修士論文

# ランダムサンプリング法を用いた 断面積調整法に関する研究

名古屋大学大学院
工学研究科博士課程(前期過程)
マテリアル理工学専攻
量子エネルギー工学分野
量子エネルギーシステム工学講座
エネルギー量子制御工学グループ
渡辺友章

平成 27 年 2 月

目次

# 第1章　序論

## 1.1　背景

原子炉の運転を安全かつ経済的に行うためには、運転前の段階において原子炉炉心の性能を正確に予測し、把握する必要がある。この炉心の性能評価は、炉心解析と呼ばれる数値シミュレーションにより行われている。炉心解析では、主として炉内の中性子の挙動を支配するボルツマン輸送方程式を数値計算により解くことによって原子炉の臨界性及び中性子束分布を求め、その結果から原子炉内の出力分布や制御棒価値などの運転上重要な核特性パラメータが計算される。そして、それらの核特性が安全性や経済性に基づき設定された様々な制限値を満足するように炉心の設計が行われる[1]。つまり、現行の軽水炉において、炉心設計は炉心解析結果に基づいており、したがって原子炉の安全性や経済性は炉心解析の精度に大きく依存しているといえる。

安全性及び経済性に基づいて最適な炉心を設計するためには、炉心解析によって核特性を完全に予測できることが望ましい。しかしながら、炉心解析が数値シミュレーションである以上、その解析結果には様々な不確定性(不確かさ)が存在する。炉心解析における不確かさの要因は、大きく分けて二種類存在する。

1) 解析手法に起因する不確かさ

一つは、モデル化や数値計算における近似など、解析手法に起因する不確かさである。例えば、数値計算を行う上で、連続的な空間をメッシュ化する操作や連続的な中性子エネルギーを群化(離散化)するといった操作が必要となり、それによりメッシュ誤差、離散化誤差に起因する不確かさが発生する。さらに、炉心解析では中性子や核反応といった非常にミクロなスケールの挙動を原子炉という比較的マクロなスケールにおいて模擬する必要があることから、現実的な計算コストで解析を行うために、計算コストを低減するための様々な工夫が用いられる。例えば、中性子の飛行方向を大胆に近似する拡散近似や、燃料ピンや燃料集合体を空間的に一様な物質とみなす空間均質化、エネルギー群数(離散化の数)を大幅に削減するエネルギー群縮約などが用いられる。こういった操作は計算を効率化する一方で、計算精度を悪化させるため、核特性解析値の不確かさの要因となる。

2) 入力パラメータに起因する不確かさ

二つ目は、入力パラメータに存在する不確かさである。炉心解析では、様々なパラメータがその入力値として必要となる。例えば、核反応断面積などの核データや、燃料の寸法などの幾何形状に関するパラメータ、燃料温度や減速材温度などのプラントパラメータなどである。こういった入力パラメータは主として測定等を通じて評価されていることから、その評価値には測定誤差等に起因する不確かさが存在する。その不確かさが解析を通じて伝播することにより、最終的に解析で得られる核特性は入力パラメータに起因する不確かさが

存在することとなる。

先に述べたように、炉心の安全性は炉心解析に依存していることから、これらの要因によって生じる不確かさの低減し、解析における核特性の予測精度及びその信頼性を向上させることは非常に重要である。近年の計算機性能の発達などの助けもあり、現在までに不確かさの低減については様々な改善が進められてきたが、今もなお不確かさの低減技術の高度化は重要な課題の一つである。本研究は、炉心解析における不確かさ低減にスポットを当て、その中でも 2) 入力パラメータに起因する不確かさの一つである”核データに起因する不確かさ”に着目する。以降では、本研究の背景として、1.1.1 節で核反応断面積の不確かさを表す情報である共分散データについて説明し、1.1.2 節で不確かさ低減の一つ前のステップである不確かさ評価について、そして 1.1.3 節では不確かさ低減について述べる。なお、説明中幾つか数式が現れるが、それらは以降の章を理解するために必要となる情報であるため、ご容赦いただきたい。

### 1.1.1 共分散データ

近年、原子力分野において、核反応断面積の共分散データに関する取り組みが進められている。共分散データとは、断面積の不確かさ情報を共分散の形式で評価したものである。共分散は(1-1)式で定義される統計量である。

$$\mathrm{cov}(x,y) = E[(x-E[x])(y-E[y])] \tag{1-1}$$

ここで、$x$ と $y$ は 2 組の確率変数であり、$E$ は期待値を表す。断面積の共分散データにおいては、(1-1)式の $x$ と $y$ が断面積に相当する。例えば、U-235 のエネルギー2 群の核分裂断面積というように、ある核種、ある核反応、ある中性子エネルギーの断面積に対して共分散が評価されている。この断面積の共分散データから、我々は主に二つの情報を得ることができる。一つ目は断面積評価値の不確かさである。不確かさを標準偏差で表すとすると、標準偏差は同じ変数間の共分散を用いて次のように表される。

$$\sigma(x) = \sqrt{\mathrm{var}(x)} = \sqrt{E[(x-E[x])^2]} = \sqrt{\mathrm{cov}(x,x)} \tag{1-2}$$

ここで、var は分散を表す。つまり、同じ断面積間の共分散は、その断面積自体の不確かさに関する情報を表している。一方、共分散データから読み取れる二つ目の情報は、断面積の不確かさ間の相関である。データ間の相関の強さは一般に相関係数を用いて表されるが、これは共分散を用いて次のように表される。

$$\alpha(x,y) = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sigma(x)\cdot\sigma(y)} = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sqrt{\mathrm{cov}(x,x)}\sqrt{\mathrm{cov}(y,y)}} \tag{1-3}$$

相関係数は[-1,1]の範囲をとり、1 に近いほど正の相関、-1 に近いほど負の相関が強く、0 に近いほど無相関である。(1-3)式から分かるように、異なる断面積間の共分散は、その断面積間の不確かさに存在する相関に関する情報を表している。

この断面積の共分散データに関して、近年、評価済み核データファイルにおける共分散データの評価が活発に行われている。例えば、2002 年に公開された JENDL-3.3 では 20 核種、2010 年に公開された JENDL-4.0 では 95 核種について共分散データが評価されている[2,3]。ただし、JENDL-4.0 ではアクチニド核種についての共分散データは充実している一方で、核分裂生成核種や Gd など可燃性毒物として用いられる核種に対する共分散データは評価されておらず、炉心解析において重要な核種が全て評価されているとはいえない。したがって、現状は今後さらに評価が進められていくことが期待されている段階である。

### 1.1.2　不確かさ評価

このように評価済み核データファイルにおける共分散データの充実が進められる一方、解析など核データを利用する側の取り組みとして、この共分散データに基づいた断面積起因の核特性の不確かさの定量評価及びその低減が注目され、盛んに研究が進められている。ここでは、核特性の不確かさの評価方法について述べるが、まずは図 1-1 を用いて不確かさについて補足する。図 1-1 は核特性の評価値(解析による予測値)に存在する不確かさを可視化した図であり、ここではそれを正規分布のような形で表現している。その一方で、図 1-1 のように核特性の評価値はその真値との間に差異、つまり誤差が存在する。しかし、基本的に我々は核特性の真値を知ることができないため、誤差を知ることはできない。そこで、我々は不確かさによって誤差の存在し得る範囲を表現しており、結局不確かさは誤差の大きさの期待値に相当する。つまり、不確かさの定量評価とは、誤差の大きさの期待値を定量的に評価することに相当する。

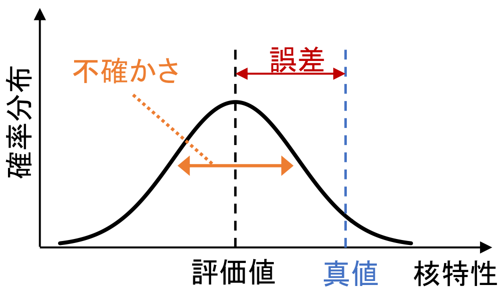



図 1-1　不確かさのイメージ

以下では、2 つの不確かさ評価方法について述べる。

◆　感度係数に基づく方法

従来、断面積起因の核特性の不確かさ評価には、感度係数を用いて不確かさの伝播を計算する方法が一般的に用いられている。ここで、ある変数 $x$ とそれに従属する変数を $f(x)$とすると、感度係数は次式で与えられる微分係数を指す。

$$S = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \tag{1-4}$$

原子炉物理の分野においては、一般的に $x$ が解析の入力となる断面積に相当し、$f(x)$が解析の出力である核特性に相当する。$x$ が不確かさを持つ場合、それに従属する変数 $f(x)$に不確かさが伝播する。このとき、仮に $x$ の不確かさが十分小さく、その範囲で一次近似が成り立つとすると、$f(x)$の標準偏差及び分散は感度係数を用いて以下のように表すことができる。

$$\sigma\left(f(x)\right) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}\sigma\left(x\right) = S\sigma\left(x\right) \tag{1-5}$$

$$\mathrm{var}\left(f(x)\right) = (S\sigma\left(x\right))^2 = S^2\,\mathrm{var}\left(x\right) \tag{1-6}$$

(1-5)式及び(1-6)式のように、入力となるパラメータの不確かさと感度係数を掛け合わせることで出力パラメータの不確かさを評価することができる。これは誤差の伝播法則として一般的によく知られている。なお、核特性解析の場合は、入力となる断面積及び出力となる核特性は多次元であるため、(1-6)式を多次元化した次式が用いられる。

$$\mathbf{var}\left(\vec{f}(\vec{x})\right) = \begin{bmatrix} \mathrm{var}\left(f_1\right) & \mathrm{cov}\left(f_1, f_2\right) & \cdots & \mathrm{cov}\left(f_1, f_m\right) \\ \mathrm{cov}\left(f_2, f_1\right) & \mathrm{var}\left(f_2\right) & \cdots & \mathrm{cov}\left(f_2, f_m\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{cov}\left(f_m, f_1\right) & \mathrm{cov}\left(f_m, f_2\right) & \cdots & \mathrm{var}\left(f_m\right) \end{bmatrix} = \mathbf{S}\cdot\mathbf{var}(\vec{x})\cdot\mathbf{S}^T \tag{1-7}$$

ここで、各行列・ベクトルは次の通りである。

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix},\ \vec{f}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix},\ \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix},\ \mathbf{var}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} \mathrm{var}\left(x_1\right) & \mathrm{cov}\left(x_1, x_2\right) & \cdots & \mathrm{cov}\left(x_1, x_n\right) \\ \mathrm{cov}\left(x_2, x_1\right) & \mathrm{var}\left(x_2\right) & \cdots & \mathrm{cov}\left(x_2, x_n\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{cov}\left(x_n, x_1\right) & \mathrm{cov}\left(x_n, x_2\right) & \cdots & \mathrm{var}\left(x_n\right) \end{bmatrix}$$

なお、断面積を $n$ 次元、核特性が $m$ 次元としている。(1-7)式中の **var** で表された行列は分散共分散行列(もしくは単に共分散行列)と呼ばれ、多次元のパラメータについて、対角成分に分散、非対角成分に共分散を収めた対称行列である。また、**S** で表した行列は感度係数行列である。このように多次元の場合は、分散共分散行列を感度係数行列で挟むように掛け合わせることで、各断面積の不確かさ(分散)だけでなく断面積間の相関(共分散)も考慮して、核特性の不確かさを評価することができる。

(1-7)式の方法で核特性の不確かさを評価するためには、同然ながら感度係数を評価すること必要である。感度係数を評価する方法は主に二つあり、ひとつは差分近似を用いる方法、つまり、通常の解析に加えて入力となる断面積を微小変化させた解析を再度行い、その二つの解析で得られた核特性の差分から感度係数を近似的に計算する方法である(Forward 法)。例えば、断面積を正の方向に微小変化させた場合(前進差分)の感度係数は次式で計算される。

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \approx \frac{f(x_+) - f(x_0)}{x_+ - x_0} \tag{1-8}$$

この方法は、実際的には入力データ中の断面積の値を変更して解析を実行するという操作のみで(近似的ではあるが)感度係数を評価できるため、非常に簡単である。しかし、この方法は断面積の数だけ上記の操作を繰り返す必要があり、一般的に断面積数は非常に膨大であるため、計算コストの点で問題がある。

もう一つの方法は、一般化摂動論に基づく方法である(Adjoint 法)[4]。この方法は、核特性毎に定義される随伴関数を計算することによって感度係数を評価する方法である。この方法については詳しく言及しないが、感度係数を評価したい核特性の数だけ随伴計算を行う必要があるため、先の方法の計算コストが断面積数に依存したのに対して、この方法における計算コストは核特性の数に依存する。核特性の解析においては、一般的に断面積数に比べて核特性数はずっと少なく、そのため計算コストの観点から、この方法はより核特性解析に適した手法であるといえる。

上述の理由から一般化摂動論を用いた手法は原子炉物理の分野で従来よく用いられてきた。しかしながら、近年、断面積起因の核特性の不確かさ評価に関する研究が進み、その適用範囲が軽水炉の炉心解析に及ぶ中で、この方法は複雑な解析フローをもつ軽水炉炉心解析への適用が困難であるという問題がある。具体的には、例えば、軽水炉は燃料温度や減速材温度の変化によるフィードバックが大きいため、軽水炉炉心解析では、炉内の中性子束等を計算する核計算とその結果から熱流動等の計算を行う熱水力計算を繰り返し行うことで、断面積を更新しながら計算が収束するまで反復計算が行われる。こういった二つの独立な計算による非線形な反復に対して、一般化摂動論に基づく感度係数の計算方法は現段階で確立されていない。また、その他、燃料集合体計算と炉心計算という二段階の計算に伴う均質化断面積に対する感度の計算や、燃焼計算における原子個数密度に対する感度の計算などが必要であり、計算コストという点で現実的な難しさがある。

◆ ランダムサンプリングに基づく方法

別の不確かさ評価方法として、ランダム(モンテカルロ)サンプリングに基づく統計的な手法がある[5]。この方法は、乱数を用いてばらつきが与えられた入力パラメータ(断面積)を多

数作成し、それらを用いた解析により得られた多数の出力パラメータ(核特性)を統計処理することによってその不確かさ(標準偏差)を求めるというものである。この方法は乱数を用いることによりその不確かさ評価結果にさらに統計的な不確かさが付随してしまうというデメリットはあるが、通常の解析を繰り返すだけで評価可能であるという非常に簡易な方法であることや、入力パラメータの数(次元)よりもずっと少ない回数の解析で、ある程度確からしい結果を得ることができることから、非常に単純な方法ではあるものの、近年注目されている。先行研究では、既に非常に現実的な PWR 及び BWR 体系を用いて炉心解析に対する適用性が検討されており、また、より効率的なサンプリング手法の適用など、評価方法の効率化等も検討されている[6,7]。このように、ランダムサンプリング法を用いた不確かさ評価は、その効率化などに改善の余地はあるものの、現状不確かさ評価の方法論としてはほぼ確立しつつあるといえる。

### 1.1.3　不確かさの低減

ここからは、上記のように評価される不確かさを如何に低減するかということへ話を移す。まず、不確かさ低減のイメージについて図 1-2 で簡単に説明しておく。図 1-2 は先に示した図 1-1 の状態から、何らかの方法により不確かさの低減が達成されたとした状態を表している。このとき、不確かさの幅が小さくなっていることに加え、評価値自体が動いていることが分かる。これは例えば、より精度の高い断面積測定方法が開発されたとして、そのとき断面積の不確かさが小さくなるだけでなく当然測定された断面積は従来の測定値とは少なからず異なる値となるため、それを用いて解析して得られる核特性も不確かさが小さくなるだけでなくその値自体が変わるということである。つまり、不確かさの低減を広い意味で捉えると、核特性の評価値がもっともらしい値へ更新され、なおかつその不確かさが小さくなることを表しているといえる。

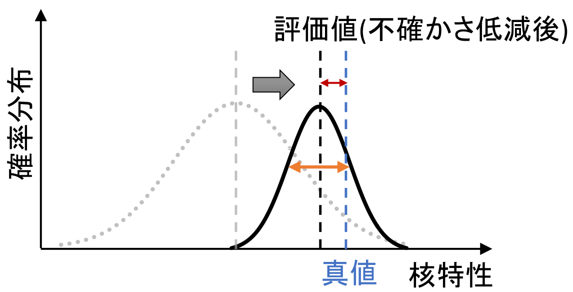



図 1-2　不確かさ低減のイメージ

断面積起因の核特性不確かさの低減の方法としては、最も単純に考えれば上記の例のように断面積の評価精度を向上させるということが考えられるが、これは核データ評価側の取り組みであり、ここでは核データを用いて解析を行う側のアプローチに的を絞る。解析側

のアプローチにおける代表的な不確かさ低減手法の一つに、断面積調整法(炉定数調整法)がある[8]。断面積調整法は、臨界実験や実機の運転等で得られる核特性の測定値とその解析値を用いてそれらの差異が小さくなるように解析の入力である断面積の値を理論的に調整し、その調整された断面積を別の設計炉心の解析に用いることで、設計炉心の核特性予測精度の向上を図る手法である。断面積調整法は高速炉の分野で発達した手法であり、既にその利用が進められている。例えば日本では、JENDL-3.2 を基にして作成された ADJ2000 や JENDL-4.0 を基に作成された ADJ2010 など、断面積調整法を活用して高速炉用統合炉定数(断面積ライブラリ)が開発されている[9,10]。

その他の不確かさ低減手法として、断面積調整法から派生した新しい手法である拡張炉定数調整法や、設計炉心を模擬した体系における核特性測定値を使って直接的に設計炉心解析値を補正するバイアス因子法及びその改良手法である一般化バイアス因子法、拡張バイアス因子法などがある[11-14]。本研究ではその中でも断面積調整法に着目する。

## 1.2 本研究の目的

断面積調整法は高速炉の分野で実用化が進められてきた一方で、軽水炉においては未だ実用化には至っていない。軽水炉では、原子炉起動時の零出力時炉物理検査や出力運転中における核特性測定データと解析値を比較して設計の妥当性が確認されているが、もし軽水炉炉心解析に対して断面積調整法を適用することができれば、上記のような測定データをより効果的に設計にフィードバックすることが可能になり、設計精度の向上が期待できる。しかしながら、従来の断面積調整法をそのまま軽水炉炉心解析へ適用するためには、いくつかの課題が存在する。その課題の一つに、断面積調整法がその適用のために感度係数を用いる必要があるという点が挙げられる。感度係数は、上述のように核特性の断面積に対する微分係数である。断面積調整法は核特性の測定値と解析値の差異を用いて断面積を補正する方法であるため、その理論において、核特性の変化と断面積の変化を対応させる情報である感度係数が必要となる。しかしながら、1.1.2 節で述べたように、軽水炉炉心解析は高速炉の解析と比べて非常に複雑であることから、感度係数の評価が困難である。断面積調整法の軽水炉への適用のためには、この課題を解決する必要がある。そこで、本研究では、軽水炉炉心解析における断面積調整法の実現に向けて、軽水炉炉心解析に現実的に適用可能な断面積調整法の開発を目的とした。

軽水炉炉心解析への断面積調整法適用において、感度係数評価の困難さという課題を乗り越えるためのアプローチとしては、以下の二つが考えられる。

- 感度係数評価手法の高度化
- 感度係数を用いない断面積調整法の開発

一つ目の感度係数評価手法の高度化、つまり軽水炉炉心解析へ適用可能な感度係数評価手法の開発は理想的なアプローチであるが、それと同時に非常に困難なアプローチであると

いえる。ここで、感度係数は断面積調整法に限らず不確かさ評価等にとっても重要なパラメータであることから、できれば軽水炉炉心解析においても評価できることが望ましい。しかし、目的を軽水炉炉心解析における断面積調整の実施のみに絞った場合、感度係数を評価できなくとも断面積調整が実施できればよいという考え方が可能である。そこで、本研究では、上記に示した二つ目のアプローチである感度係数を用いない断面積調整法の開発について検討を行った。

本研究では、1.1.2 節で説明したように不確かさ評価の分野で感度係数による伝播に代わる方法として RS 法が注目されていることに着目し、RS 法を用いた断面積調整法について検討した。断面積調整法に対して RS 法を応用する手法は、先行研究において既に検討が行われている[15]。その手法は、調整対象の断面積を集合体均質化断面積とすることにより Forward 法で感度係数評価が可能となるように断面積数を削減し、RS 法を用いてその均質化断面積の共分散行列を評価することで断面積調整法を行うというものであった。この手法は感度係数の計算コストを低減した非常に巧妙な方法である一方で、調整対象が均質化断面積であるため、異なる炉心や集合体に対して調整結果を反映できなかった。そこで、本研究では調整対象の断面積を集合体計算に用いられる無限希釈断面積とし、なおかつ従来の断面積調整法の理論に RS 法の理論を組み込むことにより、集合体計算及び炉心計算を通して感度係数を用いることのない手法を提案した。また、仮想的なモデルを用いた数値実験により、提案手法の妥当性や軽水炉炉心解析への適用性の検証を行った。その他、提案手法に関連する技術等について検討を行った。

## 1.3 本論文の構成

本論文は全 5 章で構成されており、本章では本研究の背景として共分散データに基づく不確かさ評価及び不確かさ低減について説明し、本研究の目的を述べた。2 章では、まず断面積調整法の理論及び RS 法の理論について説明し、それらの理論を踏まえて、本研究で提案する RS 法を用いた断面積調整法の理論について説明を行う。3 章では、ピンセル体系を用いた簡易な条件での数値実験によって、提案手法の妥当性及びその性質に関する検証を行った。4 章では、現実的な PWR 炉心体系を用いた数値実験により、提案手法の PWR 炉心解析への基礎的な適用性を評価した。最後に、5 章において本論文をまとめ、結論を述べる。

# 第2章　　ランダムサンプリング法を用いた断面積調整法の理論

## 2.1　　本章の概要

本章では、本研究で取り扱った手法について説明を行う。2.1 節では従来の断面積調整法の理論の説明を行う。次に 2.2 節では RS 法について説明する。そして、2.3 節において、本研究で新たに提案する RS 法を用いた断面積調整法の理論について説明する。最後に 2.4 節で本章のまとめを述べる。

## 2.2　　断面積調整法

### 2.2.1　　概要

本節では断面積調整法について説明する。断面積調整法は、臨界実験や実機の運転等で得られる核特性測定データを活用して断面積データをもっともらしく調整することにより、新たに設計された炉心の核特性予測精度の向上を図る手法である。断面積調整法の理論はベイズの定理に基づいており、正規分布を用いて断面積の不確かさ及び核特性の不確かさを表現することにより、断面積の調整及び断面積の不確かさの低減を理論的に行うことができる。そして、それにより設計炉心核特性の予測精度の向上及び核特性の断面積起因の不確かさの低減が達成できる。2.2.2 節では、以上の内容を含め、ベイズの定理に基づいた断面積調整法基礎式の導出について示す。

また、断面積調整法では、断面積の不確かさ及びそれに起因する核特性の不確かさだけでなく、核特性の測定誤差や解析誤差に起因する不確かさを理論的に考慮している。そのため、例えば不確かさの大きな測定データを用いたことにより誤った調整が行われない等の優秀な性質を持つ。2.2.3 節では、そういった断面積調整法の特徴・性質について理論の面から考察を行う。

### 2.2.2　　断面積調整法基礎式の導出

ここでは、参考文献[11][16]を基に、断面積調整法の基礎理論について説明する。断面積調整法は、条件付き確率に関する定理であるベイズの定理を基本原理とする。ここで、ベイズの定理について簡単に触れておく。まず、以下の記号を定義する。

$P(A)$: 事象 $A$ の確率(事前確率)

$P(B)$: 事象 $B$ の確率(事前確率)

$P(A|B)$: 事象 $B$ が起きた後での、事象 $A$ の確率(事後確率)

$P(B|A)$: 事象 $A$ が起きた後での、事象 $B$ の確率(事後確率)

ベイズの定理により、事象 $B$ の事後確率は次式で計算できる。

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} \tag{2-1}$$

ここで、例えば、事象 $A$ をある何らかの結果、事象 $B$ をその原因のうちの 1 つとみると、

(2-1)式はある何らかの結果 $A$ が得られた時、その原因が $B$ である確率を与えている。

ベイズ理論の考え方に基づくと、断面積調整では結果 $A$ に相当するものが核特性の測定値(積分実験データ)であり、原因 $B$ に相当するものが断面積となる。上記のベイズ理論を用いると、核特性の測定値 $\mathbf{R}_e$ が与えられたときに断面積セット $\mathbf{T}$ が真値である確率は次式で表される。

$$P\left(\mathbf{T}\,|\,\mathbf{R}_e^{(1)}\right)=\frac{P\left(\mathbf{R}_e^{(1)}\,|\,\mathbf{T}\right)\cdot P\left(\mathbf{T}\right)}{P\left(\mathbf{R}_e^{(1)}\right)} \tag{2-2}$$

ここで、$P(\mathbf{T})$は断面積セット $\mathbf{T}$ が真値である確率、$P(\mathbf{R}_e^{(1)})$は核特性の測定値 $\mathbf{R}_e^{(1)}$が真値である確率、$P(\mathbf{R}_e^{(1)}|\mathbf{T})$は断面積セットの真値が $\mathbf{T}$ であるという条件の下で核特性の測定値が真値をとる確率である。また、右肩添え字$^{(1)}$は、その核特性が測定値の与えられた体系における核特性であることを意味する。ちなみに、後に添え字$^{(2)}$が現れるが、こちらはその核特性が設計体系(核特性の予測精度を向上させたい体系)の核特性であることを意味する。

次に、(2-2)式に現れている各確率を与えていく。まず $P\left(\mathbf{T}\right)$ を考える。断面積調整法では、断面積セット $\mathbf{T}$ が不確かさに基づき正規分布で分布していると仮定する。すなわち、次式が成り立つとする。

$$P\left(\mathbf{T}\right)\propto \exp\left(\frac{-\left[\mathbf{T}-\mathbf{T}_0\right]^T\mathbf{M}^{-1}\left[\mathbf{T}-\mathbf{T}_0\right]}{2}\right) \tag{2-3}$$

ここで、$\mathbf{T}_0$ は経験的に得られている断面積セット(断面積の評価値)で、$\mathbf{M}$ は断面積の分散共分散行列である。(2-3)式は多変量正規分布の同時密度関数であり、断面積セット $\mathbf{T}$ が真値である確率が、断面積の評価値のまわりに正規分布を成していることを表している。つまり、(2-3)式では評価値に近い断面積セットほど、それが真値である確率が高いという前提を用いているといえる。

また、核特性の測定値 $\mathbf{R}_e^{(1)}$も同様に真値の周りで正規分布に従うと仮定すると、核特性の真値を $\mathbf{R}_t^{(1)}$、実験手法に起因する共分散を $\mathbf{V}_e^{(1)}$として、実験値の確率分布は次式で表される。

$$P\left(\mathbf{R}_e^{(1)}\right)\propto \exp\left(\frac{-\left[\mathbf{R}_e^{(1)}-\mathbf{R}_t^{(1)}\right]^T\mathbf{V}_e^{(1)-1}\left[\mathbf{R}_e^{(1)}-\mathbf{R}_t^{(1)}\right]}{2}\right) \tag{2-4}$$

さらに、解析手法に起因する共分散を $\mathbf{V}_m^{(1)}$とすると、断面積セットの真値が $\mathbf{T}$ として与えられた時の実験値の分布 $P(\mathbf{R}_e^{(1)}|\mathbf{T})$は、断面積セット $\mathbf{T}$ の下で得られた解析値 $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T})$のまわりに分散 $\mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}$で分布していると仮定されることにより、次式が成り立つ。

$$P\left(\mathbf{R}_e \mid \mathbf{T}\right) \propto \exp\left( \frac{-\left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}\right)\right]^T \left[\mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1} \left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}\right)\right]}{2} \right) \tag{2-5}$$

(2-2)式に、(2-3)~(2-5)式を代入すると、次式が得られる。

$$P\left(\mathbf{T} \mid \mathbf{R}_e^{(1)}\right) \propto \frac{\exp\left( \frac{-\left(\left[\mathbf{T}-\mathbf{T}_0\right]^T \mathbf{M}^{-1}\left[\mathbf{T}-\mathbf{T}_0\right] + \left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}\right)\right]^T \left[\mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1} \left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}\right)\right]\right)}{2} \right)}{\exp\left( \frac{-\left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_t^{(1)}\right]^T \mathbf{V}_e^{(1)-1} \left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_t^{(1)}\right]}{2} \right)} \tag{2-6}$$

以上の仮定のもとで、確率 $P(\mathbf{T}|\mathbf{R}_e^{(1)})$を最大にするためには、断面積セット **T** は次の関数 **J**(**T**)を最小化するように決まる。

$$\mathbf{J}\left(\mathbf{T}\right) = \left[\mathbf{T}-\mathbf{T}_0\right]^T \mathbf{M}^{-1}\left[\mathbf{T}-\mathbf{T}_0\right] + \left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}\right)\right]^T \left[\mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1} \left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}\right)\right] \tag{2-7}$$

すなわち、

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{J}\left(\mathbf{T}\right)}{\mathrm{d}\mathbf{T}} = 0 \tag{2-8}$$

となるような **T** を求め、その断面積セットを、実験値をもとに調整された断面積セットとする。

ここで、核特性の解析値 $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T})$は、テイラー展開の一次近似を用いて次のように表すことができる。

$$\mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}\right) = \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}_0\right) + \mathbf{G}^{(1)}\left[\mathbf{T}-\mathbf{T}_0\right] \tag{2-9}$$

ここで、$\mathbf{G}^{(1)}(\equiv \mathrm{d}\mathbf{R}_c^{(1)} / \mathrm{d}\mathbf{T})$は測定体系核特性の断面積に対する感度係数行列である。(2-9)式を(2-7)式に代入し $\mathbf{R}_c(\mathbf{T})$を消去することで **J**(**T**)は **T** で微分可能となり、(2-8)式を満たす調整後断面積セット $\mathbf{T}_{adj}$は、

$$\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T}\left[\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T} + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{2-10}$$

と求められる。(2-10)式の右辺第二項が断面積調整における断面積の調整量に相当する。また、調整後断面積 $\mathbf{T}_{adj}$の共分散 $\mathbf{M}_{adj}$は $\mathbf{T}_{adj} - \mathbf{T}_0$の分散を計算することにより、次のように求められる。

$$\mathbf{M}_{adj} = \mathbf{M} - \mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T}\left[\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T} + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{M} \tag{2-11}$$

(2-11)式の右辺第二項が断面積調整による断面積共分散の減少量に相当する。(2-10)式及び

(2-11)式が断面積調整法基礎式である。

最後に、(2-10)式で得られた調整後断面積を用いて設計体系の解析を行うことを考える。このとき、断面積調整後の設計体系核特性の断面積起因の不確かさは、調整後の断面積共分散 $\mathbf{M}_{adj}$ を設計体系の感度係数 $\mathbf{G}^{(2)}$を用いて伝播させせることにより、$\mathbf{G}^{(2)}\mathbf{M}_{adj}\mathbf{G}^{(2)T}$ で評価することができる。また、これに(2-11)式を代入することで、次式が得られる。

$$\begin{aligned}\mathbf{G}^{(2)}\mathbf{M}_{adj}\mathbf{G}^{(2)T} &= \mathbf{G}^{(2)}\mathbf{MG}^{(2)T} \\ &\quad - \mathbf{G}^{(2)}\mathbf{MG}^{(1)T}\left[\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(1)T} + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(2)T}\end{aligned} \tag{2-12}$$

(2-12)式の右辺第一項は調整前の設計体系核特性の断面積起因の不確かさに相当する。したがって、右辺第二項が調整による設計体系核特性の不確かさの減少量を表している。

以上がベイズの定理に基づいた断面積調整法の理論である。なお、ここに示した方法以外の断面積調整法基礎式の導出の仕方もあり、例えば参考文献[12]では条件付き正規分布を用いた導出が示されている。

### 2.2.3 理論的考察

ここでは、2.2.2 節で導出された断面積調整法について、理論的な考察を加える。参考文献[16]によると、断面積調整法の特徴が 3 点でまとめられている。以下、それぞれの引用(①, ②, ③)とそれぞれに対する補足説明を与える。

① ある核特性の C/E 値の改良に寄与するのは、その核特性に対する感度が大きく、かつ、調整前の断面積誤差が大きい核種反応の断面積である。逆に言えば、仮にある核特性に大きな感度を有する核種反応であっても、断面積誤差が小さい場合にはその核種反応の断面積は動けないので、C/E 値の改良には寄与しないことになる。すなわち、炉定数調整は、核断面積誤差の範囲内で断面積を動かすため、核データ評価側と矛盾するものではない。

② 炉定数調整が有効であるためには、実験解析誤差($\mathbf{V}_e^{(1)}$+$\mathbf{V}_m^{(1)}$)の大きさが、断面積誤差に起因する核特性予測誤差 $\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(1)T}$ と比べて小さいことが必要である。ただし、実験解析誤差が大きくても、(2-10)式、(2-11)式によれば、$\mathbf{T}_{adj}$ は $\mathbf{T}_0$ に、$\mathbf{M}_{adj}$ は $\mathbf{M}$ に戻るだけなので、結果に悪影響を与えることはない。言い換えれば、実験解析誤差が大きい C/E 値に対しては、C/E 値が 1.0 に近いことが必ずしも真値に近いことではないため、炉定数調整でも無理に C/E 値を 1.0 に近づけることはしないということである。

③ 炉定数調整法での核特性予測精度の向上は、断面積共分散の縮小($\mathbf{M}\rightarrow\mathbf{M}_{adj}$)により達成されるが、その縮小の度合には C/E 値自体は関係がない。仮に、調整前の C/E 値がもともと 1.0 であったとしても、その核特性に感度があれば予測精度の向上が図れる。ま

た、(2-11)式からは、共分散の縮小は対角成分(標準偏差)の減少のみではなく、非対角成分(相関係数)の負の方向への変化からも寄与を受けることが推定される。

①で述べているのは、(2-10)式において断面積の調整量(右辺第二項)に含まれる $\mathbf{MG}^{(1)T}$ についてである。すなわち、調整前の断面積共分散 $\mathbf{M}$ が大きく、なおかつ感度 $\mathbf{G}^{(1)}$が大きい断面積が調整されることによって C/E 値の改良が行われる。また、$\mathbf{MG}^{(1)T}$ は断面積共分散 $\mathbf{M}$ と感度 $\mathbf{G}^{(1)}$の掛け合わせであることから、いくら $\mathbf{G}^{(1)}$が大きくても、$\mathbf{M}$ が小さい場合は調整量も小さくなるため、断面積調整法で行われる調整は断面積共分散の大きさに基づいた妥当な調整であるということが述べられている。ただし、ひとつ注意するべきことは、断面積の相関($\mathbf{M}$ の非対角成分)の影響である。例えば、ある断面積の感度が零の場合、上の議論からその断面積の調整量も零になるように感じるが、必ずしもそうなるとは限らない。もしその断面積が、感度が零ではない他の断面積との間に強い相関がある場合、相関の強い断面積が調整されるのに従い、その相関によって感度が無い断面積でも調整されることがある。

②では、(2-10)式右辺第二項の、$[\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(1)T}+\mathbf{V}_e^{(1)}+\mathbf{V}_m^{(1)}]^{-1}$ について述べられている。この括弧の部分は、断面積調整量において逆行列で掛け合わされるため、括弧内の行列の大きさ(核特性の不確かさの大きさに相当)は調整量を低減する方向へ働く。ここで、$\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(1)T}$ の大きさは①で議論した $\mathbf{MG}^{(1)T}$ の大きさとある程度対応すると考えられるため、$\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(1)T}$ に対して $\mathbf{V}_e^{(1)}+\mathbf{V}_m^{(1)}$が大きい場合には、$\mathbf{MG}^{(1)T}$ の大きさよりも$[\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(1)T}+\mathbf{V}_e^{(1)}+\mathbf{V}_m^{(1)}]^{-1}$ の大きさが優位になり、調整量が小さくなる。このように、実験誤差及び解析誤差に起因する不確かさが大きくなった場合でも、調整量が小さくなるだけであり、過調整等の誤った調整が行われることは無いという利点がある。

③では、(2-11)式の断面積共分散の減少を表す式において、核特性の C/E 値に関する情報、すなわち $\mathbf{R}_e-\mathbf{R}_c(\mathbf{T})$が含まれていないことに言及している。断面積共分散の減少に C/E 値が関係ないことから、仮にはじめから C/E 値が 1.0 でも、実験誤差及び解析誤差に起因する不確かさ情報を用いて断面積共分散を減少させることが可能である。また、この断面積共分散の減少は、対角成分の減少だけでなく非対角成分の変化による寄与も含まれる。例えば、ある二つの断面積が核特性に対してどちらも正の感度を持つような場合、断面積共分散の非対角成分は負の相関をもたせる方向へ動かされるといったイメージである。

### 2.2.4　本節のまとめ

本節では断面積調整法の理論の導出及び理論の考察を行った。本研究で提案する RS 法を用いた断面積調整法は、2.2.2 節にて示した従来の断面積調整法基礎式を基に導出される。次節では、提案手法の導出に必要なもう一つの理論である RS 法について説明する。

## 2.3 ランダムサンプリング法(RS 法)

### 2.3.1 概要

本節では、ランダムサンプリング法(RS 法)について説明する。まず、本研究におけるランダムサンプリング法とは、ある解析の入力パラメータに不確かさの分布(確率分布)が与えられたときに、乱数を用いてその確率分布を保存するようにばらつきが与えられた入力パラメータを多数作成することを指す。つまり、連続的に与えられた不確かさの分布を多数の疑似入力パラメータで離散的に表現するということである。このようにして得られた多数の入力パラメータをそれぞれ用いて解析を行うと、得られる解析結果のばらつきの大きさは入力パラメータの不確かさの大きさに対応する。すなわち、入力パラメータの不確かさに起因する解析結果の不確かさを知ることができる。この方法は非常に単純な方法ではあるが、解析フローが非常に複雑な軽水炉炉心解析では有力な方法と考えられている。

炉心解析における RS 法を考えた場合、RS 法の対象である断面積の不確かさは、2.2 節でも用いられたように、一般的に正規分布が用いられる。そこで、RS 法でサンプリングする際には、正規分布に従う乱数、すなわち正規乱数を用いる。また、断面積は核種や反応の種類毎に異なるため、多次元パラメータである。したがって、本研究では正規乱数を多次元化した多変量正規乱数を用いてサンプリングを行う。2.3.2 節では、多変量正規乱数について説明し、任意の平均値及び分散・共分散を満たす多変量正規乱数の作成方法について説明する。さらに、2.3.3 節では多変量正規乱数を作成する際に用いる特異値分解という行列分解法について説明する。

### 2.3.2 多変量正規乱数

ここでは多変量正規乱数について説明する[17]。まず、一変数の正規乱数について考える。平均 0、分散 1(標準偏差 1)の正規分布を標準正規分布と呼び、これを N(0,1)で表すとすると、任意の正規分布に従う確率変数は N(0,1)に従う変数を用いて次式で表すことができる。

$$x = \sigma \cdot z + \mu \tag{2-13}$$

ここで、$\sigma$ は標準偏差、$\mu$ は平均値である。したがって、何らかの方法により標準正規分布に従う乱数(標準正規乱数)を作成すれば、任意の正規分布 N($\mu$, $\sigma^2$)に従う乱数は(2-13)式の $z$ に標準正規乱数を代入することによって作成することができる。

次にこれを多変量に拡張する。まず以下の記号を定義する。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} \tag{2-14}$$

ここで、**z** を $n$ 次元の各要素($z_1, z_2,..., z_n$)が独立に標準正規分布 N(0,1)に従う確率変数であるベクトルとする。このとき、ベクトル **z** の従う確率分布のことを多変量正規分布の中でも特に標準多変量正規分布という。また、**μ** の各要素($\mu_1, \mu_2,..., \mu_n$)は定数とする。このとき、標準多変量正規分布に従うベクトル **z** を任意の行列 **A** により一次変換し、定数からなる $n$ 次ベクトル **μ** を足すことにより得られるベクトルを **x** とする。すなわち行列 **A** を任意の $n \times n$ 行列とすると、

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \boldsymbol{\mu} \tag{2-15}$$

と表すことができる。このとき、(2-15)式により得られる確率変数ベクトル **x** は多変量正規分布に従う。すなわち、ベクトル **x** の各要素はそれぞれ平均及び分散の異なる正規分布に従う確率変数となる。ここで、例として次のように 2 次元で考える。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix},\ \ \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix},\ \ \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix},\ \ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \tag{2-16}$$

このとき、(2-16)式の演算を行うと、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot z_1 + b \cdot z_2 + \mu_1 \\ c \cdot z_1 + d \cdot z_2 + \mu_2 \end{bmatrix} \tag{2-17}$$

となる。(2-13)式を見ると分かるように、(2-17)式の $x_1$ と $x_2$ は正規分布に従う変数の和になっていることが分かる。そして、互いに独立した正規分布に従う変数の和は正規分布に従うという基本的性質から、$x_1$ と $x_2$ はともに正規分布に従う変数である。これは一般に $n$ 次元の場合でも成り立ち、ベクトル **x** の各要素は全てが正規分布に従う変数となる。

ここで、(2-15)式により得られる多変量正規分布に従うベクトル **x** の期待値(平均)と分散(共分散)を調べる。まずベクトル **x** の期待値を(2-18)式の記号で表すとする。

$$\mathbf{E}[\mathbf{x}] = \begin{bmatrix} E[x_1] \\ E[x_2] \\ \vdots \\ E[x_n] \end{bmatrix} \tag{2-18}$$

このとき、(2-15)式を用いて、行列 **A** およびベクトル **μ** の各要素が定数であることと、ベクトル **z** の各要素の期待値は 0 であることに注意すると、**E[x]**は次のように変形できる。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{E}[\mathbf{x}] &= \mathbf{E}[\mathbf{Az}+\boldsymbol{\mu}] \\
&= \mathbf{E}[\mathbf{Az}]+\mathbf{E}[\boldsymbol{\mu}] \\
&= \mathbf{AE}[\mathbf{z}]+\boldsymbol{\mu} \\
&= \boldsymbol{\mu}
\end{aligned}
\tag{2-19}
$$

