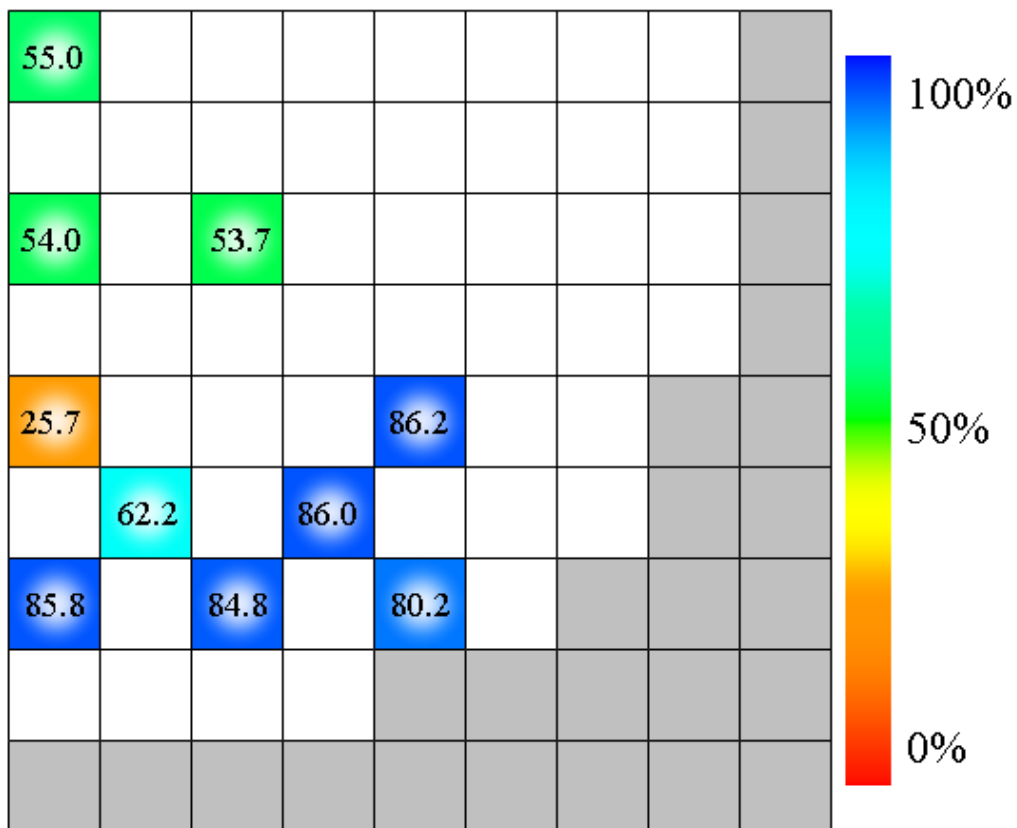


図 5-4-18 実効増倍率との相関を用いた制御棒値の低減率(測定値の不確かさ 0.0%)

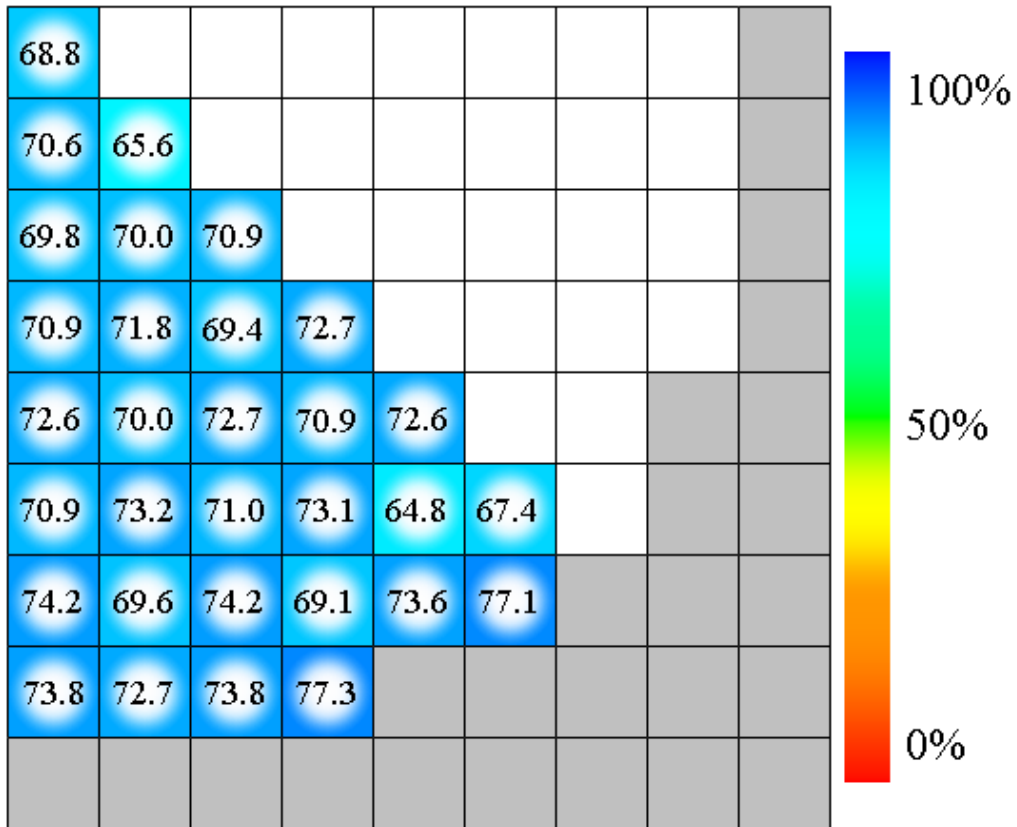


図 5-4-19 実効増倍率との相関を用いた相対出力の低減率(測定値の不確かさ 0.1%)

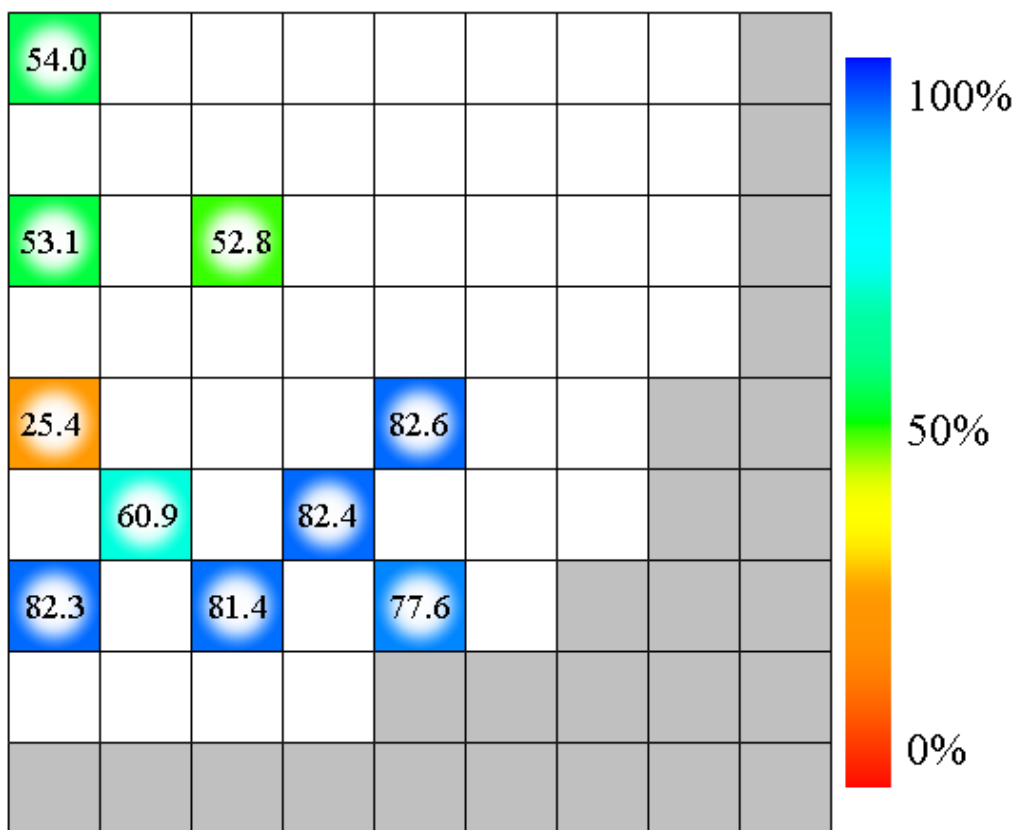


図 5-4-20 実効増倍率との相関を用いた制御棒価値の低減率(測定値の不確かさ 0.1%)



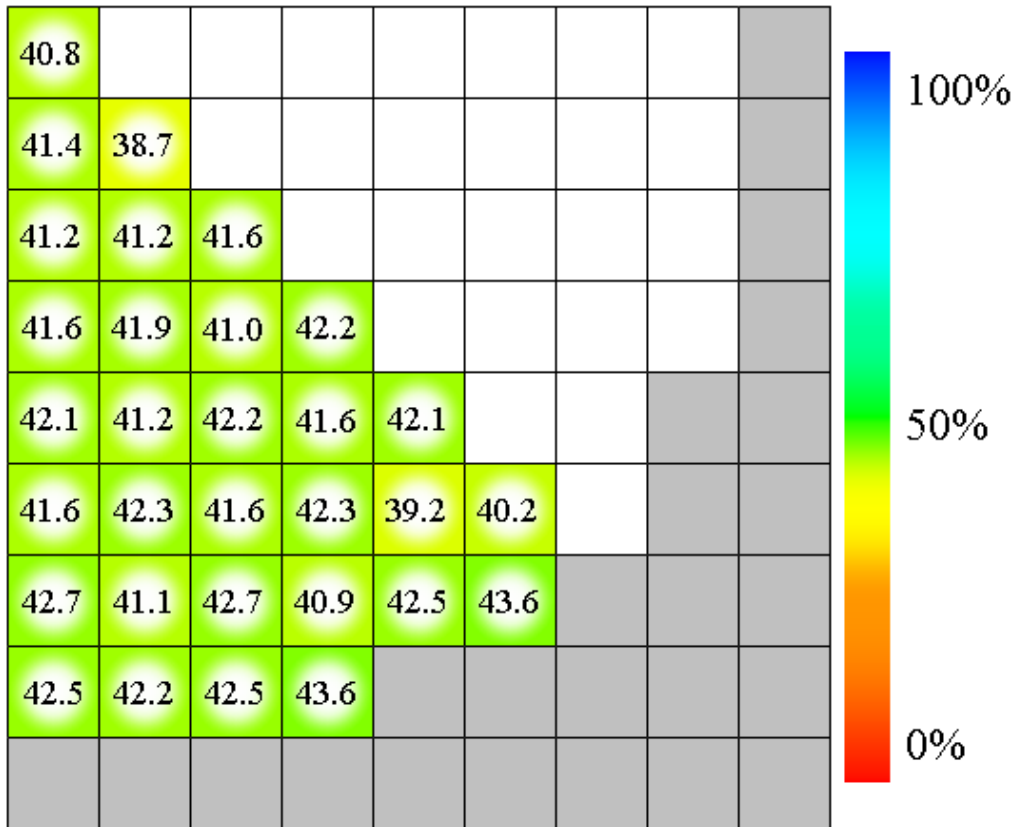


図 5-4-21 実効増倍率との相関を用いた相対出力の低減率(測定値の不確かさ 0.5%)

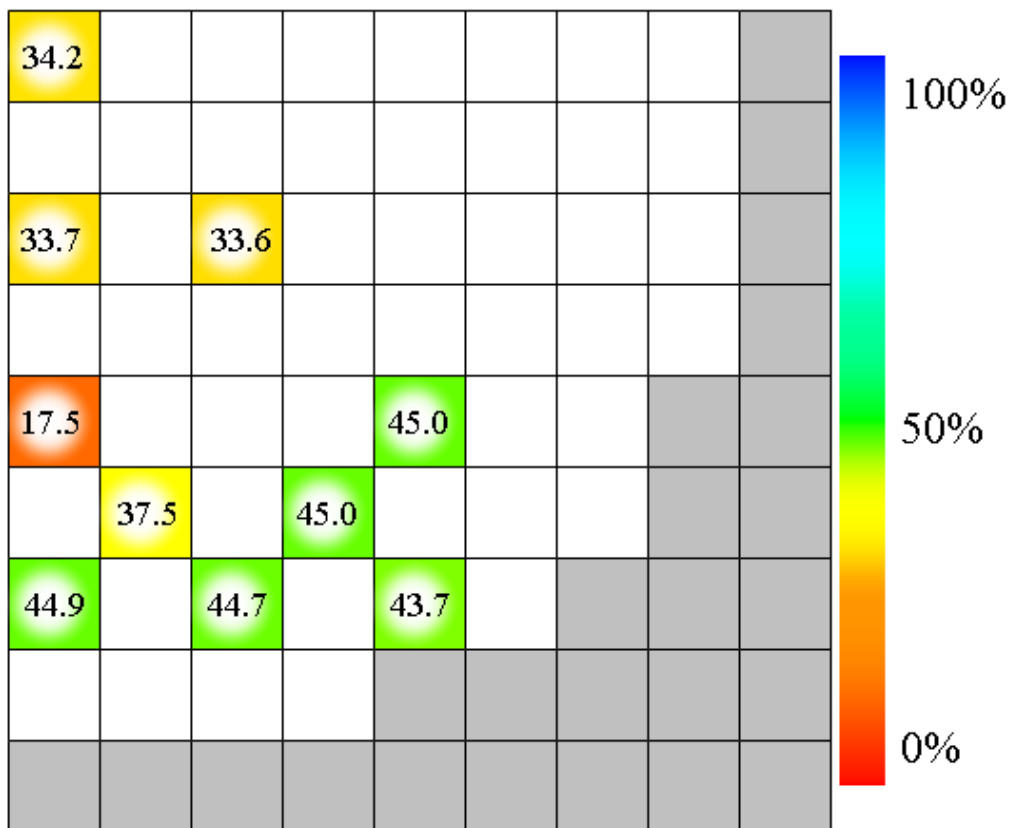


図 5-4-22 実効増倍率との相関を用いた制御棒値の低減率(測定値の不確かさ 0.5%)

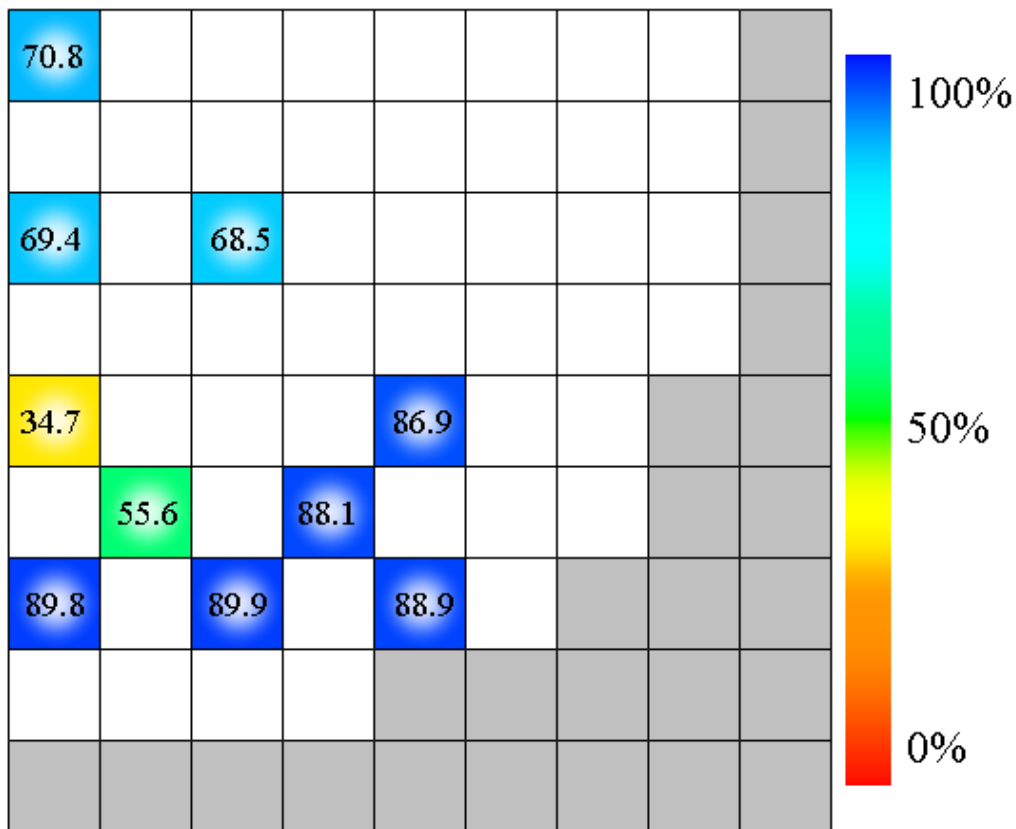


図 5-4-23 相対出力との相関を用いた制御棒の低減率(測定値の不確かさ 0.0%)

図 5-4-19 と図 5-4-20 より、断面積の不確かさに起因する実効増倍率の不確かさ 0.96% に対して、実効増倍率の測定値の不確かさが 0.10% の場合は、測定値の不確かさが無い場合とほとんど同様の結果が得られている。また、相対出力の平均低減率は 71.38%、制御棒価値の平均低減率は 65.23% とどちらも 2% 程度しか減少しておらず、測定値の不確かさの影響はあまり見られない。一方、図 5-4-21 と図 5-4-22 より、実効増倍率の測定値の不確かさが 0.50% の場合は、全体的に低減率が増加している。また、相対出力の平均低減率が 41.68%、制御棒価値の平均低減率は 37.98% とどちらも 30% 程度も減少しており、測定値の不確かさが大きな影響を与えている。しかし、不確かさを 40% 程度も低減できており、十分な効果があることが分かる。

ただし、本検討では微視的断面積の共分散のみしか考慮しておらず、数値計算誤差、製造公差、熱流動条件等の他の要因による不確かさについては考慮していない。中でも、燃料ペレット生成時の原子数密度の不確かさは大きな影響を与え、得られる相関関係に大きな影響を与えることが考えられる。さらに、本体系は初装荷炉心を模擬しているが、取替炉心体系における計算では核種の燃焼を考慮する必要があり、これには大きな不確かさが含まれる。そのため、断面積以外の要因による不確かさについても考慮した検討を行うことが今後の課題となる。

## 5.5 本章のまとめ

本章では実際の PWR 体系を模擬した体系で検証計算を行い、得られた相関関係の検証と不確かさ低減手法の効果を確認した。2 章・3 章で説明した計算理論から得られた相関関係は、各計算段階において断面積の摂動に起因する計算結果の物理的挙動から説明できるものであり、計算結果の妥当性を確認することができた。さらに、断面積の共分散により、実際にどのような炉心特性の不確かさ間の相関関係が得られるのかを提示した。また、得られた相関関係を用いて 2 章で説明した不確かさ低減手法を適用した。実効増倍率の測定値が測定の不確かさなしで求めた場合、相対出力の不確かさの平均低減率は 73.35%、制御棒価値の不確かさの平均低減率は 67.37% となり、いずれの炉心特性パラメータについても大きく不確かさを低減することができることを確認した。仮に、測定の不確かさが若干大きくてもこの傾向は変わらず、本研究で提案した不確かさ低減手法は、本検討内では非常に有効であることを確認した。ただし、実際の炉心計算への適用を考えると、他の要因による不確かさ(計算誤差や製造公差等)を考慮することが今後の検討課題といえる。

## 第6章 結論

### 6.1 結論

原子力工学の分野では様々な数値シミュレーションが用いられており、数値シミュレーション技術そのものの高度化と共に、評価予測値に含まれる不確かさ評価技術の高度化が求められている。これは炉心設計時の安全余裕を定量化する際に非常に重要な技術である。評価予測値の不確かさそのものの低減によって更なる裕度を得ることができるが、評価予測値に含まれる不確かさは様々なものに起因している。この不確かさには、数値計算誤差・製造公差・断面積が有する誤差などがあるが、これらを完全に無くすことは非現実的であることから、計算手法の高度化などにより、直接的に不確かさを低減することには限界がある。そこで、これとは異なる観点の不確かさ低減手法が重要となる。

以上のことから、本研究では相関を用いた不確かさ低減手法を開発し、その実用性を評価した。本研究で提案した手法は、シミュレーション結果である炉心特性の不確かさ間の相関と、測定によって得られた真値との誤差の関係をを用いた不確かさ低減手法である。そのため、計算の仮定で必要となる炉心特性の不確かさ間の相関関係の計算理論の妥当性の確認も行った。

第2章では、相関を用いた不確かさ低減理論と炉心特性の不確かさ間の相関の計算方法について説明した。まず、不確かさ間の相関を評価する相関係数について述べた。次に、相関を有する2変数の正規分布について述べ、さらに、この相関を用いた不確かさ低減理論について述べた。最後に、多段階の手順を踏む炉心計算の流れに沿って炉心特性の共分散の計算方法について述べた。

第3章では、一般化摂動論を含む感度解析理論について説明した。まず、感度解析の基礎と共に、一般化摂動論の必要性について述べた。また、随伴中性子束等の一般化摂動論で必要となる理論も合わせて述べた。次に、一般化摂動論を用いた感度解析について述べ、本計算で用いる具体的な感度係数の計算式についても言及した。また、従来、高速炉体系に用いられていた1次摂動論に基づく制御棒価値の感度解析法では、熱炉体系の制御棒価値の感度係数を精度良く計算することができなかったが、計算精度を改善するために制御棒価値の定義式に基づく計算理論を導入した。

第4章では、非常に簡単な熱炉体系において検証計算を行った。計算理論の妥当性を確認することが目的であったため、断面積の共分散は核データライブラリから得られるものではなく、ある値に設定した。本計算理論から得られた感度係数と相関関係は、モンテカルロ計算を用いた直接計算法と比較してもよく一致しており、さらに物理的挙動とも一致しており、妥当な結果を得られていることが確認できた。また、高速炉体系に用いられていた従来の一般化摂動論で一次摂動論を用いているため、熱炉体系において制御棒による中性子束の大きな変化を精度良く取り扱えないという問題点を確認し、本手法では改善できていることも確認した。以上から、計算理論の妥当性を確認した。