このように、ベクトル $\mathbf{x}$ の各要素の期待値は、定数ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ の各要素と等しいことが分かる。

次に、ベクトル $\mathbf{x}$ の分散共分散行列を $\mathbf{var}[\mathbf{x}]$とする。このとき、$\mathbf{var}[\mathbf{x}]$はその定義から次のように変形することができる。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{var}[\mathbf{x}] &= \mathbf{E}\left[(\mathbf{x}-\mathbf{E}[\mathbf{x}])(\mathbf{x}-\mathbf{E}[\mathbf{x}])^T\right] \\
&= \mathbf{E}\left[(\mathbf{Az}+\boldsymbol{\mu}-\mathbf{E}[\mathbf{Az}+\boldsymbol{\mu}])(\mathbf{Az}+\boldsymbol{\mu}-\mathbf{E}[\mathbf{Az}+\boldsymbol{\mu}])^T\right] \\
&= \mathbf{E}\left[(\mathbf{Az}+\boldsymbol{\mu}-\boldsymbol{\mu})(\mathbf{Az}+\boldsymbol{\mu}-\boldsymbol{\mu})^T\right] \\
&= \mathbf{E}\left[(\mathbf{Az})(\mathbf{Az})^T\right] \\
&= \mathbf{E}\left[\mathbf{Azz}^T\mathbf{A}^T\right] \\
&= \mathbf{A}\cdot\mathbf{E}\left[\mathbf{zz}^T\right]\cdot\mathbf{A}^T \\
&= \mathbf{A}\cdot\mathbf{var}[\mathbf{z}]\cdot\mathbf{A}^T \\
&= \mathbf{AA}^T
\end{aligned}
\tag{2-20}
$$

なお、(2-20)式の変形では、ベクトル $\mathbf{z}$ の各要素が独立な標準正規分布に従う変数であり、そのためその共分散行列が単位行列になることを用いている。(2-20)式より、ベクトル $\mathbf{x}$ の共分散行列は行列 $\mathbf{A}$ とその転置行列 $\mathbf{A}^T$ の積の行列となる。

さて、ここで任意の平均値ベクトルを $\boldsymbol{\mu}$、共分散行列を $\boldsymbol{\Sigma}$ として、それらを満足する多変量正規分布に従う乱数、すなわち多変量正規乱数を作成することを考える。このとき、(2-13)式に示した一変数の正規乱数の場合と同様に考えると、(2-15)式の $\mathbf{z}$ の要素に互いに独立な標準正規乱数を代入することで、任意の多変量正規乱数が作成可能である。ただし、(2-20)式より、(2-15)式で得られる多変量正規乱数の共分散行列は $\mathbf{AA}^T$ であるため、任意の共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ を満足する多変量正規乱数を作成するためには、以下の式を満足する必要がある。

$$
\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{AA}^T \tag{2-21}
$$

したがって、(2-15)式の演算を行うためには、共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ から(2-21)式を満たす行列 $\mathbf{A}$ を求める必要がある。

以上より、多変量正規乱数に基づいたランダムサンプリングを実施するには、基本的には(2-15)式を用いればよいが、そのためには(2-21)式を満たす行列 $\mathbf{A}$ を求める必要がある。そ

の方法はいくつか存在するが、本研究では特異値分解という行列分解法を用いた。次節で特異値分解法について説明する。

### 2.3.3 特異値分解

ここでは、多変量正規乱数に基づくランダムサンプリングを実施するために用いた特異値分解法について説明する[18]。

行列 $\mathbf{\Sigma}$ を任意の $n \times p$ 行列としたとき、次式で表される行列の分解を特異値分解という。

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \tag{2-22}$$

ここで $\mathbf{U}$ は行列 $\mathbf{\Sigma}$ の左特異ベクトルを列に持つ $n \times n$ 行列、$\mathbf{S}$ は対角成分に行列 $\mathbf{\Sigma}$ の特異値を持ち、非対角成分が 0 の $n \times p$ 行列、$\mathbf{V}^T$ は行列 $\mathbf{\Sigma}$ の右特異ベクトルを行に持つ $p \times p$ 行列である。ここで、特異値および特異ベクトルは次のように言い換えることができる。

行列 $\mathbf{\Sigma}$ の特異値 $\Leftrightarrow$ 行列 $\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Sigma}^T$ (または $\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{\Sigma}$)の固有値の平方根
行列 $\mathbf{\Sigma}$ の左特異ベクトル $\Leftrightarrow$ 行列 $\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Sigma}^T$ の固有ベクトル
行列 $\mathbf{\Sigma}$ の右特異ベクトル $\Leftrightarrow$ 行列 $\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{\Sigma}$ の固有ベクトル

したがって、特異値分解とは、ある行列をその特異値および特異ベクトルから成る行列に分解する手法であり、言い換えると、ある行列 $\mathbf{\Sigma}$ を行列 $\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Sigma}^T$ 及び $\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{\Sigma}$ の固有値と固有ベクトルから成る行列に分解する手法である。一般に(2-22)式の行列 $\mathbf{S}$ の対角成分の特異値は大きい順に並べられ、それに伴い、$\mathbf{U}$ と $\mathbf{V}$ の特異ベクトルも特異値に対応した順に並べられる。また、特異ベクトル(固有ベクトル)の直行性から、$\mathbf{U}$ と $\mathbf{V}$ はどちらもユニタリ行列であり、以下の式が成り立つ。

$$\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I} \tag{2-23}$$

$$\mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I} \tag{2-24}$$

ここで、$\mathbf{I}$ は単位行列を表す。

以上は特異値分解に関する一般的な説明であり、ここからは本研究での利用方法に焦点を当てる。まず上記の説明において、任意の行列 $\mathbf{\Sigma}$ が共分散行列の場合を考える。このとき、行列 $\mathbf{\Sigma}$ は共分散行列の性質である対称行列($\mathbf{\Sigma} = \mathbf{\Sigma}^T$)であり、次式が成り立つ。

$$\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Sigma}^T = \mathbf{\Sigma}^T\mathbf{\Sigma} \tag{2-25}$$

この性質により行列 $\mathbf{\Sigma}$ の左特異ベクトルと右特異ベクトルは一致し、それにより行列 U と行列 V は等しくなる。したがって、行列 $\mathbf{\Sigma}$ が共分散行列のとき、(2-22)式は次式のように書き直すことができる。

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^T \tag{2-26}$$

また、行列 **S** は行列 **Σ** の特異値を対角に持つ対角行列であり、特異値は固有値の平方根であるという性質から、行列 **S** の対角成分はすべて非負である。ここで、行列 **Σ** の特異値の平方根を対角にもつ対角行列を $S^{1/2}$ とすると、(2-26)式は次のように変形できる。

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2}\mathbf{S}^{1/2}\mathbf{U}^T = \left(\mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2}\right)\left(\mathbf{S}^{1/2}\mathbf{U}^T\right) = \left(\mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2}\right)\left(\mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2}\right)^T = \mathbf{A}\mathbf{A}^T \tag{2-27}$$

なお、

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2} \tag{2-28}$$

である。(2-27)式は(2-21)式と同じ形となっており、そして行列 **A** は(2-28)式で表される。つまり、共分散行列に対して特異値分解を行うことによって行列 **A** を求めることができる。

最終的に、(2-28)式を(2-15)式に代入することで、次式を用いて多変量正規乱数に基づくランダムサンプリングが実施可能である。

$$\mathbf{x} = \mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2}\mathbf{z} + \boldsymbol{\mu} \tag{2-29}$$

なお、本研究では特異値分解を用いたが、(2-21)式の分解の方法は一意ではない。すなわち、(2-21)式を満たす行列 **A** は他の分解方法によっても計算可能である。例えば、参考文献[5]ではコレスキー分解という行列分解法が用いられている。

### 2.3.4 特異値分解を用いた RS 法の具体例及び考察

ここでは、特異値分解を用いたランダムサンプリング法について、具体例を用いて考察する。簡単のため 2 次元のパラメータを考える。平均値ベクトル **μ** は無視して(2-29)式を展開すると、次式のように書ける。

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \left(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\right)\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \left(\sigma_1\mathbf{u}_1, \sigma_2\mathbf{u}_2\right)\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \sigma_1 z_1 \mathbf{u}_1 + \sigma_2 z_2 \mathbf{u}_2 \tag{2-30}$$

ここで、$\mathbf{u}_1$ 及び $\mathbf{u}_2$ が特異ベクトルで、$\sigma_1^2$ 及び $\sigma_2^2$ が特異値である。(2-30)式を見ると、ランダムサンプリングにより得られる変数ベクトル **x** は、特異ベクトルの線形和で表されることが分かる。つまり、ベクトル **x** の向きは特異ベクトルの方向の足し合わせによって決定する。また、特異値の平方根である $\sigma_1$ と $\sigma_2$ も同様に $\mathbf{u}_1$ と $\mathbf{u}_2$ それぞれに掛かっているが、これらは各方向の固有のばらつきの度合いを表しており、特異値の平方根はそれに対応する特異ベクトルの標準偏差に相当していると考えられる(特異値が分散に相当する)。以上をまとめると、以下のようになる。

- 特異ベクトル: ランダムサンプリングで与えられるばらつきの向きを決定する。
- 特異値: 各ばらつきの向き(特異ベクトル)のばらつきの固有の大きさ(変動量の平均)を決定する。

そして、標準正規乱数 $z_1$ がベクトル $\mathbf{u}_1$ に掛かり、$z_2$ はベクトル $\mathbf{u}_2$ に掛かっていることから、標準正規乱数ベクトル $\mathbf{z}$ は各特異ベクトルの向きの変動量を決定しているといえる。

次に、以上の性質を簡単な例によって確認する。以下の二つの共分散行列をそれぞれ与えてランダムサンプリングを実施した。

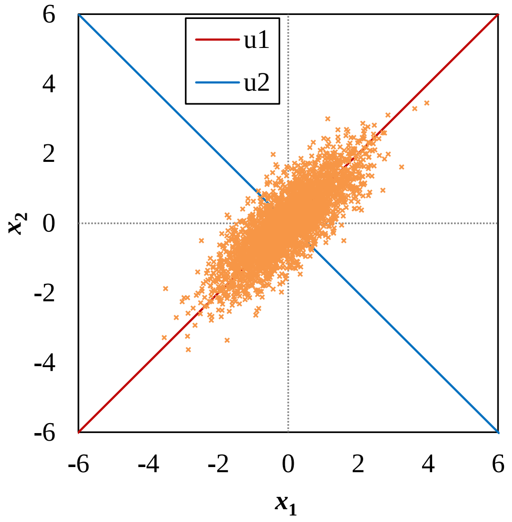
$$\mathbf{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \tag{2-31}$$

$\mathbf{\Sigma}_1$ は共分散(非対角成分)が正であるため正の相関があるケースで、$\mathbf{\Sigma}_2$ は逆に負の相関があるケースである。このときの $\mathbf{\Sigma}_1$ 及び $\mathbf{\Sigma}_2$ の特異値分解の結果として得られる特異ベクトル行列 $\mathbf{U}_1$ 及び $\mathbf{U}_2$ と特異値行列 $\mathbf{S}_1$ 及び $\mathbf{S}_2$ を示す。

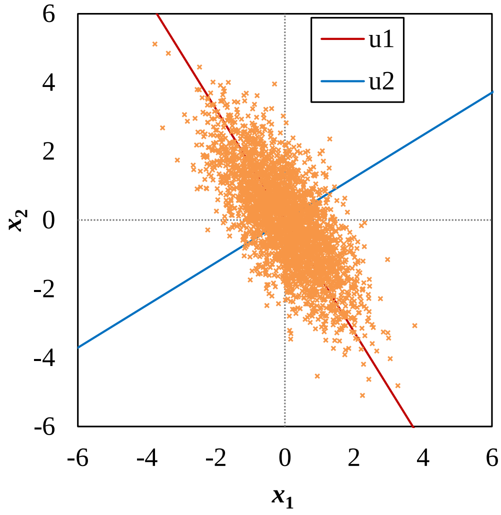
$$\begin{aligned} \mathbf{U}_1 &= \begin{pmatrix} 0.71 & -0.71 \\ 0.71 & 0.71 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} 1.80 & 0.00 \\ 0.00 & 0.20 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{U}_2 &= \begin{pmatrix} -0.53 & 0.85 \\ 0.85 & 0.53 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} 2.60 & 0.00 \\ 0.00 & 0.38 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2-32}$$

なお、本研究では Eigen という C++言語用に無料配布されている行列演算ライブラリを利用して特異値分解を行っている[19]。そして、それぞれの共分散行列を用いて、(2-29)式によりサンプル数 3000(標準正規乱数ベクトル $\mathbf{z}$ を 3000 個作成)としてランダムサンプリングをおこなったときの $\mathbf{x}$ の散布図を図 2-1 に示す。なお、標準正規乱数はプログラミング言語やアプリケーションによっては初めから実装されていることもあるが、本研究では Box-Muller 法という方法により一様乱数を正規乱数へ変換している。Box-Muller 法については Appendix A に示した。

図 2-1 において、プロットがサンプリングで得られた各サンプル点の位置を表しており、図内に引かれた直線 u1 及び u2 はそれぞれ特異ベクトル $\mathbf{u}_1$ 及び $\mathbf{u}_2$ の向きを表している。図 2-1 より、サンプル点は楕円形に集中しており、これは $x_1$ と $x_2$ に相関が与えられていることを意味している。そして、サンプル点の最もばらつき(分散)が大きい方向が $\mathbf{u}_1$ となっており、$\mathbf{u}_2$ はそれに直交する向きとなっている。これは、大きな特異値に対応する特異ベクトルの向きほどその向きのばらつきが大きいという、前述の性質を示している。また、特異ベクトルが直交しているのも重要な性質である。これにより、特異値分解によるランダムサンプリングでは、まず相関を無視できる方向への座標の変換が行われ、その方向に対して独立にサンプリングが行われる。ここでは 2 次元の場合を考えたが、これは多次元の場合でも以上の性質は同様であり、特異値の大きい順に対応して、特異ベクトルが直交かつ分散の大きい方向を表すこととなる。




(a) $\boldsymbol{\Sigma}_1$ の場合




(b) $\boldsymbol{\Sigma}_2$ の場合

図 2-1　ランダムサンプリングの結果と特異ベクトル

### 2.3.5　本節のまとめ

本節では RS 法について説明した。本研究では、断面積の不確かさ(共分散)に対して正規分布を仮定することから、多次元パラメータに対する正規分布である多変量正規分布を用いた RS 法の理論について説明した。また、実際の多変量正規乱数の作成に必要となる行列分解を行うための方法のひとつである特異値分解について説明した。また、2 次元パラメータによる簡単な例を用いて、特異値分解を用いたランダムサンプリングの原理について考察した。次節では、RS 法を用いた断面積調整法について説明する。

## 2.4　RS 法を用いた断面積調整法

### 2.4.1　概要

本節では、本研究で提案する RS 法を用いた断面積調整法(以下、本手法)について説明する。本手法は従来の断面積調整法基礎式を基に、RS 法を利用して式中から感度係数行列を消去することで導出される。したがって、従来の断面積調整法が軽水炉炉心解析において評価が困難である感度係数を用いるのに対して、本手法は感度係数を用いることなく断面積調整が可能である。2.4.2 節では、RS 法を用いた断面積調整法基礎式の導出について示す。

また、そのような導出方法であることから、本手法の理論は従来法と根本的には等しく、それにより従来の断面積調整法と基本的には同様の性質を持ち合わせている。したがって、本手法は断面積調整の理論自体を改善するものではなく、例えば感度係数を容易に評価可能である場合については従来の断面積調整法の方がより効率的な可能性がある。逆に言えば、本手法は軽水炉炉心解析等、感度係数の評価が困難な場合に有効な方法である可能性が

ある。2.4.3 節では、以上のような内容を含めて、従来法と本手法を比較することによって、本手法の性質について考察する。

### 2.4.2　RS 法を用いた断面積調整法基礎式の導出

RS 法を用いた断面積調整法は、 RS 法を利用して断面積調整法基礎式から感度係数行列 $\mathbf{G}$ を消去することにより導出される。まず、断面積評価値 $\mathbf{T}_0$ を断面積の共分散行列 $\mathbf{M}$ に従うようにサンプル数 $N$ でランダムサンプリングすることを考える。このとき、それに得られる断面積セットを $\mathbf{T}_1$、$\mathbf{T}_2$、…、$\mathbf{T}_N$ とすると、2.2 節で述べた RS 法の理論より、$\mathbf{T}_i$ は次式で表される。

$$\mathbf{T}_i = \mathbf{A}\mathbf{z}_i + \mathbf{T}_0 \tag{2-33}$$

ここで、行列 $\mathbf{A}$ は(2-32)式を満たす。

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T \tag{2-34}$$

$\mathbf{T}_1$、$\mathbf{T}_2$、…、$\mathbf{T}_N$ は、標準正規乱数ベクトル $\mathbf{z}_i$ を $N$ 個作成して(2-31)式の計算を繰り返すことで得ることができる。

次に、このようにして得られる断面積セット $\mathbf{T}_1$、$\mathbf{T}_2$、…、$\mathbf{T}_N$ をそれぞれ用いて、断面積調整における測定体系にて解析を行う。それにより、N 個の核特性解析値セット $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_1)$、$\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_2)$、…、$\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_N)$が得られる。このとき、断面積評価値 $\mathbf{T}_0$ と RS 法で得られた各断面積セット $\mathbf{T}_1$、$\mathbf{T}_2$、…、$\mathbf{T}_N$ との差異により構成される行列を $\Delta\mathbf{T}$ とし、また、$\mathbf{T}_0$ を用いた解析値 $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_0)$と各核特性解析値 $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_2)$、…、$\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_N)$の差異により構成される行列を $\Delta\mathbf{R}^{(1)}$ とすると、それらは以下の式のように表すことができる。

$$\Delta\mathbf{T} = \left[\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_0, \mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_0, \ldots, \mathbf{T}_N - \mathbf{T}_0\right] \tag{2-35}$$

$$\Delta\mathbf{R}^{(1)} = \left[\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_1) - \mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_0), \mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_2) - \mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_0), \ldots, \mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_N) - \mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_0)\right] \tag{2-36}$$

ここで、$\mathbf{T}_1$、$\mathbf{T}_2$、…、$\mathbf{T}_N$ は共分散行列 $\mathbf{M}$ に基づきサンプリングされるため、理想的には、それらを統計処理して得られる共分散行列は $\mathbf{M}$ と等しくなる。したがって、次式の近似が成り立つとする。

$$\mathbf{M} \approx \frac{1}{N}\Delta\mathbf{T}\Delta\mathbf{T}^T \tag{2-37}$$

(2-37)式の右辺は共分散の定義に基づいて $N$ 個のサンプルデータの統計処理を行っていることを意味している。また、断面積変化量 $\Delta\mathbf{T}$ が十分小さく、断面積変化に対して核特性変化量 $\Delta\mathbf{R}^{(1)}$が線形に変化すると仮定すると(数学的にはテイラー展開の一次近似に相当する)、次の関係が成り立つ。

$$\mathbf{\Delta R}^{(1)} \approx \mathbf{G}^{(1)}\mathbf{\Delta T} \tag{2-38}$$

ここで、$\mathbf{G}^{(1)}$は感度係数行列である。(2-37)式及び(2-38)式の近似を用いると、断面積調整法基礎式を変形することができる。まず、(2-10)式右辺に見られる断面積共分散行列 **M** と感度係数行列 $\mathbf{G}^{(1)}$の積 $\mathbf{MG}^{(1)T}$ は、(2-37)式を用いて次のように変形できる。

$$\begin{aligned}\mathbf{MG}^{(1)T} &\approx \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T\Delta T}^T\right)\mathbf{G}^{(1)T} \\ &= \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T}\left(\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{\Delta T}\right)^T\end{aligned} \tag{2-39}$$

ここで、次の転置行列の性質 $\mathbf{A}^T\mathbf{B}^T = (\mathbf{BA})^T$ を用いている。そして、(2-39)式は(2-38)式の関係を用いることで、

$$\mathbf{MG}^{(1)T} \approx \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T\Delta R}^{(1)T} \tag{2-40}$$

となる。このようにして、$\mathbf{MG}^{(1)T}$ を感度係数行列 $\mathbf{G}^{(1)}$の表れない形に変形できる。さらに、(2-10)式中の $\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(1)T}$ も同様の変形を施すことができる。

$$\begin{aligned}\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{MG}^{(1)T} &\approx \mathbf{G}^{(1)}\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T\Delta T}^T\right)\mathbf{G}^{(1)T} \\ &= \frac{1}{N}\left(\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{\Delta T}\right)\left(\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{\Delta T}\right)^T \\ &= \frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}\end{aligned} \tag{2-41}$$

(2-40)式及び(2-41)式のように、RS 法を利用することで非常に簡単に感度係数行列 G を消去することができたが、なぜこのような変形ができたのかについては次の 2.3.3 節で議論するとし、ここでは式変形を優先する。最終的に 断面積調整法基礎式である(2-10)式は RS 法により次のように書き表される。

$$\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T\Delta R}^{(1)T}\right)\left[\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}\right) + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_{m\backslash}^{(1)}\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{2-42}$$

同様に、断面積共分散の低減の式である(2-11)式は次のように書き表される。

$$\mathbf{M}_{adj} = \mathbf{M} - \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T\Delta R}^{(1)T}\right)\left[\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}\right) + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T\Delta R}^{(1)T}\right)^T \tag{2-43}$$

(2-42)式および(2-43)式が、本研究で提案する RS 法に基づく断面積調整法の基礎式である。

ここまでは測定体系のみを考慮しているが、2.1.2 節と同様、さらに調整後断面積の設計体系への適用を考えた場合、以上の測定体系での議論を踏まえると、(2-12)式は次式のように RS 法に基づいて表すことができる。

$$\begin{aligned}\mathbf{G}^{(2)}\mathbf{M}_{adj}\mathbf{G}^{(2)T} &= \frac{1}{N}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(2)}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(2)T} \\ &\quad -\frac{1}{N}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(2)}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(1)T}\left[\frac{1}{N}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(1)}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(1)T}+\mathbf{V}_e^{(1)}+\mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\frac{1}{N}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(1)}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(2)T}\end{aligned} \tag{2-44}$$

ここで、$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(2)}$は次式で表される。

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(2)} = \left[\mathbf{R}_c^{(2)}(\mathbf{T}_1)-\mathbf{R}_c^{(2)}(\mathbf{T}_0), \mathbf{R}_c^{(2)}(\mathbf{T}_2)-\mathbf{R}_c^{(2)}(\mathbf{T}_0), \ldots, \mathbf{R}_c^{(2)}(\mathbf{T}_N)-\mathbf{R}_c^{(2)}(\mathbf{T}_0)\right] \tag{2-45}$$

RS 法を用いた断面積調整法において、断面積調整後の設計体系核特性の不確かさの低減量は $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(2)}$を用いることで評価可能である。ただし、$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(2)}$を得るためには、測定体系だけでなく設計体系においても RS 法で作成した断面積セット $\mathbf{T}_1$、$\mathbf{T}_2$、…、$\mathbf{T}_N$ を用いて解析を行う必要があることに注意しなければならない。

### 2.4.3　　従来の断面積調整法との比較

ここからは、提案手法(RS 法を用いた断面積調整法)と従来法との相違点の観点から、提案手法について考察する。

はじめに、前節に示したように RS 法を用いて式変形が容易に行える理由について言及する。従来法と提案手法の基礎式の違いは、(2-40)式及び(2-41)式に集約されているため、それらの式についてさらに掘り下げて考える。(2-35)式で表される $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{T}$ と(2-36)式で表される $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(1)}$ の要素をさらに次のように表現する。

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \delta T_{1,1} & \delta T_{1,2} & \cdots & \delta T_{1,N} \\ \delta T_{2,1} & \delta T_{2,2} & \cdots & \delta T_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta T_{n,1} & \delta T_{n,2} & \cdots & \delta T_{n,N} \end{bmatrix} \tag{2-46}$$

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{R}^{(1)} = \begin{bmatrix} \delta R_{1,1} & \delta R_{1,2} & \cdots & \delta R_{1,N} \\ \delta R_{2,1} & \delta R_{2,2} & \cdots & \delta R_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta R_{m,1} & \delta R_{m,2} & \cdots & \delta R_{m,N} \end{bmatrix} \tag{2-47}$$

ここで、$n$ は断面積数、$m$ は核特性数を表す。すると、参考のため前節で用いた近似式(2-37)

式は次のようき書き表すことができる。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{M} &\approx \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta T}^T \\
&= \frac{1}{N}\begin{bmatrix} \delta T_{1,1} & \delta T_{1,2} & \cdots & \delta T_{1,N} \\ \delta T_{2,1} & \delta T_{2,2} & \cdots & \delta T_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta T_{n,1} & \delta T_{n,2} & \cdots & \delta T_{n,N} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta T_{1,1} & \delta T_{1,2} & \cdots & \delta T_{1,N} \\ \delta T_{2,1} & \delta T_{2,2} & \cdots & \delta T_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta T_{n,1} & \delta T_{n,2} & \cdots & \delta T_{n,N} \end{bmatrix}^T \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{1,i}\delta T_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{1,i}\delta T_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{1,i}\delta T_{n,i} \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{2,i}\delta T_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{2,i}\delta T_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{2,i}\delta T_{n,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{n,i}\delta T_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{n,i}\delta T_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{n,i}\delta T_{n,i} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathrm{cov}(T_1,T_1) & \mathrm{cov}(T_1,T_2) & \cdots & \mathrm{cov}(T_1,T_n) \\ \mathrm{cov}(T_2,T_1) & \mathrm{cov}(T_2,T_2) & \cdots & \mathrm{cov}(T_2,T_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{cov}(T_n,T_1) & \mathrm{cov}(T_n,T_2) & \cdots & \mathrm{cov}(T_n,T_n) \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2-48}
$$

ここで、$T_1, T_2,\ldots,T_n$は断面積 **T** の各要素である。このように、確かに(2-37)式右辺は有限個のサンプルの統計処理で得られる共分散行列を表していることが分かる。すると、(2-40)式及び(2-41)式も同様に書き直すことができ、それらは以下それぞれ(2-49)式と(2-50)式のように表される。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{MG}^{(1)T} &\approx \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^{(1)T} \\
&= \frac{1}{N}\begin{bmatrix} \delta T_{1,1} & \delta T_{1,2} & \cdots & \delta T_{1,N} \\ \delta T_{2,1} & \delta T_{2,2} & \cdots & \delta T_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta T_{n,1} & \delta T_{n,2} & \cdots & \delta T_{n,N} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta R_{1,1} & \delta R_{1,2} & \cdots & \delta R_{1,N} \\ \delta R_{2,1} & \delta R_{2,2} & \cdots & \delta R_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta R_{m,1} & \delta R_{m,2} & \cdots & \delta R_{m,N} \end{bmatrix}^T \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{1,i}\delta R_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{1,i}\delta R_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{1,i}\delta R_{m,i} \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{2,i}\delta R_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{2,i}\delta R_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{2,i}\delta R_{m,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{n,i}\delta R_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{n,i}\delta R_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta T_{n,i}\delta R_{m,i} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathrm{cov}(T_1, R_1) & \mathrm{cov}(T_1, R_2) & \cdots & \mathrm{cov}(T_1, R_m) \\ \mathrm{cov}(T_2, R_1) & \mathrm{cov}(T_2, R_2) & \cdots & \mathrm{cov}(T_2, R_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{cov}(T_n, R_1) & \mathrm{cov}(T_n, R_2) & \cdots & \mathrm{cov}(T_n, R_m) \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2-49}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{GMG}^{(1)T} &\approx \frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T} \\
&= \frac{1}{N}\begin{bmatrix} \delta R_{1,1} & \delta R_{1,2} & \cdots & \delta R_{1,N} \\ \delta R_{2,1} & \delta R_{2,2} & \cdots & \delta R_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta R_{m,1} & \delta R_{m,2} & \cdots & \delta R_{m,N} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta R_{1,1} & \delta R_{1,2} & \cdots & \delta R_{1,N} \\ \delta R_{2,1} & \delta R_{2,2} & \cdots & \delta R_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta R_{m,1} & \delta R_{m,2} & \cdots & \delta R_{m,N} \end{bmatrix}^T \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{1,i}\delta R_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{1,i}\delta R_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{1,i}\delta R_{m,i} \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{2,i}\delta R_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{2,i}\delta R_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{2,i}\delta R_{m,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{m,i}\delta R_{1,i} & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{m,i}\delta R_{2,i} & \cdots & \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta R_{m,i}\delta R_{m,i} \end{bmatrix} \\
&\approx \begin{bmatrix} \mathrm{var}(R_1) & \mathrm{cov}(R_1, R_2) & \cdots & \mathrm{cov}(R_1, R_m) \\ \mathrm{cov}(R_1, R_2) & \mathrm{var}(R_2) & \cdots & \mathrm{cov}(R_2, R_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{cov}(R_1, R_m) & \mathrm{cov}(R_2, R_m) & \cdots & \mathrm{var}(R_m) \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2-50}
$$

ここで、$R_1, R_2, \ldots, R_m$ は核特性 **R** の各要素を表す。(2-49)式と(2-50)式より、従来法と提案手法の相違点となっているのは、それぞれ断面積と核特性の間の共分散行列及び核特性の間の共分散行列となっていることが分かる。なお、(2-50)式左辺は 1.1.2 節で示した感度係数を

用いて核特性の不確かさを評価する式となっており、右辺はそれを RS 法で書き直したものであることから、右辺の式は RS 法による核特性の不確かさ評価の手続きを定式化したものとなっている。以上から分かることは、断面積調整法の理論では、断面積と核特性の共分散(2-49)式と核特性間の共分散(2-50)式を用いており、それらを感度係数による不確かさの伝播の式($\mathbf{MG}^{(1)T}$及び $\mathbf{GMG}^{(1)T}$)で計算するのが従来の断面積調整法であり、一方でそれらを RS 法により統計的に推定するのが提案手法であるということである。この違いが提案手法を最も特徴付ける点であり、このように共分散という統計量を扱っていたことが RS 法で式変形が容易にできた理由である[1]。

次に、両手法に用いられている近似について言及する。従来の断面積調整法では、感度係数を用いていることから分かるように、断面積変化と核特性変化の間に線形近似(一次近似)を用いている。一方、提案手法の導出においても(2-38)式に示されるように感度係数を用いているため、線形近似を用いているように見える。しかしながら、これは式変形上必要な手続きであっただけであり、最終的には提案手法では線形近似は仮定されていないことに注意する必要がある。つまり、線形近似を用いる従来の断面積調整法を基にして線形近似を用いない RS 法を用いた断面積調整法を導出するためには、式変形の際に両者をつなげるために一時的に線形近似を利用する必要があったということである[2]。以上のことは共分散を統計的に推定しているということからも明らかではあるが、それにより提案手法の場合はより線形性に対して影響を受けにくい方法であると考えられる。

しかしながら、提案手法は線形近似を用いない一方で、共分散を有限のサンプルで表現するという近似が加わる。つまり統計的な不確かさが生じる。したがって、統計的な精度を高めるためにはサンプル数を十分に増やす必要があると考えられる。

最後に、計算コスト(必要な解析の回数)の観点から従来法と提案手法の違いについて述べる。まず、従来法において断面積調整法を行うためには、感度係数行列 $\mathbf{G}^{(1)}$、すなわち感度係数を評価する必要がある。この場合、二通りの方法が考えられる。一つ目は断面積を直接摂動させた計算を行う方法で、二つ目が(一般化)摂動論を用いる方法である。前者は入力データを操作するのみで計算可能である一方で、考慮する断面積の数だけ計算を繰り返す必要がある。また、後者は考慮する核特性の数だけ計算を行う必要がある[3]。まとめると、感度係数を計算するためには、断面積数もしくは核特性数の数だけ計算を行う必要がある。炉

[1] なお、本研究では従来の断面積調整法から提案手法を導出したために $\mathbf{MG}^{(1)T}$及び $\mathbf{GMG}^{(1)T}$が共分散に相当するという展開となったが、本質的には上で述べたように共分散を $\mathbf{MG}^{(1)T}$及び $\mathbf{GMG}^{(1)T}$で求めているというのが正しい。というのも、断面積調整法基礎式を異なる方法で導出した場合、感度係数を用いることなく共分散の形のまま導出が可能である。この導出については、Appendix B に示した。

[2] ただし、線形近似を用いていないというのは共分散の計算に対してのことであり、例えば断面積調整法では核特性の測定値と解析値の差異の一次変化のみしか考慮していないため、そういった根本的な理論においては線形近似を使っていないとは言えないかもしれない。

[3] 加えて言えば、現行の炉心解析へ適用するためには理論の高度化やツール開発等課題が多い。

心解析では、集合体計算及び炉心計算を含めると膨大な量の断面積/核特性数を取り扱うことになるため、感度係数の評価には多くの計算コストを有することとなる。

一方で提案手法の場合、感度係数行列 $\mathbf{G}^{(1)}$の代わりに RS 法によって $\mathbf{\Delta R}^{(1)}$を求める必要がある。ここで重要な点は、$\mathbf{\Delta R}^{(1)}$は RS 法におけるサンプルの数だけ炉心解析を行うことによって求められるということである。サンプル数は、統計精度との兼ね合いはあるものの任意に設定可能であるため、$\mathbf{\Delta R}$ の計算コストは断面積数及び核特性数に束縛されない。したがって、提案手法は従来法に比べて自由度が高く、多くの断面積数や核特性数を考慮しなければならない場合においてもより効率的に断面積調整を行える可能性があるといえる。

以上をまとめたのが表 2-1 である。線形近似の影響が無視できる場合、近似の影響が小さい従来法の方がより厳密であるが、一方で計算コストが大きく適用はより困難である。その点、提案手法は、サンプル数を多くとることで統計的な近似の影響は小さく、またサンプル数を少なくすることにより近似の影響は大きくなるものの計算コストは小さくなる。つまり、計算コストと近似の影響(不確かさの大きさ)がトレードオフの関係にあると考えられる。

表 2-1　従来法と提案手法の比較

| 比較項目 | 従来法 | 提案手法 |
|---|---|---|
| 共分散の評価方法 | 感度係数を用いた<br>誤差伝播により計算 | RS 法により統計的に推定 |
| 共分散評価における<br>不確かさ | 線形近似による不確かさ | 統計的な不確かさ |
| 計算コスト | 断面積数/核特性数に依存 | サンプル数に依存(任意) |

### 2.4.4　本節のまとめ

本節では、RS 法を用いた断面積調整法の基礎式の導出及び考察を行った。RS 法を用いた断面積調整法の利点は次のようにまとめられる。

- 感度係数を用いない(評価する必要が無い)
- 一般化摂動論などの特殊な技術を利用する必要がない
- 通常の解析のみで適用可能である
- 計算コストが断面積数・核特性数に束縛されない

ただし、利点だけでなく、統計的な不確かさが存在するという欠点があることに注意する必要がある。

## 2.5　本章のまとめ

本章では、従来の断面積調整法及び RS 法について説明し、さらに本研究で提案する RS 法を用いた断面積調整法について説明した。次章では、燃料ピンセル体系を用いた RS 法を用いた断面積調整法の検証計算について示す。

# 第3章　燃料ピンセル体系における検証

## 3.1　本章の概要

本章では、RS 法を用いた断面積調整法の検証計算について示す。検証計算は燃料ピンセル体系を用いた仮想的な数値実験により行った。また、検証計算は条件の異なる 4 つの条件にて行った。3.2 節では、計算体系である燃料ピンセル体系に関する情報及び、本研究で RS 法を用いた断面積調整法を実施した際の基本的な計算条件について述べる。3.3 節~3.6 節の各節では、行った検証計算の概要・条件及び結果について示す。3.3 節では、提案手法の妥当性・成立性の確認のため行った本研究における最も基本的な検証計算について示す。3.4 節では、提案手法の燃焼計算の適用性確認のため、計算条件を燃焼計算へ拡張して検証を行った。3.5 節では、主に提案手法の断面積数への依存性確認のため、考慮する断面積数を増加して検証を実施した。3.6 節では、性質の異なる核特性を用いた場合の検証として、燃焼に伴う核種原子個数密度を核特性とした検証を実施した。

## 3.2　計算体系・計算条件

### 3.2.1　計算体系

まず、本章の検証計算で用いる計算体系について説明する。本検証及び次章以降の検証は全て、実際の実験や測定データを用いたものではなく、仮想的な数値実験であることに注意する必要がある。本章に示す検証計算では、図 3-1 に構造を示した燃料棒及びその周りの減速材から成る燃料ピンセル体系を用いた。表 3-1 に具体的な幾何形状を示す。ちなみに、本体系は UAM ベンチマークの Phase-I-1 PWR ピンセル問題(TMI-1)を参考に設定している[20]。本章に示す検証では、この燃料ピンセル体系の核特性を用いて検証を行った。断面積調整の際に用いる核特性については各検証の節(3.3,...3.6 節)にて説明する。

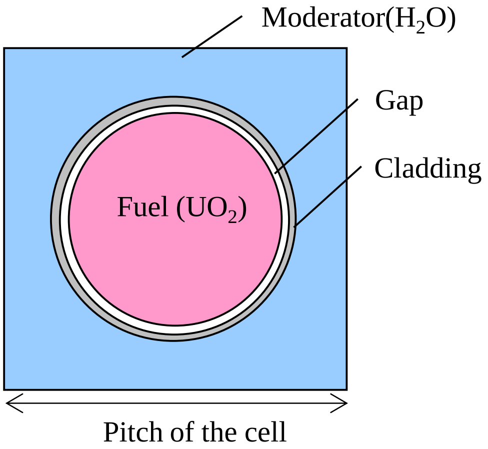



図 3-1　燃料ピンセル構造

表 3-1　計算体系

| **Parameter** | **Value** |
|---|---|
| Fuel pellet material | $UO_2$ |
| Fuel density [g/cm$^3$] | 10.283 |
| Fuel enrichment [wt%] | 4.85 |
| Fuel pellet diameter [mm] | 9.391 |
| Cladding material | Zircaloy-2 |
| Cladding outside diameter [mm] | 10.928 |
| Cladding thickness [mm] | 0.673 |
| Cell pitch [mm] | 14.427 |

### 3.2.2 用いる核計算コード及び計算条件

次に核計算を行うために用いた解析コード(プログラム)について説明する。本章の検証計算では、代表的な中性子輸送計算手法である Characteristics 法に基づいた 2 次元多群輸送計算コードである CASMO-4 を用いた[21]。本コードは、軽水炉の集合体および燃料ピンセル体系に対して燃焼を含めた核計算を行うことが可能である。本章における検証での、上記計算体系に対する CASMO-4 の基本的な計算条件を表 3-2 に示す。本章における検証は全て表 3-2 の計算条件が基本となっている。また、CASMO-4 にはエネルギー群数 70 の微視的多群断面積ライブラリである L-library が用意されており、本研究では L-library の断面積を基にして断面積調整を実施した。

表 3-2　CASMO-4 の計算条件

| **Parameter** | **Value** |
|---|---|
| Fuel temperature [K] | 900 |
| Moderator temperature [K] | 600 |
| Cladding temperature [K] | 636 |
| Boron concentration [ppm] | 0 |

### 3.2.3 断面積調整に用いる各行列・ベクトルの計算方法

以下に、RS 法を用いた断面積調整法基礎式を計算する際に必要となる行列の具体的な取得方法を示す。ここで、調整の際に考慮する断面積数を $n$、考慮する核特性数を $m$、サンプル数を $N$ としている。

$$\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^{(1)T}\right)\left[\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}\right) + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_{m\backslash}^{(1)}\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}_0\right)\right]$$

(再掲) (2-42)

- 調整前断面積 $\mathbf{T}_0$ ($n$ 次元ベクトル)

調整前断面積 $\mathbf{T}_0$ には調整を行う断面積に対する L-library の断面積評価値が収められる。ただし、本研究では RS 法や断面積調整の計算の際に断面積の値を相対値で取り扱っている。これは言い換えれば、調整前断面積を 1 として取り扱っているということである。したがって、$\mathbf{T}_0$ の要素は本研究では全て 1 である。

- 調整前断面積を用いた核特性解析値 $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_0)$ ($m$ 次元ベクトル)

調整前断面積を用いた核特性解析値 $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_0)$には、通常の L-library を用いて解析を実施す

ることで得られる核特性が収められる。断面積には相対値を用いているが、核特性については本研究では基本的には絶対値を用いている。

- 断面積変化量 $\mathbf{\Delta T}$ ($n \times N$ 行列)

断面積変化量 $\mathbf{\Delta T}$ は RS 法を用いて作成された断面積サンプル $\mathbf{T}_1$、$\mathbf{T}_2$、…、$\mathbf{T}_N$ から調整前断面積 $\mathbf{T}_0$ を差し引くことで得られる((2-35)式参照)。RS 法を実施する際も、断面積の平均値として $\mathbf{T}_0$ を用いるが、これは上述の通り全要素 1 のベクトルである。また、共分散として断面積共分散行列 $\mathbf{M}$ を用いる。本研究では、共分散行列 $\mathbf{M}$ は評価済み核データライブラリ JENDL-4.0 の共分散データを核データ処理コード NJOY によって多群(70 群)形式に処理することで得ている[22]。NJOY については Appendix C に詳細を示す。なお、断面積を相対値で与えているため、共分散行列 $\mathbf{M}$ も相対共分散行列としている。

- 核特性変化量 $\mathbf{\Delta R}^{(1)}$ ($m \times N$ 行列)

核特性変化量 $\mathbf{\Delta R}^{(1)}$は RS 法で得られる断面積サンプル $\mathbf{T}_1$、$\mathbf{T}_2$、…、$\mathbf{T}_N$ を用いて解析を行うことによって得られる核特性 $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_2)$、…、$\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_N)$から調整前の解析値 $\mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_0)$を差し引くことで得られる((2-36)式参照)。なお、上に再掲した(2-42)式を見ると分かるように、最終的に逆行列の計算を行うことになるが、本研究では逆行列の代わりに、Moore-Penrose 逆行列(一般化逆行列)を用いている[18]。一般化逆行列については Appendix D にて説明するが、このようにする理由は本検討のような実験誤差共分散や解析誤差共分散を無視した計算では、核特性共分散行列が正則になることを保証できないためである(核特性が完全相関を持つ場合などが考えられる)。仮に正則の場合は、逆行列と Moore-Penrose 逆行列は一致するため、特に問題は発生しないと考えられる。