第5章では、実際のPWRを模擬した体系において検証計算を行った。本計算理論から得られる相関関係は、物理的挙動と一致しており、妥当な結果を得られていることが確認できた。また、不確かさ低減手法を適用した結果、本体系(PWR模擬体系)では炉心特性の不確かさを大きく低減させることができ、本手法が非常に有用である可能性が示唆された。

以上から、本研究では相関を用いた不確かさ低減手法を開発し、その実用性を確認することができた。また、炉心特性の不確かさ間の相関関係の計算理論の妥当性も確認することができた。この不確かさ低減手法によって、単純に不確かさを低減させる従来の手法とは異なる、相関を用いた不確かさ低減が可能となると考えられる。

## 6.2 今後の課題

今後の課題として以下のことが挙げられる。これらは本研究では考慮できなかった点である。

### a) 他の要因による不確かさの考慮

本研究で開発した不確かさ低減理論はあるパラメータを基準にして、他のパラメータの不確かさを低減している。この基準とするパラメータでは、測定値と評価値の差をこのパラメータの誤差とし、評価値の誤差がこれと等しいとしている。前者(測定値と評価値の差)は実際の測定によって得られるものであり、様々な不確かさを全て含んだ値である。そのため、評価値の不確かさもこれに対応させる必要があり、これが不適切だと不確かさの低減量は変わらないのだが、不確かさの範囲を誤って評価することとなる。その結果、評価値とその不確かさは制限を満たしているが、実際には制限を超過する可能性が生じる。

本研究では、断面積の共分散のみを考慮しており、数値計算誤差や製造公差等の他の要因による不確かさについては考慮していない。中でも、燃料ペレット作成時の原子数密度の不確かさは大きな影響を与え、得られる相関関係に大きな影響を与えることが考えられる。さらに、取替炉心体系における計算では核種の燃焼を考慮する必要があり、これには大きな不確かさが含まれる。影響が小さければあまり問題はないが、このように大きな不確かさが含まれることが予想される要因を考慮せずに不確かさ低減手法を適用すると、前述のように不確かさの範囲を誤って推定することとなる。

そのため、炉心特性の共分散に大きな影響をあたえる要因についても考慮することで、実際の炉心体系における不確かさ低減の定量的な評価が可能となる。

### b) 計算の高精度化

本検討では、(1)セル計算→集合体計算という均質化と、(2)超多群共分散からの縮約を行っておらず、十分に精度の高い計算とはなっていない。(2)については、本文中で述べたように、断面積作成によって得られた断面積と共分散の計算によって得られた断面積が似ており妥当だと判断したが、本来はこれらについても正確な計算を行うべきである。当然、これらを行うためには、この計算を行える一般化摂動論を用いた感度解析ツールが必要である。本検討ではこれを準備することができなかったため、一部は直接計算によって求めるなどの代替手段をとった。

そのため、超多群かつ詳細な一般化摂動論を用いた感度解析を行えるツールを開発することで、より厳密な計算を行うことができ、より正確な炉心特性の不確かさ間の相関を計算することが可能となる。

### c) 検討対象の拡充

本検討で評価した炉心特性パラメータは実効増倍率・相対出力・制御棒価値の3種類である。しかし、実際には炉心特性パラメータはこれだけではなく、他にも減速材温度係数など重要なパラメータが多数ある。ただし、これらの炉心特性パラメータを感度係数の定義式の形で表現することができないと、一般化摂動論を適用できず、単純な直接計算で感度係数を求めるとなると非現実的な計算量が必要となる。

そのため、他の炉心特性パラメータを感度係数の定義式の形で表現する、または他の効率のよい計算手法を見つけることで、より多彩な評価が可能となる。

## 参考文献

- [1] 中村政雄, 原子力と環境, 中公新書ラクレ, (2006).
- [2] T. Takeda and Y. Yoshimura, "Prediction uncertainty evaluation methods to core performance parameters in large liquid-metal fast breeder reactors," *Nucl. Sci. Eng.*, **103**, 157 (1989).
- [3] T. Kamei and T. Yoshida, "Error due to nuclear data uncertainties in the prediction of large liquid-metal fast breeder reactor core performance parameters," *Nucl. Sci. Eng.*, **84**, 83 (1983).
- [4] T. Sano and T. Takeda, "Generalized bias factor method for accurate prediction of neutronic characteristics," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **43**[12], 1465 (2006).
- [5] 吉澤康和, "新しい誤差論実験データ解析法," 共立出版株式会社.
- [6] K. Shibata, T. Kawano, T. Nakagawa et al., "Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3 Revision-3: JENDL-3.3," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **39**[11], 1125 (2002).
- [7] K. Shibata, O. Iwamoto, T. Nakagawa et al., "JENDL-4.0: A New Library for Nuclear Science and Engineering," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **48**[1], 1 (2011).
- [8] L. N. Usachev, "Perturbation theory for the breeding ratio and for other number ratios pertaining to various reactor processes," *J. nucl. Energy A/B*, **18**[10], 571-583 (1964).
- [9] A. Gandini, "A generalized perturbation method for bi-linear functionals of the real and adjoint neutron fluxes," *J. nucl. Energy*, **21**[10], 755-765 (1967).
- [10] A. Hara, T. Takeda, Y. Kikuchi, "SAGEP:Two-Dimensional Sensitivity Analysis Code Based on Generalized Perturbation Theory," JAERI-M 84-027.
- [11] <http://mathworld.wolfram.com/BivariateNormalDistribution.html>.
- [12] <http://mathworld.wolfram.com/Box-MullerTransformation.html>.
- [13] G.E.P. Box and M.E. Muller, "A note on the generation of random normal deviates," *Annals Math. Stat.*, **29**, 610(1958).
- [14] MacFarlane R.E. and Muir D.W., "The NJOY Nuclear Data Processing System version 91", LA-12740-M (1994).
- [15] G. Chiba, "ERRORJ –Covariance Processing Code System for JENDL Version 2," JNCTN 9520 2003-008 (2003).
- [16] G. Chiba, "ERRORJ –Covariance Processing Code Version 2.2," JNC TN 9520 2003-008 (2003).
- [17] G. Chiba, "ERRORJ: A Code to Process Neutron-Nuclide Reaction Cross Section Covariance, Version 2.3," JAEA-Data/Code 2007-007, Japan Atomic Energy Agency (2007).
- [18] ジェームズ J. ドウデルスタット, レイス J. ハミルトン 著, 成田正邦, 藤田文行 共訳, 原子炉の理論と解析(下), 現代工学社 (1981).
- [19] ラマーシュ, 武田充司, "原子炉の初等理論(下)," 吉岡書店(1976).
- [20] ジェームズ J. ドウデルスタット, レイス J. ハミルトン 著, 成田正邦, 藤田文行 共訳, 原子炉の理論と解析(上), 現代工学社 (1981).
- [21] 小林啓祐, "原子炉物理," コロナ社 (1996).

- [22] T. Misawa, A. Yamamoto and Y. Yamane, "Application of Nodal Method to Lambda Mode Higher Harmonics Code," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **33**[8], 1068 (1996).
- [23] 橋本健吾, "空間高次モードによる大型炉心ディカップリング現象の解析," 名古屋大学大学院工学研究科博士論文 (1995).
- [24] M. L. WILLIAMS, "Sensitivity and Uncertainty Analysis for Eigenvalue-Difference Responses," *Nucl. Sci. Eng.*, 155, 18(2007).
- [25] Benchmark Problem Book, ANL-7416, Suppl. 2, Argonne National Laboratory (1977).
- [26] S. Douglass and F. Rahnama, "Analysis of Cross-Section Condensation in PWR Simulation," *Proc. Physor2010*, May. 2010, Pittsburgh, Pennsylvania (2010).
- [27] K. Okumura, T. Kugo, K. Kaneko et al., "SRAC2006: A Comprehensive Neutronics Calculation Code System," JAES-Data/Code 2007-004, Japan Atomic Energy Agency (2007).
- [28] 奥村啓介, 金子邦男, 土橋敬一郎, "SRAC95; 汎用核計算コードシステム", JAERI-Data/Code 96-015, 日本原子力研究所 (1996).
- [29] 岡芳明, 原子炉設計, オーム社 (2010).
- [30] A. Yamamoto, T. Ikehara, T. Ito et al., "Benchmark Problem Suite for Reactor Physics Study of LWR Next Generation Fuels," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **39**[8], 900 (2002).
- [31] A. Yamamoto, T. Endo, M. Tabuchi et al., "AEGIS: An Advanced Lattice Physics Code for Light Water Reactor Analysis," *Nucl. Eng. Tech.*, **42**, 501 (2010).

## 公刊論文

1. 安江祉洋, 遠藤知弘, 山本章夫 他, “炉心核特性パラメータ間における不確定性の相関”, 日本原子力学会 春の年会, 福井大学, 3月28日-3月30日, 2011 (2011).
2. 安江祉洋, 遠藤知弘, 山本章夫 他, “軽水炉における炉心核特性パラメータの不確定性の相関に関する検討”, 日本原子力学会 秋の大会, 北九州国際会議場他, 9月19日-9月22日, 2011 (2011).
3. Y. Yasue, T. Endo, A. Yamamoto, “Evaluation of Correlation Among Uncertaintyies of Core Neutronic Parameters in Infinite Slab Geometry,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **105**, 486-488, 2011 (2011)
4. 安江祉洋, 遠藤知弘, 山本章夫 他, “炉心特性間の相関を用いた不確定性評価”, 日本原子力学会 春の年会, 福井大学, 3月19日-3月21日, 2012 (2012).