- 核特性測定値 $\mathbf{R}_e^{(1)}$ ($m$ 次元ベクトル)

本研究では、上述の $\mathbf{\Delta T}$ の作成のためとは別に、さらに RS 法で作成した断面積セットを用いて解析を行い、その核特性解析値を仮想的な核特性測定値 $\mathbf{R}_e^{(1)}$として用いた。

- 測定誤差起因・解析誤差起因の核特性共分散 $\mathbf{V}_e^{(1)}$・$\mathbf{V}_m^{(1)}$ ($m \times m$ 行列)

本研究では測定誤差起因及び解析誤差起因の核特性共分散 $\mathbf{V}_e^{(1)}$及び $\mathbf{V}_m^{(1)}$は考慮せず、無視している。つまり、$\mathbf{V}_e^{(1)}$及び $\mathbf{V}_m^{(1)}$を零行列として扱っている。本研究では実際の測定データを用いていないことから測定誤差の影響はなく、また核特性測定値を同じ解析コードを用いて異なる断面積セットを与えた核特性解析値で代用しているため、解析誤差の影響は生じ得ない。言い換えれば、核特性の測定値と解析値との差異は断面積の不確かさのみに起因して生じていることになる。したがって、本研究での検証は最も理想的な条件を考えているといえる。現状では、$\mathbf{V}_e^{(1)}$及び $\mathbf{V}_m^{(1)}$の考慮は今後の課題である。

以上の計算方法は、本章の検証計算だけでなく次章の検証においても基本的には共通である。また、本章の検証計算では、提案手法による断面積調整とは別に、従来の断面積調整法によっても断面積調整を行った。このとき、調整に必要となる感度係数は直接法により求めた。すなわち考慮する断面積を一つ一つ摂動を与えて解析を行い、差分近似により感度係数を求めた。また、差分近似は中央差分近似とした。すなわち、各断面積に対して正と負の微小変化を与えた解析を実施し、その差異から感度係数を推定した。例えば、微小変化の大きさを $x$ としたときのある断面積 $T_i$ (= $\mathbf{T}_0$ の $i$ 成分)に対する核特性 $R_c(\mathbf{T}_0)$の感度係数は次式で計算できる。

$$\frac{\partial R_c\left(\mathbf{T}_0\right)}{\partial T_i} \approx \frac{R_c\left(\mathbf{T}_{i,+x}\right) - R_c\left(\mathbf{T}_{i,-x}\right)}{2x} \tag{3-1}$$

ここで、$R_c(\mathbf{T}_{i,+x})$と $R_c(\mathbf{T}_{i,-x})$はそれぞれ断面積セット $\mathbf{T}_0$ の $i$ 成分に対して+$x$ と-$x$ を与えたときの核特性解析値である。この場合、考慮する断面積数 $n$ に対して $n\times 2$ 回の解析を行っている。

最終的に従来法と提案手法それぞれによる断面積調整によって得られた調整後断面積を確認・比較するとともに、調整後断面積を用いて再度解析を行ったときに、調整後の解析値が仮想測定値に近づいているかどうかの確認を行った。

## 3.3 検証 1: 提案手法の成立性の検証

### 3.3.1 本検証の概要・目的

本検証では、調整対象断面積数を 420 個、核特性数を 1 個、サンプル数を最大 500 個という簡易な条件で、RS 法に基づく断面積調整法と感度係数を利用した従来の断面積調整法による調整を実施し、結果の比較を行った。それにより提案手法の成立性、つまり従来法との等価性について確認した。さらに、サンプル数を変えて調整を行うことにより、提案手法がもつサンプル数に対する基本的な特性を確認した。

### 3.3.2 検証条件

本検証における検証条件を表 3-3 に示す。調整対象断面積は L-library に収められている 420 個(6 種 ×70 群)の微視的断面積とした。考慮した核種・反応は、U-235(U5)の捕獲(sigc)、核分裂(sigf)・散乱(sigs)・核分裂あたりの平均発生中性子数($\nu$)と、U-238(U8)の捕獲・散乱である。

また、燃料ピンセル体系における未燃焼(新燃料)時の無限増倍率(k-inf)を断面積調整に用いる核特性とした。

サンプル数は、RS 法の段階では 500 個で行い、断面積調整を行う段階で 5 ~ 500 個の間で用いるサンプルの数を変える($\mathbf{\Delta T}$、$\mathbf{\Delta R}^{(1)}$の行列サイズを変える)ことによって、様々なサンプル数での調整を行った。つまり、サンプル数は異なっても用いているデータは共通してい

る。

比較のための従来法における感度係数の計算では、各断面積に対して±5%の摂動を与えた。

表 3-3　検証条件

| | |
|---|---|
| Number of cross sections | 420<br>(U5 - sigc, sigf, sigs, $\nu$)<br>(U8 - sigc, sigs) |
| Number of responses | 1<br>(k-inf, 0 MWd/t) |
| Number of samples | 500, 200, 100, 50,<br>40, 30, 20, 10, 5 |

### 3.3.3　結果・考察

まず、従来法及び提案手法による調整後断面積を用いた無限増倍率計算値が理論どおり仮想測定値に近づいているかを確認した。表 3-4 に、本検討で用いた無限増倍率の仮想測定値及び調整前断面積と調整後断面積それぞれを用いた無限増倍率の計算値を示す。調整後断面積については、提案手法("Present")におけるサンプル数 5、50、200、500 の 4 ケースと従来法("Conventional")の場合の計 5 ケースの結果が示してある。また、調整前及び調整後断面積を用いた計算値の仮想測定値からの差異もあわせて示している。

表 3-4 より、調整前における無限増倍率の仮想測定値と計算値の差異がおよそ $10^{-2}$ であるのに対して、調整後の差異は全てのケースにおいて~$10^{-5}$ 程度まで低減している。従来法と提案手法を比較しても、調整前と調整後で同程度に差異が低減していることが分かる。この結果から、提案手法によって従来法と同様に計算値を測定値に近づけるように断面積を調整可能であることが示された。なお、本結果からはサンプル数の違いによる影響は特に見られなかった。

表 3-4　無限増倍率計算値と仮想測定値との差異

| | Virtual experimental value | Before adjustment | After adjustment | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Present | | | | Convectional |
| | | | 5 | 50 | 200 | 500 | |
| k-infinity | 1.28652 | 1.27703 | 1.28655 | 1.28651 | 1.28652 | 1.28653 | 1.28655 |
| Difference | - | -0.00949 | 0.00003 | -0.00001 | 0.00000 | 0.00001 | 0.00003 |

Note: Difference is defined by (calculation value) – (virtual experimental value). Each of 5, 50, 200 and 500 means the number of random samples in the present method.

次に、従来法と提案手法の調整後断面積を比較した。まず、図 3-2 に従来法による調整後断面積(断面積の調整量)をその際に評価した感度係数とともに示す。横軸は断面積の種類を表しており、縦軸は調整前と調整後の断面積の変化量を各断面積の標準偏差(共分散行列の対角成分の平方根)で規格化した量である。例えば、断面積の変化量がその断面積の標準偏差に等しいとき､縦軸は 1.0 を示す｡図 3-2 は感度係数が比較的大きい断面積(U-235 の $\nu$ や、U-238 の捕獲など)が調整されていることを示している。これは断面積調整法の特徴の一つである。

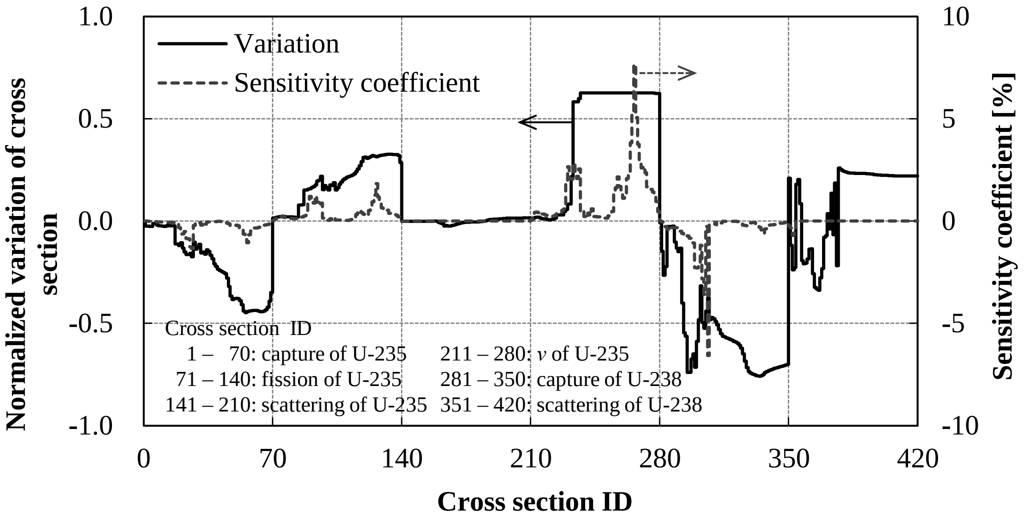
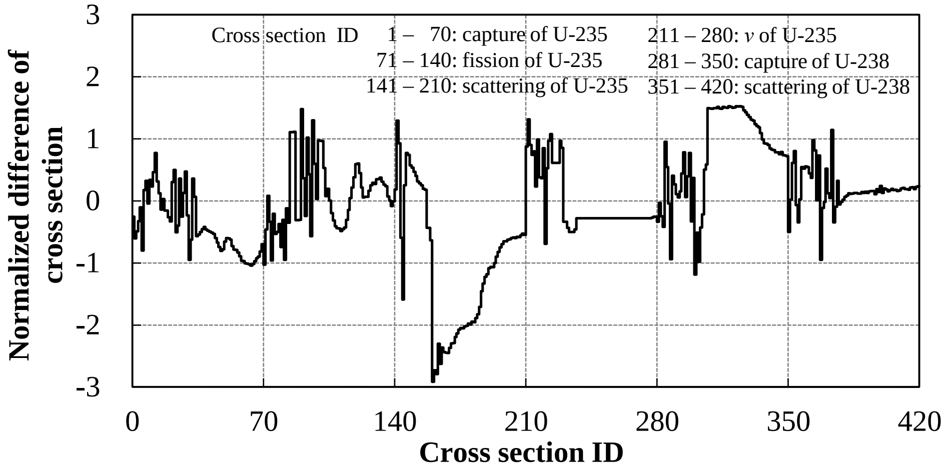



図 3-2　従来法による調整後断面積(標準偏差により規格化)と感度係数

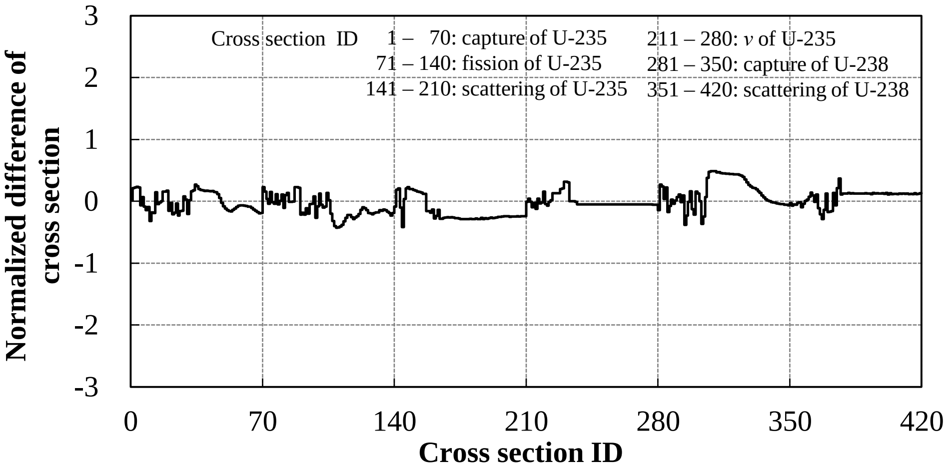
提案手法による調整後断面積から従来法による調整後断面積(図 3-2 の結果)を差し引いた値、すなわち、調整後断面積の手法間差異を図 3-3 に示す。縦軸は図 3-2 同様標準偏差で規格化されている。図 3-3 より、サンプル数が少ない場合、つまり $N = 5$ の場合、提案手法の調整後断面積と従来法の調整後断面積の差異が最大~3$\sigma$ と大きく、全体的にばらつきが大きい。一方で、サンプル数が大きくなるにつれて差異が低減し、$N = 500$ では差異は非常に小さくなっている。この結果から、サンプル数を十分とった場合、提案手法の調整後断面積は従来法の調整後断面積と同等になることが示された。

また、サンプル数に対する変化により着目するため、従来法と提案手法の調整後断面積差異の全ての断面積での平均と最大値をサンプル数ごとに図 3-4 に示す。なお、図 3-4 における調整後断面積差異は絶対値に換算していることに注意する必要がある。図 3-4 より、サンプル数が増えるに従い、調整後断面積の差異がほぼ一定の割合で低減していることが分かる。これは、サンプル数を増やすにつれて提案手法の調整後断面積が従来法のそれに漸近しているということである。この結果は基本的に提案手法と従来法が理論的に等価であることを示しているといえる。

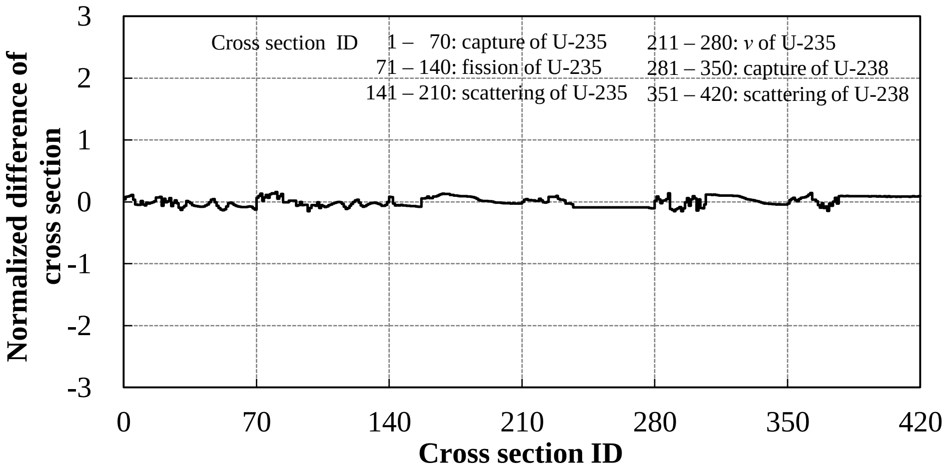
ここで、提案手法の効率性に着目する。図 3-3、3-4 から分かるように、提案手法において例えばサンプル数 50 の場合、従来法との差異が少なくとも $1\sigma$ 以内に収まっており、さらに表 3-4 より調整後断面積を用いた無限増倍率計算値も妥当な値であったことから、サンプル数 50 程度で十分に妥当な調整が行えていると判断できる。本検証の場合、従来法で調整を行うためには少なくとも断面積数 420 回の解析(本検証では 840 回の解析を実施)が必要である。一方で、提案手法におけるサンプル数 50 の場合、50 回の解析で調整を行うことができる。したがって、本検証において提案手法は従来法よりも効率的に断面積を調整できているといえる。




**(a) *N* = 5**




**(b) *N* = 50**




**(c) *N* = 500**

図 3-3　提案手法と従来法の調整後断面積の差異(サンプル数 5, 50, 500)

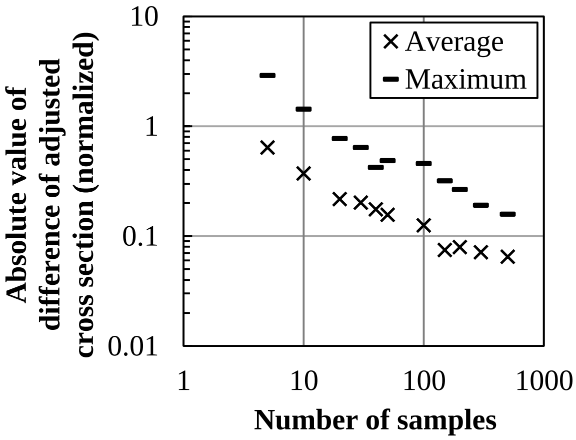
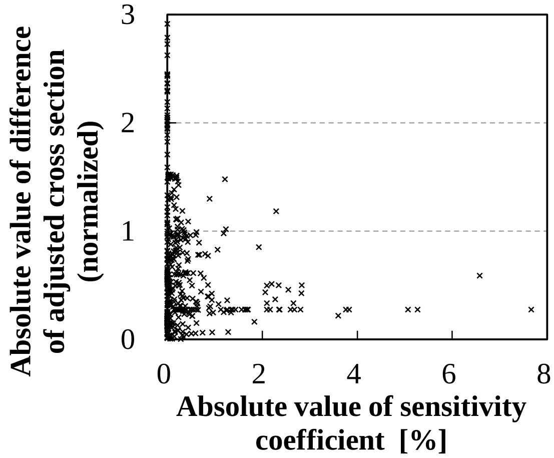
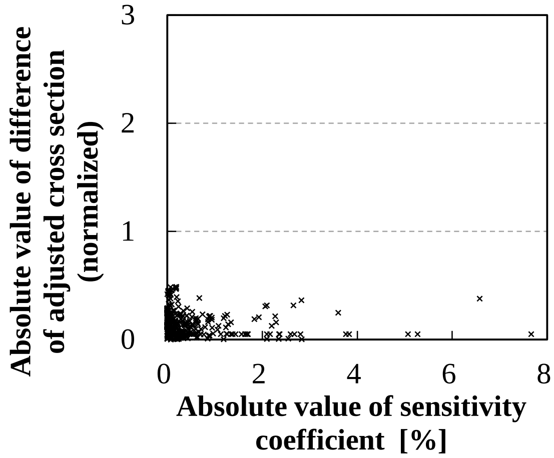



図 3-4　各サンプル数における提案手法と従来法の調整後断面積差異の平均及び最大値

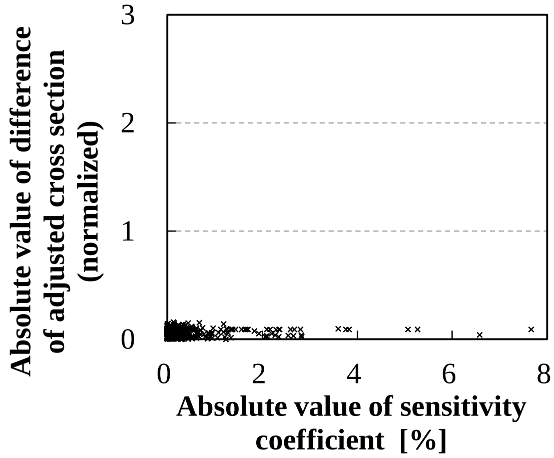
ここで、以上の結果において、調整後断面積はサンプル数に依って結果が大きく変わっているのに対して、調整後断面積を用いた核特性解析値はサンプル数に依る変化がそれほど見られなかった。すなわち、図 3-3 では $N = 5$ のときに提案手法と従来法の調整後断面積の間に大きな差異が見られた一方で、表 3-3 では $N = 5$ においても調整後断面積を用いた無限増倍率解析値が仮想測定値を良く再現していた。この結果から、$N = 5$ の場合は、全体的に調整後断面積の差異が大きい一方で、無限増倍率に対して大きく効いている断面積、すなわち感度の高い断面積に対しては、ある程度うまく調整されている可能性が考えられる。そこで、各断面積に対する無限増倍率の感度係数の大きさと調整後断面積差異の関係について調べた。図 3-5 に横軸を感度係数の絶対値として、サンプル数が 5、50、500 の場合それぞれの各調整後断面積の従来法との差異(絶対値)を示す。図 3-5 の特にサンプル数 5 で顕著に見られるように、調整量の差異が大きい断面積は感度係数が小さい傾向にあり、感度係数が大きい断面積はその差異が小さい傾向がある。つまり、感度の高い断面積は従来法と調整結果が良く一致しているということを表している。この結果は、感度の高い断面積ほど適切に調整されるということを示唆しており、そのため、サンプル数が少ない場合でも調整後断面積を用いた解析値が仮想測定値を良く再現したと考えられる。この理由については、感度の高い断面積は、RS 法において断面積変化と核特性変化が対応しやすいということが定性的に考えられることから、感度の高い断面積ほど RS 法において断面積と核特性間の共分散を正しく推定しやすいためといえる。すなわち、提案手法はその性質的に感度の大きい断面積ほど適切に調整しやすく、逆に感度の無い断面積を誤って調整しやすい手法であるといえる。




(a) *N* = 5




(b) *N* = 50




(c) *N* = 500

図 3-5　提案手法と従来法間の調整後断面積差異と感度係数の関係

### 3.3.4　本検証のまとめ

調整対象断面積数を 420 個、核特性数を 1 個、サンプル数を最大 500 個という簡易な条件で、RS 法を利用した断面積調整法と従来の断面積調整法の比較を行った。その結果、提案手法と従来法の理論的に等価であることが数値計算により確認できた。また、従来法よりも少ない計算コストで妥当な調整を行える可能性を示した。今回の結果から、RS 法を利用した断面積調整法は軽水炉において断面積調整を行うための実用的な手法として検討価値があるといえる。ただし、今回の検討では断面積数 420、核特性数 1 という非常に簡単な条件を用いたが、断面積調整法を実際に利用することを考えると、できるだけ多くの断面積及び核特性を考慮することが理想的である。したがって、次節以降の検証では、考慮する断面積数・核特性数を増やした場合の適用性について検討することとした。

## 3.4　検証 2: 燃焼計算への適用性の検証

### 3.4.1　本検証の概要・目的

本検証では、前章で行った検証内容を燃焼計算に拡張することで、提案手法の燃焼計算を含んだ核計算に対する適用性を評価した。まず、燃焼計算について簡単に説明する。燃焼計算とは、燃料の燃焼に伴う核種の量(原子個数密度)の変化を求める計算を指す。原子個数密度は、中性子輸送方程式を解いて求められた体系内の中性子束分布を用いて、核種の崩壊による消滅や中性子との核反応による生成・消滅を考慮した時間依存の微分方程式(燃焼方程式)を解くことで計算される。そのようにして得られた原子個数密度を用いて、さらに中性子輸送計算が行われる。つまり、燃焼計算を含んだ核計算では、中性子束分布や中性子増倍率を求めるための中性子輸送方程式を解く計算と、原子個数密度を求めるための燃焼方程式を解く計算を、設定した時間幅(燃焼ステップ)毎に交互に繰り返すことにより行われる。燃焼が進むにつれて(燃焼計算を行う毎に)核種の原子個数密度が変化するため、各ステップの中性子輸送計算において入力となる断面積が変化する。したがって、燃焼計算を含むことにより、入力データの異なる計算を繰り返すといった非常に複雑な過程を含むこととなる。

本検討では、燃焼計算を含んだ計算に対して、RS 法に基づく断面積調整法を適用した。本検討の主な目的は、以下の 2 つである。

① RS 法に基づく断面積調整法の燃焼計算への適用性評価

② 核特性を複数考慮した場合の調整の妥当性確認

まず①については、燃焼計算を含むことにより、従来の断面積調整法に必要な感度係数の評価(一般化摂動論に基づく方法)において計算コストが増大することから、提案手法が燃焼計算において適用可能かを明らかにすることは提案手法の有用性という観点から非常に重要である。②については、考慮する核特性の数に対して調整結果がどのような影響を受けるのかを適切に把握する必要がある。

### 3.4.2　検証条件

本検討における計算条件について説明する。前章におけるピンセル計算の計算条件を燃焼計算に拡張し、いくつかの異なる燃焼度点における無限増倍率を調整に用いる核特性とした。表 3-5 にピンセル燃焼計算条件を示す。本検討では、考慮する核特性が異なる場合での調整結果を比較するため、核特性数の異なる 4 つのケースで検証を行った。各ケースの条件を表 3-6 に示す。調整対象断面積数は前回の検証と同様であり、サンプル数については、総サンプル数は 500 で前節の検証と同様であるが、前節ほど細かく異なるサンプル数を設定してはいない。それらについては表 3-7 に示した。

表 3-5　計算条件

| **Parameter** | **Value** |
|---|---|
| Fuel temperature [K] | 900 |
| Moderator temperature [K] | 600 |
| Cladding temperature [K] | 636 |
| Boron concentration [ppm] | 0 |
| Burnup [GWd/t] | 0, 0.1, 0.5, 1,…, 11, 12.5, …, 50* |

* 1~11 は 1 刻み　12.5~50 は 2.5 刻み

表 3-6 核特性数

| Case | Number of core parameters | Burnup [GWd/t] |
|---|---|---|
| A | 1 | 0 |
| B | 1 | 50 |
| C | 2 | 0, 50 |
| D | 6 | 0, 10, 20, 30, 40, 50 |

表 3-7 断面積数及びサンプル数

| | |
|---|---|
| Number of cross sections | 420<br>(U-235: capture, fission, scattering, $\nu$)<br>(U-238: capture, scattering) |
| Number of samples | 20, 50, 200, 500 |

また、従来法も同様に実施し、各断面積に対して±5%の摂動を与えた直接計算により感

度係数を計算した。これは前節の検証と同様である。

### 3.4.3 結果・考察

まずは、調整後断面積を用いて計算した無限増倍率とその仮想測定値を比較した。 ここでは表 3-6 の Case D で用いられている 6 つの燃焼度における無限増倍率に注目する。結果の一部として、提案手法(Proposed)におけるサンプル数 50 及び 500 の場合と従来法(Conventional method)の調整後断面積を用いて計算した無限増倍率を、仮想測定値(Virtual experimental value)と調整前断面積での計算結果(Before adjustment)とともに表 3-8 に示す。なお、仮想測定値のみは無限増倍率そのものの値が示されており、その他の無限増倍率の値は同燃焼度における仮想測定値との差異の形で示している。また、背景に色のついているものは、その無限増倍率の値が仮想測定値に近づくように調整されている(A~D の各ケースで調整の際に考慮されている)ことを示している。そして、表 3-8 の結果を、燃焼度を横軸、調整後断面積を用いて計算した無限増倍率から仮想測定値を差し引いたものの絶対値を縦軸として、図 3-6 に示す。各凡例は表 3-6 に示した調整ケースを表している。

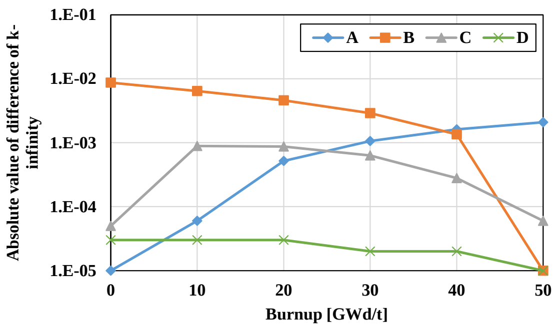
表 3-8 及び図 3-6 より、従来法と提案手法ともに、A~D の各ケースにおいて調整に考慮されていない無限増倍率の差異は調整前と調整後でそれほど変化していない一方で、考慮された無限増倍率のみ差異が~$10^{-3}$から~$10^{-5}$の桁まで低減していることが分かる。この結果は、後にも述べるが、燃焼度の異なる無限増倍率で感度の高い断面積に変化が見られ、それにより A~D の各ケースで調整された断面積が異なることにより生じていると考えられる[4]。また、提案手法においてサンプル数の違いによりそれほど差異は見られなかった。以上の結果から、核特性計算値が測定値に近づくという観点で、提案手法は燃焼計算においても適用可能であること、そして、核特性を複数考慮した場合においては考慮した核特性それぞれが測定値に近づくように調整されることが示された[5]。

[4] したがって、例えば Case A では考慮されていない 10 GWd/t の無限増倍率も差異が大きく低減しているが、これは考慮されている 0GWd/t に対して感度の高い断面積が 10GWd/t の無限増倍率に対しても感度が高い(つまり感度の情報が似ている)ためといえる。

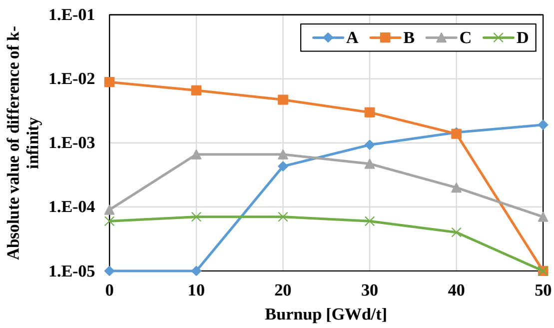
[5] この検証は、ある燃焼度点における無限増倍率を用いて調整した場合の、別の燃焼度の無限増倍率の予測精度の改善について検討しているとも考えられる。したがって、この別の燃焼度の無限増倍率を設計体系核特性と考えれば、本検証は一つの体系しか用いていないものの、設計体系を考慮した検証に近いものとなっている。

表 3-8　調整後断面積を用いた無限増倍率計算結果及び仮想測定値

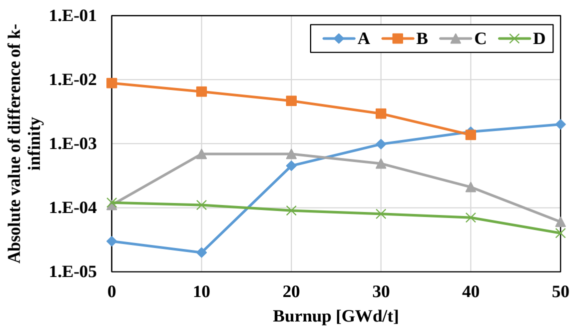
| Burnup [GWd/t] | | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Virtual experimental value | | | 1.28652 | 1.12770 | 1.04913 | 0.99072 | 0.94405 | 0.90614 |
| Before adjustment | | | -0.00949 | -0.00709 | -0.00516 | -0.00338 | -0.00174 | -0.00032 |
| RS-based method | 50 samples | A | -0.00001 | 0.00006 | 0.00052 | 0.00106 | 0.00162 | 0.00209 |
| | | B | -0.00868 | -0.00643 | -0.00460 | -0.00291 | -0.00135 | -0.00001 |
| | | C | 0.00005 | -0.00089 | -0.00087 | -0.00063 | -0.00028 | 0.00006 |
| | | D | 0.00003 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00002 | 0.00002 | 0.00001 |
| | 500 samples | A | 0.00001 | 0.00001 | 0.00043 | 0.00093 | 0.00145 | 0.00191 |
| | | B | -0.00890 | -0.00659 | -0.00471 | -0.00298 | -0.00138 | -0.00001 |
| | | C | 0.00009 | -0.00066 | -0.00066 | -0.00047 | -0.00020 | 0.00007 |
| | | D | 0.00006 | 0.00007 | 0.00007 | 0.00006 | 0.00004 | 0.00001 |
| Conventional method | | A | 0.00003 | 0.00002 | 0.00045 | 0.00098 | 0.00153 | 0.00200 |
| | | B | -0.00879 | -0.00651 | -0.00466 | -0.00295 | -0.00137 | 0.00000 |
| | | C | 0.00011 | -0.00069 | -0.00069 | -0.00049 | -0.00021 | 0.00006 |
| | | D | 0.00012 | 0.00011 | 0.00009 | 0.00008 | 0.00007 | 0.00004 |




(a) 提案手法サンプル数 50 の場合




(b) 提案手法サンプル数 500 の場合




(C) 従来法の場合[6]

図 3-6 調整後断面積を用いて計算した無限増倍率と仮想真値の差異

[6] Case B で 50 GWd/t においてプロットが消えているのは差異が 0 のためである

次に、用いた核特性の異なる Case A ~ D で調整後断面積がどのように異なるかを確認した。なお、ここでは提案手法は考えず、従来法の結果のみを確認した。図 3-7 に各ケースにおける従来法での断面積調整量を示す。横軸は断面積の種類、縦軸は断面積の調整量を各断面積の標準偏差で規格化したものである。図 3-7 の各ケースにおいて、縦軸のスケールが大きく異なることに注意が必要である。

図 3-7 より、例えば以下のことが見て取れる。

- 0 GWd/t の無限増倍率を考慮している Case A 及び Case C では、その他のケースと比較して U-235 の $\nu$ 値(ID:211~280)や U-235 の捕獲断面積(ID: 1~70)の調整量が大きい
- ただし、同じく 0 GWd/t の無限増倍率を考慮している Case D では反対に $\nu$ 値の調整量が小さい
- 50 GWd/t の無限増倍率を考慮している Case B, Case C 及び Case D で、U-238 の高速エネルギーの散乱断面積(ID: ~353)の調整量が大きい
- Case B は調整量が全体的に小さい。

また参考として、0, 20, 50 GWd/t の無限増倍率それぞれの各断面積に対する直接法で得られた感度係数を図 3-8 に示す。ここで、図 3-7 で見られる調整量の大小は、おおまかに図 3-8 の感度係数の大きさと対応していることが分かる。例えば、0GWd/t のみを考慮している Case A では、0GWd/t の無限増倍率に対して感度の大きい断面積が良く調整されていることが分かる。また、図 3-7 の Case B で調整量(縦軸のスケール)が小さいのは、今回の検討で(10)式の $\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}(\mathbf{T}_0)$の項が、50 GWd/t の無限増倍率では小さく、0 GWd/t の無限増倍率に比べて 1/10 程度であることに起因している(表 3-8 参照)。結局のところ、考慮する核特性の違いにより断面積調整結果に大きく違いが生じる。そしてそれは核特性の感度に依存し、その相対的なバランスでどの核種が調整されるか決定されるといえる。

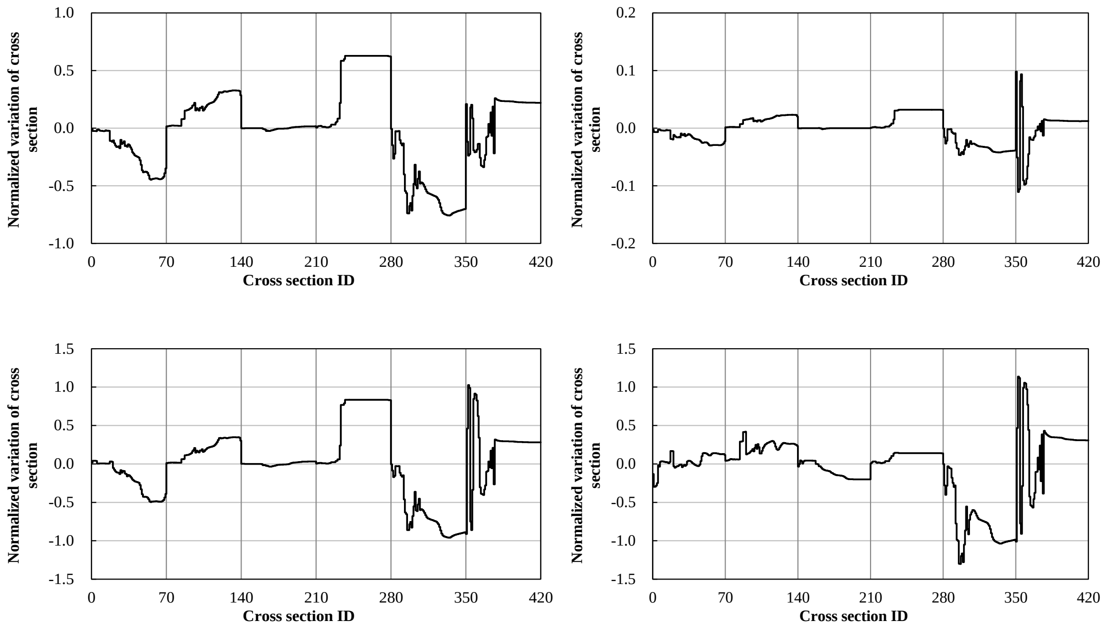



図 3-7　従来法を用いた場合の各核特性ケースの断面積調整量

(左上: Case A、右上: Case B、左下: Case C、右下: Case D)

(Cross section ID = 1~70: U-235 capture, 71~140: U-235 fission, 141~210: U-235 scattering, 211~280: U-235 *ν*, 281~350: U-238 capture, 351~420: U-238 scattering)

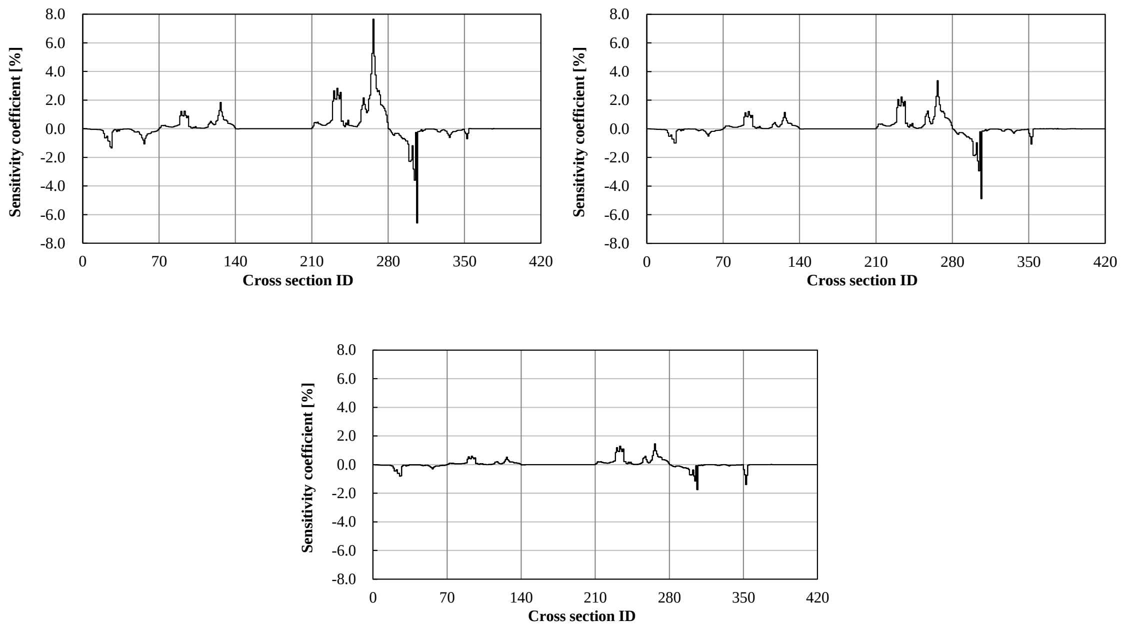



図 3-8 燃焼度毎の無限増倍率の感度係数と調整前断面積の相対標準偏差

(左上: 0 GWd/t、右上: 20GWd/t、下: 50GWd/t)

次に、RS 法を用いた断面積調整法による調整結果と従来法の調整結果の差異を確認した。ここでは、個別の断面積には着目せず、420 個の断面積の差異を平均する形で比較を行った。図 3-9 に RS 法を用いた断面積調整法と従来法の調整後断面積の差異の平均及び最大値を各核特性ケースに対して示す。横軸はサンプル数、縦軸は断面積の標準偏差で規格化された調整後断面積差異の絶対値である。基本的にどのケースでもサンプル数を増やすと従来法に近づくという結果が得られており、本検討においても提案手法により妥当な調整が行われていることが確認できる。ただし、考慮する核特性が 1 つの Case A、Case B に比べて複数を考慮した Case C や Case D では、全体的に差異が大きいようにも見え、また、サンプル数に対する差異の推移も例えば Case D でサンプル数 200 から 500 にかけて差異がそれほど減少していない。

ここでさらに Case D の場合のみ、横軸を断面積の種類、縦軸を従来法との差異として図 3-10 にサンプル数ごとの調整結果を示す。サンプル数 20 から 50 及び 50 から 200 では、ばらつきが小さくなっていることが見て分かるが、サンプル数 200 から 500 では全体的に差異が低減していないように見える。この結果は、Case D の従来法と提案手法の調整結果においてサンプル数を増やすことでは埋まらない誤差が生じていることを意味している。この原因として、考慮する核特性数を増やしたからといって、従来法と提案手法の理論に不整合が生じているということは考えにくいことから、数値的な誤差、特に従来法における感度係数を求める際の差分近似によると考えている。多くの核特性を考慮すればするほど従来法にて用いる感度係数が多くなるため、感度係数を求める際の誤差の影響が大きくなると考えられる。したがって、核特性を多く考慮する場合、従来法と提案手法間の系統的な誤差の影響により従来法との比較が困難になる可能性が予想される。これについては、3.6 節の検証においてもさらに言及している。

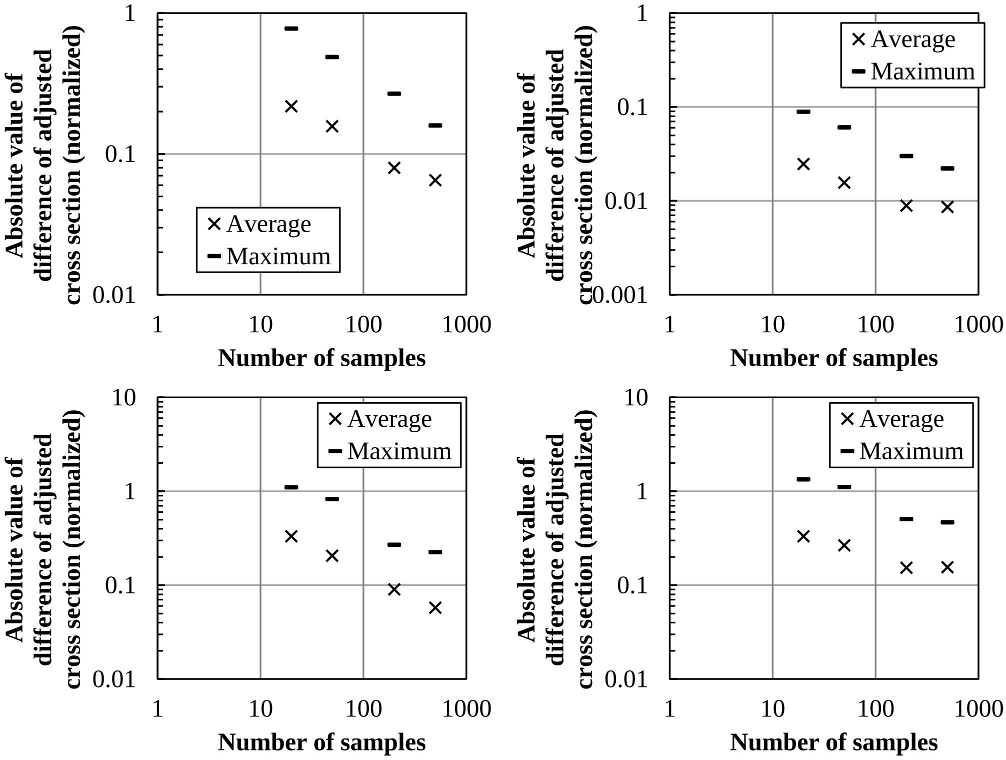



図 3-9 各ケースの提案手法と従来法の調整後断面積の差異の平均値及び最大値
(左上: Case A、右上: Case B、左下: Case C、右下: Case D)

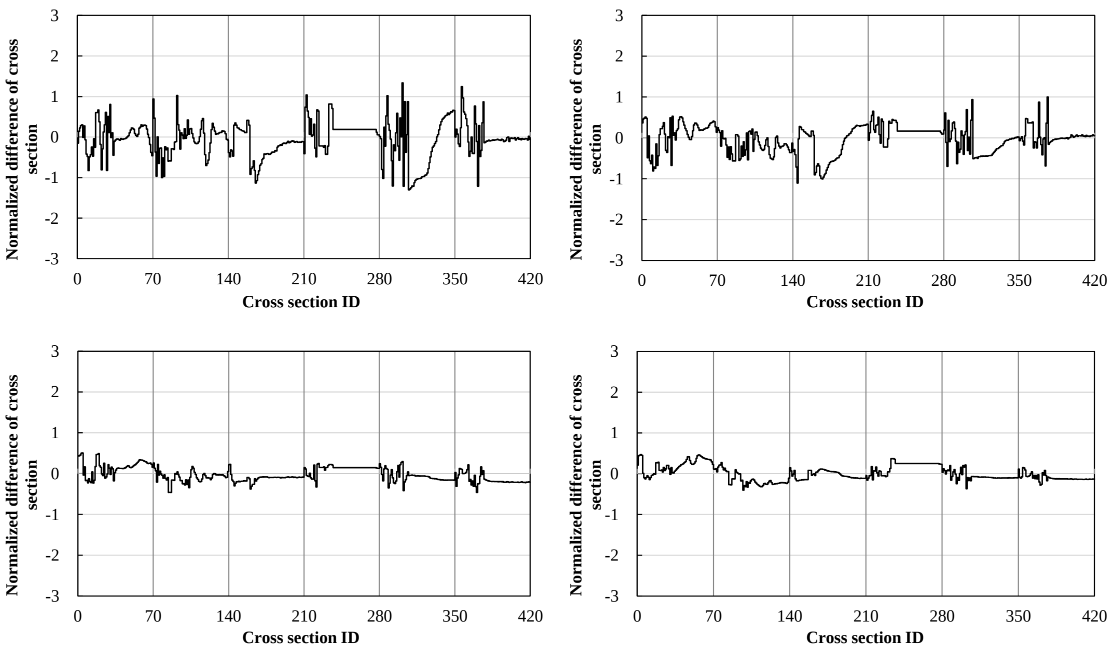
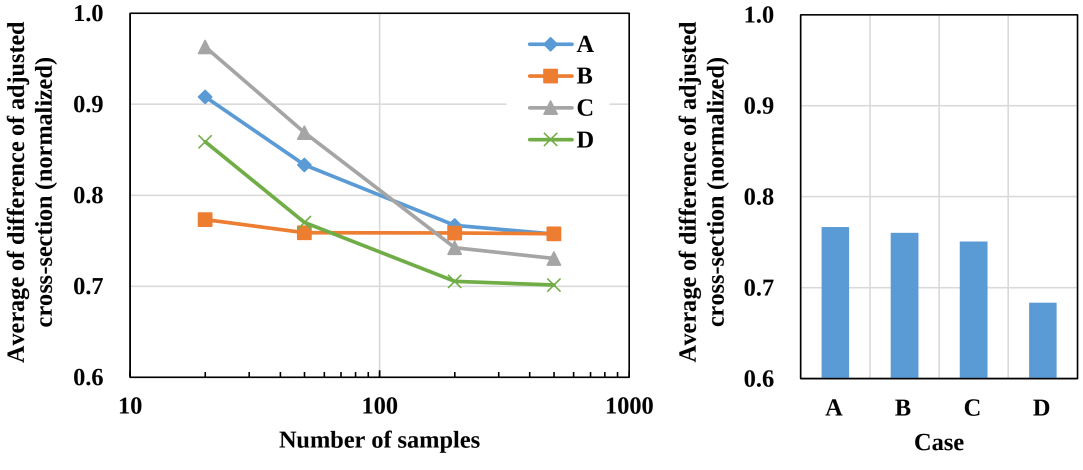



図 3-10　Case D のサンプル数ごとの提案手法と従来法の調整後断面積の差異
(左上:  サンプル数 20、右上: 50、左下: 200、右下: 500)

[補足検討]

これまでは従来法と比較することで提案手法の妥当性を示してきた。ここでは比較対象を従来法の調整後断面積ではなく仮想測定値を求めるために用いている RS 法によって作成した断面積(断面積の仮想真値)として、多くの核特性を考慮すれば調整後断面積はより仮想真値に近づくのかどうか(つまり実際の適用を考えた場合において核特性を多く考慮すべきかどうか)を確認した。図 3-9 と同様の形で各ケースにおいて断面積仮想真値に対する差異の平均値を求めて、図 3-11 にプロットした。また、従来法の調整後断面積と仮想真値の比較も同様に行った。参考として図 3-12 に本検討で用いた断面積仮想真値を示す。

断面積仮想真値との比較の場合は、仮想真値が断面積共分散に基づきランダムに変動された値であるのに対し、断面積調整法では感度のある断面積のみ調整されるため、断面積仮想真値と調整後断面積の差異は必ず残ることになる。図 3-11 をみると、平均で 0.7~0.8$\sigma$ の差異が見られるものの、ケース間で比較すると、差異の大きさは A > C > D となった(B は差異が減少していないが、これは調整量が小さいためと思われる)。これは考慮する炉心特性の数が多いほど真値に近づいていることを表している。また、従来法でも同様の傾向が現れている。この結果から、多くの炉心特性を考慮することでより適当な調整が可能であるといえる。




(a) 提案手法 (b) 従来法

図 3-11 調整後断面積と仮想真値の差異の平均値

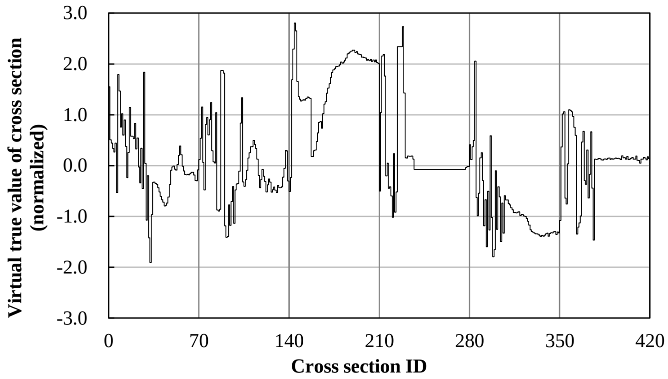



図 3-12 本検討で用いた断面積仮想真値

### 3.4.4 本検証のまとめ

RS 法に基づく断面積調整法の燃焼計算及び異なる核特性を考慮した場合への適用性について検討を行った。本検討により、提案手法は燃焼計算を含む計算により得られた核特性を用いても妥当な調整が可能であり、複数の核特性を用いた場合においても従来法と同様の調整が可能であった。また、調整される断面積は考慮する核特性の感度に依存し、感度傾向の異なる核特性を同時に考慮することでそれに応じた多様な断面積を調整できることが分かった。これは断面積調整法の理論からも明らかであるが、今回はそれを実際に確認することができた。また断面積調整法の実用化の観点では、考慮する核特性数が多いほど調整後断面積が断面積仮想真値に近づくという結果から、より多くの核特性を考慮した方が妥当性の高い調整が可能であるという断面積調整法の性質を確認できた。

## 3.5 検証 3: 調整対象核種の増加による影響

### 3.5.1 本検証の概要・目的

燃料ピンセル体系において、調整対象断面積数を 5040 個、核特性数を最大 6 個、サンプル数を最大 10000 個という条件で、RS 法を利用した断面積調整法の検証を行った。本検証は、これまでの検討よりも断面積数が多い場合において RS 法を用いた断面積調整法を行うことで、考慮する断面積の数に対して断面積調整結果がどのような影響を受けるかを確認することを目的とする。断面積調整法を実際に適用することを考えた場合、できる限り多くの断面積を考慮することが望ましいため、考慮する断面積数を増やすことによる影響を把握しておく必要がある。

### 3.5.2 検証条件

まず、本検討で用いる計算体系については、これまでと同様のピンセル体系である。また、ピンセル計算の計算条件は、前章の燃焼計算への適用性評価の際に用いた計算条件と全て同じである。

調整対象の断面積は、18 の重核種(U-234, -235, -236, -238, Np-237, Pu-238, -239, -240, -241, -242, Am-241, -242, -243, Cm-242, -243, -244, -245, -246)の捕獲断面積、核分裂断面積、散乱断面積、核分裂あたりの中性子発生個数($\nu$)の 4 種であり、それぞれエネルギー70 群であるため、合計で 18×4×70 = 5040 である。

調整に用いる核特性は 0, 10, 20, 30, 40, 50 GWd/t における 6 つの無限増倍率で、20 GWd/t における無限増倍率のみ用いた場合(Case A)と、6 つ全てを用いた場合(Case B)の 2 つのケースで調整を行った。

サンプル数は最大 10000 までとり、10000 の中から調整に用いるサンプルを変えることで、サンプル数が 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000, 10000 の場合でそれぞれ調整を行った。(考慮した核特性が異なる Case A と Case B の 2 ケースと、サンプル数が異なる 8 ケースで合計 2×8 = 16 の調整後断面積セットが作成されたことになる)

本検証においても、従来の感度係数を用いる断面積調整法との比較を行うため、従来法も同様の条件で実施した。このとき、感度係数の計算において与える摂動量がそれぞれ 1, 5, 20, 50%の 4 通りで実施している(従来法の場合は、用いた核特性が異なる Case A と Case B の 2 ケースと、感度係数を用いる際の断面積摂動量が異なる 4 ケースで合計 2×4 = 8 の調整後断面積セットが作成されたことになる)。これは、後述するが断面積と核特性間の非線形性について検討したためである。

### 3.5.3 結果・考察

表 3-9 に調整前及び調整後の無限増倍率解析値と仮想測定値との差異を示す。表 3-9 には調整に用いた核特性数が異なる Case A と Case B に対して提案手法と従来法それぞれの結果が示してある。提案手法の場合はさらにサンプル数 50、500、5000 の場合がそれぞれ示してあり、従来法の場合は代表として摂動量 5%の場合が示してある。表中の影がつけられた部分は、Case A と Case B のそれぞれにおいて、考慮している無限増倍率の燃焼度を表している。

表 3-9 より、調整前の計算値と仮想測定値との差異が~$10^{-3}$ 程度であるのに対して、調整後では断面積の調整において考慮した無限増倍率、つまり影のついた部分がそれぞれ~$10^{-5}$ まで低減していることが分かる。この結果は考慮した核特性の計算値が測定値に合うように断面積の調整が適切に行われたことを示している。また、RS 法を用いた場合と従来法では明らかな差は見られない。RS 法を用いた場合におけるサンプル数による差異については、サンプル数が多いほど調整後の計算値と仮想測定値との差異が小さくなっているように見えるが、有意な差かどうかは不明である。以上より、まずは表 3-9 によって、本検討におい

ても調整後の計算値が仮想測定値に合うような調整が行われていることを確認した。

表 3-9　調整後断面積を用いた計算値と仮想測定値の差異

| Burnup [GWd/t] | | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Virtual exp. value | | | 1.26743 | 1.11378 | 1.03898 | 0.98413 | 0.94068 | 0.90550 |
| Before adjustment | | | 0.00960 | 0.00683 | 0.00499 | 0.00321 | 0.00163 | 0.00032 |
| Case A | RS-based method | 50 | 0.00314 | 0.00126 | 0.00005 | -0.00116 | -0.00222 | -0.00304 |
| | | 500 | 0.00410 | 0.00150 | 0.00002 | -0.00133 | -0.00247 | -0.00334 |
| | | 5000 | 0.00422 | 0.00153 | 0.00002 | -0.00135 | -0.00250 | -0.00338 |
| | Reference | | 0.00433 | 0.00157 | 0.00006 | -0.00131 | -0.00246 | -0.00333 |
| Case B | RS-based method | 50 | 0.00004 | 0.00007 | 0.00007 | 0.00007 | 0.00006 | 0.00005 |
| | | 500 | 0.00002 | 0.00004 | 0.00003 | 0.00002 | 0.00002 | 0.00002 |
| | | 5000 | 0.00002 | 0.00004 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00003 |
| | Reference | | 0.00003 | -0.00012 | 0.00004 | 0.00003 | 0.00000 | 0.00000 |

次に断面積調整量を確認する。図 3-13、図 3-14 に RS 法を用いた場合のサンプル数 50、500、5000 の場合と従来法における断面積調整量を示す。横軸は断面積の種類を表しており、縦軸は各断面積の標準偏差で規格化された断面積調整量である。図 3-13 及び図 3-14 より、Case A と Case B で U-235 や U-238、Pu-239 などの断面積が主に調整されている。また断面積の種類で見ると、捕獲断面積が正の向き、核分裂断面積及び $\nu$ が負の向きに調整されている。ここで参考として、摂動量 5%で求めた 0GWd/t、20GWd/t、50GWd/t の無限増倍率の感度係数を図 3-15 に示す。基本的に感度係数が正の断面積が負の向き、感度係数が負の断面積が正の向きに調整されており、これは無限増倍率を小さくする向きである。表 3-9 より調整前の無限増倍率計算値が仮想測定値よりも大きいため、計算値を仮想測定値に近づけるために、このような調整が行われていると考えられる。

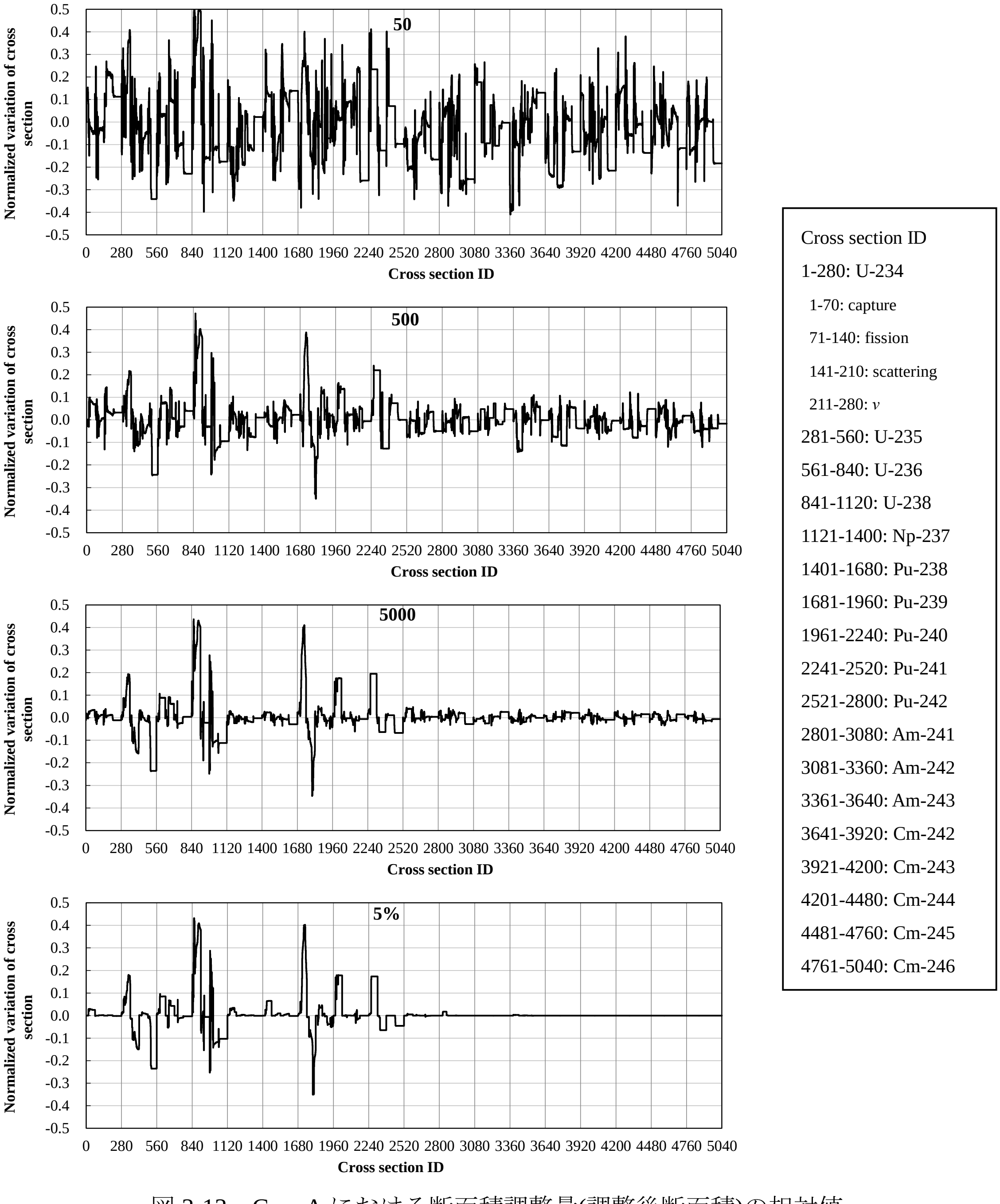



図 3-13　Case A における断面積調整量(調整後断面積)の相対値
(上から提案手法サンプル数 50/サンプル数 500/サンプル数 5000/従来法)

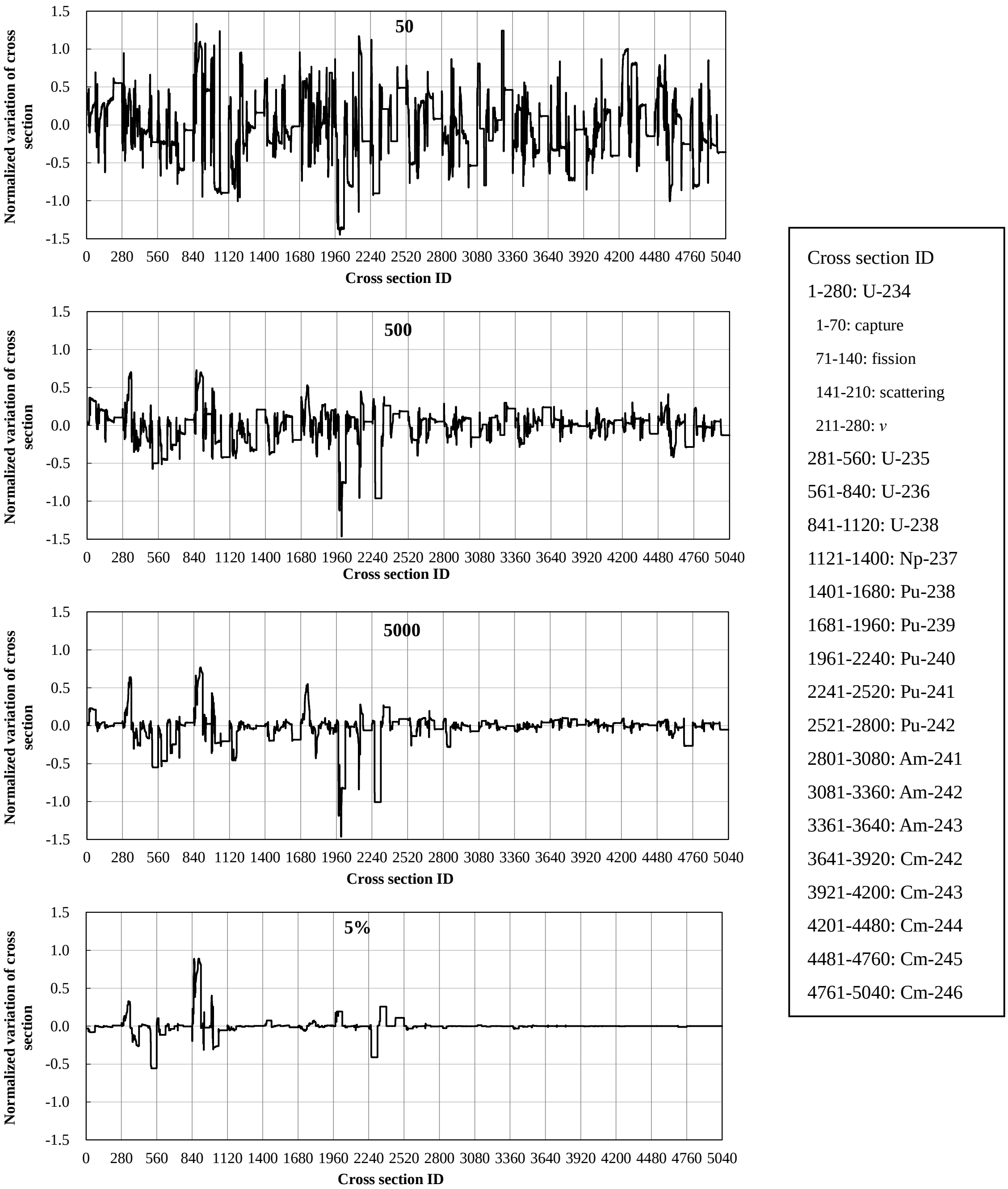



図 3-14　Case B における断面積調整量(調整後断面積)の相対値
(上から提案手法サンプル数 50/サンプル数 500/サンプル数 5000/従来法)

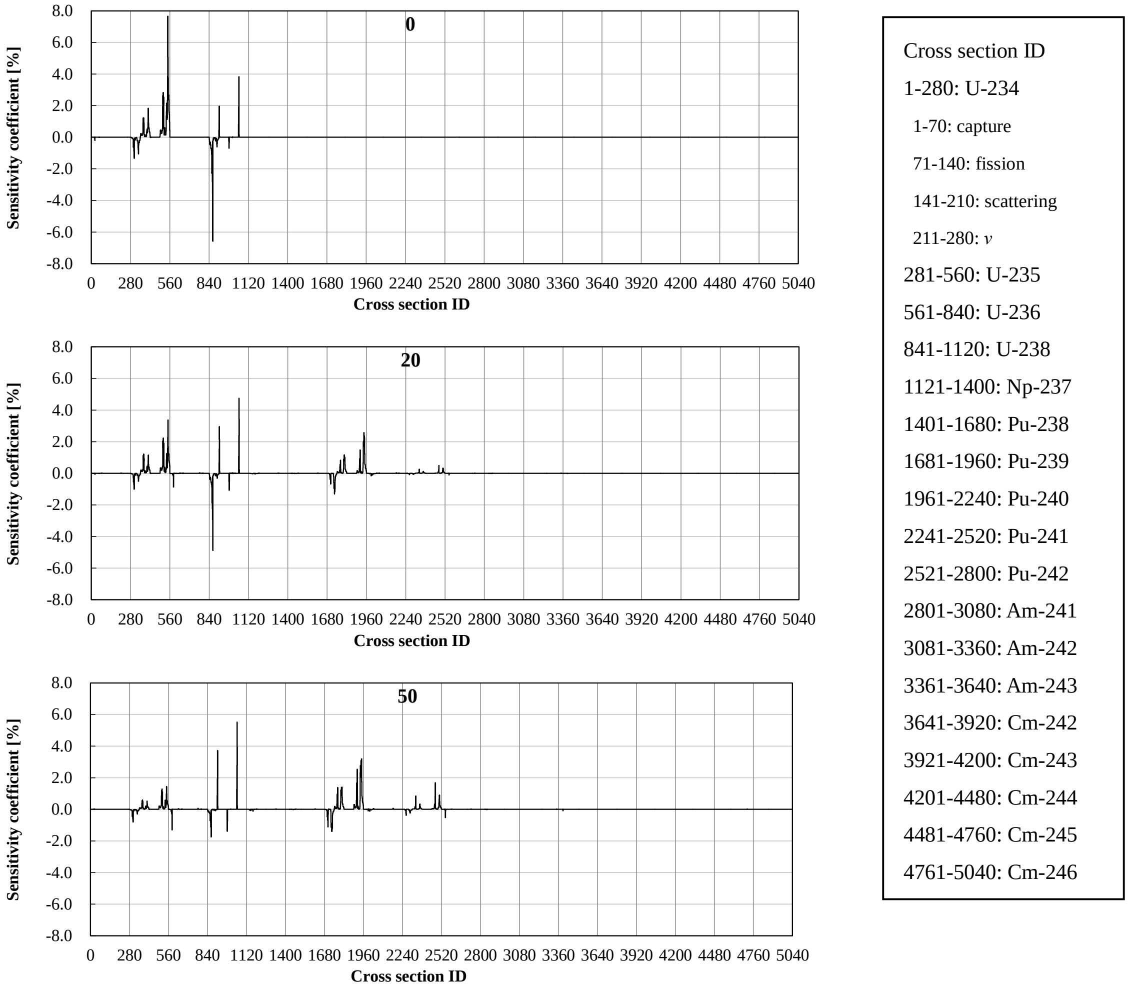



図 3-15　摂動量 5%で求めた無限増倍率の感度係数
(上から 0GWd/t、20GWd/t、50GWd/t)

次に Case A と Case B の比較、つまり図 3-13 と図 3-14 の比較を行う。どちらもサンプル数 50 の場合は断面積調整量が大きくばらついており、サンプル数が増えるにつれて従来法に近づいているように見えるのは同じである。ただし、Case A に比べて Case B はサンプル数 5000 の場合と従来法の場合で調整後断面積に大きく異なる部分(例えば Cross section ID: 1960-2240)が見られる。サンプル数が 5000 の場合は断面積調整量がほぼ収束しているため、これについては従来法と提案手法との間に統計的な不確かさ以外の影響による差異が生じている可能性が高い。ここで各断面積の従来法と提案手法の調整後断面積の差異の絶対値の、全ての断面積での平均値及びその中の最大値を各サンプル数について図 3-16 に示す。図 3-16 より、サンプル数が増えるにつれて両者ともに調整後断面積の差異の平均値は小さくなっているが、最大値は Case A ではサンプル数が増えるにつれて平均値同様小さくなっているものの、Case B では減少しておらず、一定の大きさの差異が生じている。

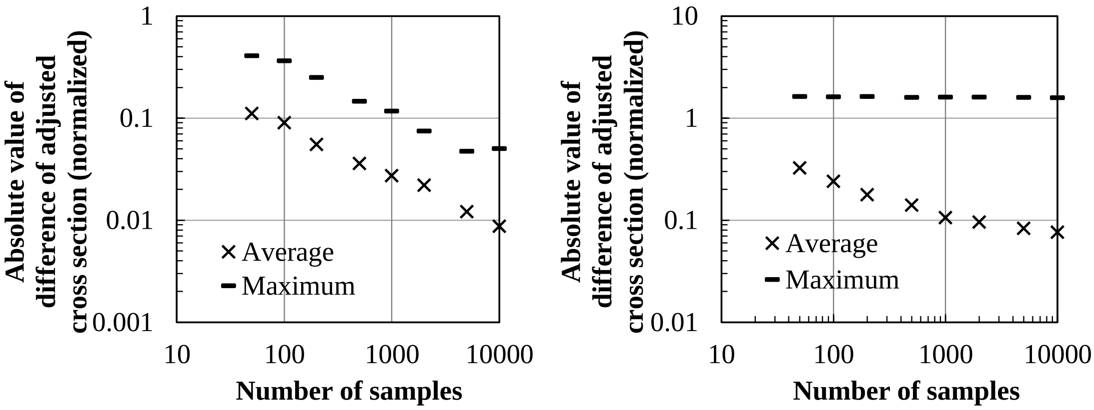



図 3-16　サンプル数に対する従来法と提案手法の調整後断面積の差異の平均と最大値
(左: Case A、右: Case B)

Case B で差異の最大値がサンプル数に対して小さくならない原因、すなわち考慮する核特性を増やすことにより差異が小さくならない原因としては、断面積と核特性の間の非線形性、つまり断面積の変化に対して核特性が線形に変化しないことが考えられる。これは断面積と核特性間の間に完全に線形性が成り立つ場合、理論的には従来法と RS 法を用いた手法の結果はサンプル数を増やすにつれ一致すると考えられるためである。ここで、図 3-17 に従来法における摂動量 1%、5%、10%、50%それぞれの Case B の調整結果を示す。図 3-17 より、感度係数を計算する際の摂動量の違いにより、調整結果が異なっていることが分かる。これはつまり、摂動量を変えることにより求められた感度係数が異なることを意味しており、非線形性が少なからず存在していることを示している[7]。そして、核特性を複数考慮した場合で差異が大きくなったのは、核特性の数に応じて非線形性による誤差の影響を大きく受けたと考えられる。

[7]調査の結果、計算機の数値誤差や有効桁の関係により非線形になってしまっているものがあることを確認した。例えば、CASMO-4 のアウトプットでは $10^{-5}$ の位までしか表示されないため、2%の摂動で無限増倍率が $1.0\times10^{-5}$ 増えた場合、1%の摂動だと無限増倍率が増加せず、感度が 0 とみなされるといったことが起こる。

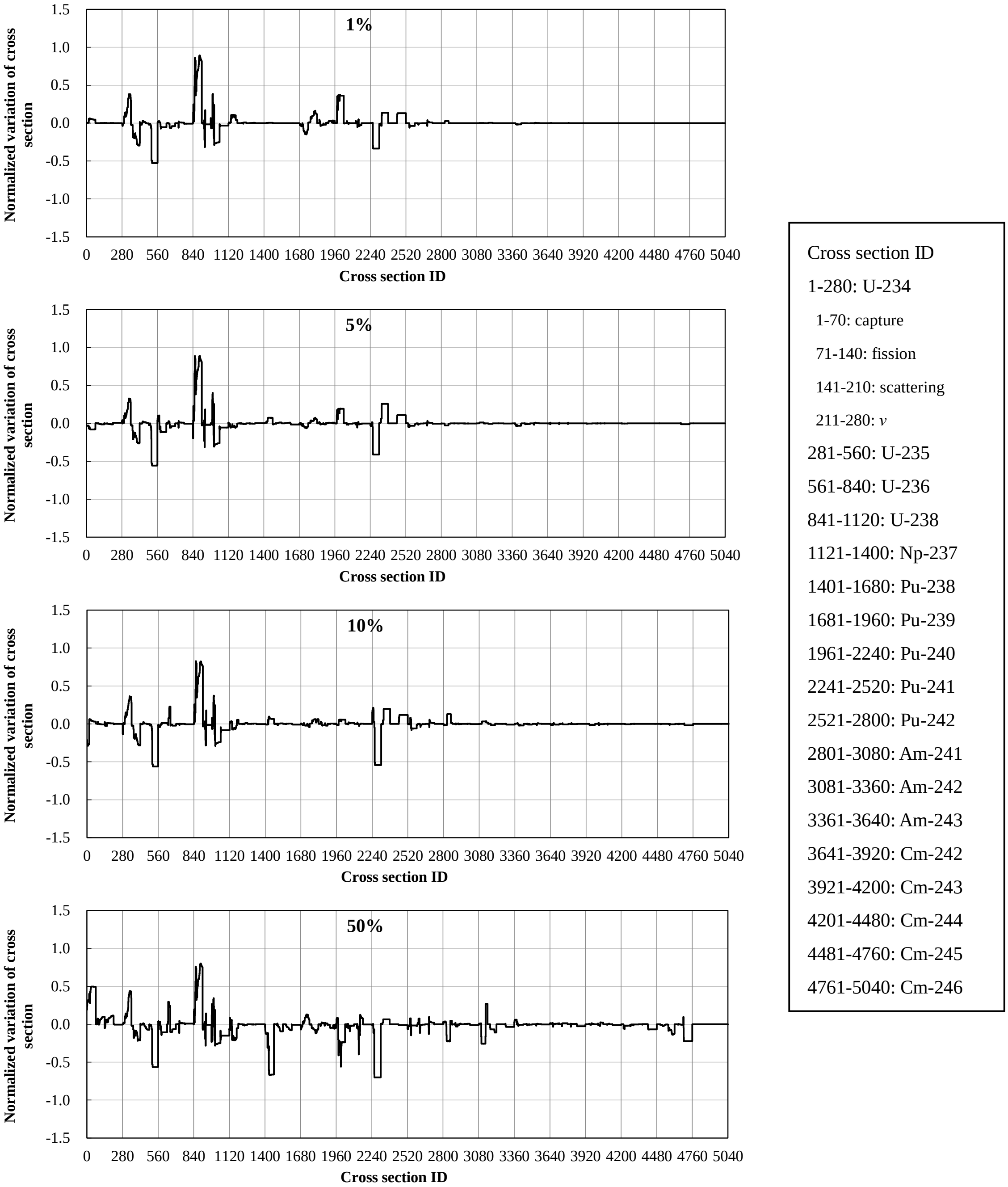



図 3-17　従来法による断面積調整量

(上から断面積摂動量 1%、5%、10%、50%)

次に、考慮する断面積数について着目する。前章までの検討では、サンプル数 50 である程度妥当な調整ができていると結論付けていたが、図 3-13 及び図 3-14 のサンプル数 50 の場合と従来法の結果もしくは提案手法のほぼ収束した結果と考えられるサンプル数 5000 の場合を比べると、両者に大きな差異があることが分かる。この結果から、考慮する断面積が

多くなるほど調整後断面積の不確かさ(統計誤差)は大きくなると考えられる[8]。

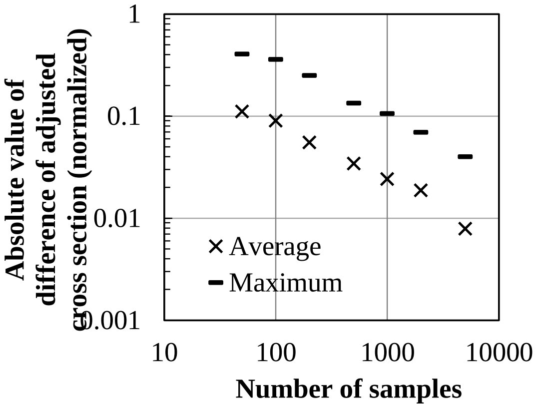
また、サンプル数 50 の場合と従来法もしくはサンプル数 5000 の場合と比較すると、サンプル数 50 の場合では特に感度の小さい重核種を大きく調整してしまっている。一方で、サンプル数 50 においても調整後断面積を用いた無限増倍率の計算値は仮想測定値に近づいていたことから、感度の大きな断面積はある程度適切に調整できていると考えられる。考慮する断面積数が増える場合にはその分感度の小さい断面積も多く考慮することになると考えられるため、より感度の小さい断面積を調整することの是非について考える必要があるといえる。ここで、例えばある核特性測定値の与えられた炉心 A で断面積調整を行い、その調整後断面積を別の炉心体系 B に用いるということを考えた場合、A では感度が小さい断面積でも B では感度が大きいといった可能性も考えられる。この場合、A で感度の小さい断面積を大きく調整しても、A の解析においてはそれほど影響が無いが、それを B の解析に用いた場合に大きな影響が生じる可能性がある。したがって、感度の小さい断面積を調整することはできるだけ避けるべきである。

以上の議論から、統計的な不確かさの観点では考慮する断面積数に応じてサンプル数を増やす必要があるといえる。ただし、考慮する断面積数に応じて単純にサンプル数を増やすことは計算コストの観点からは望ましくない。今後の課題として、感度の無い断面積の調整を防ぐため、調整前の段階で断面積数を削減するような方策が必要となる可能性がある。

[補足検討]

ここでは、提案手法による調整後断面積の統計的な不確かさに関してさらに言及する。図 3-18 に、これまでの従来法の結果を参照解とするのではなく、サンプル数 10000 の場合の調整後断面積を参照解として、その他のサンプル数における調整後断面積と参照解との差異の絶対値の平均と最大を示す。つまり、図 3-18 は図 3-16 において比較の対象を従来法の結果ではなくサンプル数 10000 の結果としたものである。差異の平均と最大はともに $N^{1/2}$ に反比例するのに近い形でなめらかに減少していることが分かる[9]。図 3-18 より、例えば Case A の場合だと、サンプル数 100 において平均で約 $0.1\sigma$ 程度の差異があることが分かる。この結果が意味するところは、調整後断面積の統計的な不確かさとしてその程度の不確かさがつくと予想されるということである。この差異(不確かさ)はサンプル数 10000 の結果があるために見積もることができているが、実用化を考えると、このような方法で推定するのは現実的ではない。今後の課題のひとつとして、RS 法を用いた断面積調整法による調整後断面積を統計誤差込みで評価するということも重要であると考えている。

[8] この理由について適切な説明は難しいが、断面積数が多いほど(2-37)式の近似の精度が悪化するためと考えている。
[9] ただし各サンプル数は参照解である 10000 サンプルと一部を共通しているため、なめらかになりやすい条件といえる



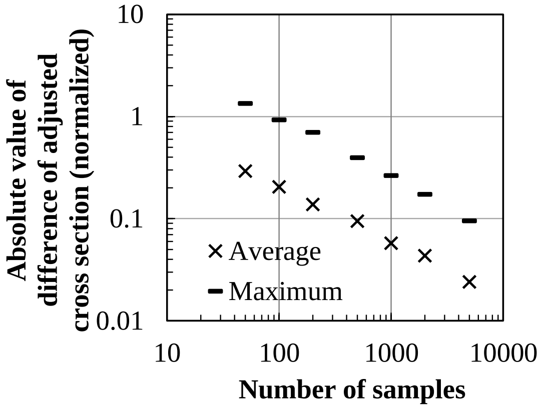




図 3-18　サンプル数 10000 と各サンプル数間の調整後断面積の差異の平均と最大値
(左: Case A、右: Case B)

### 3.5.4　本検証のまとめ

断面積数 5040、核特性数最大 6 という条件で検討を行った。本検討においても提案手法での調整は可能であるという結果が得られたが、考慮する断面積数の増加により調整後断面積の統計的なばらつきが大きくなる可能性が示唆された。より現実的な適用を考えた場合、さらに断面積数に応じて必要なサンプル数が増えるようだと、本手法を実用的に用いることが困難になることが予想される。したがって、考慮する断面積の数を間引くような方策が必要である可能性がある。また、それに関連して、調整後断面積に付随している統計的な誤差の大きさを見積もることも課題のひとつである。なお、本研究では RS 法を用いた断面積調整法における統計的な不確かさを見積もる方法について検討し、リサンプリング手法によって調整後断面積の統計的不確かさが概ね推定可能であることを示した。この検討内容については、Appendix E に示す。

## 3.6　検証 4: 核種原子個数密度を用いた調整

### 3.6.1　本検証の概要・目的

調整に用いる核特性として、前節までの無限増倍率ではなく、燃料中の核種インベントリ(原子個数密度)を調整に用いた検証を行った。本検証の目的としては、無限増倍率とは異なる性質(感度の高い断面積の違い、log スケールの値である等)をもつパラメータを調整に用いた場合に調整結果がどのようになるかを調べることである。また考慮する核特性の数が異なる場合の影響について、さらに知見を得ることも目的としている。

### 3.6.2　検証条件

本検討における燃焼計算条件や、断面積数、サンプル数などの条件は、前節の検証とほぼ同じであり、異なるのは考慮する核特性のみである。前節同様、本検討においても考慮する核特性の異なる A と B の 2 つのケースで実施した。それぞれ以下のような条件であ

る。

- Case A: 20GWd/t における 20 の重核種の個数密度(核特性数 20)
- Case B: 10, 20,..., 50GWd/t 各燃焼度における 20 の重核種の個数密度(核特性数 100)

20 核種は、U-234、U-235、U-236、U-238、U-239、Np-237、Np-239、Pu-238、Pu-239、Pu-240、Pu-241、Pu-242、Am-241、Am-242、Am-243、Cm-242、Cm-243、Cm-244、Cm-245、Cm-246 である[10]。

### 3.6.3 結果・考察

まずは、調整前の核種インベントリの計算値と仮想測定値との差異が、断面積調整によりどの程度低減しているかを確認する。図 3-19 に考慮した核種の燃焼度毎の燃料中のインベントリの本検討で用いた仮想測定値を示す。図 3-20 に調整前と調整後のインベントリの計算値と仮想測定値との差異を、代表として Case A と Case B それぞれの 20GWd/t と 50GWd/t のものを示す。