## A 計算の導出の詳細

### A.1 相関を有する正規分布関数の導出

本節では、相関を有する正規分布乱数列の作成方法について説明する。まず、以下のような乱数列を定義する。(A.1.1)式はある正規分布乱数列そのもの、(A.1.2)式は2つの正規分布乱数列の1次結合である。

$$x = f(A) \quad (\text{A.1.1})$$

$$y = a \cdot f(A) + b \cdot f(B) \quad (\text{A.1.2})$$

ここで、

$x, y$  : 正規分布乱数列  $a, b$  : 任意の定数

$f(A), f(B)$  : 互いに相関を持たない標準正規分布乱数列(相関係数  $\alpha = 0$ )

である。さらに、 $f(A), f(B)$  は標準正規分布乱数列なので、その平均値と分散と共分散は、

$$E[f(A)] = E[f(B)] = 0 \quad (\text{A.1.3})$$

$$E\{[E[f(A)] - f(A)]^2\} = E\{[E[f(B)] - f(B)]^2\} = 1 \quad (\text{A.1.4})$$

$$E\{[E[f(A)] - f(A)]\{E[f(B)] - f(B)\}\} = \alpha = 0 \quad (\text{A.1.5})$$

となる。(A.1.1)式より  $x$  も同様である。

ここで、 $y$  も同じ平均値と分散を取り、標準正規分布乱数列となるとすると、まず平均値は、

$$\begin{aligned} E[y] &= E[a \cdot f(A) + b \cdot f(B)] \\ E[y] &= a \cdot E[f(A)] + b \cdot E[f(B)] \\ E[y] &= a \cdot 0 + b \cdot 0 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.1.6})$$

となり、どのような  $a$  と  $b$  でも(A.1.6)式を満たす。次に分散は、

$$\begin{aligned} E\{[E[y] - y]^2\} &= E[y^2] \\ E\{[E[y] - y]^2\} &= E[a^2 \cdot f(A)^2 + b^2 \cdot f(B)^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot f(A) \cdot f(B)] \\ E\{[E[y] - y]^2\} &= a^2 \cdot E\{[E[f(A)] - f(A)]^2\} + b^2 \cdot E\{[E[f(B)] - f(B)]^2\} \\ &\quad + 2 \cdot a \cdot b \cdot E\{[E[f(A)] - f(A)]\{E[f(B)] - f(B)\}\} \\ E\{[E[y] - y]^2\} &= a^2 \cdot 1 + b^2 \cdot 1 + 2 \cdot a \cdot b \cdot 0 \\ E\{[E[y] - y]^2\} &= a^2 + b^2 = 1 \end{aligned} \quad (\text{A.1.7})$$

となる。(A.1.7)式を満たす実数の定数は、(A.1.8)式の関係を持つ。

$$b = \sqrt{1 - a^2} \quad (-1 \leq a \leq 1) \quad (\text{A.1.8})$$

これを(A.1.2)式に代入すると、

$$y = a \cdot f(A) + \sqrt{1 - a^2} \cdot f(B) \quad (\text{A.1.9})$$

となる。この時の  $x$  と  $y$  の共分散を以下で計算する。

$$\begin{aligned}
\text{cov}(x, y) &= E[\{E[x] - x\}\{E[y] - y\}] \\
\text{cov}(x, y) &= E[x \cdot y] \\
\text{cov}(x, y) &= E\left[f(A) \cdot \left\{a \cdot f(A) + \sqrt{1-a^2} \cdot f(B)\right\}\right] \\
\text{cov}(x, y) &= a \cdot E[f(A)^2] + \sqrt{1-a^2} \cdot E[f(A) \cdot f(B)] \\
\text{cov}(x, y) &= a \cdot E\left[\{E[f(A)] - f(A)\}^2\right] \\
&\quad + \sqrt{1-a^2} \cdot E[\{E[f(A)] - f(A)\}\{E[f(B)] - f(B)\}] \\
\text{cov}(x, y) &= a \cdot 1 + \sqrt{1-a^2} \cdot 0 \\
\text{cov}(x, y) &= a
\end{aligned} \tag{A.1.10}$$

ここで、 $x$  と  $y$  の分散は 1 なので、不確かさも 1 である。そのため、 $x$  と  $y$  の相関係数は  $a$  となる。そのため、相関係数を用いて定義式を書き直すと、

$$x = f(A) \tag{再掲} \quad (\text{A.1.1})$$

$$y = a \cdot f(A) + \sqrt{1-a^2} \cdot f(B) \tag{A.1.11}$$

となり、これらは相関係数  $a$  を有する 2 つの標準正規分布関数を表す。

## A.2 一般化摂動論における式変形の詳細

本節では、一般化摂動論を用いた際の 1 次近似に関する式変形について詳細を説明する。本文中では、ある定常状態の体系に摂動  $\delta\Sigma$  を加えると、演算子は  $\delta\mathbf{B}$ 、中性子束も  $\delta\vec{\Phi}$  だけ変化するが、定常状態であるとしているので、

$$(\mathbf{B} + \delta\mathbf{B})(\vec{\Phi} + \delta\vec{\Phi}) = \vec{0} \tag{再掲} \quad (\text{3.4.3})$$

となる。さらに、2 次の微小量である  $\delta\mathbf{B} \cdot \delta\vec{\Phi}$  を無視し、摂動を加える前の定常状態の拡散方程式  $\mathbf{B}\vec{\Phi} = \vec{0}$  を代入することで

$$\mathbf{B}\delta\vec{\Phi} + \delta\mathbf{B}\vec{\Phi} = \vec{0} \tag{再掲} \quad (\text{3.4.5})$$

を得ている。

しかし、厳密にはこの(3.4.5)式は正しくない。(3.4.3)式を消滅演算子  $\mathbf{A}$ 、生成演算子  $\mathbf{F}$ 、実効増倍率  $k$  を用いて表すと(A.2.1)式になる。

$$\left\{ (\mathbf{A} + \delta\mathbf{A}) - \frac{1}{k + \delta k} \cdot (\mathbf{F} + \delta\mathbf{F}) \right\} \{ \vec{\Phi} + \delta\vec{\Phi} \} = \vec{0} \tag{A.2.1}$$

この式を先ほどと同様に式変形する。

$$\vec{0} = \left\{ (\mathbf{A} + \delta\mathbf{A}) - \frac{1}{k + \delta k} \cdot (\mathbf{F} + \delta\mathbf{F}) \right\} \{ \vec{\Phi} + \delta\vec{\Phi} \} \tag{A.2.2}$$

$$\vec{0} = (k + \delta k) \cdot (\mathbf{A}\vec{\Phi} + \mathbf{A}\delta\vec{\Phi} + \delta\mathbf{A}\vec{\Phi} + \delta\mathbf{A}\delta\vec{\Phi}) - (\mathbf{F}\vec{\Phi} + \mathbf{F}\delta\vec{\Phi} + \delta\mathbf{F}\vec{\Phi} + \delta\mathbf{F}\delta\vec{\Phi})$$

2 次の微小量は無視すると、

$$\begin{aligned}
0 &= (k + \delta k) \cdot \mathbf{A}\vec{\Phi} + k \cdot \mathbf{A}\delta\vec{\Phi} + k \cdot \delta\mathbf{A}\vec{\Phi} - (\mathbf{F}\vec{\Phi} + \mathbf{F}\delta\vec{\Phi} + \delta\mathbf{F}\vec{\Phi}) \\
0 &= \left\{ (k + \delta k) \cdot \mathbf{A}\vec{\Phi} - \mathbf{F}\vec{\Phi} \right\} + \left\{ k \cdot \mathbf{A}\delta\vec{\Phi} - \mathbf{F}\delta\vec{\Phi} \right\} + \left\{ k \cdot \delta\mathbf{A}\vec{\Phi} - \delta\mathbf{F}\vec{\Phi} \right\}
\end{aligned} \tag{A.2.3}$$

両辺を実効増倍率  $k$  で割ると、

$$0 = \frac{\delta k}{k} \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} + \left\{ \mathbf{A}\bar{\Phi} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \right\} + \left\{ \mathbf{A}\delta\bar{\Phi} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F}\delta\bar{\Phi} \right\} + \left\{ \delta\mathbf{A}\bar{\Phi} - \frac{1}{k} \cdot \delta\mathbf{F}\bar{\Phi} \right\} \quad (\text{A.2.4})$$

(3.4.5)式と同様に演算子  $\mathbf{B}$  を用いて表し、摂動を加える前の定常状態の拡散方程式  $\mathbf{B}\bar{\Phi} = \bar{0}$  を代入すると、

$$\bar{0} = \frac{\delta k}{k} \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} + \mathbf{B}\delta\bar{\Phi} + \delta\mathbf{B}\bar{\Phi} \quad (\text{A.2.5})$$

となる。(A.2.5)式は(3.4.5)式と異なっており、(3.4.5)式が正しくないことがわかる。これは(3.4.5)式を導出する際に、摂動を加える前の拡散方程式  $\mathbf{B}\bar{\Phi} = \bar{0}$  を代入したが、(3.4.3)式の  $\mathbf{B}\bar{\Phi}$  とは実効増倍率が異なっており、不適切な式変形をしたためである。

ここで、(3.4.5)式と(A.2.5)式は異なっているが、一般化摂動論における式変形を行うと、一般化随伴中性子束の性質から同じ結果となり、(3.4.5)式を用いても問題ないことがわかる。このことを以下で説明する。一般化摂動論の式変形では、(3.4.5)式の両辺に一般化随伴中性子束  $\bar{\Gamma}^+$  をかけ全位相空間で積分する。同様の操作を(A.2.5)式に加えると、

$$\bar{0} = \frac{\delta k}{k} \cdot \langle \bar{\Gamma}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle + \langle \bar{\Gamma}^+ \cdot \mathbf{B}\delta\bar{\Phi} \rangle + \langle \bar{\Gamma}^+ \cdot \delta\mathbf{B}\bar{\Phi} \rangle \quad (\text{A.2.6})$$

ここで、一般化随伴中性子束の性質として、(A.2.7)式の関係がある。

$$\langle \bar{\Gamma}^+ \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle = 0 \quad (\text{A.2.7})$$

よって、(A.2.7)式を(A.2.6)式に代入すると、

$$\bar{0} = \langle \bar{\Gamma}^+ \cdot \mathbf{B}\delta\bar{\Phi} \rangle + \langle \bar{\Gamma}^+ \cdot \delta\mathbf{B}\bar{\Phi} \rangle \quad (\text{A.2.8})$$

となり、(3.4.5)式と(A.2.5)式のどちらを用いても、一般化随伴中性子束をかけ全位相空間で積分すると同じ式になる。そのため、(3.4.5)式が得られると仮定して計算を行っても実用上問題ない。

### A.3 厳密摂動を用いた制御棒価値の感度係数

本節では、厳密摂動を用いた制御棒価値の感度係数の導出について説明する。制御棒価値は厳密摂動に基づく(3.5.25)式で表される。

$$CRW_a = \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta\mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi}' \rangle} \quad (\text{再掲}) \quad (\text{3.5.25})$$

ここで、「'」は制御棒挿入後の体系ということを示している。ここで、(3.5.25)式を着目パラメータとする感度係数の計算式の導出を行う。(3.5.25)式は一般化摂動論を適用できる着目パラメータの式である(3.1.4)式とは異なっているため、そのまま代入することはできない。そこで、(3.5.25)式を感度係数の定義式である(3.1.1)式に代入し、変形すると、

$$S(CRW_a, \Sigma) = \frac{\delta CRW_a / \delta \Sigma}{CRW_a / \Sigma}$$

$$S(CRW_a, \Sigma) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \Delta \mathbf{B}_a}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta \mathbf{F}}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} \\ + \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \frac{\delta \bar{\Phi}'}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \frac{\delta \bar{\Phi}'}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} + \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta \bar{\Phi}^+}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} \end{array} \right\} \cdot \Sigma \quad (\text{A.3.1})$$

ここで、一般化摂動論を用いて(A.3.1)式の右边第3・4項と第5・6項を簡略化する。

まず、(A.3.1)式の右边第3・4項を簡略化する。一般化随伴源を(A.3.2)式のように定義する。

$$\mathbf{B}'^+ \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) = \bar{S}'^+(CRW_a) = \frac{\Delta \mathbf{B}_a^+ \bar{\Phi}^+}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\mathbf{F}^+ \bar{\Phi}^+}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} \quad (\text{A.3.2})$$

両辺に $\delta \bar{\Phi}' / \delta \Sigma$ をかけ、全位相空間で積分し、随伴関係を用いると、(A.3.3)に示すように(A.3.1)式の右边第3・4項を含んだ式となる。

$$\left\langle \frac{\delta \bar{\Phi}'}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{B}'^+ \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) \right\rangle = \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \frac{\delta \bar{\Phi}'}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \frac{\delta \bar{\Phi}'}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} \quad (\text{A.3.3})$$

さらに、(A.3.3)式の左辺を導出する。ある定常状態に摂動 $\delta \Sigma$ を加えると、演算子は $\delta \mathbf{B}$ 、中性子束も $\delta \bar{\Phi}$ だけ変化する。しかし、摂動を加えた後も定常状態であるとする、

$$(\mathbf{B}' + \delta \mathbf{B}')(\bar{\Phi}' + \delta \bar{\Phi}') = \bar{0} \quad (\text{A.3.4})$$

2次の微量を無視し、重み関数として一般化随伴中性子束 $\bar{\Gamma}'^+$ を用いて、全位相空間で積分すると、

$$\left\langle \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) \cdot \mathbf{B}' \delta \bar{\Phi}' \right\rangle + \left\langle \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) \cdot \delta \mathbf{B}' \bar{\Phi}' \right\rangle = \bar{0} \quad (\text{A.3.5})$$

断面積の摂動 $\delta \Sigma$ で割り、随伴行列の性質を利用して変形すると、

$$\left\langle \frac{\delta \bar{\Phi}'}{\delta \Sigma} \cdot \mathbf{B}'^+ \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) \right\rangle = - \left\langle \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) \cdot \frac{\delta \mathbf{B}'}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle \quad (\text{A.3.6})$$

以上から、

$$- \left\langle \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) \cdot \frac{\delta \mathbf{B}'}{\delta \Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle = \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \frac{\delta \bar{\Phi}'}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta \mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \frac{\delta \bar{\Phi}'}{\delta \Sigma} \right\rangle}{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \bar{\Phi}' \right\rangle} \quad (\text{A.3.7})$$

となる。

次に、(A.3.1)式の右边第5・6項を簡略化する。先ほどと同様だが説明を行う。一般化源を(A.3.8)式のように定義する。

$$\mathbf{B}\bar{\Gamma}(CRW_a) = \bar{S}(CRW_a) = \frac{\Delta\mathbf{B}_a \bar{\Phi}'}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta\mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \rangle} - \frac{\mathbf{F}\bar{\Phi}'}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi}' \rangle} \quad (\text{A.3.8})$$

両辺に  $\delta\bar{\Phi}^+ / \delta\Sigma$  をかけ、全位相空間で積分し、随伴関係を用いると、(A.3.9)式に示すように(A.3.1)式の右辺第5・6項を含んだ式となる。

$$\left\langle \frac{\delta\bar{\Phi}^+}{\delta\Sigma} \cdot \mathbf{B}\bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle = \frac{\left\langle \frac{\delta\bar{\Phi}^+}{\delta\Sigma} \cdot \Delta\mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta\mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta\bar{\Phi}^+}{\delta\Sigma} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi}' \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi}' \rangle} \quad (\text{A.3.9})$$

さらに、(A.3.9)式の左辺を導出する。ある定常状態に摂動  $\delta\Sigma$  を加えると随伴演算子は  $\delta\mathbf{B}^+$ 、随伴中性子束も  $\delta\bar{\Phi}^+$  だけ変化する。しかし、摂動を加えた後も定常状態であるとする、

$$(\mathbf{B}^+ + \delta\mathbf{B}^+)(\bar{\Phi}^+ + \delta\bar{\Phi}^+) = \bar{0} \quad (\text{A.3.10})$$

2次の微小量を見捨て、重み関数として一般化中性子束  $\bar{\Gamma}$  を用いて、全位相空間で積分すると、

$$\left\langle \delta\bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{B}\bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle + \left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \delta\mathbf{B}\bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle = \bar{0} \quad (\text{A.3.11})$$

断面積の摂動  $\delta\Sigma$  で割り、随伴行列の性質を利用して変形すると、

$$\left\langle \frac{\delta\bar{\Phi}^+}{\delta\Sigma} \cdot \mathbf{B}\bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle = - \left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta\mathbf{B}}{\delta\Sigma} \bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle \quad (\text{A.3.12})$$

以上から、

$$- \left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta\mathbf{B}}{\delta\Sigma} \bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle = \frac{\left\langle \frac{\delta\bar{\Phi}^+}{\delta\Sigma} \cdot \Delta\mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta\mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \rangle} - \frac{\left\langle \frac{\delta\bar{\Phi}^+}{\delta\Sigma} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi}' \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi}' \rangle} \quad (\text{A.3.13})$$

(A.3.7)式と(A.3.13)式を用いると、感度係数は(3.5.26)式となる。

$$S(CRW_a) = \left\{ \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta\Delta\mathbf{B}_a}{\delta\Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \Delta\mathbf{B}_a \bar{\Phi}' \rangle} - \frac{\left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta\mathbf{F}}{\delta\Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi}' \rangle} - \left\langle \bar{\Gamma}'^+(CRW_a) \cdot \frac{\delta\mathbf{B}'}{\delta\Sigma} \bar{\Phi}' \right\rangle - \left\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \frac{\delta\mathbf{B}}{\delta\Sigma} \bar{\Gamma}(CRW_a) \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \quad (\text{再掲}) \quad (\text{3.5.26})$$

#### A.4 任意ベクトルを用いた実効増倍率の感度係数

本節では、任意ベクトルを用いた実効増倍率の感度係数の導出について説明する。3章では反応度値に着目する場合に、着目パラメータ  $P$  を(3.1.4)式で定義していた。

$$P = \frac{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_1 \bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{\Phi}^+ \cdot \mathbf{H}_2 \bar{\Phi} \rangle} \quad (\text{再掲}) \quad (\text{3.1.4})$$

しかし、仮に実効増倍率を計算することを考えると、随伴中性子束ではなく、任意のベクトル  $\vec{a}$  でも実効増倍率を計算することができ、(A.4.1)式で表される。

$$k = \frac{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \quad (\text{A.4.1})$$

そこで、(A.4.1)式を着目パラメータとして感度係数の計算を行う。(A.4.1)式を(3.1.1)式に代入すると、

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial k}{\partial \Sigma} \cdot \Sigma \\ &= \frac{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} \cdot \left\{ \frac{\delta \langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle}{\delta \Sigma \langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \right\} \cdot \Sigma \\ &= \left\{ \frac{\langle \vec{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \vec{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} + \frac{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial \Sigma} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial \Sigma} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} + \frac{\langle \frac{\partial \vec{a}}{\partial \Sigma} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \frac{\partial \vec{a}}{\partial \Sigma} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \right\} \cdot \Sigma \end{aligned} \quad (\text{A.4.2})$$

ここで、(A.4.2)式の右辺第3,4項と右辺第5,6項を除去するために、源の項  $\vec{S}^+$  と  $\vec{S}$ 、一般化中性子束  $\vec{\Gamma}$  と一般化随伴中性子束  $\vec{\Gamma}^+$  を以下のように定義する。

$$\vec{S}^+ = \frac{\mathbf{F}^+ \vec{a}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}^+ \vec{a}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \quad (\text{A.4.3})$$

$$\vec{S} = \frac{\mathbf{F} \vec{\Phi}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A} \vec{\Phi}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \quad (\text{A.4.4})$$

ここで、(A.4.4)式はさらに変形することができ、

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \frac{\mathbf{F} \vec{\Phi}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A} \vec{\Phi}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \\ &= \frac{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \rangle} \cdot \frac{\mathbf{F} \vec{\Phi}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A} \vec{\Phi}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \\ &= \frac{1}{k} \cdot \frac{\mathbf{F} \vec{\Phi}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A} \vec{\Phi}}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \\ &= -\frac{1}{\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \rangle} \cdot \left\{ \left( \mathbf{A} - \frac{1}{k} \cdot \mathbf{F} \right) \vec{\Phi} \right\} \\ &= \vec{0} \end{aligned} \quad (\text{A.4.5})$$

となり、一般化中性子束は  $\vec{0}$  となる。本章と同様に(A.4.2)を変形すると、

$$\begin{aligned}
S &= \left\{ \frac{\left\langle \vec{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\left\langle \vec{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{A} \vec{\Phi} \right\rangle} - \left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \\
&= \left\{ -k \cdot \frac{\left\langle \vec{a} \cdot \frac{\delta}{\delta \Sigma} \mathbf{B} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} - \left\langle \vec{\Gamma}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle \right\} \cdot \Sigma \\
&= -k \cdot \frac{\left\langle \left( \vec{a} + \frac{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle}{k} \cdot \vec{\Gamma}^+ \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} \cdot \Sigma
\end{aligned} \tag{A.4.6}$$

となる。また、任意のベクトル  $\vec{a}$  に随伴中性子束を用いた式は 3 章でも示したように、

$$S = -k \cdot \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} \cdot \Sigma \tag{3.5.13}$$

である。(A.4.6)式と(3.5.13)式はどちらも実効増倍率の感度係数であり、等しいはずである。そこで、これらの関係を調べる。

ここで、任意ベクトル  $\vec{a}$  を用いた場合の実効増倍率の感度係数である(A.4.6)式と、随伴中性子束を用いた場合の実効増倍率の感度係数である(3.5.13)式が等しいとすると、

$$-k \cdot \frac{\left\langle \left( \vec{a} + \frac{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle}{k} \cdot \vec{\Gamma}^+ \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} \cdot \Sigma = -k \cdot \frac{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \Sigma} \vec{\Phi} \right\rangle}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} \cdot \Sigma \tag{A.4.7}$$

(A.4.7)式を満たす関係には、

$$\frac{\vec{a} + \frac{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle}{k} \cdot \vec{\Gamma}^+}{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} = \frac{\vec{\Phi}^+}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} \tag{A.4.8}$$

(A.4.8)式がある。(A.4.8)式を一般化随伴中性子束  $\vec{\Gamma}^+$  に関して変形すると、

$$\vec{\Gamma}^+ = k \cdot \left( \frac{\vec{\Phi}^+}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\vec{a}}{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} \right) \tag{A.4.9}$$

となる。これに演算子  $\mathbf{B}^+$  を作用させると、

$$\mathbf{B}^+ \vec{\Gamma}^+ = k \cdot \left( \frac{\mathbf{B}^+ \vec{\Phi}^+}{\left\langle \vec{\Phi}^+ \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} - \frac{\mathbf{B}^+ \vec{a}}{\left\langle \vec{a} \cdot \mathbf{F} \vec{\Phi} \right\rangle} \right) \tag{A.4.10}$$

さらに、随伴方程式を代入すると、

$$\mathbf{B}^+\bar{\Gamma}^+ = -k \cdot \frac{\mathbf{B}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \quad (\text{A.4.11})$$

となる。

さて、任意ベクトルを用いた際の一般化随伴中性子束は(A.4.3)式より、

$$\mathbf{B}^+\bar{\Gamma}^+ = \frac{\mathbf{F}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \quad (\text{A.4.12})$$