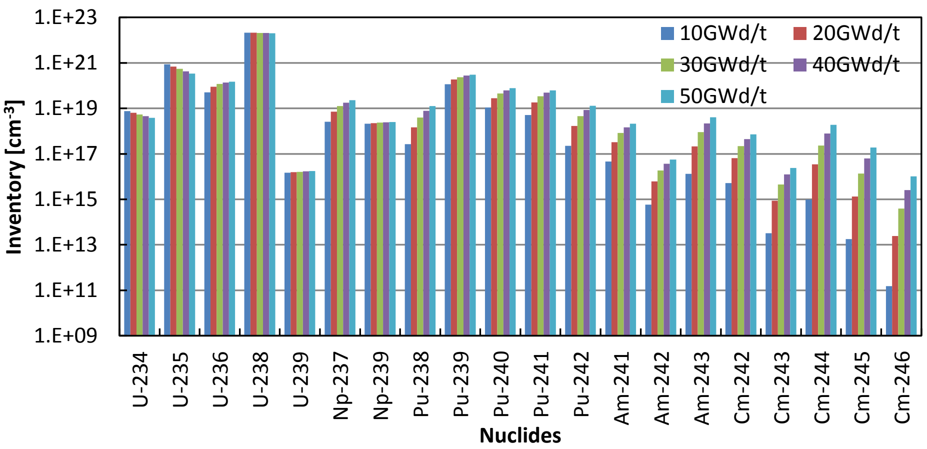



図 3-19 各燃焼度における重核種のインベントリの仮想測定値

[10] CASMO-4 の出力ファイル(lst ファイル)にある重核種である

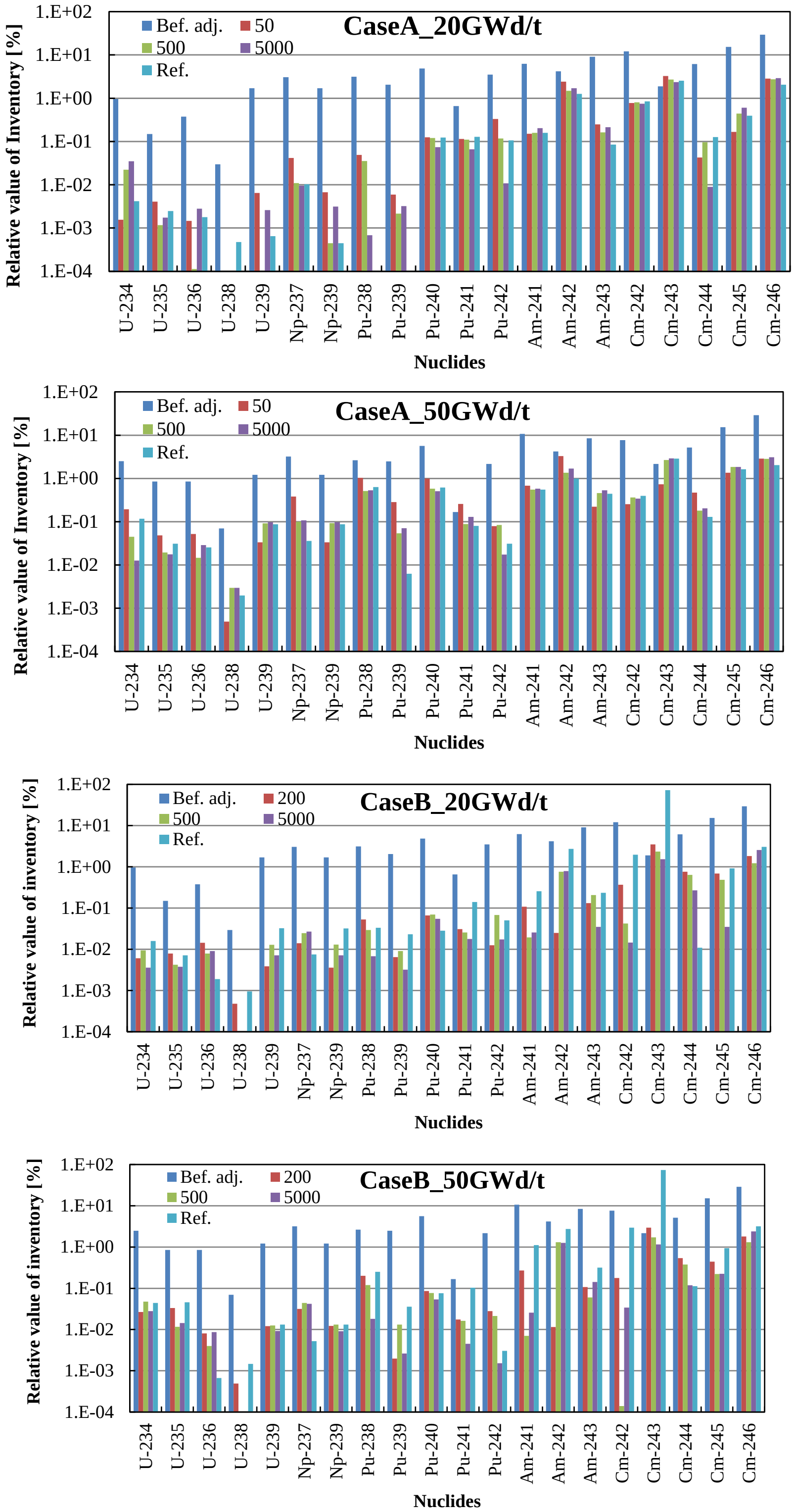



図 3-20 核種インベントリ(原子個数密度)の調整前と調整後の差異

(上から Case A 20GWd/t、Case A 50GWd/t、Case B 20GWd/t、Case B 50GWd/t)

図 3-20 の縦軸は図 3-19 で示した仮想測定値に対する相対値で表されている。また、凡例の 50、500、5000 はそれぞれサンプル数であり、Ref.は従来法の結果を意味している。図 3-20 の Case A 20GWd/t の結果を見ると、ほとんどの核種で調整前と調整後でインベントリの差異が減少しており、インベントリが仮想測定値に合うように調整されていることが分かる。また、Case A 50GWd/t の結果を見ると、50GWd/t のインベントリは調整に用いていないにもかかわらず、こちらも差異が低減していることが分かる。この結果からインベントリの燃焼度間の相関が強いことが予想される。Case B の場合も Case A と同様にインベントリの差異が調整前と調整後で低減しているが、Case B では 50GWd/t におけるインベントリも考慮しているため、50GWd/t において Case A よりも差異が大きく低減している。以上のように、核種インベントリを用いて断面積調整を行った場合においても、インベントリの差異が低減するように調整が行われていることが確認できる。また、サンプル数の違いによって結果はそれほど大きく変わらず、従来法と RS 法を用いた手法との比較では、後述するが調整後断面積が両者で大きく異なっていたため、特に Case B である程度差が見られている。

次に、Case A と Case B それぞれのケースのサンプル数 50、500、5000 及び従来法による断面積調整量(調整後断面積)を図 3-21 と図 3-22 に示す。横軸は断面積の種類を表しており、縦軸は断面積の標準偏差で規格化された断面積調整量を表している。

図 3-21 に示した Case A の場合では、サンプル数が多くなるにつれて調整量が小さく抑えられており(統計的なばらつきが小さい)、また従来法とも良く一致している。これは、3.5 節の検討における Case A と同様の傾向であり、核特性を無限増倍率から原子個数密度に変更しても、問題なく断面積調整法が適用できることが分かる。

一方で、図 3-22 を見ると、Case B の結果にはいくつか問題が生じている。まずサンプル数 50 のときの調整量が $10^4$ オーダーであり、非常に大きな値となっている(縦軸のスケールに注意)。Case A ではそういった問題が生じていないことから、これは核特性数を増やしたことが原因と考えられる。

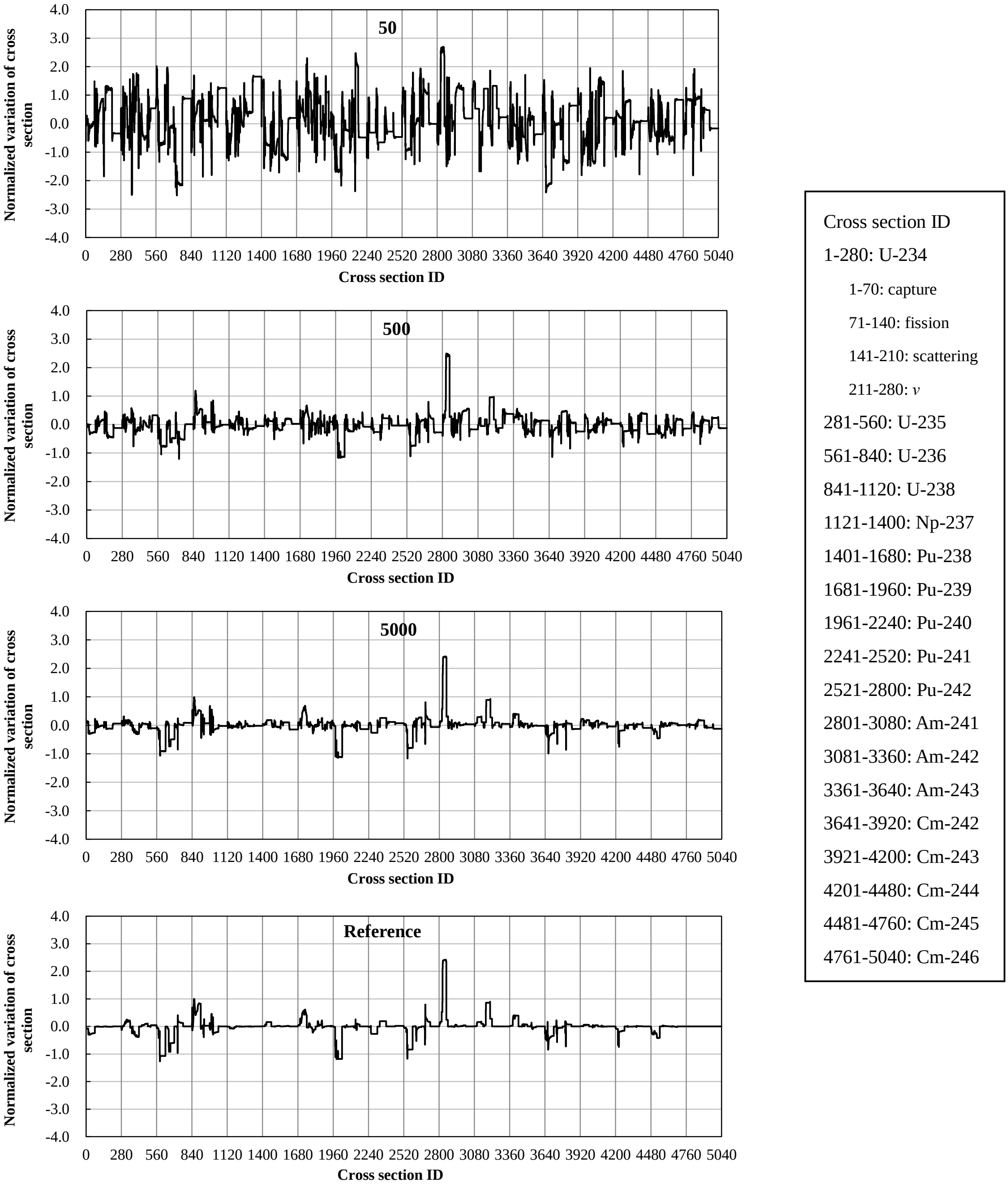



図 3-21　Case A における断面積調整量(調整後断面積)
(上から提案手法サンプル数 50/サンプル数 500/サンプル数 5000/従来法)

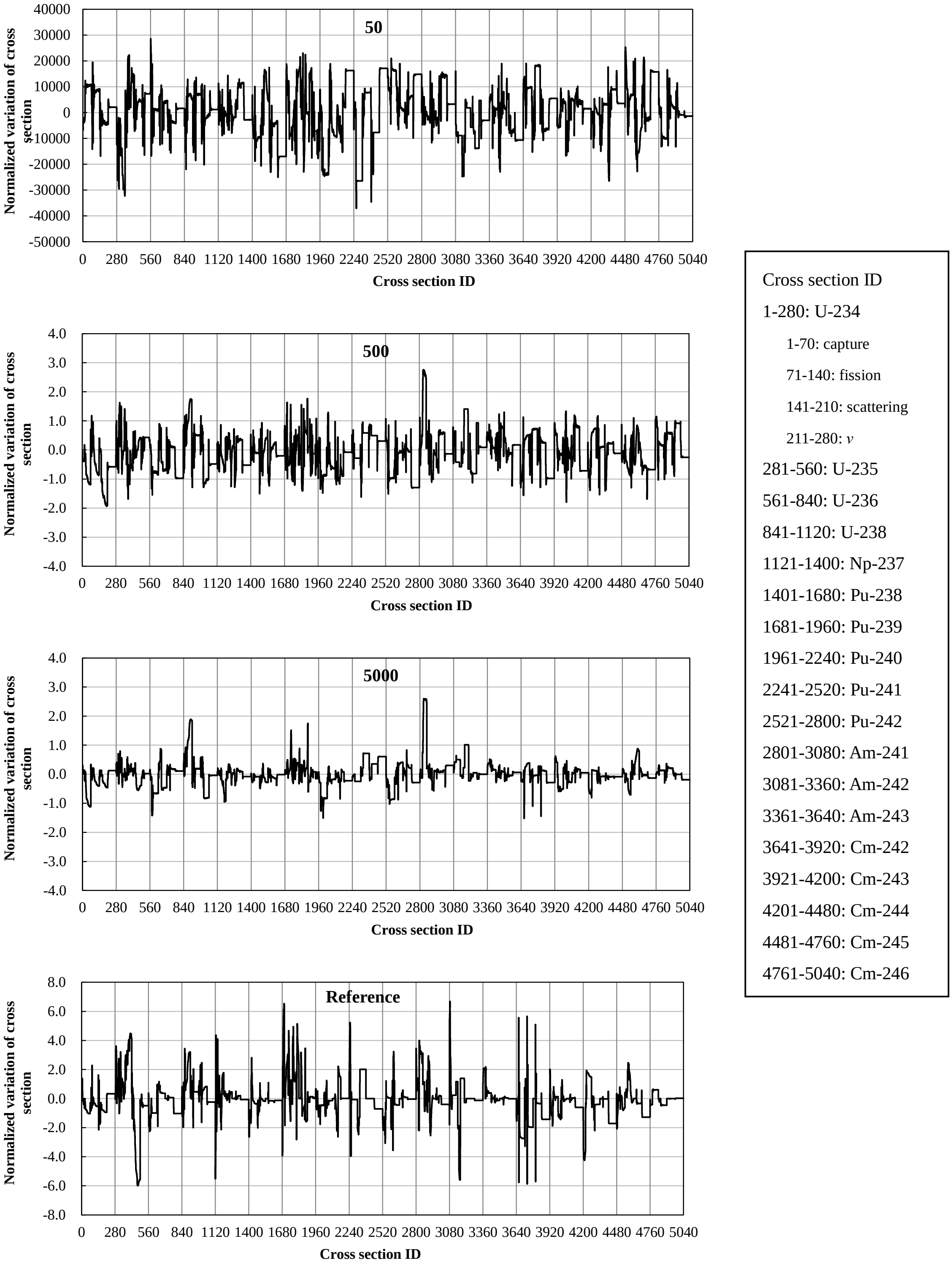
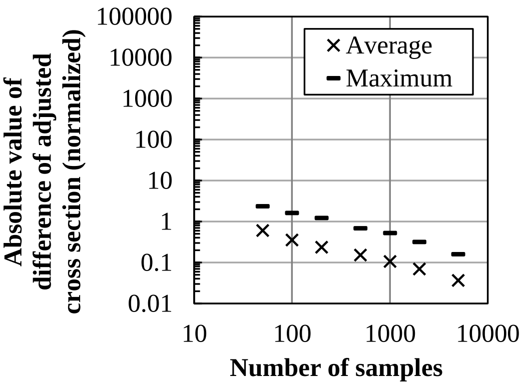



図 3-22　Case B における断面積調整量(調整後断面積)
(上から提案手法サンプル数 50/サンプル数 500/サンプル数 5000/従来法)

ここで参考として、3.5.3 節の図 3-18 に示したものと同様に、サンプル数 10000 のときの調整後断面積を参照解として、各サンプル数の調整後断面積との差異の絶対値の平均と最大値を図 3-23 に示す。図 3-23 より、差異の平均及び最大値は基本的にサンプル数に対して直線に乗るように減少していくが、Case B のサンプル数 50 及び 100 のときは大きく外れていることが分かる。この結果から、図 3-22 のサンプル数 50 において見られた断面積調整量が非常に大きくなるという現象は、単に統計的な不確かさだけの影響ではなく、何か別の要因により生じた可能性がある。その別の要因として考えられるものは、数値的な誤差である。本検討では燃焼度が異なるときの複数の同じ核特性を考慮しており、これは互いに相関の強い核特性を複数考慮していることになる。(2-42)式に表されている調整後断面積の計算には核特性間の共分散行列の逆行列を用いるが、例えば完全相関(相関係数が 1 or -1)が存在する場合には逆行列が成り立たなくなる。したがって、可能性として、強い相関を持つパラメータを複数考慮することで、逆行列を計算する際に(数値計算上の)誤差が生じやすくなることが考えられる。また、本結果から、提案手法で安定に断面積調整を行うためには断面積数だけでなく核特性数も適切に選択する必要があるといえる。



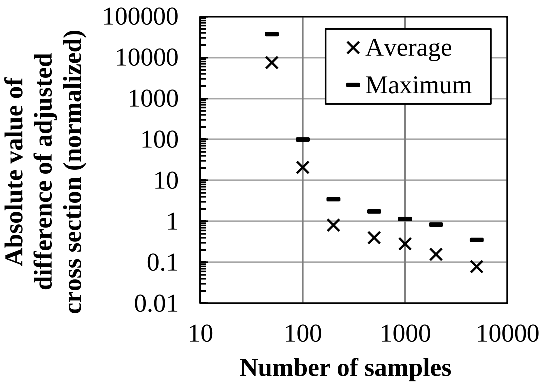




図 3-23　サンプル数 10000 と各サンプル数間の調整後断面積の差異の平均と最大値
(左: Case A、右: Case B)

また、図 3-22 で提案手法と従来法の結果を比較すると、従来法の断面積調整量は比較的大きく、また傾向も大きく異なっていることが分かる。この原因については前章同様、核特性の断面積変化に対する非線形性の影響(数値的な誤差も含めて)と考えている。原子個数密度も無限増倍率と同様、明らかな非線形性は確認できなかったが、一例として、各断面積に対して+5%摂動与えた場合と-5%摂動与えた場合の 50GWd/t の Am-241 の原子個数密度の変化量の和が 0 にならないものが、5040 の断面積のうち 299 個確認された。こういった非線形性の影響により従来法と RS 法を用いた手法の間で断面積と核特性の共分散及び核特性間の共分散が異なる結果となり、その差異が調整後断面積の計算の中で積み重なったと考えられる。なお RS 法を用いた手法の場合、断面積と核特性間の共分散を求める際、RS 法

の段階で断面積に異なる複数の摂動量が与えられ、それらの平均のような形で共分散を求めるため、ある決められた摂動量で共分散を求める従来法よりも、非線形性の影響を受けにくいと予想される。

[補足検討]

本検討における応用として、核種原子個数密度を用いて断面積を調整することにより、無限増倍率の解析値が真値へ近づくかどうかを確認した。ここで無限増倍率が真値に近づくとは、調整後断面積を用いて計算した無限増倍率が、原子個数密度の仮想測定値を用意するために用いた断面積ライブラリと同じ断面積ライブラリを用いて計算した無限増倍率(無限増倍率の仮想真値といえる)に近づくということを指している。この検討は、原子個数密度を用いた調整による無限増倍率の予測精度の改善について検討しており、すなわち設計体系を考慮した断面積調整法について検討しているといえる。

表 3-10 に調整後断面積を用いた無限増倍率計算値と無限増倍率仮想真値との差異を示す。そして、表 3-10 を図で表したものを、図 3-24 に示す。図 3-24 は横軸に燃焼度、縦軸に各条件での無限増倍率計算値と仮想真値との差異を表しており、縦軸が 0 に近いほど差異が小さいことを意味している。

図 3-24 を見ると、Case A と Case B どちらの場合も、調整前が特に燃焼初期で差異が大きいのに対し、調整後は無限増倍率の差異が全体的に低減していることが確認できる。Case A の場合はサンプル数 50 において他と比べて少し際が大きいものの、サンプル数 500 ではサンプル数 5000 や従来法と同等に差異が低減している。Case B では、調整後断面積が異常な値となったためサンプル数 50 は計算ができず示されていないが、サンプル数 200 でその他のケースと同等に差異が低減されている。

表 3-10　調整後断面積を用いた無限増倍率計算値と仮想真値との差異

| Burnup [GWd/t] | | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vertual true k-infinity | | | 1.26743 | 1.11378 | 1.03898 | 0.98413 | 0.94068 | 0.90550 |
| Before adjustment | | | 0.00960 | 0.00680 | 0.00500 | 0.00320 | 0.00160 | 0.00032 |
| Case A | RS- | 50 | 0.00294 | 0.00274 | 0.00266 | 0.00239 | 0.00209 | 0.00181 |
| | based | 500 | 0.00218 | 0.00170 | 0.00131 | 0.00087 | 0.00048 | 0.00018 |
| | method | 5000 | 0.00136 | 0.00090 | 0.00059 | 0.00024 | -0.00009 | -0.00033 |
| | Reference | | 0.00145 | 0.00056 | 0.00017 | -0.00021 | -0.00054 | -0.00077 |
| Case B | RS- | 200 | -0.00122 | -0.00036 | 0.00009 | 0.00034 | 0.00050 | 0.00061 |
| | based | 500 | 0.00165 | 0.00064 | 0.00021 | -0.00010 | -0.00033 | -0.00048 |
| | method | 5000 | 0.00069 | 0.00038 | 0.00025 | 0.00014 | 0.00006 | 0.00001 |
| | Reference | | -0.00134 | -0.00004 | 0.00031 | 0.00041 | 0.00040 | 0.00036 |

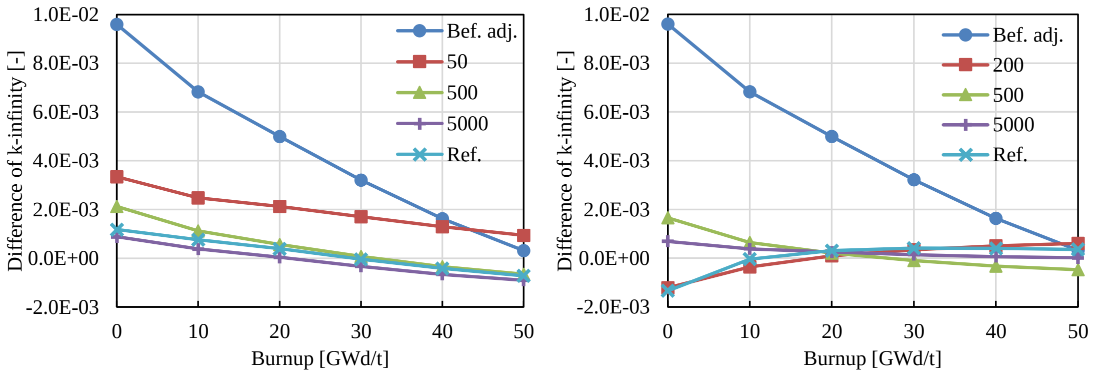



図 3-24　各燃焼度における無限増倍率計算値と仮想真値との差異

(左: Case A、右: Case B)

本結果から、インベントリの測定値を用いて断面積を調整した場合に、無限増倍率の計算値も真値に近づく可能性を示した。本結果を根拠として、実際に測定されている条件(燃焼度や核種など)を再現した検討などを行える可能性があるといえる。

### 3.6.4　本検証のまとめ

核種インベントリを調整に用いる核特性として検討を行った。本検討により、核種インベントリの測定値を用いて、インベントリの計算値が測定値に合うように断面積を調整することが可能であり、また無限増倍率を用いたときとは異なる断面積が調整されるということを確認した。

また、核特性数を増加させることで、調整後断面積の統計的な不確かさが大きくなることも示された。さらに、特に相関の強い核特性を多く考慮することにより、数値的な誤差の影響を大きく受ける可能性が示唆された。したがって、考慮する核特性の数はただ多くすればよいものではなく、その相関等を考慮して適切に決めることが重要であるといえる。なお、本研究では、提案手法における実効的な核特性数削減方法及び数値誤差の削減方法として、低ランク近似を利用した核特性数削減について検討している。この検討内容については Appendix F に示す。

最後に、原子個数密度を用いて断面積調整を行うことで、無限増倍率計算値も真値に近づく可能性があることを示した。本検討により、RS 法を用いた断面積調整法を照射後試験解析へ適用するといったことも検討の価値があるといえる。なおこの検討は、次章の設計体系を考慮した検証に通ずるものである。

## 3.7　本章のまとめ

本章では、提案手法の検証計算について示した。3.3 節の検証では、提案手法と従来法の等価性や、計算コストの違い等、2.4 節で理論的に示した性質を数値的に実証した。3.4 節の検証では、提案手法の燃焼計算を含めた体系への適用性を示した。3.5 節の検証では、考慮

する断面積数の増加により提案手法における統計精度が悪化し、断面積の不確かさの範囲内での調整がより困難になることを示した。3.6 節の検証では、原子個数密度を用いた調整の妥当性を示し、また考慮する核特性数の増加によっても統計精度の悪化及び数値誤差の増大が生じる可能性があることを示した。本章の検証により、現実的な断面積調整手法としての提案手法の妥当性及び基本的な性質が明らかになったといえる。

# 第4章　PWR 炉心解析における適用性検証

## 4.1　本章の概要

本章では、RS 法を用いた断面積調整法の PWR 炉心解析への適用性についての検証結果を示す。本検証では、仮想的な核特性測定値を与えた PWR 平衡炉心を用いて、炉心燃焼計算及び熱水力フィードバック計算を含んだ PWR 炉心解析に対して断面積調整を実施した。そして、調整後断面積を用いて再解析した核特性と調整に用いた仮想測定値を比較することにより、現実的な PWR 炉心解析において仮想測定値に基づいた妥当な調整が可能かどうかを検討した。さらに、実用化に向けた現実的な利用法を模擬した検証として、HZP の核特性データを用いた断面積調整による HFP 核特性予測精度の改善について検討した。4.2 節、4.3 節ではそれぞれ本検証で用いた計算体系及び計算条件について説明し、4.4 節~4.6 節にて結果及び考察を示した。なお本研究では、本章の検証に先立ち、集合体体系を用いて設計体系への適用を考慮した検証を実施しており、これについては Appendix G に示している。

## 4.2　計算体系・計算条件

### 4.2.1　計算体系

用いた体系は 4 ループ PWR 平衡炉心である。本検証では 10 サイクルの炉心計算を通じて平衡炉心を作成し、断面積調整には全て 10 サイクル目の核特性を用いた。図 4-1 に 10 サイクル目の燃料集合体配置及び制御棒挿入位置、図 4-2 にサイクル初期における燃焼度分布を示す。なお、図 4-1 及び図 4-2、また以降の図においても、炉心図は全て対称性を考慮して 1/8 炉心で表示しているが、解析は全て全炉心体系で行っている。

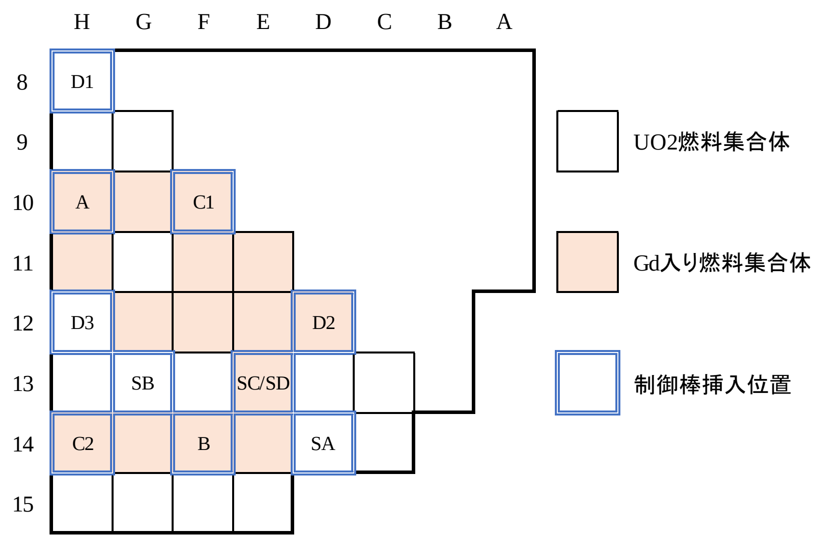



図 4-1　燃料集合体配置及び制御棒挿入位置

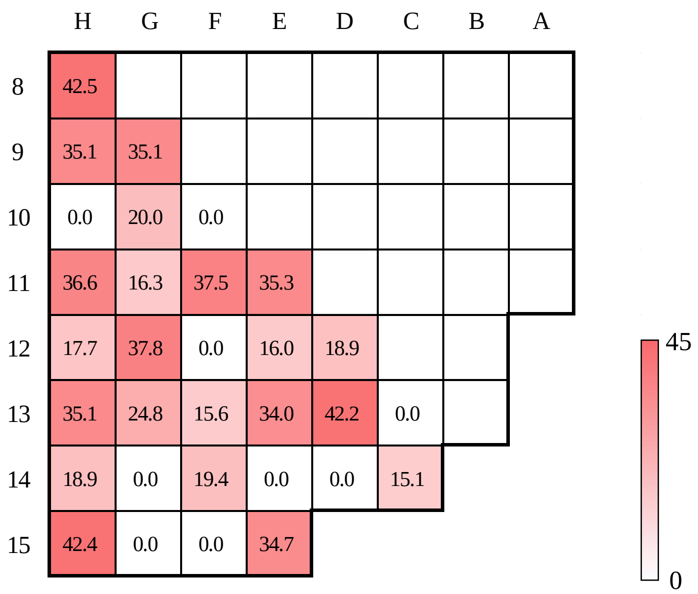



図 4-2　BOC における燃料集合体燃焼度(単位: GWd/t)

図 4-1 に示されているように、本検証で用いた炉心は、ウラン燃料集合体及びガドリニア入り燃料集合体の二種類の燃料集合体により構成されている。燃料集合体内の燃料棒配置と燃料集合体及び燃料棒の幾何形状を図 4-3 と表 4-1 及び表 4-2 にそれぞれ示す。

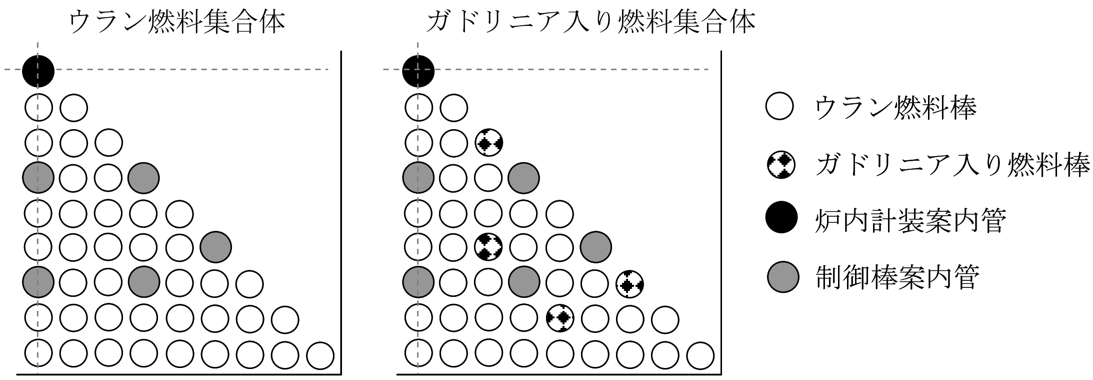



図 4-3　燃料集合体の燃料棒および案内管の配置(1/8 図)

表 4-1　燃料集合体の幾何形状

| | ウラン燃料集合体 | ガドリニア入り<br>燃料集合体 |
|---|---|---|
| 燃料棒配列 | 17×17 | |
| ウラン燃料棒数 | 264 | 240 |
| ガドリニア入り燃料棒数 | 0 | 24 |
| 炉内計装案内管数 | 1 | |
| 制御棒案内管数 | 24 | |
| 炉内計装案内管外径 [mm] | 12.24 | |
| 炉内計装案内管内径 [mm] | 11.44 | |
| 制御棒案内管外径 [mm] | 12.24 | |
| 制御棒案内管内径 [mm] | 11.44 | |
| 燃料棒ピッチ [mm] | 12.6 | |
| 燃料集合体ピッチ [mm] | 215.04 | |

表 4-2　燃料棒の幾何形状

| | ウラン燃料棒 | ガドリニア入り燃料棒 |
|---|---|---|
| 燃料密度 [g/cm$^3$] | 10.52 | 10.079 |
| ウラン濃縮度 [wt%] | 4.80 | 3.20 |
| ガドリニア濃度 [wt%] | 0 | 10 |
| ペレット直径 [mm] | 8.20 | |
| ペレット間隙 [mm] | 0.08 | |
| 被覆管厚さ [mm] | 0.57 | |
| 被覆管直径 [mm] | 9.15 | |

### 4.2.2　使用した核計算コード

本検証では、炉心計算コードとして SIMULATE-3 を用いた[23]。SIMULATE-3 は近代ノード法に基づく 2 群 3 次元炉心計算コードである。そして、PWR 炉心解析には CASMO-4/SIMULATE-3 コードシステムを用いた。すなわち、CASMO-4 により集合体計算及び均質化断面積テーブルの作成、SIMULATE-3 により炉心計算を行った。本コードシステムは実際

の商用軽水炉の解析に用いられるものであり、燃焼や熱水力フィードバックを考慮した解析が可能である。したがって、本検証では非常に現実的な PWR 炉心解析を行っている。なお、本検証における核特性解析は、前章の検証計算にて CASMO-4 による解析を、CASMO-4 と SIMULATE-3 による一連の解析に置き換えるような形となる。つまり、本検討で調整する断面積は前章同様 CASMO-4 の断面積ライブラリ(L-library)であり、各サンプルにおいて CASMO-4 と SIMULATE-3 を用いた一連の解析を行うこととなる。したがって、例えば CASMO-4 によって生成される集合体均質化断面積に対して摂動を加える等、解析の間で特別な操作を要することは無い。また、各サンプルにおいてそれぞれ平衡炉心を作成しているため、平衡炉心の段階で既に断面積の不確かさに起因する影響を含んでおり、例えば集合体燃焼度分布等にばらつきが生じていることに注意する必要がある。

## 4.3 検証条件

### 4.3.1 調整対象断面積

調整対象断面積は、前章 3.5/3.6 節の検証と同様、重核種の 5040 個とした。つまり、18 の重核種(U-234, -235, -236, -238, Np-237, Pu-238, -239, -240, -241, -242, Am-241, -242, -243, Cm-242, -243, -244, -245, -246)の捕獲、核分裂、散乱、$\nu$ の 4 種各 70 群断面積である。

### 4.3.2 サンプル数

本検証におけるサンプル数は 200 とした。前章の検証計算では、サンプル数による特性の変化を見るためにサンプル数を様々に変えて調整を行っていたが、本検証ではサンプル数 200 の場合のみを実施していることに注意されたい。

### 4.3.3 調整に用いる核特性

ここからは本検証で用いた核特性について述べる。本検証は、大きく分けて次の 2 つの検証から成っている。

- PWR 炉心解析における断面積調整の妥当性確認
- 設計体系への適用

一つ目は提案手法の PWR 炉心解析への適用性の検証で、これは PWR 炉心の核特性を用いて断面積調整を行うことにより、核特性予測値を調整に用いた仮想真値に近づけることができるかどうかを確認する検証である。すなわち、設計体系は考慮せず、測定体系のみに閉じた検証である。本検証では、以下の 3 種類の核特性を調整に用いた。

✓ HFP[11]臨界ホウ素濃度(BOC[12]/ MOC[13]/ EOC[14])

---

[11] Hot full power: 高温全出力
[12] Beginning of cycle: サイクル初期
[13] Middle of cycle: サイクル中期
[14] End of cycle: サイクル末期

- ✓ HFP 燃料集合体相対出力分布(BOC/ EOC)
- ✓ HZP[15]制御棒価値(BOC)

本検証結果は 4.4 節にて示しており、上記 3 種類の核特性ごとにそれぞれ 4.4.1、4.4.2、4.4.3 節に分けて示している。また、結果は、1. 調整後の測定体系核特性解析値、2. 調整による断面積不確かさの低減量、について示した。

二つ目は設計体系への適用で、PWR 炉心のある核特性を用いて断面積調整を行い、得られた調整後断面積を別の核特性(設計体系核特性)の解析に用いることで、その核特性の予測精度の向上及び不確かさの低減の可能性について検討した。本検証では、以下の 3 種類の核特性(測定体系核特性)を調整に用いた。

- ✓ HZP 臨界ホウ素濃度(BOC)
- ✓ HZP 燃料集合体相対出力分布(BOC)
- ✓ HZP 制御棒価値(BOC)

そして、これらの核特性を用いて調整を行い、その調整後断面積を用いて以下 2 種類の核特性(設計体系核特性)の解析を実施し、その予測精度及び不確かさについて検討した。

- ➢ HFP 臨界ホウ素濃度
- ➢ HFP 燃料集合体相対出力分布

すなわち、本検証は、零出力炉物理検査の結果を用いた全出力運転中の核特性予測性度向上を模擬しており、測定体系が HZP/BOC 炉心、設計体系が HFP 炉心に相当している。本検証結果は 4.5 節に示しており、上記 2 種類(設計体系核特性)ごとにそれぞれ 4.5.1、4.5.2 節に分けて示した。また、結果は 1. 調整後の設計体系核特性解析値、2. 調整による設計体系核特性不確かさの低減量、について示した。

### 4.3.4 その他

本検証においても、前章の検証と同様、別途 RS 法で作成した断面積ライブラリを用いた核特性解析値を仮想真値(測定値)として使用している。特に、本検証は設計体系への適用を考慮しているため、測定値体系においては仮想測定値、設計体系においては仮想真値として使い分けられる。加えて、前章の検証では仮想真値が 1 セットのみしか与えられていなかったのに対し、本検証では仮想真値用に RS 法で 10 個のライブラリを作成している。すなわち、検証の信頼性を向上させるため 10 通りの核特性真値を用意して検証を行っている。

また、本検証は提案手法の炉心計算への適用性を確認することを目的としているため、前章と異なり従来法との比較は行っていない。すなわち、以降で示される結果は全て提案手法によるものである。

[15] Hot zero power: 高温零出力

### 4.4 結果 1: PWR 炉心解析における断面積調整の妥当性確認

本節では、HFP 臨界ホウ素濃度、HFP 集合体相対出力分布、BOC/HZP 制御棒価値の 3 つの核特性について、それぞれを用いた調整を行い、同核特性の調整後計算値と仮想測定値を比較することで、調整の妥当性を確認した。

#### 4.4.1 HFP 臨界ホウ素濃度を用いた調整

ここでは、HFP 臨界ホウ素濃度を調整に用いた場合の結果を示す。HFP 臨界ホウ素濃度を調整に用いた検証においては、以下の核特性数の異なる 3 つのケースでそれぞれ断面積調整を実施した。

Case A: BOC(0 GWd/t)の臨界ホウ素濃度 (核特性数 1)

Case B: BOC/EOC (15.9 GWd/t)の臨界ホウ素濃度 (核特性数 2)

Case C: BOC/EOC/MOC (7 GWd/t)の臨界ホウ素濃度 (核特性数 3)

まず、参考のため、HFP 臨界ホウ素濃度の調整前断面積を用いた解析値を図 4-4、10 個の仮想真値データと調整前解析値との差異を図 4-5、200 個のサンプルデータと調整前計算値との差異を図 4-6 に示す。仮想測定値は調整前計算値と最大で 130ppm 程度の差となっている。なお、RS 法による 200 サンプルの統計処理で得られた HFP 臨界ホウ素濃度の標準偏差は、おおよそどの燃焼度においても 70ppm 程度であった。

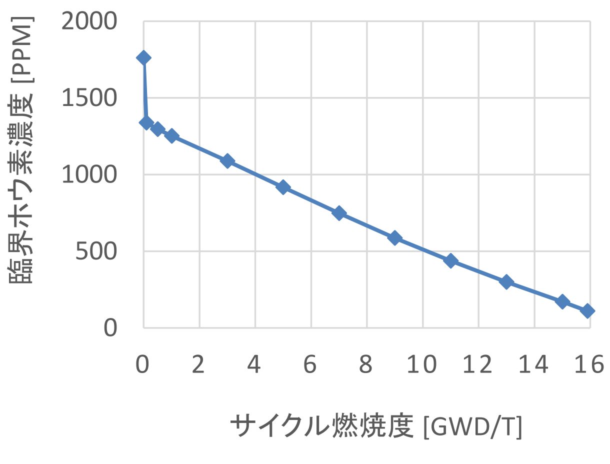



図 4-4　臨界ホウ素濃度の調整前計算値

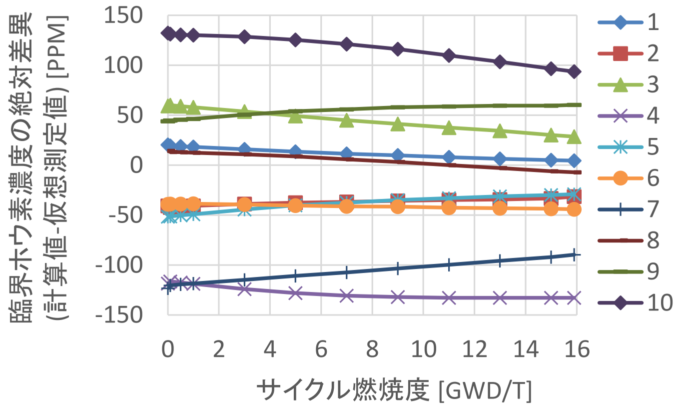



図 4-5　臨界ホウ素濃度の調整前計算値と仮想測定値の差異

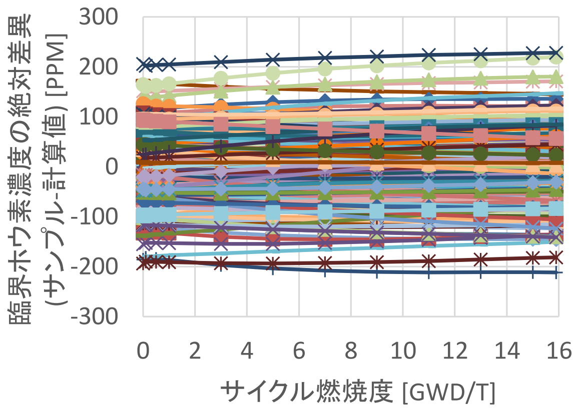



図 4-6　臨界ホウ素濃度の 200 サンプルデータと調整前計算値の差異

#### 4.4.1.1　調整後の測定体系核特性解析値

Case A、B、C の 3 ケースにおいて断面積調整を行い、得られた調整後断面積を用いて再度計算を行うことにより得られた調整後の臨界ホウ素濃度計算値と仮想測定値との差異を図 4-7 に示す。図 4-5 が調整前の差異を表していることから、図 4-5 と図 4-7 を比較してみると調整前と調整後の変化がより分かりやすい。