(A.4.12)式を変形すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^+\bar{\Gamma}^+ &= \frac{\mathbf{F}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\mathbf{A}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \\ &= \frac{\mathbf{F}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{A}\bar{\Phi} \rangle} \cdot \frac{\mathbf{A}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \\ &= \frac{\mathbf{F}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - k \cdot \frac{\mathbf{A}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \\ &= -k \cdot \left( \frac{\mathbf{A}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} - \frac{1}{k} \frac{\mathbf{F}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \right) \\ &= -k \cdot \frac{\mathbf{B}^+\bar{a}}{\langle \bar{a} \cdot \mathbf{F}\bar{\Phi} \rangle} \end{aligned} \quad (\text{A.4.13})$$

となる。

以上から、任意ベクトルを用いた場合の一般化随伴中性子束が満たす(A.4.13)式と、任意ベクトルを用いた場合の感度係数と随伴中性子束を用いた場合の感度係数が等しくなる一般化随伴中性子束が満たす(A.4.11)式は同じ式となる。そのため、任意ベクトルを用いた場合の実効増倍率の感度係数である(A.4.6)式と、随伴中性子束を用いた場合の実効増倍率の感度係数である(3.5.13)式は等しいという関係を持つことが確認できる。

しかし、注意すべき点が1つある。定義式ではこれらの感度係数は等しくなるが、本章で示したノイマン級数和を用いた一般化随伴中性子束の計算を用いるとこの限りではない。ノイマン級数和を用いた計算では、無限和が含まれているため、ある世代で足し合わせを打ち切る必要がある。そのため、一般化随伴中性子束自身に近似を含むこととなり、そこから得られる感度係数にも近似が含まれる。その結果、任意ベクトルを用いた場合の実効増倍率の感度係数と、随伴中性子束を用いた場合の実効増倍率の感度係数は異なることとなる。



## B NJOY

本章では NJOY について説明する。NJOY<sup>[14]</sup>とは、核データライブラリを処理して連続エネルギーや多群断面積および核データに関連した物理量を作成するためのコードパッケージである。NJOY は、機能別に分離されたモジュール構造のコードであり、代表的なモジュール名とその機能の概要を示す。

- moder : 核データファイルの形式をテキストとバイナリ間で変換
- reconr : 共鳴パラメータと内挿により連続エネルギー断面積を作成
- broadr : 温度によるドップラー広がりを計算した上で、エネルギー点を間引く
- unresr : 非分離共鳴領域における実効的な自己遮蔽を考慮した連続エネルギー断面積を作成
- heatr : 連続エネルギー発熱断面積と照射損傷断面積を生成
- thermr : 熱中性子領域における散乱断面積を作成
- groupr : 連続エネルギー断面積から、自己遮蔽を考慮した群断面積を作成
- errorj : 共分散データから多群共分散行列を作成<sup>[15][16][17]</sup>

実際の計算の際には、これらのモジュールを組み合わせて用いる。

本資料では、NJOY を知るためではなく、使うための説明に重点を置いてあるため、各計算の詳細は参考文献に記載してあるので省略する。以下では、上記の各モジュールの入力マニュアル、簡易出力マニュアル、入力サンプルを示す。

## B.1 入力マニュアル

本節では、NJOY の入力マニュアル(99.364)について説明する。

NJOY の入力データは自由形式で記述される。そのため、入力データの順序と型(数字と文字)に注意を払えばよい。入力データはカードと呼ばれる 1 個以上の入力データからなる区分で構成されている。あるモジュールの入力は複数のカードによって構成されている。また、この入力値の中には暗黙値があらかじめ設定されているものがある。これはある意味で推奨値のように見ることできる。本来ならばさらに入力値を設定する必要がある場合でも、暗黙値を使用する場合はカードにスラッシュ (/)を入力することで、そのカードの残りの入力値は全て暗黙値となる。

以上が、入力を作成する点で注意すべき点である。これを踏まえた上で、後述する入力マニュアルと入力サンプルを見比べることで入力を理解することができると思われる。ただし、コードに付属されているサンプルの ver.と本資料の入力マニュアルの ver.が異なる可能性がある。ver.が異なると、入力が変わっている可能性があるため、注意する必要がある。

入力の説明を行う前にいくつかの単語の定義をしておく。

|        |                    |               |
|--------|--------------------|---------------|
| ENDF/B |                    | ENDF/B フォーマット |
| PENDF  | “Pointwise - ENDF” | 連続エネルギー形式     |
| GENDF  | “Groupwise - ENDF” | 多群形式          |

以下で、入力の説明を行う。以下では各モジュールの各カードを順に説明していく。

### moder

核データファイルの形式をテキストとバイナリ間で変換する。

#### カード 1

- nin 入力装置番号
- nout 出力装置番号
- \* 正はテキスト形式、負はバイナリ形式を意味する。絶対値を 20 以上にすること。

#### カード 2

- tpid nout に作成されるファイル用識別文字列
- \* 最大 66 文字、引用符で区切り、最後にスラッシュを付ける

#### カード 3

- nin2 入力装置番号
- matd nout のファイルに追加するために nin2 から読み込む物質の MAT 番号
- \* カード 3 は必要な物質の回数分繰り返す。”nin2=0/”で終了。

## reconer

共鳴パラメータと内挿により、核データから連続エネルギー断面積を再構成する。

### カード 1

- nendf ENDF/B 形式の入力装置番号
- npend PENDF 形式の出力装置番号

### カード 2

- tlabel 新たに作成される PENDF 形式ファイル用識別文字列

### カード 3

- mat 処理する物質の MAT 番号
- ncards PENDF の MF=1 に追加する記述データのカード枚数(暗黙値=0)
- ngrid ユーザーのエネルギー格子点として追加する数(暗黙値=0)

### カード 4

- err 共鳴積分の誤差基準が満たされない場合に使用する再構成の許容精度
- temper 再構成温度[K](暗黙値=0)
- errmax 共鳴積分の誤差基準が満たされる場合に使用する再構成の許容精度  
(errmax > err : 暗黙値=10\*err)
- errint エネルギー格子点に対する最大共鳴積分誤差[barns](暗黙値=err/20000)

### カード 5 (ncards > 0)

- cards MF=1/MT451 に追加する記述コメント
- \* カード 5 は ncards 回繰り返す。

### カード 6 (ngrid > 0)

- enode 追加するエネルギー格子点[eV](ngrid 個入力)

\* 必要とする物質ごとに、カード 3~6 を繰り返し入力する。"mat=0"で終了

## broadr

温度によるドップラー広がりを実算した上で、エネルギー点を間引く。

### カード 1

- nendf ENDF/B 形式の入力装置番号
- nin PENDF 形式の入力装置番号
- nout PENDF 形式の出力装置番号

### カード 2

- mat1 処理する物質の MAT 番号
- ntemp2 作成する最終温度の数(最大値=10)
- istart 再開オプション(0=最初、1=再開：暗黙値=0)
- istrap ブートストラップオプション(0=なし、1=あり：暗黙値=0)
- temp1 nin のファイルに含まれる温度の中から選んだドップラー拡張の開始温度 [K](暗黙値=0)

### カード 3

- errthn 間引きを行う為の許容精度
- thnmax ドップラー拡張と間引きの上限エネルギー[eV](暗黙値=1MeV)
- errmax 積分の誤差基準が満たされる場合に使用する再構成の許容精度(errmax > errthn：暗黙値=10\*errthn)
- errint 間引きの積分を制御する為のパラメータ(暗黙値=errthn)
- \* この積分を回避する為には errint を非常に小さな値とする。

### カード 4

- temp2 作成する最終温度[K](ntemp 個入力)(temp2 > temp1)

### カード 5

- mat1 同一条件下で次に処理する物質の MAT 番号(mat1=0 で broadr は終了)

#### \* 以下補足説明

- 再開オプション再開が指定された場合(istart=1)、それは既存の PENDF 形式ファイルにおけるドップラー拡張の継続を意味する。そのため、nin のファイル中で temp1 以下の温度がすべて nout のファイルにコピーされ、temp1 のデータを基にしてドップラー拡張した最終温度のデータが nout のファイルに追加される。
- ブートストラップが要求されない場合(istrap=0)、各最終温度は temp1 から直接ドップラー拡張により作成される。ブートストラップが要求された場合(istrap=1)、各最終温度は直前の温度から拡張される。これは処理の高速化を図ることができるが、誤差が累積する。
- ドップラー拡張と間引きの上限エネルギーは、thnmax の入力値、最も低い閾反応エネルギー、非分離共鳴の開始エネルギーの中で最も低いエネルギーとなる。分離共鳴と非分離共鳴領域の重複がある場合には、重複範囲は拡張の対象となる。負の thnmax は、分離共鳴と閾反応の制限が外れる。これにより、必要に応じて閾反応にもドップラー拡張を行うことができる。

## unresr

非分離共鳴領域における実効的な自己遮蔽を考慮した連続エネルギー断面積を作成する。

### カード 1

- nendf ENDF/B 形式の入力装置番号
- nin PENDF 形式の入力装置番号
- nout PENDF 形式の出力装置番号

### カード 2

- matd 処理する物質の MAT 番号
- ntemp 作成する最終温度の数(最大値=10)
- nsigz  $\sigma_0$  の数(最大値=10)
- iprint 印書オプション(0=最小、1=最大 : 暗黙値=0)

### カード 3

- temp 処理する温度[K](ntemp 個入力)

### カード 4

- sigz  $\sigma_0$  の値(nsigz 個入力)(無限希釈も可能)

## heatr

連続エネルギー発熱断面積(KERMA 因子)と照射損傷断面積を作成する。

### カード 1

- nendfENDF/B 形式の入力装置番号
- nin PENDF 形式の入力装置番号
- nout PENDF 形式の出力装置番号
- nplot 作図チェック用の出力装置番号

### カード 2

- matd 処理する物質の MAT 番号
- npk 要求する個別 KERMA の数(暗黙値=0)
- nqa ユーザーが入力する Q 値の数(暗黙値=0)
- ntemp 処理する温度の数(暗黙値=0 : 0 は全温度の処理を意味する。)
- local ガンマ線エネルギー付与オプション(0=輸送、1=局所的に付与 : 暗黙値=0)
- iprint 印書オプション(0=最小、1=最大、2=調査 : 暗黙値=0)
- ed 損傷のはじき出しエネルギー[eV](暗黙値は内部の表から得られる)

### カード 3

- mtk 要求される個別 KERMA 用の MT 番号(全 KERMA(MT=301)は常に自動的に用意される。反応(MT)の個別 KERMA は MT+300 で指定するが、その MT でガンマ線生成データが与えられていなければ、適切には定義できないかもしれない。)

#### \* 可能な特別番号

- 303 弾性外 KERMA(弾性散乱以外の全て)
- 304 非弾性散乱 KERMA(MT=51=91)
- 318 核分裂 KERMA(MT=18、19、20、21、38)
- 401 消滅反応 KERMA(MT=102~120)
- 443 運動学的全 KERMA(上限値)

#### \* 損傷エネルギー生成用番号

- 444 全損傷用エネルギー
- 445 弾性散乱損傷エネルギー(MT=2)
- 446 非弾性散乱損傷エネルギー(MT=51~91)
- 447 消滅反応損傷エネルギー(MT=103~120)