図 4-7 より、各ケースで調整に用いた燃焼度における臨界ホウ素濃度の差異が適切に低減していることが確認できる。すなわち、Case A では BOC、Case B では BOC 及び EOC、Case C では BOC、EOC 及び MOC で差異が低減している。この結果から、PWR 炉心解析において、HFP の臨界ホウ素濃度を用いて仮想測定値に合うような断面積調整が可能であるといえる。これはすなわち、PWR 炉心解析においても特定の断面積と核特性間に明確な相関がみられることを意味している。

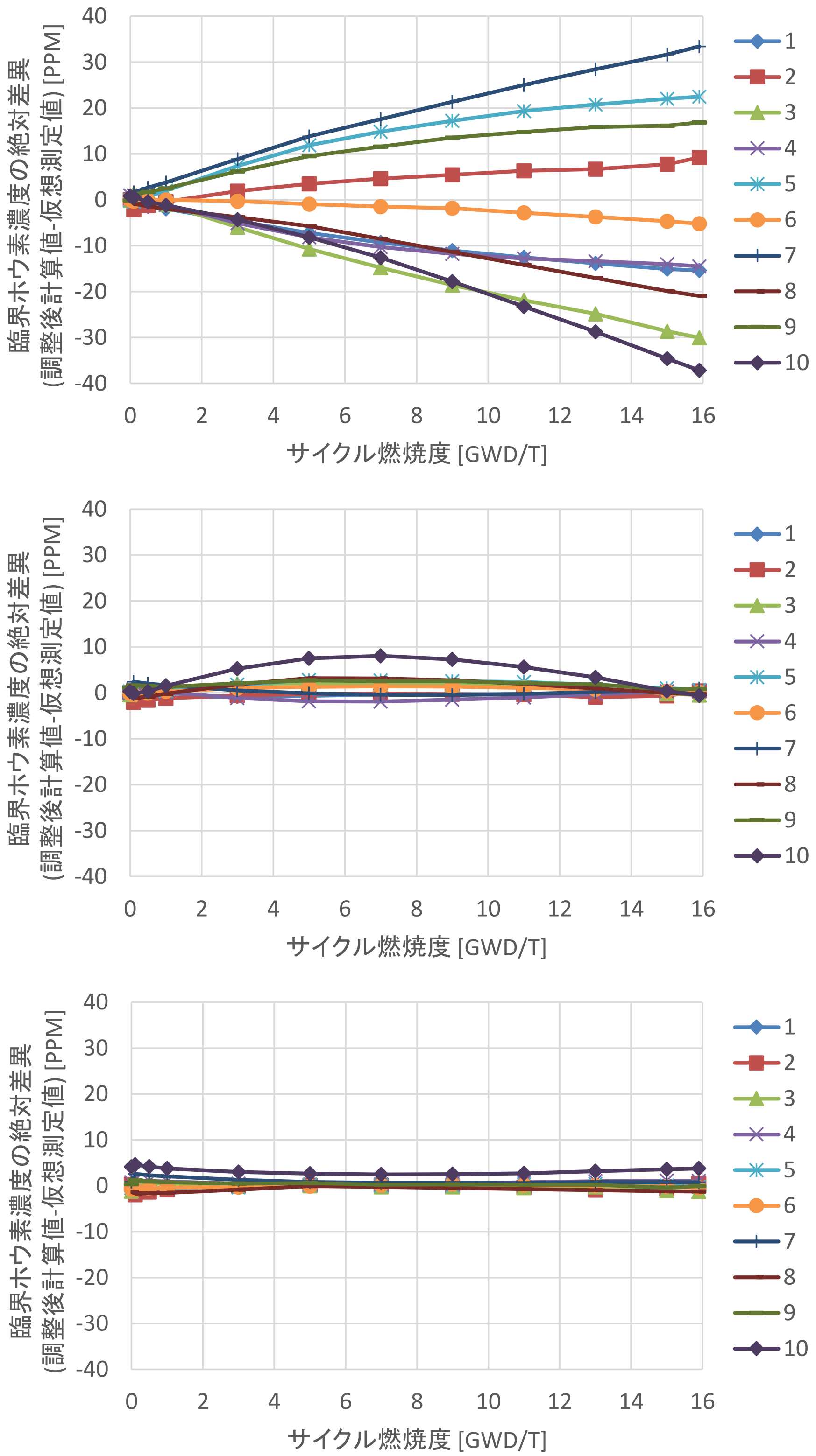



図 4-7　臨界ホウ素濃度の調整後計算値と仮想測定値の絶対差異

(上段: Case A (BOC)、中段: Case B (BOC+EOC)、下段: Case C (BOC+MOC+EOC))

また、図 4-7 の Case A の結果において、BOC においてはよく差異がよく低減しているものの、燃焼度が進むにつれて差異がある程度残ることが分かる。この結果は、BOC と EOC では臨界ホウ素濃度に対して影響のある断面積、すなわち感度の大きな断面積が異なることを示唆しており、それにより BOC のみにおける調整では EOC における差異が改善しなかったと考えられる。そして、BOC と EOC の臨界ホウ素濃度を用いて調整した場合は、EOC における差異も低減されることにより、サイクルを通して良い一致(差異の低減)がみられる。さらに、MOC を追加することで、MOC における差異が低減され、差異がサイクルを通してより均一になっていることが確認できる。

以上の結果から、HFP の臨界ホウ素濃度を使用して仮想測定値に合うような断面積調整が可能であることが示された。

#### 4.4.1.2 調整による断面積不確かさの低減量

Case A、B、C における断面積標準偏差の減少量の相対値(%)を図 4-8 に示す。横軸は断面積の種類、縦軸は断面積調整による各断面積の標準偏差の減少量を相対値で表したものである。例えば、縦軸が 50%とは標準偏差が調整前と調整後で 0.5 倍になったことに相当する。

図 4-8 より、U-235 や Pu-239、Pu-241 といった核種の標準偏差が大きく減少していることが確認できる。これらの核種は基本的に軽水炉核特性に対して影響(感度)の大きい核種であると考えられるため、核特性に対して影響の大きい断面積の不確かさが大きく減少するという結果は妥当であると考えられる。また、EOC や MOC など燃焼が進んだときの臨界ホウ素濃度を考慮している Case B、C では特に Pu-239、Pu-241 の標準偏差が大きく低減していることから、臨界ホウ素濃度はサイクルが進むにつれて Pu の断面積に対して大きな影響を受ける、すなわち相対的に Pu の感度が大きくなることが予想される。この結果は燃焼が進むにつれて Pu の生成が進むことと矛盾しないものである。

また、ケース間を比較すると、核特性を多く考慮するほど不確かさを低減できていることが分かる。定性的には、不確かさが大きく低減された核種ほどより厳密に調整が行われていると考えられるため、不確かさの低減量から核特性の改善に対して寄与の大きい断面積を確認することができる[16]。

[16] 特に RS 法を用いた断面積調整法では統計的な不確かさによって断面積間の断面積調整量に違いが見えにくいため、断面積の不確かさの低減量はよい指標になるといえる。

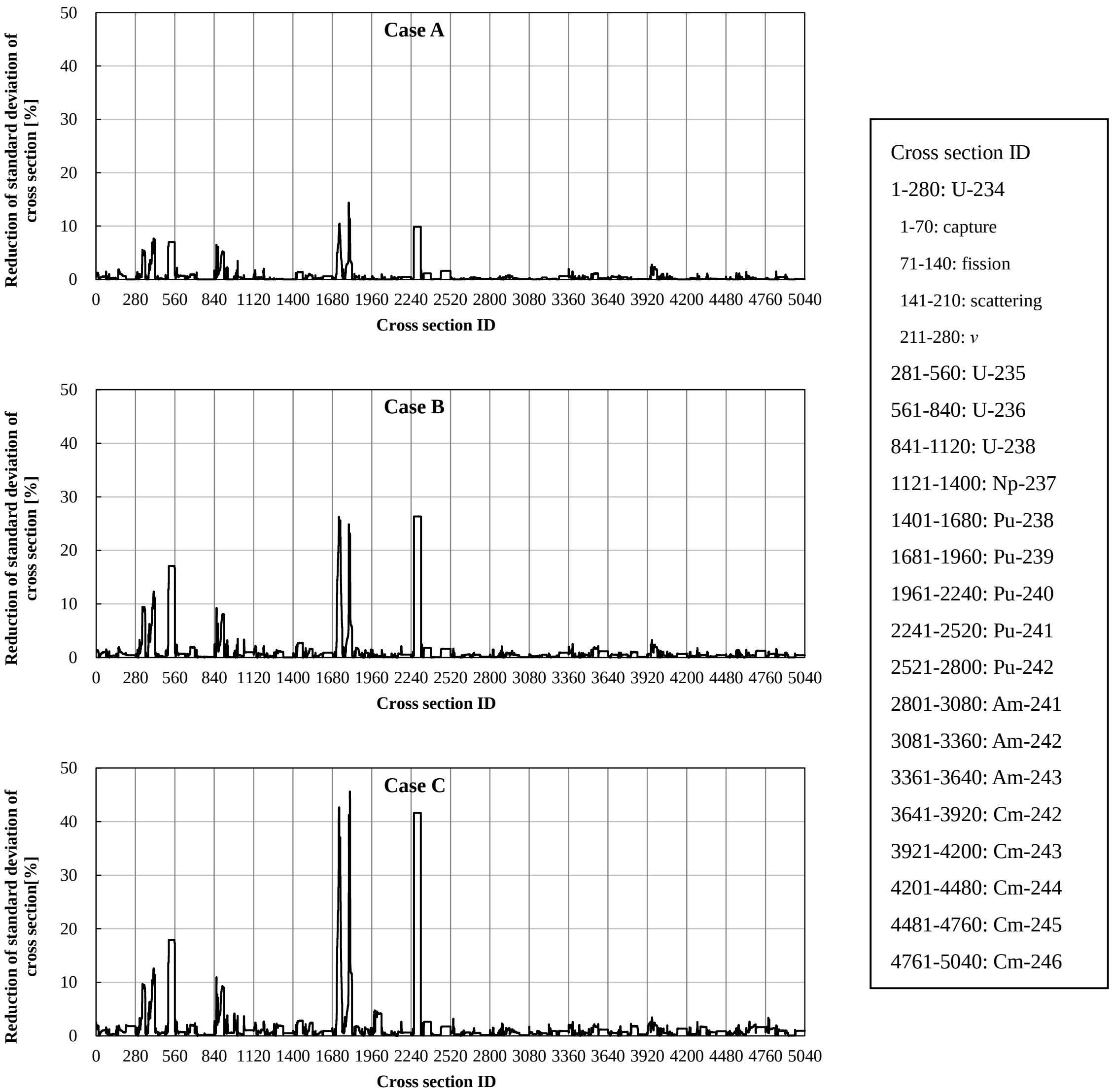



図 4-8　HFP 臨界ホウ素濃度を用いた場合の断面積標準偏差の減少量の相対値(%)
(上段: Case A (BOC)、中段: Case B (BOC+EOC)、下段: Case C (BOC+MOC+EOC))

### 4.4.2　　HFP 燃料集合体相対出力を用いた調整

ここでは、HFP 集合体相対出力を調整に用いた場合の結果を示す。HFP 相対出力を調整に用いた検証においては、以下の核特性数の異なる 2 つのケースでそれぞれ断面積調整を実施した。

Case A: BOC (0 GWd/t) における 1/8 炉心に平均化[17]した相対出力 (核特性数 31)

[17] 炉心の 1/8 対称性を考慮して、炉心中央(H-8)から同じ位置の相対出力を平均化したもの。例えば、I-10 の相対出力は I-10、G-10、J-9、F-9、I-6、G-6、J-7、F-7 の 8 つの集合体相対出力を平均したものである。

Case B: BOC 及び EOC (15.9 GWd/t) における 1/8 炉心に平均化した相対出力 (核特性数 62)

ここで参考として、調整前の BOC 及び EOC における HFP 相対出力分布の解析値を図 4-9 に示す。

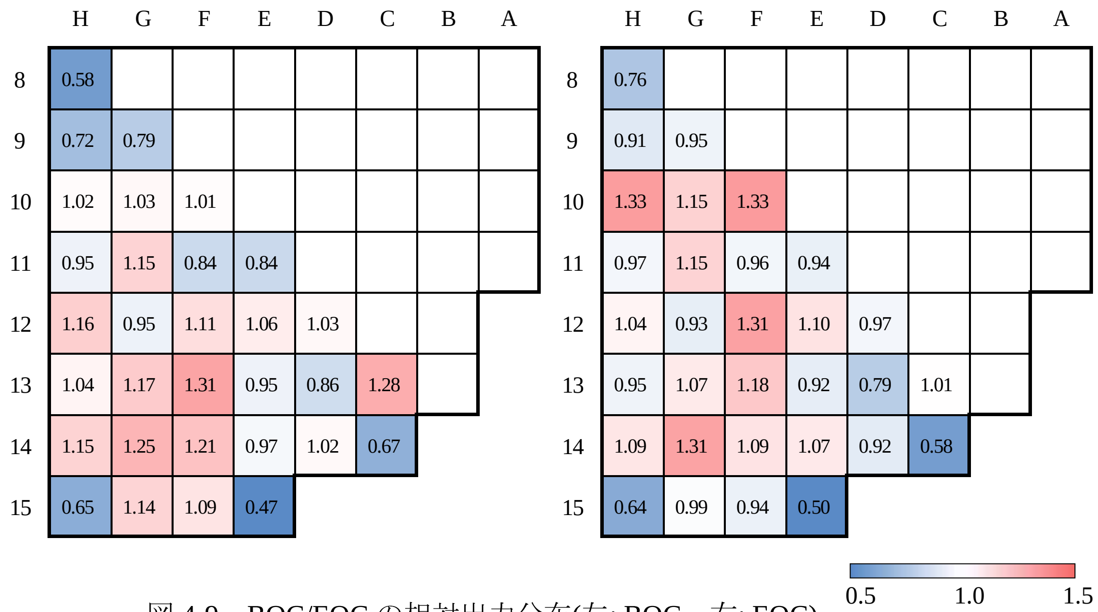



図 4-9　BOC/EOC の相対出力分布(左: BOC、右: EOC)

#### 4.4.2.1　調整後の測定体系核特性解析値

まず、BOC における相対出力分布の調整後解析値を確認する。表 4-3(a)に BOC における相対出力分布の調整前解析値と仮想測定値の差異、表 4-3(b)に Case A の調整後解析値と仮想測定値の差異、表 4-3(c)に Case B の調整後解析値と仮想測定値の差異を示す。表 4-3 は各仮想測定値に対する各燃料集合体位置の相対出力の絶対差異を示している。

表 4-3 より、調整前はだいたい $10^{-2}$ 程度の差異が多く存在する一方、断面積調整により Case A/B のどちらにおいても差異がほぼ $10^{-3}$ 以下に低減されている。この結果から、4.4.1 節に示した臨界ホウ素濃度と同様、相対出力分布を用いても核特性測定値に近づけるような調整が可能であることが分かる。なお、BOC の解析結果ではケース間に大きな違いは見られなかった。

表 4-3　BOC における相対出力分布の解析値と仮想測定値の絶対差異(解析値 – 測定値)

(a) 調整前

| 仮想測定値番号 | H-8 | H-9 | G-9 | H-10 | G-10 | F-10 | H-11 | G-11 | F-11 | E-11 | H-12 | G-12 | F-12 | E-12 | D-12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -1.1E-02 | -1.1E-02 | -1.1E-02 | -1.0E-02 | -1.1E-02 | -8.8E-03 | -9.0E-03 | -1.2E-02 | -6.8E-03 | -4.0E-03 | -1.1E-02 | -6.2E-03 | -3.5E-03 | -2.5E-03 | -5.0E-04 |
| 2 | 2.0E-02 | 1.8E-02 | 1.6E-02 | 1.1E-02 | 1.1E-02 | 8.2E-03 | 1.3E-02 | 9.6E-03 | 1.1E-02 | 4.2E-03 | 6.0E-03 | 1.0E-02 | 0.0E+00 | -4.5E-03 | -4.5E-03 |
| 3 | -3.3E-02 | -3.1E-02 | -2.7E-02 | -2.0E-02 | -2.3E-02 | -1.7E-02 | -2.4E-02 | -2.2E-02 | -2.0E-02 | -1.1E-02 | -1.8E-02 | -1.8E-02 | -2.8E-03 | 2.0E-03 | 4.0E-03 |
| 4 | -2.3E-02 | -2.3E-02 | -2.2E-02 | -1.7E-02 | -2.1E-02 | -1.3E-02 | -2.2E-02 | -2.3E-02 | -1.5E-02 | -9.0E-03 | -2.3E-02 | -1.7E-02 | -4.0E-03 | -2.0E-03 | 1.5E-03 |
| 5 | 1.2E-02 | 1.3E-02 | 1.2E-02 | 1.0E-02 | 1.3E-02 | 8.0E-03 | 1.2E-02 | 1.4E-02 | 7.6E-03 | 6.0E-03 | 1.2E-02 | 9.0E-03 | 2.5E-03 | 3.5E-03 | 2.0E-03 |
| 6 | -2.0E-03 | -2.0E-03 | -1.0E-03 | -1.8E-03 | -1.2E-03 | -1.2E-03 | -1.5E-03 | -2.3E-03 | -8.8E-04 | 0.0E+00 | -3.0E-03 | -1.6E-03 | -7.5E-04 | 1.0E-03 | 1.5E-03 |
| 7 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -7.5E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.6E-03 | -8.8E-04 | 0.0E+00 | 7.5E-04 | -1.0E-03 | -1.2E-04 | 2.5E-03 | 4.5E-03 |
| 8 | -1.8E-02 | -1.8E-02 | -1.6E-02 | -1.3E-02 | -1.5E-02 | -1.1E-02 | -1.4E-02 | -1.4E-02 | -1.2E-02 | -7.8E-03 | -1.3E-02 | -1.1E-02 | -2.5E-03 | -1.5E-03 | 5.0E-04 |
| 9 | 2.5E-02 | 2.7E-02 | 2.6E-02 | 2.4E-02 | 2.7E-02 | 2.1E-02 | 2.4E-02 | 2.9E-02 | 1.8E-02 | 1.1E-02 | 2.5E-02 | 1.9E-02 | 9.0E-03 | 4.7E-03 | -2.0E-03 |
| 10 | -1.2E-02 | -1.0E-02 | -8.0E-03 | -4.0E-03 | -7.2E-03 | -4.0E-03 | -1.0E-02 | -5.4E-03 | -9.3E-03 | -7.0E-03 | -2.5E-03 | -7.0E-03 | 2.1E-03 | 0.0E+00 | -2.0E-03 |

| 仮想測定値番号 | H-13 | G-13 | F-13 | E-13 | D-13 | C-13 | H-14 | G-14 | F-14 | E-14 | D-14 | C-14 | H-15 | G-15 | F-15 | E-15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -4.8E-03 | -4.8E-03 | -1.8E-03 | 8.8E-04 | 3.6E-03 | 1.2E-02 | 4.0E-03 | 7.0E-03 | 7.0E-03 | 7.0E-03 | 1.1E-02 | 6.2E-03 | 5.0E-03 | 1.3E-02 | 1.3E-02 | 5.0E-03 |
| 2 | 4.8E-03 | -1.1E-03 | -6.1E-03 | 8.8E-04 | 4.6E-03 | -5.5E-03 | -1.0E-02 | -1.2E-02 | -1.3E-02 | -7.8E-03 | -4.8E-03 | -2.8E-03 | 0.0E+00 | -1.3E-02 | -1.4E-02 | -1.0E-03 |
| 3 | -1.1E-02 | -4.4E-03 | 4.4E-03 | -1.1E-03 | -2.4E-03 | 2.0E-02 | 1.4E-02 | 2.1E-02 | 2.1E-02 | 1.6E-02 | 1.7E-02 | 1.0E-02 | 4.0E-03 | 2.9E-02 | 2.9E-02 | 6.0E-03 |
| 4 | -1.4E-02 | -1.2E-02 | -3.1E-03 | -6.2E-04 | 2.9E-03 | 2.4E-02 | 8.0E-03 | 1.7E-02 | 1.4E-02 | 1.7E-02 | 2.2E-02 | 1.2E-02 | 7.2E-03 | 2.9E-02 | 2.9E-02 | 8.7E-03 |
| 5 | 5.0E-03 | 3.8E-03 | 8.7E-04 | 0.0E+00 | -2.1E-03 | -1.0E-02 | -6.0E-03 | -1.1E-02 | -8.6E-03 | -9.3E-03 | -1.0E-02 | -5.5E-03 | -6.5E-03 | -1.7E-02 | -1.6E-02 | -4.7E-03 |
| 6 | -2.3E-03 | -2.9E-03 | -1.0E-03 | 1.3E-04 | 3.8E-04 | 1.5E-03 | 1.0E-03 | 2.5E-04 | 1.5E-03 | 1.0E-03 | 2.0E-03 | 1.2E-03 | 1.0E-03 | 2.8E-03 | 2.4E-03 | 1.2E-03 |
| 7 | -2.3E-03 | -2.7E-03 | -1.0E-03 | -3.7E-04 | 3.8E-04 | 6.0E-03 | -2.0E-03 | -2.7E-03 | -1.0E-03 | -1.3E-04 | 3.0E-03 | 2.2E-03 | -3.0E-03 | -1.0E-03 | 1.2E-04 | -1.0E-03 |
| 8 | -7.3E-03 | -4.9E-03 | 1.0E-03 | -6.2E-04 | 1.1E-03 | 1.5E-02 | 7.0E-03 | 1.3E-02 | 1.1E-02 | 1.1E-02 | 1.3E-02 | 8.2E-03 | 4.0E-03 | 1.8E-02 | 1.9E-02 | 5.0E-03 |
| 9 | 1.3E-02 | 1.2E-02 | 3.5E-03 | -8.7E-04 | -8.6E-03 | -3.3E-02 | -8.5E-03 | -1.7E-02 | -1.8E-02 | -1.8E-02 | -2.7E-02 | -1.8E-02 | -1.0E-02 | -3.3E-02 | -3.4E-02 | -1.0E-02 |
| 10 | -7.5E-04 | 4.1E-03 | 6.4E-03 | -1.9E-03 | -5.6E-03 | -2.0E-03 | 8.5E-03 | 1.2E-02 | 8.5E-03 | 6.2E-03 | 2.5E-04 | -7.5E-04 | 1.0E-03 | 9.0E-03 | 8.5E-03 | 1.5E-03 |

-0.05　0.00　0.05

(b) 調整後 Case A

| 仮想測定値番号 | H-8 | H-9 | G-9 | H-10 | G-10 | F-10 | H-11 | G-11 | F-11 | E-11 | H-12 | G-12 | F-12 | E-12 | D-12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 2 | 0.0E+00 | -7.5E-04 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 |
| 3 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -2.5E-04 | -5.0E-04 | -7.5E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -7.5E-04 | -5.0E-04 | -1.0E-03 | -7.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 4 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 5 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -1.3E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 6 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 1.2E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 |
| 7 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.3E-04 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 8 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -7.5E-04 | -1.1E-03 | -1.0E-03 | -1.2E-03 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -1.5E-03 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 |
| 9 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 7.5E-04 | 5.0E-04 | 6.3E-04 | 7.5E-04 | 5.0E-04 | 6.2E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | -5.0E-04 |
| 10 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -1.2E-03 | -2.0E-03 | -1.7E-03 | -2.5E-03 | -2.0E-03 | -1.9E-03 | -2.0E-03 | -1.5E-03 | -2.0E-03 | -7.5E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 |

| 仮想測定値番号 | H-13 | G-13 | F-13 | E-13 | D-13 | C-13 | H-14 | G-14 | F-14 | E-14 | D-14 | C-14 | H-15 | G-15 | F-15 | E-15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 3.8E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 2 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 6.2E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 |
| 3 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 7.5E-04 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 8.7E-04 | 7.5E-04 | 0.0E+00 |
| 4 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 3.8E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 5 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.3E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 2.5E-04 |
| 6 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -6.3E-04 | 0.0E+00 |
| 7 | 0.0E+00 | 1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 |
| 8 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 7.5E-04 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 8.8E-04 | 7.5E-04 | 8.7E-04 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 2.5E-04 | 1.3E-03 | 1.0E-03 | 2.5E-04 |
| 9 | -5.0E-04 | -1.2E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -1.0E-03 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -3.8E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 |
| 10 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 3.8E-04 | 2.5E-04 | 1.0E-03 | 2.0E-03 | 1.0E-03 | 1.2E-03 | 1.0E-03 | 1.5E-03 | 1.5E-03 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 2.0E-03 | 1.7E-03 | 7.5E-04 |

-0.05　0.00　0.05

(c) 調整後 Case B

| 仮想測定値番号 | H-8 | H-9 | G-9 | H-10 | G-10 | F-10 | H-11 | G-11 | F-11 | E-11 | H-12 | G-12 | F-12 | E-12 | D-12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 2 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 3 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -3.8E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 4 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 5 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -2.5E-04 | -1.3E-04 | -2.5E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -3.8E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 |
| 6 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -6.3E-04 | 2.5E-04 | -3.8E-04 | 0.0E+00 |
| 7 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 6.2E-04 | 3.8E-04 | 0.0E+00 | 7.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 8 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -7.5E-04 | -8.7E-04 | -7.5E-04 | -1.0E-03 | -8.7E-04 | -8.8E-04 | -7.5E-04 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 |
| 9 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 7.5E-04 | 5.0E-04 | 6.3E-04 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 |
| 10 | -2.0E-03 | -1.8E-03 | -1.5E-03 | -2.2E-03 | -3.0E-03 | -2.3E-03 | -3.2E-03 | -2.9E-03 | -2.6E-03 | -2.0E-03 | -2.0E-03 | -2.4E-03 | -8.7E-04 | -6.2E-04 | 0.0E+00 |

| 仮想測定値番号 | H-13 | G-13 | F-13 | E-13 | D-13 | C-13 | H-14 | G-14 | F-14 | E-14 | D-14 | C-14 | H-15 | G-15 | F-15 | E-15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 3.8E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 2 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 3 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 4 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 3.8E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 |
| 5 | 0.0E+00 | 3.8E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 1.3E-04 | 1.2E-04 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 6 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | -1.3E-04 | -1.3E-04 |
| 7 | 2.5E-04 | 1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -3.8E-04 | -1.2E-04 | -2.5E-04 |
| 8 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -3.7E-04 | 2.5E-04 | 1.0E-03 | 5.0E-04 | 8.8E-04 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 0.0E+00 | 1.0E-03 | 7.5E-04 | 0.0E+00 |
| 9 | -5.0E-04 | -1.2E-04 | -3.8E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -1.0E-03 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -3.8E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 |
| 10 | -7.5E-04 | 0.0E+00 | 6.3E-04 | 2.5E-04 | 1.5E-03 | 3.0E-03 | 1.5E-03 | 2.1E-03 | 1.7E-03 | 2.0E-03 | 2.3E-03 | 1.4E-03 | 1.0E-03 | 2.7E-03 | 2.7E-03 | 1.0E-03 |

-0.05　0.00　0.05

次に、EOC 相対出力の解析結果も同様に示す。表 4-4(a)に EOC における相対出力分布の調整前解析値と仮想測定値の差異、表 4-4(b)に Case A の調整後解析値と仮想測定値の差異、表 4-4(c)に Case B の調整後解析値と仮想測定値の差異を示す。

表 4-4 から、EOC においても Case A と Case B で同程度に差異が低減されていることが確認できる。これはつまり、Case A は BOC の相対出力のみで調整を行っているにも関わらず、EOC の相対出力差異も大きく低減されているということになる。この結果から、相対出力は BOC と EOC で感度の大きな断面積がそれほど変わらないことが考えられる。本検討では基本的に炉内全ての集合体の相対出力を考慮しているため、サイクル燃焼度としては BOC としても、核燃料集合体としては未燃焼のものや既に 1 回もしくは 2 回燃焼済みの集合体が存在する。したがって、BOC においてもある程度燃焼度の高い集合体の特性を考慮できていることになるため、BOC と EOC で断面積の感度としては大きな違いが見られなかった可能性がある[18]。また、そもそも EOC は調整前において相対出力の差異が小さいために調整に対してあまり大きな影響が無いということも理由の一つと考えられる。

以上の結果から、集合体相対出力分布を測定値に合わせるような妥当な調整が可能であること、また相対出力分布を調整に用いる場合はサイクル燃焼度の違いがそれほど影響しないことが分かった。

[18] これは臨界ホウ素濃度も同様ではあるが、臨界ホウ素濃度は全ての燃料集合体の積分値と考えられるのに対し、相対出力は燃料集合体毎のパラメータである。そのため、サイクル燃焼度よりも各燃料集合体の燃焼度に対する依存性を多く受けたために、サイクル燃焼度に対する依存性がそれほど見られなかったと考えられる。

表 4-4　EOC における相対出力分布の解析値と仮想測定値の絶対差異(解析値 – 測定値)

(a) 調整前

| 仮想測定値番号 | H-8 | H-9 | G-9 | H-10 | G-10 | F-10 | H-11 | G-11 | F-11 | E-11 | H-12 | G-12 | F-12 | E-12 | D-12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -2.0E-03 | -1.8E-03 | -7.5E-04 | -1.0E-03 | -8.7E-04 | -1.5E-03 | -5.0E-04 | -2.0E-03 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -2.0E-03 | -1.4E-03 | -1.1E-03 | -1.2E-03 | -2.5E-04 |
| 2 | 1.3E-02 | 1.0E-02 | 7.5E-03 | -5.0E-03 | 2.8E-03 | -5.5E-03 | 8.0E-03 | 3.0E-03 | 7.5E-03 | 6.0E-03 | 6.0E-03 | 9.0E-03 | -5.1E-03 | 1.7E-03 | 1.0E-03 |
| 3 | -1.8E-02 | -1.4E-02 | -1.1E-02 | 3.8E-03 | -5.1E-03 | 3.5E-03 | -1.2E-02 | -7.1E-03 | -1.2E-02 | -1.0E-02 | -1.0E-02 | -1.3E-02 | 3.9E-03 | -4.3E-03 | -3.0E-03 |
| 4 | -5.0E-03 | -4.8E-03 | -3.5E-03 | 1.5E-03 | -2.9E-03 | 1.5E-03 | -4.0E-03 | -5.0E-03 | -4.0E-03 | -3.0E-03 | -5.5E-03 | -5.1E-03 | 0.0E+00 | -3.2E-03 | -1.3E-03 |
| 5 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -1.5E-03 | -2.0E-03 | -8.7E-04 | -2.0E-03 | -2.0E-03 | -1.0E-03 | -1.5E-03 | -1.0E-03 | 0.0E+00 | -1.1E-03 | -6.3E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 |
| 6 | -2.0E-03 | -2.0E-03 | -1.5E-03 | -1.0E-03 | -1.5E-03 | -1.3E-03 | -1.5E-03 | -3.0E-03 | -1.5E-03 | -1.0E-03 | -2.5E-03 | -1.8E-03 | -1.1E-03 | -1.5E-03 | -1.0E-03 |
| 7 | -2.0E-03 | -1.5E-03 | -1.5E-03 | 1.5E-03 | -3.8E-04 | 1.5E-03 | -2.0E-03 | -1.0E-03 | -1.5E-03 | -1.5E-03 | -2.0E-03 | -1.9E-03 | 8.7E-04 | -1.0E-03 | -1.0E-03 |
| 8 | -7.0E-03 | -6.2E-03 | -4.5E-03 | -2.5E-04 | -3.6E-03 | -5.0E-04 | -4.5E-03 | -5.0E-03 | -5.5E-03 | -4.0E-03 | -6.0E-03 | -5.6E-03 | -1.2E-04 | -3.2E-03 | -2.0E-03 |
| 9 | 5.0E-03 | 4.0E-03 | 2.3E-03 | 0.0E+00 | 2.1E-03 | 0.0E+00 | 2.0E-03 | 3.7E-03 | 2.5E-03 | 2.0E-03 | 5.0E-03 | 3.6E-03 | 1.0E-03 | 3.2E-03 | 1.0E-03 |
| 10 | -8.0E-03 | -7.0E-03 | -5.5E-03 | 1.8E-03 | -4.2E-03 | 0.0E+00 | -8.0E-03 | -3.7E-03 | -1.0E-02 | -8.2E-03 | -4.0E-03 | -9.4E-03 | 1.6E-03 | -2.5E-03 | -3.0E-03 |

| 仮想測定値番号 | H-13 | G-13 | F-13 | E-13 | D-13 | C-13 | H-14 | G-14 | F-14 | E-14 | D-14 | C-14 | H-15 | G-15 | F-15 | E-15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -2.0E-03 | -2.0E-03 | -1.2E-03 | -1.3E-04 | 7.5E-04 | 2.0E-03 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 1.2E-03 | 2.8E-03 | 2.0E-03 | 1.5E-03 | 1.0E-03 | 1.5E-03 | 2.2E-03 | 1.5E-03 |
| 2 | 9.0E-03 | 5.0E-03 | 5.0E-04 | 4.4E-03 | 6.0E-03 | -6.0E-03 | -2.5E-03 | -1.0E-02 | -4.0E-03 | -1.1E-02 | -7.0E-03 | -2.5E-03 | 3.0E-03 | -8.0E-03 | -8.8E-03 | -5.0E-04 |
| 3 | -1.3E-02 | -7.7E-03 | -2.0E-03 | -6.1E-03 | -6.3E-03 | 1.1E-02 | 4.5E-03 | 1.4E-02 | 6.8E-03 | 1.7E-02 | 1.3E-02 | 6.5E-03 | -2.0E-03 | 1.3E-02 | 1.4E-02 | 3.2E-03 |
| 4 | -7.0E-03 | -6.9E-03 | -4.3E-03 | -2.6E-03 | -1.3E-03 | 5.5E-03 | -7.5E-04 | 2.0E-03 | 1.0E-03 | 9.0E-03 | 9.0E-03 | 6.0E-03 | 0.0E+00 | 6.0E-03 | 7.2E-03 | 4.5E-03 |
| 5 | 0.0E+00 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | -1.3E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 5.0E-04 |
| 6 | -2.0E-03 | -2.0E-03 | -1.5E-03 | -6.3E-04 | 7.5E-04 | 2.5E-03 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 3.0E-03 | 3.5E-03 | 2.5E-03 | 1.0E-03 | 2.5E-03 | 2.7E-03 | 2.5E-03 |
| 7 | -2.0E-03 | -1.9E-03 | -1.0E-03 | -1.1E-03 | -1.3E-03 | 1.5E-03 | 0.0E+00 | 1.0E-03 | 0.0E+00 | 2.8E-03 | 2.3E-03 | 1.5E-03 | 0.0E+00 | 2.0E-03 | 2.5E-03 | 1.4E-03 |
| 8 | -6.0E-03 | -4.8E-03 | -2.0E-03 | -2.6E-03 | -7.5E-04 | 6.5E-03 | 1.5E-03 | 5.0E-03 | 3.0E-03 | 8.3E-03 | 7.8E-03 | 4.5E-03 | 1.0E-03 | 7.0E-03 | 7.5E-03 | 3.0E-03 |
| 9 | 5.0E-03 | 6.0E-03 | 3.7E-03 | 1.4E-03 | 7.5E-04 | -4.5E-03 | 0.0E+00 | -2.0E-03 | -2.0E-03 | -7.2E-03 | -7.2E-03 | -4.0E-03 | 0.0E+00 | -5.0E-03 | -6.5E-03 | -4.0E-03 |
| 10 | -5.0E-03 | -1.0E-03 | 1.5E-03 | -3.9E-03 | -2.8E-03 | 8.0E-03 | 3.0E-03 | 9.0E-03 | 4.0E-03 | 8.8E-03 | 7.0E-03 | 3.5E-03 | -1.0E-03 | 8.0E-03 | 8.1E-03 | 1.0E-03 |

-0.05　0.00　0.05

(b) 調整後 Case A

| 仮想測定値番号 | H-8 | H-9 | G-9 | H-10 | G-10 | F-10 | H-11 | G-11 | F-11 | E-11 | H-12 | G-12 | F-12 | E-12 | D-12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 1.3E-04 | 2.5E-04 |
| 2 | 1.0E-03 | 7.5E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 0.0E+00 | 6.2E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 3.8E-04 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 3 | -1.0E-03 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 4 | 0.0E+00 | -7.5E-04 | -7.5E-04 | -2.5E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -3.8E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 5 | -1.0E-03 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -6.2E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -7.5E-04 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 6 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | -7.5E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -6.2E-04 | -2.5E-04 | -1.2E-04 | 0.0E+00 |
| 7 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 |
| 8 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -7.5E-04 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -1.0E-03 | -2.5E-04 | -5.0E-04 | -7.5E-04 | -1.0E-03 |
| 9 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 3.7E-04 | -1.2E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 |
| 10 | 1.0E-03 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -1.2E-04 | -1.0E-03 | -1.2E-03 | 0.0E+00 | -1.0E-03 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | -1.0E-03 |

| 仮想測定値番号 | H-13 | G-13 | F-13 | E-13 | D-13 | C-13 | H-14 | G-14 | F-14 | E-14 | D-14 | C-14 | H-15 | G-15 | F-15 | E-15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -2.5E-04 | -5.0E-04 |
| 2 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -1.2E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -7.5E-04 | -5.0E-04 |
| 3 | -1.0E-03 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 8.7E-04 | 7.5E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 |
| 4 | -1.0E-03 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 5 | -1.0E-03 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 7.5E-04 | 7.5E-04 | 1.0E-03 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 7.5E-04 | 5.0E-04 |
| 6 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 7.5E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 |
| 7 | 0.0E+00 | 1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 1.2E-04 |
| 8 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 7.5E-04 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 1.0E-03 | 5.0E-04 | 7.5E-04 |
| 9 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 10 | 1.0E-03 | 7.5E-04 | 5.0E-04 | -2.5E-04 | 3.8E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.3E-04 | 2.5E-04 |

-0.05　0.00　0.05

(c) 調整後 Case B

| 仮想測定値番号 | H-8 | H-9 | G-9 | H-10 | G-10 | F-10 | H-11 | G-11 | F-11 | E-11 | H-12 | G-12 | F-12 | E-12 | D-12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 |
| 2 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 3 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 7.5E-04 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 6.2E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 4 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -3.8E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -6.3E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -3.8E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 5 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 |
| 6 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 3.8E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 7 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 8 | 1.0E-03 | 7.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | -7.5E-04 |
| 9 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 2.5E-04 | 1.3E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 10 | 1.0E-03 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | -6.2E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | -7.5E-04 | -1.5E-03 | -1.2E-03 | 0.0E+00 | -1.0E-03 | -2.5E-04 | -7.5E-04 | -1.0E-03 |

| 仮想測定値番号 | H-13 | G-13 | F-13 | E-13 | D-13 | C-13 | H-14 | G-14 | F-14 | E-14 | D-14 | C-14 | H-15 | G-15 | F-15 | E-15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | -1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 2 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 |
| 3 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | -3.8E-04 | -5.0E-04 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | -1.0E-03 | -5.0E-04 | -5.0E-04 |
| 4 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 1.2E-04 | 2.5E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 1.2E-04 |
| 5 | -2.5E-04 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 |
| 6 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 |
| 7 | 0.0E+00 | -1.2E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 1.3E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 1.2E-04 |
| 8 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | -5.0E-04 | 2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 2.5E-04 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 1.0E-03 | 5.0E-04 | 0.0E+00 | 3.8E-04 |
| 9 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | -2.5E-04 | -2.5E-04 |
| 10 | 5.0E-04 | 2.5E-04 | 3.8E-04 | -2.5E-04 | 5.0E-04 | 1.0E-03 | 0.0E+00 | 1.2E-04 | 0.0E+00 | 7.5E-04 | 1.0E-03 | 0.0E+00 | 0.0E+00 | 5.0E-04 | 6.3E-04 | 5.0E-04 |


### 4.4.2.2　調整による断面積不確かさの低減量

4.4.1.2 節の臨界ホウ素濃度の場合と同様、ここでは HFP の集合体相対出力分布を用いて調整を行った場合の断面積不確かさの低減量を示す。図 4-10 に Case A、Case B それぞれにおける断面積標準偏差の減少量の相対値(%)を示す。

図 4-10 より、Case A と Case B の結果にそれほど大きな変化がないことが確認できる。この結果は、4.4.2.1 節において EOC の相対出力を追加して調整を行ってもそれほど大きな効果が得られなかったことと対応していると考えられる。

また、縦軸のスケールに注意すると、相対出力を用いた調整の方が、4.4.1.2 節に示した臨界ホウ素濃度を用いた調整よりも断面積不確かさの低減量が大きい。相対出力を用いた調整の方が考慮している核特性数が多く、より詳細な調整ができていると考えられる。

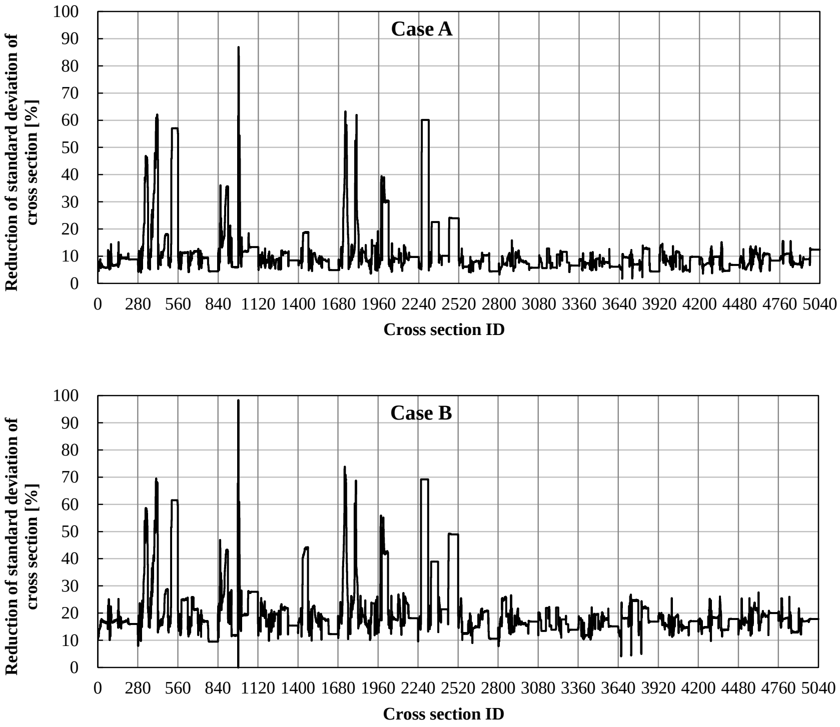



図 4-10　HFP 相対出力分布を用いた場合の断面積標準偏差の減少量の相対値(%)

### 4.4.3　　BOC/HZP 制御棒価値を用いた調整

ここでは、BOC/HZP 制御棒価値を調整に用いた場合の結果を示す。まず、図 4-11 に再度炉内の制御棒位置を示す。本検討では図 4-11 に示した 10 の位置の HZP/BOC 制御棒価値を用いて断面積調整を実施した[19](核特性数 10)。参考として図 4-12 に断面積調整前の制御棒価値解析値(一集合体あたり)を示す。

[19] 通常、PWR ではバンク毎に制御棒操作が行われる。例えば、図 4-11 中で D~と記された位置の制御棒は同時に動くことになる。したがって、通常、制御棒価値はバンク毎に評価される。しかし、本検討ではバンクは無視し、各位置の制御棒価値を独立で用いている。

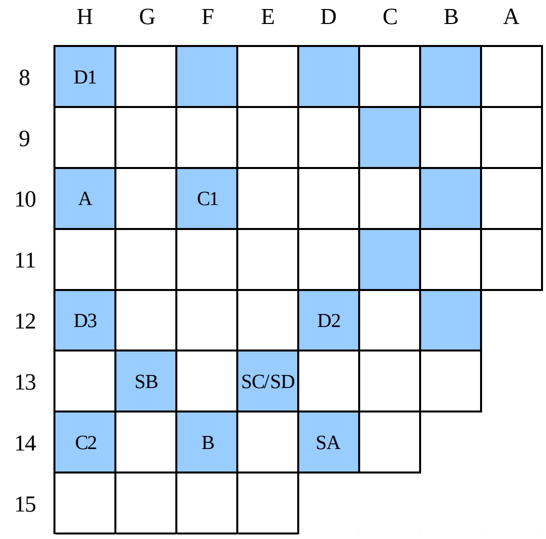



図 4-11　制御棒位置

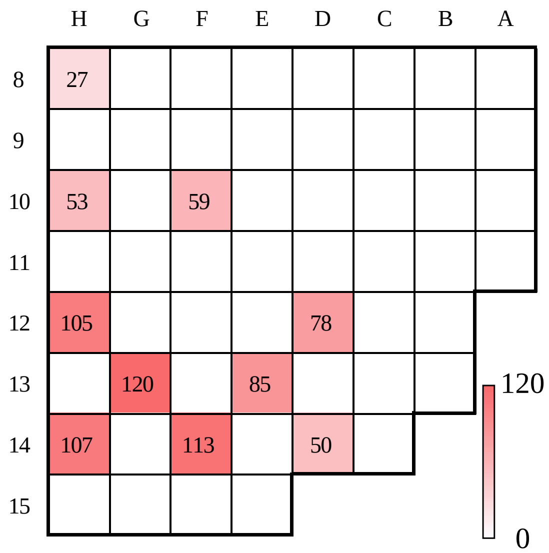



図 4-12　調整前の制御棒価値計算値(単位: pcm)

### 4.4.3.1　調整後の測定体系核特性解析値

表 4-5 に制御棒価値の調整前解析値と仮想測定値の差異を、表 4-6 に調整後解析値と仮想測定値の差異をそれぞれ示す。

まず表 4-5 より、調整前の段階では解析値と仮想測定値との間に数 pcm の差異が存在する。一方で、表 4-6 より、断面積調整によってその差異が 1/10 以下に低減していることが分かる。この結果から、既に示した臨界ホウ素濃度及び相対出力を用いた調整と同様、制御棒価値を用いても解析値と測定値の差異を低減する調整が可能であることが確認できた[20]。

[20] 今回は制御棒がバンク毎に動かされるということを無視しているが、現実的にバンク毎で制御棒価値を考える場合には、調整の条件としてはより厳しくなることが予想される。これは、バンク D 及び C において、同一バンクの制御棒が比較的離れて配置されているが、先行研究[]において炉心中央と外周の制御棒価値は基本的に逆の性質(負の相関)があることが分かっているため、それらを足し合わせた値は断面積との相関がより出にくくなると考えられるためである

表 4-5　HZP/BOC 制御棒価値の調整前計算値と仮想測定値の差異(解析値 – 測定値)

| 測定値番号 | 制御棒位置 | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | D1 | D2 | D3 | C1 | C2 | B | A | SD/SC | SB | SA |
| 1 | -2.0 | -0.3 | -2.5 | -1.8 | 0.8 | 1.7 | -2.0 | 0.3 | -0.8 | 0.9 |
| 2 | 2.0 | -0.5 | 2.3 | 2.3 | -2.3 | -3.3 | 2.0 | -0.8 | -0.5 | -0.5 |
| 3 | -4.0 | 0.3 | -5.3 | -4.0 | 3.0 | 5.2 | -4.3 | 0.9 | -0.4 | 1.5 |
| 4 | -3.0 | 0.5 | -4.3 | -2.5 | 2.5 | 4.2 | -3.0 | 1.1 | -0.6 | 2.0 |
| 5 | 2.0 | 0.0 | 3.5 | 2.0 | -1.8 | -2.8 | 2.0 | -0.5 | 0.6 | -1.4 |
| 6 | 0.0 | 0.0 | -0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | -0.3 | 0.0 | -0.3 | 0.1 |
| 7 | 0.0 | 0.5 | 1.0 | 0.5 | -0.3 | -0.5 | 0.3 | 0.3 | 0.4 | -0.3 |
| 8 | -2.0 | -0.3 | -3.5 | -2.5 | 1.5 | 2.9 | -2.8 | 0.5 | -0.6 | 1.1 |
| 9 | 3.0 | -0.3 | 6.0 | 4.3 | -2.0 | -4.5 | 4.3 | -1.0 | 1.9 | -2.5 |
| 10 | -1.0 | -0.5 | -1.8 | -1.3 | 2.0 | 2.5 | -1.5 | 0.1 | 0.8 | 0.1 |

単位: pcm　　-10　0　10

表 4-6　HZP/BOC 制御棒価値の調整後計算値と仮想測定値の差異(解析値 – 測定値)

| 測定値番号 | 制御棒位置 | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | D1 | D2 | D3 | C1 | C2 | B | A | SD/SC | SB | SA |
| 1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 3 | 0.0 | 0.0 | -0.3 | -0.3 | 0.0 | 0.1 | -0.3 | -0.1 | 0.0 | 0.0 |
| 4 | 0.0 | 0.0 | -0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 5 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 6 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 7 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 0.0 | -0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.0 |
| 8 | 0.0 | 0.0 | -0.3 | -0.3 | 0.0 | 0.3 | -0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 9 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.3 | 0.0 | -0.1 | 0.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 10 | 0.0 | 0.0 | -0.5 | -0.5 | 0.3 | 0.5 | -0.5 | 0.1 | 0.0 | 0.3 |

単位: pcm　　-10　0　10

#### 4.4.3.2　調整による断面積不確かさの低減量

ここでは、BOC/HZP 制御棒価値を用いて調整を行った場合の、断面積の不確かさの低減量を示す。図 4-11 に制御棒価値を用いた場合の断面積標準偏差の減少量の相対値を示す。

図 4-11 より、制御棒価値を用いた場合の断面積不確かさの減少量と図 4-10 の相対出力を

用いた場合の減少量が良く似ていることが確認できる。この結果は、後述する相対出力と制御棒価値が核特性として非常に近い性質を持っているということをよく表しているといえる。

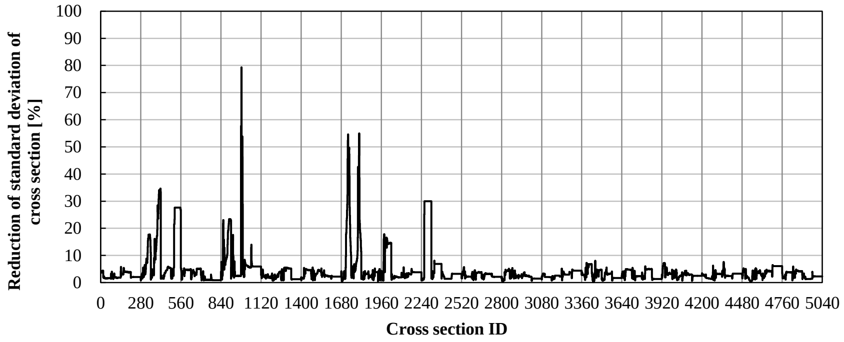



図 4-11　BOC/HZP 制御棒価値を用いた場合の断面積標準偏差の減少量の相対値(%)

Cross section ID
1-280: U-234
1-70: capture
71-140: fission
141-210: scattering
211-280: *ν*
281-560: U-235
561-840: U-236
841-1120: U-238
1121-1400: Np-237
1401-1680: Pu-238
1681-1960: Pu-239
1961-2240: Pu-240
2241-2520: Pu-241
2521-2800: Pu-242
2801-3080: Am-241
3081-3360: Am-242
3361-3640: Am-243
3641-3920: Cm-242
3921-4200: Cm-243
4201-4480: Cm-244
4481-4760: Cm-245
4761-5040: Cm-246

### 4.4.4　　結果 1 のまとめ

結果 1 では、臨界ホウ素濃度、集合体相対出力、制御棒価値という 3 つの核特性について、PWR 炉心解析において核特性仮想真値に近づけるような調整が可能であること、すなわち断面積調整が妥当であることを確認した。特に、臨界ホウ素濃度はサイクル燃焼度に対する依存性が強いため複数の燃焼度点における臨界ホウ素濃度を用いて調整するのが効果的であり、一方で集合体相対出力は BOC と EOC のどちらとも考慮することの必要性はそれほど無いことが本検討により示唆された。また、調整による断面積不確かさの減少量を評価し、比較的感度が大きいと考えられる核種の不確かさが大きく低減するという妥当な結果が得られた。以上より、本検証の範囲においては、提案手法は炉心解析において十分に有効であるといえる。

また、本検討では上述の 3 種類の核特性のみを対象として適用性を評価したが、その他原

子炉の安全上重要な核特性は、基本的にその多くがこの 3 種の核特性のいずれかを基にして計算される。したがって、本検討結果から、提案手法は炉心解析により得られるその他の核特性に対しても適用できる可能性が高いといえる。

なお、結果 1 に示した検討において得られた調整後断面積については、参考のため Appendix I に示している。

## 4.5 結果 2: 設計体系への適用結果

本節では、提案手法のより現実的な利用を見据え、設計体系への適用を考慮した検討を行った。本検討は、BOC/HZP の核特性データを用いて断面積調整を行うことで HFP 核特性の予測精度を向上させるという試みを模擬している。これはすなわち、零出力炉物理検査の結果により全出力運転中における核特性の予測精度向上を試みていることに相当する。

本検討では、用いた核特性(全て BOC/HZP)の異なる以下の 4 ケースで断面積調整を実施した。

Case A: 臨界ホウ素濃度 (核特性数 1)

Case B: 集合体相対出力分布 (核特性数 31)

Case C: 制御棒価値 (核特性数 10)

Case D: 臨界ホウ素濃度/集合体相対出力分布/制御棒価値 (核特性数 42)

Case D は Case A ~ C 全てを組み合わせた条件である。各ケースにおいて断面積調整を実施し、得られた調整後断面積を用いて再度炉心解析により HFP 核特性の解析を行った。最終的に、調整後の解析により得られた HFP 臨界ホウ素濃度及び HFP 集合体相対出力とその仮想真値との比較を行った。

### 4.5.1 臨界ホウ素濃度の解析結果

#### 4.5.1.1 調整後の設計体系核特性解析値

図 4-12 に調整前及び調整後各ケースの HFP 臨界ホウ素濃度解析値と仮想真値の差異を示す。横軸はサイクル燃焼度、縦軸は臨界ホウ素濃度の絶対差異である。

まず、Case A の結果は 4.4.1.1 節の図 4-7 の結果とほぼ同等であり、サイクルを通して臨界ホウ素濃度を仮想真値に合わせたい場合は BOC のデータのみでは不十分であることを表している。

Case B の結果は全体的によく差異が低減している。この結果から、相対出力を用いた調整は比較的詳細であると考えられる。ただし、4.4.1.1 節の結果と比較したときに、臨界ホウ素濃度を直接調整に用いた場合ほどは差異が低減できていないことから、相対出力のみを用いて臨界ホウ素濃度を厳密に合わせることは難しいといえる。また、その結果はそれほどサイクル燃焼度に依存しておらず、これは 4.4.2.1 節でも示したように相対出力が BOC のデータのみで燃料集合体の燃焼の効果を含んだ調整ができることを表している。

Case C も差異は低減できているが、Case B と比べるとその低減量は小さい。これは、相対出力を用いた Case B の方が用いる核特性数が多く、そのため Case B の方がより詳細な調整ができているためと考えられる。

最後に、Case D の結果は他のケースに比べて明らかに最も差異を低減できている。この結果から、BOC/HZP の臨界ホウ素濃度と相対出力(もしくは制御棒価値)を同時に考慮することで、サイクルを通じて臨界ホウ素濃度の予測精度を向上させるのにより効果的である可能性があるといえる。

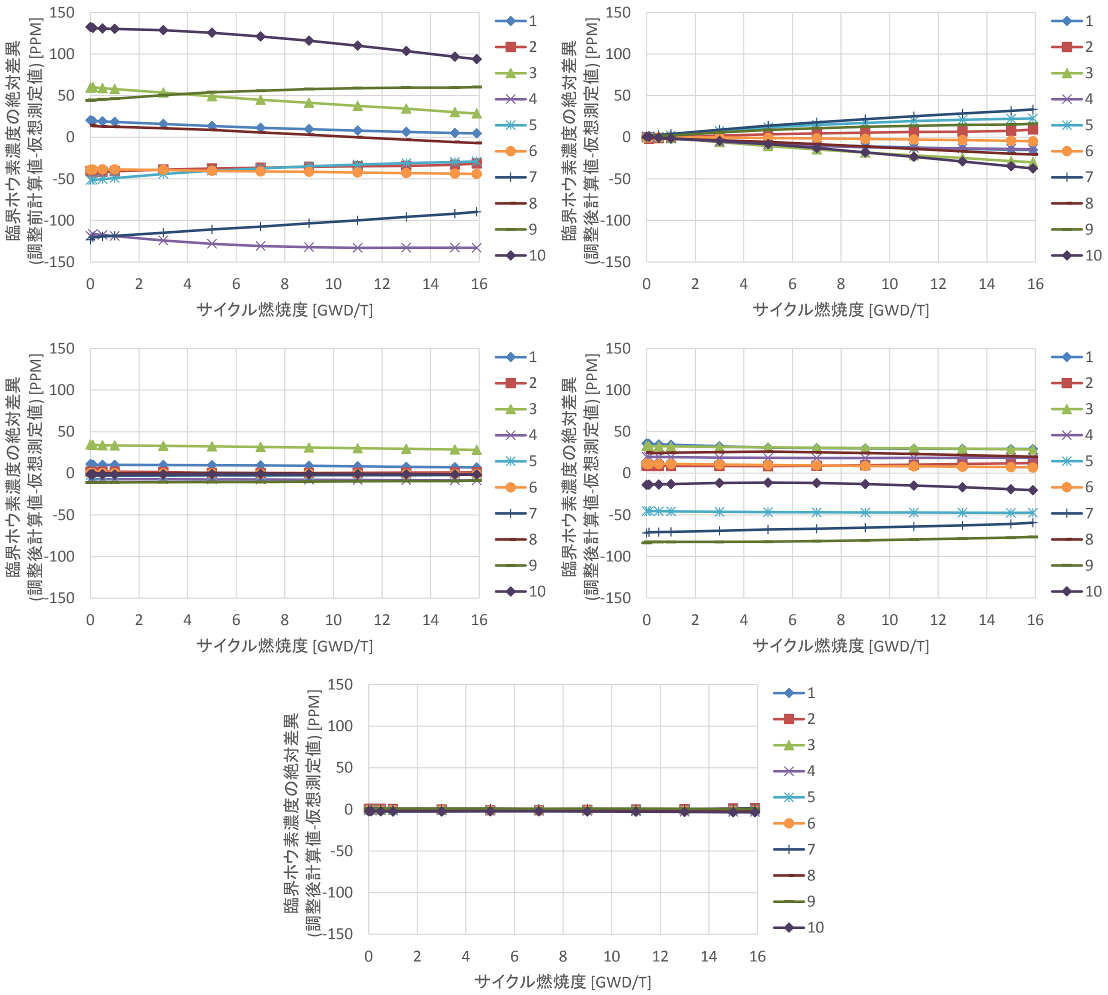



図 4-12　調整前及び調整後の HFP 臨界ホウ素濃度の計算値と仮想真値の差異
(上段左: 調整前、右: Case A、中段左: Case B、右: Case C、下段: Case D)

#### 4.5.1.2　調整による設計体系核特性の不確かさの低減量

ここでは、断面積調整による HFP 臨界ホウ素濃度の不確かさの低減量の評価を行った。図 4-13 に、サイクル燃焼度に対する HFP 臨界ホウ素濃度の調整前と調整後の標準偏差を示

す。

図 4-13 より、全てのケースで標準偏差は低減していることが分かる。また、各ケースの不確かさの低減量の程度及びサイクル燃焼度に対する挙動は、4.5.1.1 節に示した HFP 臨界ホウ素濃度解析値と仮想真値の差異と対応していることが分かる。すなわち、例えば 4.5.1.1 節の結果で最も差異を低減できていた Case D が図 4-13 では最も不確かさを低減できており、また BOC において差異を大きく低減できていた Case A は、図 4-13 で BOC の不確かさを大きく低減できている。この傾向から、評価されたこの核特性不確かさ低減量は妥当なものと考えられる。核特性の不確かさ低減量は、その計算理論上、仮想真値の値にはよらないため、この核特性不確かさ低減量は、実際の核特性解析値と仮想真値との差異をどの程度低減できるかを表しているといえる。

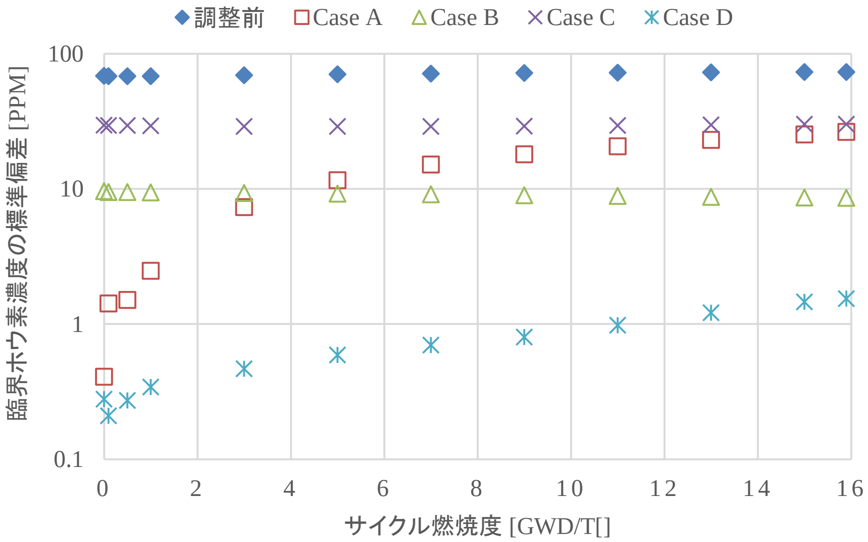



図 4-13 サイクル燃焼度に対する HFP 臨界ホウ素濃度の断面積起因の標準偏差

### 4.5.2 燃料集合体相対出力の解析結果

#### 4.5.2.1 調整後の設計体系核特性解析値

次に、HFP 集合体相対出力の解析結果を示す。図 4-14 に BOC における調整前及び調整後各ケースの相対出力解析値と仮想真値の差異を示す。横軸の集合体番号は集合体位置を表している(図 4-15 参照)。

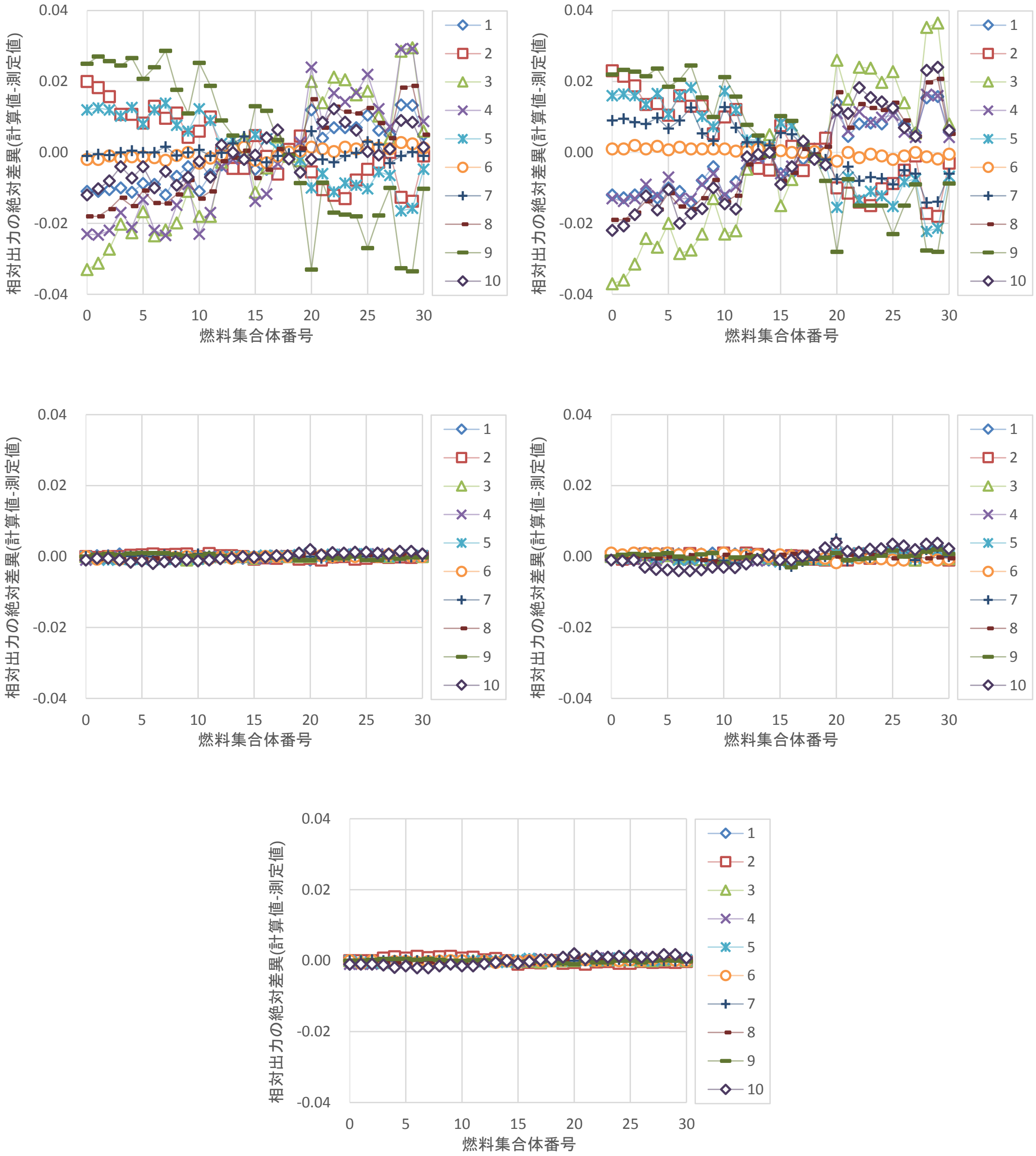



図 4-14　BOC/HFP 相対出力分布の計算値と仮想真値の絶対差異
(上段左: 調整前、右: Case A、中段左: Case B、右: Case C、下段: Case D)

| | H | G | F | E | D | C | B | A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 0 | | | | | | | |
| 9 | 1 | 2 | | | | | | |
| 10 | 3 | 4 | 5 | | | | | |
| 11 | 6 | 7 | 8 | 9 | | | | |
| 12 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | | | |
| 13 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | |
| 14 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | | |
| 15 | 27 | 28 | 29 | 30 | | | | |

図 4-15　集合体番号

図 4-14 より、Case A を除いた全てのケースで HFP 相対出力が大きく改善していることが分かる。Case A は BOC/HZP 臨界ホウ素濃度を用いた調整であり、BOC/HZP 臨界ホウ素濃度のみを用いた調整では HFP 相対出力の予測精度の向上は難しいといえる。また、Case の結果から、HZP における相対出力を用いて調整することで、HFP の相対出力の予測精度を大きく改善できる可能性があるといえる。そして、制御棒価値を用いた Case C では、相対出力を用いた Case C とほぼ同等に差異を低減できている。この結果から、相対出力と制御棒価値が非常に近い性質を持っているといえる。先行研究(例えば文献[24]、[6])において、相対出力と制御棒価値の間に大きな相関があることが示されていることから、Case C ではその相関によって相対出力の予測精度が改善されていると考えられる。

最後に、EOC/HFP の相対出力の解析結果を示す。図 4-14 と同様に、図 4-16 に EOC における HFP 相対出力解析値と仮想真値の差異を示す。図 4-16 より、EOC についても、BOC とほぼ同様の結果となっていることが分かる。この結果は、BOC と EOC で相対出力の性質は大きく変化しないことを表している。以上より、BOC/HZP の相対出力もしくは制御棒価値を用いて、HFP 相対出力の予測精度を向上できる可能性が示された。

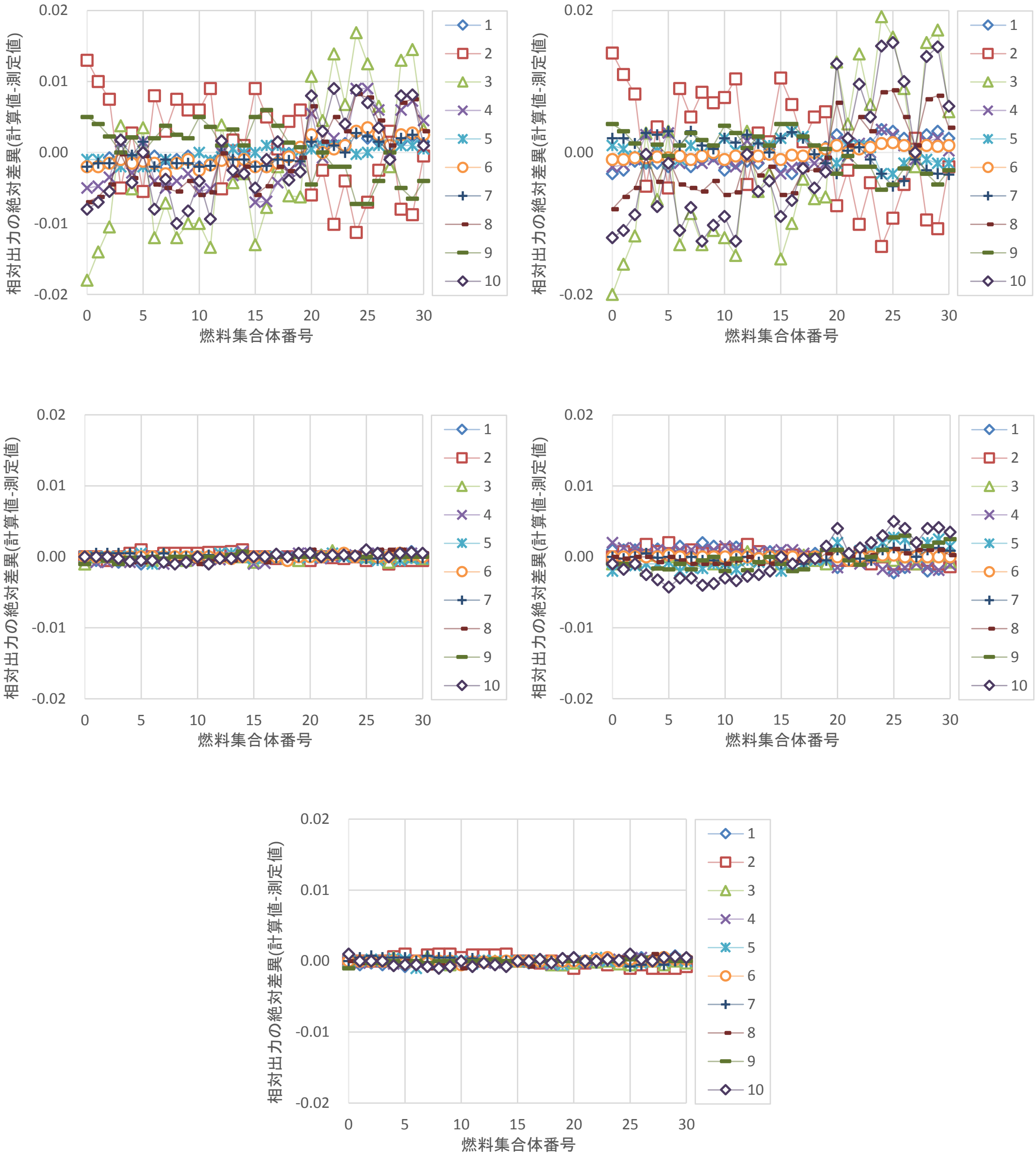



図 4-16　BOC/HFP 相対出力分布の計算値と仮想真値の絶対差異

(左上から調整前、Case A、Case B、Case C、Case D)

#### 4.5.2.2　調整による設計体系核特性の不確かさの低減量

ここでは、断面積調整による HFP 相対出力の不確かさ低減量の評価結果を示す。図 4-17 に、各燃料集合体における BOC/HFP 相対出力の調整前と調整後の標準偏差を示す。なお横軸の集合体番号は図 4-15 に示されたものである。

図 4-17 より、Case A はほとんど調整前と調整後で標準偏差が変わっていない。この結果

は、Case A の調整が HFP 相対出力に対してそれほど影響していないことを表している。また、Case C は調整により 1/10 程度に不確かさを低減できていることが分かる。この結果は、制御棒価値を用いた調整が相対出力の予測精度の改善に効果的であることを示している。そして、Case B と Case D は 1/100 程度に不確かさを低減しており、両者の低減量はほぼ同じであった。この結果は、Case D において臨界ホウ素濃度及び制御棒価値を加えて考慮していることの寄与がほとんど無いことを表していると考えられる。他の核特性を加えて考慮する必要性がそれほどないことが分かる。

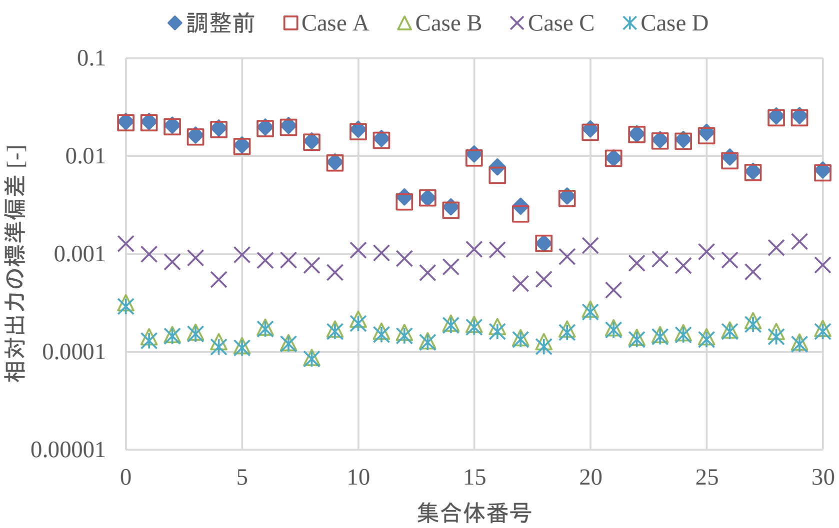



図 4-17　各燃料集合体における相対出力の断面積起因の標準偏差

### 4.5.3　結果 2 のまとめ

結果 2 では、BOC/HZP の臨界ホウ素濃度、集合体相対出力及び制御棒価値を用いた調整により、HFP の臨界ホウ素濃度及び集合体相対出力の予測精度を改善可能か、そしてそれらの不確かさを低減可能かどうかについて検討した。HFP 臨界ホウ素濃度の解析結果から、HZP 臨界ホウ素濃度と HZP 相対出力もしくは HZP 制御棒価値を組み合わせて調整に用いることで、サイクル全体を通して HFP 臨界ホウ素濃度の予測精度を改善し、その不確かさを低減できる可能性が示された。また、HFP 相対出力の場合は、HZP 相対出力を用いた調整が最も予測精度の改善及び不確かさの低減が期待でき、また HZP 制御棒価値を用いた調整によっても大きな効果が期待できることが示された。

## 4.6　本章のまとめ

本章では、仮想的な核特性測定値を与えた 4 ループ PWR 平衡炉心を用いて、提案手法の現実的な PWR 炉心解析への基礎的な適用性を確認した。考慮した断面積数は重核種 5040 個で、サンプル数は 200 とした。核特性は臨界ホウ素濃度、集合体相対出力、制御棒価値の 3 種を調整に用いて検討を行った。検討は、測定体系のみを考慮した検討(結果 1)と設計体系への適用(結果 2)の二つを実施した。結果 1 より、PWR 炉心解析において、核特性解析値を測定値に近づけるような断面積の調整が可能であること、そして結果 2 より、断面積調整により設計体系核特性と仮想真値との差異が低減されることが示された。本検討の結果より、提案手法は PWR 炉心解析において核特性の予測精度の向上及び不確かさの低減に寄与できる可能性がある。ただし、注意しなければならないのは、本検討は核特性の測定誤差及び解析誤差に起因する不確かさが無視されており、それにより調整が容易な条件になっているため、今後の課題として測定誤差及び解析誤差起因の不確かさの影響を含めた検討が必要である[21]。

[21]例えば、本検討の核特性仮想測定値は断面積共分散(相関)に基づく RS 法により作成されているため、その値は断面積共分散に矛盾しない範囲に収まっている。つまり核特性測定値がとれる自由度が小さいといえる。断面積調整法では断面積共分散を満足するように調整が行われるため、そのような核特性測定値に解析値を近づけるような調整は比較的容易であると考えられる。一方で、測定誤差が存在する場合、核特性測定値のばらつき方はより複雑になる(自由度が大きい)と考えられるため、そのような核特性測定値に近づけるような調整はより難しいと考えられる。

# 第5章　結論

## 5.1　結論

現行の軽水炉において、原子炉の安全性及び経済性は炉心解析結果を基に行われる炉心設計の精度に大きく依存している。炉心解析は数値シミュレーションであるため、それにより予測される炉心核特性には必ず不確かさが存在する。核特性の予測精度及びその信頼性の向上のためには、炉心解析における不確かさの低減が重要であり、それは原子炉の安全性及び経済性の向上につながる。したがって、炉心解析における不確かさの低減は重要な課題である。

炉心解析における不確かさはモデル化や数値誤差等様々な要因により発生するが、特に解析の入力として用いられる核反応断面積の不確かさは解析結果に大きな影響を与える。近年、断面積の不確かさを定量的に評価した共分散データの整備が進められており、断面積共分散データに基づいた核特性の不確かさ評価及びその低減に関する取り組みが注目されており、その需要が高まっている。共分散データに基づく核特性不確かさ低減手法の一つに断面積調整法があり、高速炉の分野においては、その適用が進められている。一方で、断面積調整法は軽水炉の解析への適用には現状至っておらず、その適用においては感度係数の評価の困難さという課題がある。

本研究では、軽水炉への断面積調整法の適用のための感度係数を用いない断面積調整法について検討し、RS 法を用いた断面積調整法を考案した。本手法は、感度係数の代わりに RS 法により得られる断面積と核特性の相関を利用して断面積を調整する方法とみなすことができる。RS 法を用いた断面積調整法の主な利点は以下の 3 点でまとめられる。

- 感度係数を用いない(感度係数を評価する必要が無い)
- Adjoint 計算等の特殊な解析を行う必要が無い(通常の解析のみで実施可能)
- 必要な解析の回数が考慮する断面積・核特性数に束縛されない[22](自由度が高い)

また、燃料ピンセル体系を用いた仮想的な数値実験により、RS 法を用いた断面積調整法の検証を行った。その結果、従来法との等価性や従来法と比較した場合の効率性、また燃焼計算への適用性等、本手法の性能及び性質を数値的に確認した。

最後に、PWR 平衡炉心を用いた仮想的な数値実験により、本手法の PWR 炉心解析への適用性を確認した。その結果、解析誤差や測定誤差は無視した簡単な条件ではあるものの、燃焼及び熱水力フィードバックを含む現実的な PWR 炉心解析において、用いた核特性測定値に基づいた妥当な調整が可能であること、そして、その調整により核特性の予測精度の向上及び不確かさの低減が可能であることを示した。

以上、本研究では、RS 法を用いた断面積調整法を考案し、その PWR 炉心解析への適用

[22]断面積・核特性数が増えるほど統計精度は悪化するため、束縛はされないものの、その影響は受ける。

性を示した。RS 法を用いた断面積調整法は、理論的に従来の断面積調整法と等価であるため、ベイズ理論に基づく非常に基礎的な手法といえる。また、RS 法を用いるため、通常の解析を繰り返し実施することで断面積を調整することができ、技術的にも非常に簡易な手法であるといえる。そして、本研究によって、軽水炉炉心解析において断面積と核特性の相関を利用することで妥当な断面積調整が可能であることが明らかとなった。以上より、本研究の最大の成果は、相関を利用した最も基礎的な断面積調整手法を確立し、その方法が潜在的に軽水炉炉心解析へ適用可能であることを明らかにしたことといえる。したがって、本手法は非常に基礎的な手法であることから、実際の軽水炉炉心解析における本手法の実用化に向けては、本手法に対して理論的もしくは工学的な改良・工夫等が必要となる可能性がある。また、本研究では検証において考慮していない事項が幾つか存在するため、本手法の軽水炉炉心解析への適用性をより厳密に実証するためには、更なる検証の高度化が必要である。以上を踏まえて、次節において今後の課題を示す。

## 5.2 今後の課題

今後の課題として、以下の点が挙げられる。

1. RS 法を用いた断面積調整法の軽水炉炉心解析へのさらなる適用性の検討

本研究では、RS 法を用いた断面積調整法の PWR 炉心解析への適用性を検証し、ある同一サイクルにおける HZP 核特性データを用いて HFP 核特性予測精度が改善されることを示した。さらに今後検討すべき内容として以下が挙げられる。

- あるサイクルにおける核特性データを用いて、次のサイクルの設計炉心の核特性の予測精度を改善可能かどうか検討する。
- 計算体系を BWR に変更し、BWR 炉心解析において同様の検討を行いその適用性を評価する。

なお、上に示したのは検証条件として比較的容易に変更可能なものであり、次項の「実際の核特性測定値を用いた検証」のように簡単には実施できない課題は次項以降に示している。

2. 実際の核特性測定値を用いた検証

本研究では、PWR 炉心解析における断面積調整の検証において、実際の核特性測定値は用いておらず、解析によって得た値を仮想的な測定値として用いている。それにより、本検証は測定誤差を考慮せず、測定誤差起因の核特性共分散を零として取り扱っている。実際の炉心解析への実用化を考えると、実際の核特性測定値を用いた検証か、もしくは実際の核特性測定値を用いずとも、何らかの形で測定誤差の影響を考慮した検証が必要であるといえる。なお、測定誤差を考慮していないことの影響として、4.6 節で述べたように本検証では核特性測定値が断面積調整しやすい値、すなわち断面積調整を行う側にとって都合の良い

値になっている可能性がある。したがって、本検証とは異なる方法[23]で核特性測定値を与えるなどによって、より現実に近い条件での検証が可能と考えられる。

また、測定誤差起因の核特性共分散マトリックスの評価方法は確立されていないため、その方法を整備することも必要になると考えられる。

3. 解析誤差起因の共分散評価手法の整備

本検証では解析誤差を考慮していないため、解析誤差起因の核特性共分散を零として取り扱っているが、実際の炉心解析への実用化を考えた場合、解析誤差起因の共分散を適切に評価する必要がある。しかしながら、真の核特性解析値は分からないため、現状、核特性の解析誤差及びその相関を評価する方法は確立されていない。例えば、高速炉の分野においては、解析誤差は解析モデルを詳細化したときの感度に基づいて設定するなど、非常に工学的な方法が採用されている[25]。解析誤差起因の共分散評価手法の整備は、軽水炉における断面積調整法の実用化において重要な課題といえる。

4. より多くの断面積の考慮及び共分散データの整備

本研究における提案手法の炉心解析への適用性の検証では、18 種類の重核種及び 4 種の断面積のみを考慮して検証を実施している。しかしながら、これは実際の炉心解析で考慮している核種を全て含んでいない。もし本検証のように一部の核種を考慮していないような条件で断面積調整を実施した場合、仮に考慮していない核種の断面積不確かさの影響によって核特性の解析値と測定値に差異が生じていたとしても、それを全て、考慮した核種の断面積不確かさの影響とみなしてしまう。したがって、可能な限り解析に用いられる全ての核種及び核反応を考慮することが望ましい。また、現実的に考えると、全ての断面積を考慮するのは困難であるため、特に核特性に対して影響の大きい核種及び核反応は最大限考慮すべきである。本研究では、例えば減速材や中性子吸収材や可燃性毒物として用いられるホウ素、ガドリニア等、核特性に対して重要と考えられる物質の断面積不確かさについては考慮していないことに注意しなければならない。

なお、本研究で重核種のみしか考慮していない理由として、現状で共分散データが十分に用意されていないということが挙げられる。例えば JENDL-4.0 は重核種の共分散データはよく整備されている一方で、核分裂生成物に当たる核種等、より軽い核種についてはあまり用意されていない。したがって、さらに共分散データの整備が進むことが期待される。

5. 断面積と共分散データの整合性

本研究では、CASMO-4 の断面積ライブラリである L-library を用いて断面積調整法の検証を行った。この L-library は米国の評価済み核データファイル ENDF/B-4 を基に作成されて

[23] 例えば、異なる解析コードを用いた核特性解析値や、基となる評価済み核データファイルが異なる断面積ライブラリにより得られた核特性解析値などが考えられる。

いる。その一方で、本研究では JENDL-4.0 の共分散データを用いている。すなわち、用いている断面積とその共分散データの出所が異なる。本研究は基礎的な検討であるためにこのような条件で検討を行っているが、これらは本来整合しなければならない。したがって、実際の適用の際には、用いる断面積ライブラリと共分散データを正しく対応させる必要がある。

6. パラメータ数(次元)削減手法の適用

本研究より、RS 法を用いた断面積調整法において安定的な調整を行うためには、考慮する断面積及び核特性の数が増えるほどサンプル数を多くとる必要があることが示唆された。サンプル数を多くとるということは、それだけ多くの解析が必要ということであり、それは計算コストの増大につながる。したがって、計算コストの観点では、可能な限り断面積及び核特性の数は少ないほうが良く、これはつまり、断面積調整の計算において取り扱う次元数をできる限り小さくするということを意味する。よって、RS 法を用いた断面積調整法の効率化のためには、必要最低限の次元数までパラメータを削減するような手法(Reduced Order Modeling, ROM)との併用が有効といえる。

なお、適切な ROM の方法は現状で確立されていないが、RS 法を用いた断面積調整法では、断面積はその感度及び不確かさの大きい断面積ほどより重要となるため、断面積に対する ROM は感度及び共分散に基づいて行うのが効果的と考えられる。また、Appendix H に示した検討において用いた L1 ノルム最小化という技術は、断面積の ROM に応用できる可能性があると考えている。核特性の ROM については、非常に相関の強いような核特性は同時に考慮してもさほど影響が無いことから、核特性共分散に基づいた ROM が有効と考えられ、その方法の一つが Appendix F に示した特異値分解を利用する方法である。

7. サンプリング手法の高度化

RS 法を用いた断面積調整法は乱数を用いる方法であるため、その調整結果には統計的な不確かさが付随する。サンプル数を多くとることでこの不確かさは低減できるが、計算コストの観点からサンプル数はできるだけ少ないほうが望ましい。サンプル数を増やすことなく統計的な不確かさ低減する方法としては、乱数を用いる際のサンプリングの方法を工夫することが考えられる。本研究では、多変量正規乱数を用いた最も単純なサンプリングを用いているが、より高度なサンプリング方法としては、先行研究において既に検討されている多変量正規分布に基づいたラテン超方格サンプリングがある[7]。また、究極的には統計的な不確かさが存在せず調整結果が一意に決まることが望ましいため、例えば乱数を用いずにサンプリングする方法について検討する価値があると考えている。

# 参考文献


[1] 岡芳明ほか, *原子炉設計*, オーム社, 東京, (2010), ISBN 9784274208928.