### カード 4 (nqa > 0)

- mta ユーザーの入力する Q 値の MT 番号(nqa 個入力)

### カード 5 (nqa > 0)

- qa ユーザーの入力する反応の Q 値[eV](nqa 個入力)

\* qa > 99E+6 の場合、この反応の Q 値はエネルギーの関数である為、カード 5a で入力することを意味する。

### カード 5a (nqa > 0 & qa > 99E+6)

- qbar ユーザーが入力する反応の Q 値をエネルギーの関数として TAB1 レコード形式で記述する[eV](しだい 1000 ワード)

## thermr

熱中性子領域における中性子散乱断面積と点散乱核を作成する。以下に4つの計算機能がある。

- 1) 自由ガス散乱行列を計算し、弾性散乱断面積に規格化する。
- 2) 読み込んだ  $S(\alpha, \beta)$  データから非コヒーレント散乱行列を計算する。
- 3) 六角格子からコヒーレント散乱を計算する。
- 4) 非コヒーレント弾性散乱を計算する。

### カード1

- nendf 熱中性子散乱則(MF=7)を含む ENDF/B の入力装置番号
- nin PENDF 形式の入力装置番号
- nout PENDF 形式の出力装置番号

### カード2

- matde 処理する ENDF/B 形式の物質の MAT 番号
- matdp 処理する PENDF 形式の物質の MAT 番号
- nbin 等確率角度ビンの数
- ntemp 処理する温度の数
- iinc 非弾性散乱オプション
  0. なし
  1. 自由ガスとして計算
  2. (予約)
  3. (予約)
  4.  $S(\alpha, \beta)$  データを読み込み、散乱行列を計算
- icoh 弾性散乱オプション
  0. なし
  1. 黒鉛(graphite)
  2. ベリリウム
  3. 酸化ベリリウム
  11. ポリエチレン
  12. 水素(水酸化ジルコニウム ZrH)
  13. ジルコニウム(水酸化ジルコニウム ZrH)
- natom 主要な原子の数
- mtref 非弾性反応の MT 番号(MT=201~250 の範囲のみ)
- iprint 印書オプション(0=最小、1=最大、2=最大+中間結果；暗黙値=0)

### カード3

- tempr 処理する温度[K](ntemp 個入力)

### カード4

- tol 許容精度
- emax 熱中性子として取り扱うエネルギーの上限値[eV](温度が 3000K 以上の場合、自由ガスのみとなり、emax とエネルギー格子は tempr/300 の値で縮小される)

## groupr

連続エネルギー断面積から、自己遮蔽を考慮した多群断面積を作成する。

### カード 1

- nendfENDF/B 形式の入力装置番号
- npend            PENDF 形式の入力装置番号
- ngout1           GENDF 形式の入力装置番号(暗黙値=0 : groupr で作成)
- ngout2           GENDF 形式の出力装置番号(暗黙値=0)

### カード 2

- matb 処理する物質の MAT 番号
- \* ngout=0 の場合、負の matd は nendf に含まれる全ての物質を自動的に処理するオプションである。それ以外の場合、負の matd は ngout1 の反応(MT)に追加または置換する為の指標である。
- ign                中性子群構造オプション
  1. 任意の群構造(カード 6 で読み込む)
  2. CSEWG 239 群構造
  3. LANL 30 群構造
  4. ANL 27 群構造
  5. RRD 50 群構造
  6. GAM- I 68 群構造
  7. GAM- II 100 群構造
  8. LASER-THERMOS 35 群構造
  9. EPRI-CPM 69 群構造
  10. LANL 187 群構造
  11. LANL 70 群構造
  12. SAND II 620 群構造
  13. LANL 80 群構造
  14. EURLIB100 群構造
  15. SAND II A 640 群構造
  16. VITAMIN-E 174 群構造
  17. VITAMIN-J 175 群構造
- igg                ガンマ線群構造オプション
  0. なし
  1. 任意の群構造(カード 7 で読み込む)
  2. CSEWG 94 群構造
  3. LANL 12 群構造
  4. Steiner 21 群構造
  5. Straker 22 群構造
  6. LANL 48 群構造
  7. LANL 24 群構造



- 8. VITAMIN-C 36 群構造
- 9. VITAMIN-E 38 群構造
- 10. VITAMIN-J 42 群構造
- iwt 荷重係数オプション
  1. 滑らかな荷重係数を読み込む(カード 8 b)
  2. 一定
  3. 1/E
  4. (マクスウェル分布の熱中性子) + (1/E) + (核分裂スペクトル)
  5. EPRI-CELL の軽水炉スペクトル
  6. (マクスウェル分布の熱中性子) + (1/E) + (核分裂と核融合スペクトル)
  7. (温度依存性を持つマクスウェル分布の熱中性子) + (1/E) + (核分裂と核融合スペクトル)
  8. (マクスウェル分布の熱中性子) + (1/E) + (高速炉スペクトル) + (核分裂と核融合スペクトル)
  9. CLAW 荷重係数
  10. 熱中性子領域が温度依存性を持つ CLAW 荷重係数
  11. VITAMIN-E 荷重係数(ORNL-5505 参照)
  12. 熱中性子領域が温度依存性を持つ VITAMIN-E 荷重係数
- n iwt=n の荷重関数でフラックスを計算する(カード 8a)
- 0. 装置番号 ninwt から共鳴フラックスを読み込む(カード 8d)
- lord ルジャンドル次数
- ntemp 処理する温度の数(最大値=10)
- nsigz 自己遮蔽因子の  $\sigma_0$  の数(最大値=10)
- iprint 印書オプション(0=最小、1=最大：暗黙値=1)

カード 3

- title 出力リスト用のラベル文字列

カード 4

- temp 処理する温度[K](ntemp 個入力)

カード 5

- sigz 自己遮蔽因子の  $\sigma_0$  の値(nsigz 個入力)(無限希釈も可能)

カード 6a (ign=1)

- ngn 中性子エネルギー群数

カード 6b (ign=1)

- egn 中性子エネルギー群境界値[eV](ngn 個入力：エネルギー昇順)

カード 7a (igg=1)

- ngg ガンマ線エネルギー群数

カード 7b (igg=1)

- egg ガンマ線エネルギー群境界値[eV](ngg 個入力：エネルギー昇順)

カード 8a (iwt<0)

- ehi 計算するフラックスとボンダレンコ型フラックスの間の境界エネルギー[eV](ehi は分離共鳴領域)
- sigpot ポテンシャル散乱断面積の評価値[barns]
- nflmax 計算するフラックスのエネルギー一点の最大数
- ninwt 新しいフラックスパラメータファイルの装置番号(暗黙値=0)
- jsigz sigz 配列の中で基準とする  $\sigma_0$  の指標(暗黙値=0)
- alpha2 混合減速材の  $\alpha$  値(暗黙値=0：なしを意味する)
- sam 吸収原子に対する混合減速材の断面積[barns](暗黙値=0：なしを意味する)
- beta 不均質パラメータ(暗黙値=0：なしを意味する)
- alpha3 外部減速材の  $\alpha$  値(暗黙値=0：なしを意味する)
- gamma 外部減速材断面積に対する混合減速材断面積の比率(暗黙値=0)

カード 8b (iwt=-1 or 1)

- wght ユーザーが入力する荷重関数をエネルギー[eV]と荷重係数の組で TAB1 レコード形式により記述する(最後にスラッシュをつける)

カード 8c (iwt=-4 or 4)

- eb 熱中性子領域の上限エネルギー[eV]
- tb 熱中性子温度[eV]
- ec 核分裂領域の上限エネルギー[eV]
- tc 核分裂領域の温度[eV]

カード 8d (iwt=0)

- ninwt フラックスパラメータファイルの装置番号

カード 9

- mfd 処理する物質の MF(ファイル)番号
- mtd 処理する物質の MT(反応セクション)番号
- mtname 処理する MT に関するコメントの記述

\* カード 9 は、必要とする全ての反応について繰り返し入力する。"mfd=0/"と記述すれば、この物質の処理は終了する。

カード 10

- matb 次に処理する物質の MAT 番号

\* カード 10 は、必要とする全ての物質について繰り返し入力する。"matb=0/"と記述すれば、group は終了する。

errorr (errorj)

共分散データから多群共分散行列を作成する。

カード 1

- nendf ENDF 形式の入力装置番号
- npend P ENDF 形式の入力装置番号
- ngout 群断面面積の入力装置番号(暗黙値=0)
- \* ngout=0 なら、群断面面積は計算する。
- \* iread=2 または mfcov=31,35,40 なら、ngout=0 にはできない。
- nout 共分散の出力装置番号(暗黙値=0)
- nin 共分散の入力装置番号(暗黙値=0)
- \* nout と nin は両方ともテキスト形式かバイナリ形式でないといけない
- nstan 基準比形式の入力装置番号(暗黙値=0)

カード 2

- matd 処理する物質の MAT 番号
- ign 中性子群構造オプション(オプション番号は groupr と同様)
- \* ign=19 は、ign=1 と同様に任意のエネルギー幅を決めることができるが、ENDF 共分散ファイルの既存の区切りが追加される。ただし、エネルギー群が 1 群だと散乱反応の共分散処理でエラーが生じることがあるので注意する。
- iwt 荷重係数オプション(オプション番号は groupr と同様)(暗黙値=6)
- iprint 印書オプション(0=最小、1=最大：暗黙値=1)
- irelco 共分散オプション(0=絶対値、1=相対値：暗黙値=1)

カード 3 (ngout=0)

- mprint グループ平均の出力オプション(0=最小、1=最大)
- tempin 温度[K](暗黙値=300)

カード 4 (iverf=4 : ENDF/B バージョン 4 のみ)

- nek 生成する断面面積のエネルギー幅の数
- \* nek=0 なら、全ての断面面積は独立である。

カード 5 (iverf=4) (nek=0 を除いて)

- ek nek+1 個の生成する断面面積のエネルギー境界

カード 6 (iverf=4) (nek=0 を除いて)

- akxy 生成された断面面積感度係数

カード 7 (iverf=5,6 : ENDF/B バージョン 5 のみ)

- iread 0=mts を計算、1=mts と eks を入力、2=入力から得られる mat1-mt1 のペアを追加した mts を計算(暗黙値=0)
- mfcov ENDF 共分散ファイル(31、32、33)の処理(暗黙値=33)
- \* 共鳴パラメータの不確かさの群断面面積共分散への寄与は mfcov=33 の場合に含まれる。
  - 31 核分裂あたりに発生する中性子数の不確かさ
  - 33 中性子断面面積の不確かさ
  - 34 角度分布の不確かさ

35 エネルギー分布の不確定性

40 MF=10 で与えられる断面積の不確定性

- **irespr** 共鳴パラメータの分散の処理オプション(0=領域感度手法、1=1%感度手法：暗黙値=1)
- **legord** 共分散計算のルジャンドル次数(暗黙値=1)
- \* もし、**mfcov=34** でなければ、**legord** は無視される。
- **ifissp** 処理用のフィッシュンスペクトル共分散行列の補助区切り。NJOY の標準 output に現れる **ifissp** の値は **efmean** を含む補助区切りと等しい。(暗黙値=-1：これは **efmean** を含む補助区切り処理を意味する。)
- \* もし、**mfcov=35** でなければ、**ifissp** は無視される。
- **efmean** 入射中性子エネルギー(eV)。エネルギー区間を持つ共分散行列補助区切り処理は **efmean** を含む。もし、**ifissp=-1** で **efmean** が明記されていなかったら、**efmean=2** となる。しかし、もしひとつしか補助区切りが存在しない場合、？
- \* もし、**mfcov=35** でなければ、**efmean** は無視される。
- **dap** 使用者が指定する散乱半径の不確かさ、これは割合で得られる。(暗黙値=0)？

カード 8 (**iverf=5,6**) (**iread=1**)

- **nmt** 処理する **mts** 番号
- **nek** 生成する断面積のエネルギー幅の数
- \* **nek=0** なら、全ての断面積は独立である。

カード 8a

- **mts** **nmt** と同じ

カード 8b (**nek=0** を除いて)

- **ek** **nek+1** 個の生成する断面積のエネルギー境界

カード 9 (**nek=0** を除いて)

- **akxy** 生成する断面積感度係数

カード 10 (**iread=2**)

- **mat1** 共分散を計算する異なる MAT 番号(異なる物質間の共分散計算用)
- **mt1** 共分散反応リスト
- \* 全ての反応について記載するまで繰り返す。“**mat1=0**”で終了する。

カード 11 (**nstan=0** を除いて)？

- **matb matd** における基準物質
- **mtb** **matd** における基準反応
- **matc** 代わりに用いられることになる基準物質
- **mtc** 代わりに用いられることになる基準反応
- \* 全ての再定義したい基準反応について繰り返す。“**matb=0**”で終了する。

カード 12a (**ign=1 or 19**)

- **ngn** エネルギー群の数

カード 12b (**ign=1 or 19**)

- egn                    ngn+1 個のエネルギー境界[eV](昇順)

カード 13 a(iwt=1)

- wght TAB1 としての荷重係数

カード 13 b(iwt=4)

- eb                    熱中性子領域の上限エネルギー[eV]
- tb                    熱中性子温度[eV]
- ec                    核分裂領域の上限エネルギー[eV]
- tc                    核分裂領域の温度[eV]

## B.2 出力マニュアル

本節では、NJOY の出力マニュアルについて説明する。この節は前節の後半部分のように出力がどのように形成されているのかを順に示していく。

-----

### moder

input unit        — nin            入力 tape 番号  
output unit       — nout 出力 tape 番号  
  
tape label        — 入力したコメント

using ~           — 用いたデータ形式が~に表示される。

-----

### reconr

unit for endf/b tape   — nendf        入力した endf/b 形式の tape 番号  
unit for pendf tape   — npend        出力される pendf 形式の tape 番号  
  
label for pendf tape   — 入力したコメント  
tape label            — 入力 tape に記載されているコメント  
  
material to be processed — mat        再構成する物質の MAT 番号  
reconstruction tolerance — err        再構成の許容精度(満たない場合)  
reconstruction temperture — temper     再構成温度  
resonance-integral-check lerance — errmax     許容精度(満たす場合)  
max resonance-integral error — errint     エネルギー点に対する共鳴積分誤差

descriptive cards for pendf tape   — 入力したコメント

processing mat ~        —        処理する物質の簡易情報

changed threshold from ~ —        処理結果

number of user ~        —        以下はエネルギーグリッド点に関する結果

-----

### broadr

unit for input endf tape            — nendf        入力した endf/b 形式の tape 番号  
unit for input pendf tape           — nin        入力した pendf 形式の tape 番号

unit for output pendf tape — nout 出力される pendf 形式の tape 番号

material to be processed — mat1 処理する物質の MAT 番号

number of final temperatures — ntemp2 作成する最終温度の数

restart (0 no, 1 yes) — istart 再開オプション

bootstrap (0 no, 1 yes) — istrap ブートストラップオプション

starting material temperature — temp1 開始温度

thinning tolerance — errthn 間引きを行う際の許容精度

max. energy — thnmax 間引きの上限エネルギー

errmax for thinning — errmax 再構成の許容精度

errint for thinning — errint 間引きの積分を制御するパラメータ

final temperatures — temp2 作成する最終温度

files are in ~ — 入力の書式

max energy for broadening and thinning — 考慮する最大エネルギー

broadened ~ from A to B — ~を A[K]から B[K]まで変化  
 points in= C, points out=D — グリッド数は C から D へ変化  
 mt 2 18 102 — 処理した反応は~

-----

unresr

unit for input endf/n tape — nendf 入力した endf/b 形式の tape 番号

unit for input pendf tape — nin 入力した pendf 形式の tape 番号

unit for output pendf tape — nout 出力される pendf 形式の tape 番号

temperature — temp 処理する温度

sigma zero value — sigz  $\sigma_0$  の値

print option — iprint 出力オプション

mat = ~ temp = A — ~を A[K]で処理

-----

thermr

unit for endf/b tape — nendf 入力した endf/b 形式の tape 番号

unit for input pendf tape — nin 入力した pendf 形式の tape 番号

unit for output pendf tape — nout 出力される pendf 形式の tape 番号

|                                  |   |        |                   |
|----------------------------------|---|--------|-------------------|
| material to be processed (endf)  | — | matde  | endf/b 形式の MAT 番号 |
| material to be processed (pendf) | — | matdp  | pendf 形式の MAT 番号  |
| number of angle bins             | — | nbin   | 当確立角度ビンの数         |
| number of temperatures           | — | ntemp  | 処理する温度の数          |
| inelastic option                 | — | iinc   | 非弾性散乱オプション        |
| elastic option                   | — | icoh   | 弾性散乱オプション         |
| number of principal atoms        | — | natom  | 主要な原子の数           |
| reference mt                     | — | mtref  | 非弾性散乱反応の MT 番号    |
| print option (0 min, 1 max)      | — | iprint | 出力オプション           |
| temperatures (kelvin)            | — | tempr  | 処理する温度            |
| tokerance                        | — | tol    | 許容精度              |
| max energy for thermal treatment | — | emax   | 熱中性子の最大エネルギー      |

endf uses ~ — endf 形式で用いられているフォーマット

pendf uses ~ — pendif 形式で用いられているフォーマット

wrote thermal data for temp = ~ — 温度~に対する結果を出力

----

#### group

|                                |   |        |                          |
|--------------------------------|---|--------|--------------------------|
| unit for endf/b tape           | — | nendf  | 入力した endf/b 形式の tape 番号  |
| unit for pendif tape           | — | npend  | 入力した pendif 形式の tape 番号  |
| unit for input gout tape       | — | ngout1 | 入力した gendif 形式の tape 番号  |
| unit for output gout tape      | — | ngout2 | 出力される gendif 形式の tape 番号 |
| mat to be processed            | — | matb   | 処理する物質の MAT 番号           |
| neutron group structure option | — | ign    | 中性子群構造オプション              |
| gamma group option             | — | igg    | ガンマ線群構造オプション             |
| weight function option         | — | iwt    | 荷重係数オプション                |
| legendre order                 | — | lord   | ルジャンドル次数                 |
| print option (0 min, 1 max)    | — | iprint | 出力オプション                  |

run title — 入力したコメント

temperature — 入力した温度

sigma zeros — 入力した  $\sigma_0$

neutron structure — ign に対応した中性子群構造



群番号 下限エネルギー - 上限エネルギー

weight function - iwr に対応した荷重係数

using ~ - 用いたフォーマット

processing mat ~ - ~の結果がここから下に示されている。

group constants at ~ - ~ケルビンにおける群定数  
for mf A and mt B mf は A、mt は B

群番号 核定数

-----

errorr (errorj)

unit for endf/b tape - nendf 入力した endf 形式の tape 番号  
unit for pendf tape - npend 入力した pendf 形式の tape 番号  
unit for input gendf tape - ngout 入力した gendf 形式の tape 番号  
unit for output covariance tape - nout 出力させる共分散の tape 番号  
unit for input covariance tape - nin 入力した共分散の tape 番号  
unit for ratio-to-standard tape - nstan 入力した基準比形式の tape 番号  
material to be processed - matd 処理する MAT 番号  
neutron group option - ign 中性子群構造オプション  
print option(0 min, 1 max) - iprint 出力オプション  
rel. cov. option (0 abs, 1 rel) - irelco 共分散オプション  
group averaging weight option - iwt 荷重係数オプション  
group av. print option (0 min, 1 max) - mprint 群平均出力オプション  
temperature - tempin 温度[K]  
read option (0 cakc, 1 read, 2 combo) - iread 共分散処理オプション  
endf covariance file to be processed - mfcov endf 共分散ファイル

for A to B - エネルギー幅は A から B である。

各反応(mt)ごとに共分散の有無が 0 が有り、1 が無しといった行列で示されている。

neutron group structure - ign に対応した中性子群構造  
群番号 下限エネルギー - 上限エネルギー

union structure - ign=19 に相当する群構造

群番号 下限エネルギー - 上限エネルギー

computing multigroup cross sections - 計算を行う設定にした場合に計算を行う。

processing mat ~ - 処理する物質~の簡単な説明。

covariances calculated for ~ - 共分散の計算の情報。

table of multigroup cross sections - 多群形式の断面積。

群番号 下限エネルギー 群中性子束 断面積(mt ごと)

relative covariance (mt A, ig, mt B, igp) - mt=A の反応と mt=B の反応の相対共分散

以下の形式で記載されている。

|    |     |    |    |    |   |   |   |
|----|-----|----|----|----|---|---|---|
| ig | igp | +0 | +1 | +2 |   |   |   |
| E1 | E2  | a  | b  | c  | d | e | f |

これは、mt=A の反応の E1 群と mt=B の反応の E2 群の共分散が a で、E1 群と E2+1 群の共分散が b であることを意味している。

### B.3 入力サンプル

本節では、本文の計算で用いた U235 の 8 群構造の共分散を作成する際に用いた入力を示す。これについては特筆すべき点は無い。

moder

20 -21

reconr

-21 -22

'u-235 pendf for errorr'/

9228/

.01/

0/

broadr

-21 -22 -23

9228 1/

.01/

900

0/

unresr

-21 -23 -24

9228 1 7/

900

1.e10 1.e5 1.e4 1.e3 1.e2 1.e1 1

0/

thermr

0 -24 -25

0 9228 8 1 1 0 1 221/

900

.01 4.2

errorr

-21 -25 0 -26/

9228 1 5 1 1/

0 900

0 33/

8

1.00e-5 1.37e-1 6.02e-1 3.93e0 1.30e2 9.12e3 8.21e5 2.23e6 1.00e7

group

-21 -25 0 -27

9228 1 0 5 0 1 1 1

'u-235 multigroup calculation'/

900

1.e10

8

1.00e-5 1.37e-1 6.02e-1 3.93e0 1.30e2 9.12e3 8.21e5 2.23e6 1.00e7

3 452/

3 455/

3 456/

0/

0/

error

-21 -25 -27 -28 -26/

9228 1 5/

0 31/

8

1.00e-5 1.37e-1 6.02e-1 3.93e0 1.30e2 9.12e3 8.21e5 2.23e6 1.00e7