[2] K. Shibata, T. Kawano, T. Nakagawa, O. Iwamoto, J. Katakura, T. Fukahori, S. Chiba, A. Hasegawa, T. Murata,H. Matsunobu, T. Ohsawa, Y. Nakajima, T. Yoshida, A. Zukeran, M. Kawai, M. Baba, M. Ishikawa, T. Asami, T. Watanabe, Y. Watanabe, M. Igashira, N. Yamamuro, H. Kitazawa, N. Yamano and H. Takano: "Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3 Revision-3: JENDL-3.3," *J. Nucl. Sci. Technol.* 39, 1125 (2002).

[3] K. Shibata, O. Iwamoto, T. Nakagawa, N. Iwamoto, A. Ichihara, S. Kunieda, S. Chiba, K. Furutaka, N. Otuka, T. Ohsawa, T. Murata, H. Matsunobu, A. Zukeran, S. Kamada, and J. Katakura, "JENDL-4.0: A New Library for Nuclear Science and Engineering," *J. Nucl. Sci. Technol.* 48, pp. 1-30 (2011).

[4] 千葉豪, 決定論的感度解析手法, 第 44 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, pp. 101-120 (2012).

[5] W. Wieselquist, A. Vasilliev, and H. Ferroukhi, "Nuclear data uncertainty propagation in a lattice physics code using stochastic sampling," *Proc. PHYSOR2012*, Knoxville, Tennessee, Apr. 15-20, 2012, (2012), [CD-ROM].

[6] 渡辺友章, "ランダムサンプリング法を用いた炉心特性の不確かさ評価", 卒業論文, 名古屋大学, (2013).

[7] 木下国治, "ラテン超方格サンプリング法を用いた BWR 炉心特性の不確かさ評価", 卒業論文, 名古屋大学, (2014).

[8] T. Takeda and Y. Yoshimura, "Prediction uncertainty evaluation methods to core performance parameters in large liquid-metal fast breeder reactors," *Nucl. Sci. Eng.*, 103, 157 (1989).

[9] M. Ishikawa, K. Sugino, W. Sato and K. Numata, "Development of a Unified Cross-section Set ADJ2000 based on Adjustment Technique for Fast Reactor Analysis," *J. Nucl. Sci. Technol., Supplement 2, Proc. Int. Conf. on Nuclear Data for Science and Technology (ND2001),* Tsukuba, Japan, 2, pp. 1073-1076 (2002).

[10] K. Sugino, M. Ishikawa, K. Yokoyama, Y. Nagaya, G. Chiba, T. Hazama, T. Kugo, K. Numata, T. Iwai and T. Jin, "Development of a Unified Cross-section Set ADJ2010 Based on Adjustment Technique for Fast Reactor Core Design," *Journal of the Korean Physical Society*, 59, 2, pp. 1357−1360 (2011).

[11] K. Yokoyama, M. Ishikawa, T. Kugo, "Extended cross-section adjustment method to improve the prediction accuracy of core parameters," *J. Nucl. Sci. Technol.*, 49, pp. 1165-1174 (2012).

[12] T. Kamei and T. Yoshida, "Error due to nuclear data uncertainties in the prediction of large liquid-metal fast breeder reactor core performance parameters," *Nucl. Sci. Eng.*, 84, 83 (1983).

[13] T. Sano and T. Takeda, "Generalized bias factor method for accurate prediction of neutronic

characteristics,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, 43, 12, pp. 1465-1470 (2006).

[14] T. Kugo, T. Mori, and T. Takeda, “Theoretical Study on New Bias Factor Methods to Effectively Use Critical Experiments for Improvement of Prediction Accuracy of Neutronic Characteristics,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, 44, 12, pp. 1509-1517 (2007).

[15] 加藤慎也, “軽水炉炉心解析における炉心特性予測値の不確かさ低減に関する研究”, 修士論文, 名古屋大学, (2013).

[16] 石川眞, 沼田一幸, 佐藤若英, 杉野和輝, *高速炉用統合炉定数 ADJ2000 の作成*, JNC TN9400 2001-071, 核燃料サイクル開発機構, (2001).

[17] Robb J. Muirhead, *Aspects of multivariate statistical theory*, John & Sons, New York, (1982), ISBN 0471094420.

[18] 柳井晴夫, 竹内啓, *射影行列・一般化逆行列・特異値分解*, 東京大学出版会, 東京, pp. 111-124 (1983).

[19] Eigen3, http://eigen.tuxfamily.org/dox/

[20] K. Ivanov and M. Avramova, *Benchmark for Uncertainty Analysis in Modeling (UAM) for Design, Operation and Safety Analysis of LWRs*, NEA/NSC/DOC(2007)23, Nuclear Energy Agency, (2007).

[21] K. Smith and J. Rhodes, “CASMO-4 Characteristic Methods for Two Dimensional PWR and BWR Core Calculations,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 83, 322, (2000).

[22] R. E. MacFarlane and D. W. Muir, *The NJOY Nuclear Data Processing System, Version 91*, LA-12740-M, Los Alamos National Laboratory, (1994).

[23] K. Smith, *et. al*., “SIMULATE-3 Methodology,” Studsvik/SOA-95/18, (1995).

[24] 安江祉洋, “相関を考慮した炉心特性の不確かさ評価”, 修士論文, 名古屋大学, (2012).

[25] 石川眞, 核設計への応用 : 炉定数調整法, 第 45 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, pp. 136-157 (2013).

[26] G. E. P. Box and Mervin E. Muller, “A Note on the Generation of Random Normal Deviates,” *Ann. Math. Statist*. 29, pp. 610-611 (1958).

[27] A. Gelb, F. Kasper, R. A. Nash, C. F. Price and A. A. Sutherland, *Applied optimal estimation*, The M. I. T. Press, (1974).

[28] 汪金芳, 桜井裕仁, *R で学ぶデータサイエンス 4 ブートストラップ入門*, 共立出版株式会社, 東京, 2011, ISBN 9784320110137.

[29] 千葉豪, 辻雅司, 奈良林直, 渡辺友章, 遠藤知弘, 山本章夫, “ランダムサンプリング法を用いた感度係数評価 (3) 感度係数評価”, 日本原子力学会 2014 年春の年会, O47, (2014).

[30] E. J. CANDES and M. B. WAKIN, “An Introduction to Compressive Sampling,” *IEEE Signal Process, Mag.*, **25**, *2*, 21, (2008).

[31] S. Mehrotra, “On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method,” SIAM J.

Optimization. 2, pp. 575–601 (1992).

# Appendix A　Box-Muller 法

標準正規乱数の作成方法の 1 つである Box-Muller 法について簡単に説明する[26]。Box-Muller 法は、一様乱数を標準正規乱数に変換する方法である。一様乱数とはある範囲の値が等確率で得られる乱数のことである。Box-Muller 法によると、標準正規乱数は以下の式により得られる。

$$z_1 = \sqrt{-2 \cdot \ln \alpha} \cdot \cos(2\pi \cdot \beta) \tag{A-1}$$

$$z_2 = \sqrt{-2 \cdot \ln \alpha} \cdot \sin(2\pi \cdot \beta) \tag{A-2}$$

ここで、$z_1$ 及び $z_2$ は標準正規乱数であり、$\alpha$ 及び $\beta$ は値の範囲が(0,1)の一様乱数である。したがって、一様乱数を作成し、それを $\alpha$ 及び $\beta$ に代入して(A-1)式および(A-2)式の演算を行うことにより、標準正規乱数 $z_1$ 及び $z_2$ を得ることができる。また、これを繰り返し行い作成した標準正規乱数をベクトルの要素とすることで、標準多変量正規乱数 $\mathbf{z}$ を作成することができる。なお、Box-Muller 法により得られる標準正規乱数 $z_1$ と $z_2$ は互いに独立であり、また必ずしも(A-1)式と(A-2)式の両方を用いる必要はない。ただし、両式を用いて標準正規乱数を作成したほうが、片方のみを用いる場合よりも一様乱数の作成数に対して効率よく標準正規乱数を作成することが可能である。

## Appendix B　分散最小推定を用いた断面積調整法基礎式の導出

断面積調整法はある炉心における核特性の測定値を利用して、別の設計炉心の核特性の解析精度を向上させる手法であるが、これに近い考え方は別の分野においても用いられており、例えば観測した大気情報から未来の大気状態の予測するカルマンフィルタと呼ばれる方法がある。ここでは、カルマンフィルタの導出を参考にして、調整後断面積の分散を最小にするという観点から断面積調整法基礎式の導出を行った[26]。この方法は最小分散推定と呼ばれ、不確かさをガウス分布とした場合は、断面積調整法で用いられているベイズの定理を用いた推定(最大確率密度推定)と同値になることが知られている。したがって、最小分散推定によっても断面積調整法基礎式の導出が原理的に可能である。

まず、炉心特性の実験値 $\mathbf{R}_e$ を利用して、次式のように断面積を調整することを考える。

$$\mathbf{T}_{CA} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{K}\left[\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{B-1}$$

(B-1)式は、実験値 $\mathbf{R}_e$ と断面積評価値 $\mathbf{T}_0$ を用いた解析値 $\mathbf{R}_c(\mathbf{T}_0)$の差に、適切な重み $\mathbf{K}$ をかけて加えることで、実験値に合うように断面積を調整するというコンセプトである。ここで、断面積の真値を $\mathbf{T}_{real}$、炉心特性の真値を $\mathbf{R}_{real}$ とする。すると、真値からの誤差は以下のように表される。

$$\delta\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_{adj} - \mathbf{T}_{real} \tag{B-2}$$

$$\delta\mathbf{T}_0 = \mathbf{T}_0 - \mathbf{T}_{real} \tag{B-3}$$

$$\delta\mathbf{R}_e = \mathbf{R}_e - \mathbf{R}_{real} \tag{B-4}$$

$$\delta\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right) = \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right) - \mathbf{R}_{real} \tag{B-5}$$

(B-2)式~(B-5)式を用いると、調整後断面積の誤差 $\delta\mathbf{T}_{adj}$ は次式で表される。

$$\delta\mathbf{T}_{adj} = \delta\mathbf{T}_0 + \mathbf{K}\left[\delta\mathbf{R}_e - \delta\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{B-6}$$

(B-5)式の誤差は、真の断面積からの誤差による成分と、解析に起因する誤差成分に分けられる。(B-5)式を変形することで、(B-7)式が得られる。

$$\begin{aligned}\delta\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right) &= \left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right) - \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_{real}\right)\right) + \left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_{real}\right) - \mathbf{R}_{real}\right) \\ &= \delta\mathbf{R}_t + \delta\mathbf{R}_c\end{aligned} \tag{B-7}$$

ここで、炉心特性解析値の断面積誤差による成分を $\delta\mathbf{R}_t$ と、解析手法に起因する誤差成分 $\delta\mathbf{R}_c$ はそれぞれ(B-8)、(B-9)式で表される。

$$\delta\mathbf{R}_t = \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_0) - \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_{real}) \tag{B-8}$$

$$\delta\mathbf{R}_c = \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_{real}) - \mathbf{R}_{real} \tag{B-9}$$

(B-7)式を(B-6)式に代入することで、調整後断面積の誤差は最終的に(B-10)式の形で表される。

$$\begin{aligned}\delta\mathbf{T}_{adj} &= \delta\mathbf{T}_0 + \mathbf{K}(\delta\mathbf{R}_e - \delta\mathbf{R}_t - \delta\mathbf{R}_c) \\ &= \delta\mathbf{T}_0 + \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_e - \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_t - \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_c\end{aligned} \tag{B-10}$$

次に、誤差の共分散を考える。調整後断面積の誤差共分散 $\mathbf{M}_{CA}$ は期待値演算子 $\mathbf{E}$ を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{adj} &= \mathbf{E}\left[\delta\mathbf{T}_{adj}(\delta\mathbf{T}_{adj})^T\right] \\ &= \mathbf{E}\left[(\delta\mathbf{T}_0 + \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_e - \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_t - \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_c)(\delta\mathbf{T}_0 + \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_e - \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_t - \mathbf{K}\delta\mathbf{R}_c)^T\right] \\ &= \mathbf{E}\left[\delta\mathbf{T}_0(\delta\mathbf{T}_0)^T\right] - \mathbf{E}\left[\delta\mathbf{T}_0(\delta\mathbf{R}_t)^T\right]\mathbf{K}^T + \mathbf{K}\mathbf{E}\left[\delta\mathbf{R}_e(\delta\mathbf{R}_e)^T\right]\mathbf{K}^T \\ &\quad - \mathbf{K}\mathbf{E}\left[\delta\mathbf{R}_t(\delta\mathbf{T}_0)^T\right] + \mathbf{K}\mathbf{E}\left[\delta\mathbf{R}_t(\delta\mathbf{R}_t)^T\right]\mathbf{K}^T + \mathbf{K}\mathbf{E}\left[\delta\mathbf{R}_c(\delta\mathbf{R}_c)^T\right]\mathbf{K}^T \\ &= \mathbf{M} + \mathbf{K}\mathbf{V}_e\mathbf{K}^T + \mathbf{K}\mathbf{V}_c\mathbf{K}^T - \mathbf{C}_{TR}\mathbf{K}^T - \mathbf{K}\mathbf{C}_{TR}{}^T + \mathbf{K}\mathbf{V}_t\mathbf{K}^T\end{aligned} \tag{B-11}$$

ここで、$\mathbf{M}$ は断面積評価値の誤差共分散、$\mathbf{V}_e$ は実験起因の炉心特性誤差共分散、$\mathbf{V}_c$ は解析起因の炉心特性誤差共分散、$\mathbf{C}_{TR}$ は断面積誤差と断面積起因の解析誤差の共分散、$\mathbf{V}_t$ は断面積起因の解析誤差共分散であり、それぞれ以下の式で表される。

$$\mathbf{M} = \mathbf{E}\left[\delta\mathbf{T}_0(\delta\mathbf{T}_0)^T\right] \tag{B-12}$$

$$\mathbf{V}_e = \mathbf{E}\left[\delta\mathbf{R}_e(\delta\mathbf{R}_e)^T\right] \tag{B-13}$$

$$\mathbf{V}_c = \mathbf{E}\left[\delta\mathbf{R}_c(\delta\mathbf{R}_c)^T\right] \tag{B-14}$$

$$\mathbf{C}_{TR} = \mathbf{E}\left[\delta\mathbf{T}_0(\delta\mathbf{R}_t)^T\right] \tag{B-15}$$

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{E}\left[\delta\mathbf{R}_t(\delta\mathbf{R}_t)^T\right] \tag{B-16}$$

また、断面積誤差と実験起因・解析起因の炉心特性誤差との間には相関が無いことを仮定している($\mathrm{E}[\delta\mathbf{T}_0(\delta\mathbf{R}_e)^T]$などのクロスタームは 0)。ただし、炉心特性解析値誤差の断面積誤差による成分 $\delta\mathbf{R}_t$ は(B-8)式から分かるように、$\mathbf{T}_0$ に依存するため、$\delta\mathbf{T}_0$ と $\delta\mathbf{R}_t$ の相関を無視できない。したがって、(B-15)式のように相関を表す項が残ることとなる。

ここで、調整後断面積の誤差が小さくなる、すなわち、分散の総和(対角成分の総和)trace($\mathbf{M}_{CA}$)が最小をとるとき、

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}}\left(trace\left(\mathbf{M}_{adj}\right)\right)=0 \qquad \text{(B-17)}$$

が成り立つ。以下の行列微分の公式

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}}\left(trace\left(\mathbf{XAX}^{T}\right)\right)=\mathbf{X}\left(\mathbf{A}+\mathbf{A}^{T}\right) \qquad \text{(B-18)}$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}}\left(trace\left(\mathbf{XA}\right)\right)=\mathbf{A}^{T} \qquad \text{(B-19)}$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}}\left(trace\left(\mathbf{AX}^{T}\right)\right)=\mathbf{A} \qquad \text{(B-20)}$$

を使って、(B-17)式に(B-11)式を代入して計算すると、

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}}\left(trace\left(\mathbf{M}_{adj}\right)\right)&=\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}}\left(trace\left(\mathbf{M}\right)\right)+\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}}\left(trace\left(\mathbf{KV}_{e}\mathbf{K}^{T}\right)\right)+\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}}\left(trace\left(\mathbf{KV}_{c}\mathbf{K}^{T}\right)\right)\\&\quad-\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}}\left(trace\left(\mathbf{C}_{TR}\mathbf{K}^{T}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}}\left(trace\left(\mathbf{KC}_{TR}{}^{T}\right)\right)+\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}}\left(trace\left(\mathbf{KV}_{t}\mathbf{K}^{T}\right)\right)\\&=\mathbf{K}\left(\mathbf{V}_{e}+\mathbf{V}_{e}{}^{T}\right)+\mathbf{K}\left(\mathbf{V}_{c}+\mathbf{V}_{c}{}^{T}\right)-\mathbf{C}_{TR}-\left(\mathbf{C}_{TR}{}^{T}\right)^{T}+\mathbf{K}\left(\mathbf{V}_{t}+\mathbf{V}_{t}{}^{T}\right)\\&=2\mathbf{KV}_{e}+2\mathbf{KV}_{c}-2\mathbf{C}_{TR}+2\mathbf{KV}_{t}=0\end{aligned} \qquad \text{(B-21)}$$

となる。ここで、$\mathbf{V}_e$、$\mathbf{V}_c$が対称行列であることを用いた。(B-21)式を **K** について解くと、誤差が最小という点で最適な **K** が得られる。

$$\mathbf{K}=\mathbf{C}_{TR}\left(\mathbf{V}_{t}+\mathbf{V}_{e}+\mathbf{V}_{c}\right)^{-1} \qquad \text{(B-22)}$$

これを、(B-1)式に代入することで、調整後断面積は次式で表される。

$$\mathbf{T}_{adj}=\mathbf{T}_{0}+\mathbf{C}_{TR}\left(\mathbf{V}_{t}+\mathbf{V}_{e}+\mathbf{V}_{c}\right)^{-1}\left[\mathbf{R}_{e}-\mathbf{R}_{c}\left(\mathbf{T}_{0}\right)\right] \qquad \text{(B-23)}$$

また、(B-22)式を(B-11)式に代入することで、調整後断面積の共分散は次式で表される。

$$\mathbf{M}_{adj}=\mathbf{M}-\mathbf{C}_{TR}\left(\mathbf{V}_{t}+\mathbf{V}_{e}+\mathbf{V}_{c}\right)^{-1}\mathbf{C}_{TR}{}^{T} \qquad \text{(B-23)}$$

以上、分散最小推定により断面積調整法基礎式を導出できた。断面積誤差と断面積起因の解析誤差の共分散 $\mathbf{C}_{TR}$ と断面積起因の解析誤差共分散 $\mathbf{V}_t$ を、感度係数を用いて表現する場合は従来の断面積調整法になり、サンプルで統計的に表現する場合は RS 法を用いた断面積

調整法になる。

# Appendix C　NJOY の取扱いについて

## C.1　NJOY の概要

本研究では、核データ処理コード NJOY を用いて微視的多群断面積の共分散の計算を行っている。NJOY は機能別のモジュールにより構成されたコードであり、評価済み核データファイルから連続エネルギーや多群断面積及び核データに関連する量を作成することができる。代表的なモジュールとその機能の概要を示す。

MODER　: ファイル形式をテキストとバイナリ間で変換する
RECONR　: 共鳴パラメータと内挿により連続エネルギー断面積を再構成する
BROADR　: ドップラー広がりを計算しエネルギー点を間引く
UNRESR　: 非分離共鳴領域の自己遮蔽効果を考慮した実効断面積を計算する
THERMR　: 熱中性子領域における散乱断面積を計算する
GROUPR　: 連続エネルギー断面積から自己遮蔽を考慮した多群断面積を計算する
ERRORR　: 共分散データから多群断面積の共分散を計算する

NJOY では、これらのモジュール名およびモジュール内の処理に要する温度やエネルギー等の計算条件を入力ファイルで与えることにより、群断面積およびその共分散を計算することができる。したがって、NJOY を用いる際には評価済み核データファイルと計算条件を指定するファイルの 2 つを入力として与えることとなる。ここで、入力ファイルの作成で特に注意する点としては、計算条件の入力ファイルで与える核種の番号(MAT 番号)と与える評価済み核データファイルの核種を対応させること、計算条件における作成する多群断面積のエネルギー群構造を、炉心解析で使用する集合体計算コードの断面積ライブラリと一致させることなどが挙げられる。

次に、NJOY により微視的多群断面積の共分散を計算する際のモジュールの実行手順を示す。なお、ここで考慮する共分散データは、MF=31(平均発生中性子数の共分散)、MF=33(核反応断面積の共分散)、MF=35(核分裂スペクトルの共分散)である [8]。

(1) MODER により評価済み核データファイルをテキストからバイナリに変換する。これは、以降に行われる処理を高速化するためである。
(2) RECONR、BROADER、UNRESR、THERMR の順に処理を行う。これらは多群断面積の計算に必要な処理である。
(3) ERRORR により多群断面積の共分散(MF=33)を計算する。なお、ERRORR の処理の前に GROUPR による多群断面積の計算を行っていない場合は、ERRORR の処理の中で GROUPR と同様の処理により多群断面積が計算される。
(4) GROUPR により群ごとの核分裂あたりの平均発生中性子数と核分裂スペクトルを計算する。この処理は ERRORR によってこれらの共分散を計算する際に、前もって行う必要がある。

(5) ERRORR により群ごとの核分裂あたりの平均発生中性子数の共分散(MF=31)を計算する。
(6) ERRORR により群ごとの核分裂スペクトルの共分散(MF=35)を計算する。

以上の手順で、微視的多群断面積の共分散を計算する。

## C.2 使用した入力ファイル

以下に、本研究で使用した NJOY の入力ファイルを示す。なお、ファイル中の<<nuc>>、<<mat>>、<<temp>>はそれぞれ以下で置き換えて使用する。

<<nuc>>: アウトプットに表示させる核種名[24] (例: U235、Pu239)
<<mat>>: 核データファイルにおいて核種毎に定められた核種 ID (例: 9228、9437)
<<temp>>: 作成温度(K) (例: 600、900)

また、核データファイル中に核分裂断面積の共分散データを含まない核種の場合、下記入力ファイル中の最初の”groupr”から”stop”の間を削除する必要がある。

---

```
reconr
 -21 -22
 '<<nuc>> pendf for errorr problem from jendl-4.0'/
 <<mat>> 1 0 1 0/
 .005/
 '<<nuc>> from jendl-4.0'/
 0/

 broadr
 -21 -22 -23
 <<mat>> 1/
 .005/
 <<temp>>/
 0/

 unresr
 -21 -23 -24
 <<mat>> 1 1/
```

[24] NJOY の計算自体には関係しない

```
<<temp>>/
1.e10/
0/

thermr
0 -24 -25
0 <<mat>> 8 1 1 0 1 222 0
<<temp>>
.05 4.0

errorr
-21 -25 0 -26/
<<mat>> 1 5 1 1/
0 <<temp>>/
0 33/
70/
0.00001 0.005 0.01 0.015 0.02 0.025 0.03 0.035 0.042 0.05 0.058
0.067 0.08 0.1 0.14 0.18 0.22 0.25 0.28 0.3 0.32 0.35 0.4 0.5
0.625 0.78 0.85 0.91 0.95 0.972 0.996 1.02 1.045 1.071 1.097
1.123 1.15 1.3 1.5 1.855 2.1 2.6 3.3 4 9.877 15.968 27.7 48.052 75.5014
148.728 367.262 906.898 1425.1 2239.45 3519.1 5530 9118 15030 24780 40850
67340 111000 183000 302500 500000 821000 1353000 2231000 3679000 6065500
10000000

groupr
-21 -25 0 -27/
<<mat>> 1 0 5 0 1 1 1
'<<nuc>>'
<<temp>>/
1.e10/
70
0.00001 0.005 0.01 0.015 0.02 0.025 0.03 0.035 0.042 0.05 0.058
0.067 0.08 0.1 0.14 0.18 0.22 0.25 0.28 0.3 0.32 0.35 0.4 0.5
0.625 0.78 0.85 0.91 0.95 0.972 0.996 1.02 1.045 1.071 1.097
1.123 1.15 1.3 1.5 1.855 2.1 2.6 3.3 4 9.877 15.968 27.7 48.052 75.5014
148.728 367.262 906.898 1425.1 2239.45 3519.1 5530 9118 15030 24780 40850
```

```
67340	111000	183000	302500	500000	821000	1353000 2231000 3679000 6065500
10000000
 3 2/
 3 18/
 3 102/
 3 452/
 3 455/
 3 456/
 5 18/
 0/
 0/

 errorr
 -21 -25 -27 -28 -26/
 <<mat>> 1 5 1 1/
 0 31/
 70/
 0.00001	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.042	0.05	0.058
0.067	0.08	0.1 0.14	0.18	0.22	0.25	0.28	0.3 0.32	0.35	0.4 0.5
0.625	0.78	0.85	0.91	0.95	0.972	0.996	1.02	1.045	1.071	1.097
1.123	1.15	1.3 1.5 1.855	2.1 2.6 3.3 4	9.877	15.968	27.7	48.052	75.5014
148.728 367.262 906.898 1425.1	2239.45 3519.1	5530	9118	15030	24780	40850
67340	111000	183000	302500	500000	821000	1353000 2231000 3679000 6065500
10000000

 errorr
 -21 -25 -27 -29 -26/
 <<mat>> 1 5 1 1/
 0 35/
 70/
 0.00001	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.042	0.05	0.058
0.067	0.08	0.1 0.14	0.18	0.22	0.25	0.28	0.3 0.32	0.35	0.4 0.5
0.625	0.78	0.85	0.91	0.95	0.972	0.996	1.02	1.045	1.071	1.097
1.123	1.15	1.3 1.5 1.855	2.1 2.6 3.3 4	9.877	15.968	27.7	48.052	75.5014
148.728 367.262 906.898 1425.1	2239.45 3519.1	5530	9118	15030	24780	40850
67340	111000	183000	302500	500000	821000	1353000 2231000 3679000 6065500
```

10000000

stop

---

# Appendix D　一般化逆行列(Moore-Penrose 逆行列)

ここでは、一般化逆行列の定義及びその計算方法について説明する。

## D.1　定義

$m \times n$ 行列 **A** に対し、**A** の随伴行列[25]を A*とするとき、以下の条件を満足する行列 $\mathbf{A}^{+}$はただ一つに定まり、この行列 $\mathbf{A}^{+}$を一般化逆行列(Moore-Penrose 逆行列)という。

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^{+}\mathbf{A} = \mathbf{A} \tag{D-1}$$

$$\mathbf{A}^{+}\mathbf{A}\mathbf{A}^{+} = \mathbf{A}^{+} \tag{D-2}$$

$$\left(\mathbf{A}\mathbf{A}^{+}\right)^{*} = \mathbf{A}\mathbf{A}^{+} \tag{D-3}$$

$$\left(\mathbf{A}^{+}\mathbf{A}\right)^{*} = \mathbf{A}^{+}\mathbf{A} \tag{D-4}$$

行列 **A** が正則行列(正方行列かつ逆行列が存在する行列)の場合、逆行列 $\mathbf{A}^{-1}$ は以上の条件を満たす。したがって、一般化逆行列は、逆行列の概念を非正則行列に拡張したものと捉えることができる。

## D.2　計算方法

一般化逆行列は 2.2.3 節で説明した特異値分解を利用して求めることができる。$m \times n$ 実行列 **A** の一般化逆行列 $\mathbf{A}^{+}$を求めるとする。まず、行列 **A** の特異値分解は次式で表される。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^{T} \tag{D-5}$$

ここで、**U** は $m \times m$ 直交行列、**V** は $n \times n$ 直交行列であり、**S** は対角成分が行列 **A** の特異値である $m \times n$ 行列である。このとき、一般化逆行列 $\mathbf{A}^{+}$は **U**、**V** および **S** を用いて次式で表される。

$$\mathbf{A}^{+} = \mathbf{V}\mathbf{S}^{+}\mathbf{U}^{T} \tag{D-6}$$

(D-6)式が成り立つことは D.1 節に示した定義から確認できる。(D-6)式右辺の行列 **S** の一般化逆行列 $\mathbf{S}^{+}$は、行列 **S** から簡単に求めることができる。以下、$\mathbf{S}^{+}$について説明する。

[$\mathbf{S}^{+}$の計算方法]

行列 **S** は、その対角に行列 **A** の特異値を持つ行列である。ここで、行列 **A** の特異値は行

[25] **A** を転置し、個々の要素の複素共役をとった行列。**A** が実行列(要素が実数のみの行列)の場合は、転置行列と読み替えて良い。

列 $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ の固有値の平方根をとった値と言い換えることができる。すなわち、行列 $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ の固有値を $\lambda_i$ $(i = 1,2,...n$: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_n \geq 0)$ とすると、行列 $\mathbf{A}$ の特異値 $\sigma_i$ は、

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (i = 1,..., \min(m,n): \because rank(\mathbf{A}) \leq \min(m,n)) \tag{D-7}$$

と定義される。したがって、(D-5)式の行列 $\mathbf{S}$ は次のように表される。

$$\mathbf{S} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \sigma_n \\ & \mathbf{0} & \end{bmatrix} & (m \geq n) \\ \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \mathbf{0} & \\ & \ddots & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & \sigma_m & \end{bmatrix} & (m < n) \end{cases} \tag{D-8}$$

ここで、一般化逆行列には以下の性質がある。

$$rank(\mathbf{A}) = n \Leftrightarrow \mathbf{A}^+\mathbf{A} = \mathbf{I}_n \tag{D-9}$$

$$rank(\mathbf{A}) = m \Leftrightarrow \mathbf{A}\mathbf{A}^+ = \mathbf{I}_m \tag{D-10}$$

この性質から、行列 $\mathbf{S}$ の一般化逆行列 $\mathbf{S}^+$ は次式で表される。

$$\mathbf{S}^+ = \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & & \mathbf{0} & \\ & \ddots & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & \frac{1}{\sigma_n} & \end{bmatrix} & (m \geq n) \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \frac{1}{\sigma_m} \\ & \mathbf{0} & \end{bmatrix} & (m < n) \end{cases} \tag{D-11}$$

$\mathbf{S}^+$ は $n \times m$ 行列である。したがって、行列 $\mathbf{S}$ の各要素の逆数をとることで一般化逆行列 $\mathbf{S}^+$ を求めることができる。以上より、行列 $\mathbf{A}$ の特異値分解を行うことにより、一般化逆行列は簡単に計算することができる。

# Appendix E　RS 法を用いた断面積調整法における調整後断面積の統計誤差の推定

## E.1　概要

RS 法を用いた断面積調整法の従来法と比較したときのデメリットとして、乱数を用いることにより調整後の断面積に統計的な不確かさが存在することが挙げられる。調整結果の統計精度が十分かといった議論を行うためには、調整後断面積に存在する統計的な不確かさを定量的に評価する必要がある。そこで、リサンプリング法と呼ばれる統計手法を用いた調整後断面積の統計的不確かさの推定を検討した。リサンプリング法とは、母集団からサンプリングして得られた標本データを利用して、そこからさらに疑似的な標本データを複数作成し、この疑似標本の情報を用いて標本データから得られる統計量のばらつき等を調べる方法である。リサンプリング法による分散推定のイメージを図 E-1 に示す。通常、標本データを利用して母集団の統計量を推定する場合、用いる標本(標本のサンプリングの仕方)によって統計量の推定結果にばらつきが生じる。例えば、標本から推定された平均や分散といった値には、それらが標本から求められたことに起因してさらに分散(不確かさ)が付随することとなる。このようなばらつきは、仮に母集団が正規分布で平均や分散のような典型的な統計量である場合は理論的に計算することも可能であるが、一般的にひとつの標本からそのばらつきを推定するのは困難である。そこで、リサンプリング法では、標本を仮想的な母集団とみなして、標本からさらに疑似標本を多数作成する。そして、各疑似標本から得られる統計量のばらつきから、標本に起因する統計量のばらつきを推定する。

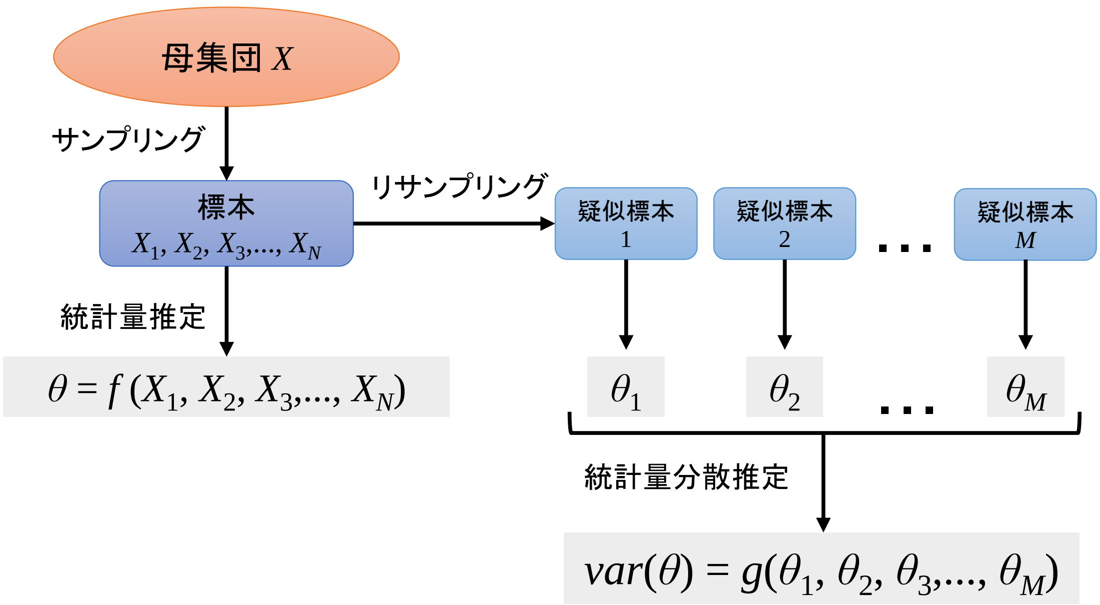



図 E-1　リサンプリング法による分散推定のイメージ

RS 法を用いた断面積調整法では、RS 法により得られたサンプル数 $N$ 個の断面積セット

とそれらを用いて解析を行うことにより得られる $N$ 個の核特性セットを用いて、調整後断面積は計算される。ここで、$N$ 個の断面積セットと $N$ 個の核特性セットを標本、調整後断面積を統計量と考えれば、リサンプリング法を用いて調整後断面積の分散を推定できる可能性がある。本検討では、リサンプリング法としてジャックナイフ法とブートストラップ法について検討した[27]。ジャックナイフ法とブートストラップ法はどちらも一つの標本から疑似標本を多数作成するという点については同じであるが、リサンプリングの方法が異なる。両手法におけるリサンプリングのイメージをそれぞれ図 E-2、図 E-3 に示す。ジャックナイフ法では $N$ 個のデータからなる元の標本から一つデータを除いた $N$ - 1 個のデータから成る疑似標本とし、除くデータを変えた $N$ 個の疑似標本を作製する。一方でブートストラップ法では、標本内 $N$ 個のデータから重複を許してランダムに $N$ 回データを抽出して、$N$ 個のデータから成る疑似標本を作製する。この操作を任意の数だけ十分に繰り返して、多数の疑似標本を作製する。以下 E.2 と E.3 にて、分散推定における両手法の理論及び RS 法を用いた断面積調整法への適用方法を示す。

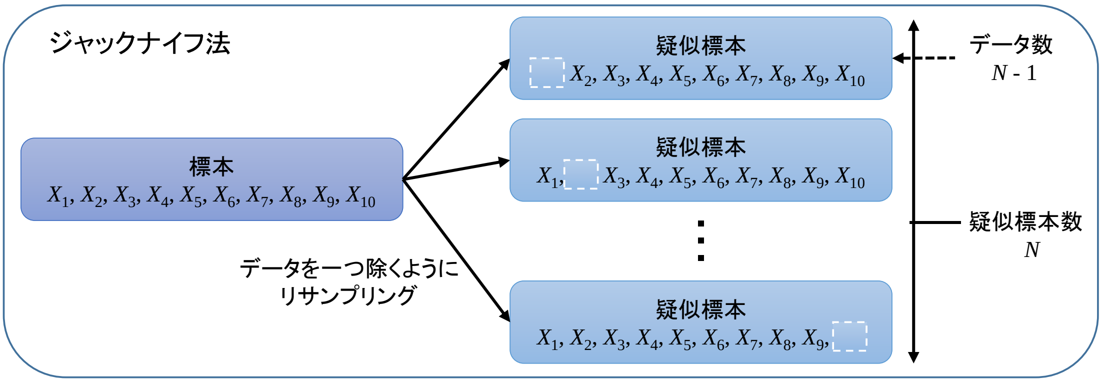



図 E-2　ジャックナイフ法におけるリサンプリングのイメージ

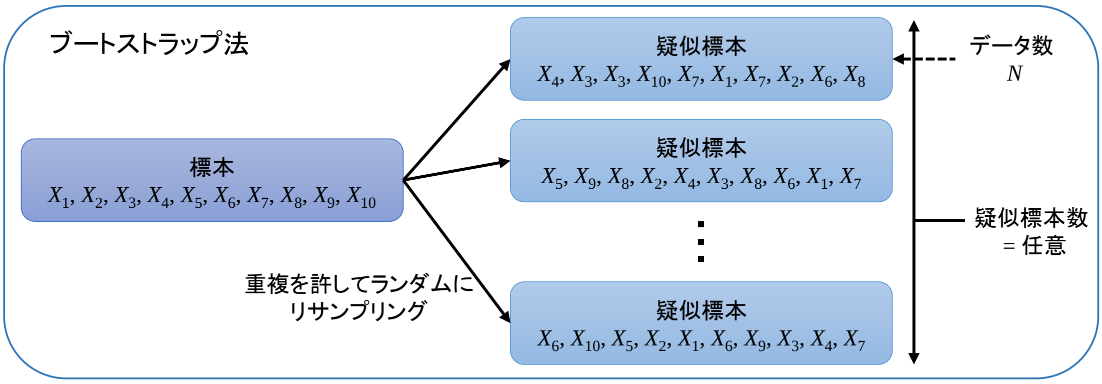



図 E-3　ブートストラップ法におけるリサンプリングのイメージ

## E.2　ジャックナイフ法

### E.2.1　理論

ある母数[26] $\theta$ に対する一致推定量[27] $\hat{\theta} = \hat{\theta}(Y_1, \ldots, Y_n)$ を考える。ここで、$Y_1, \ldots, Y_n$ は母集団からの無作為標本で、また $\hat{\theta}$ の値は $Y_1, \ldots, Y_n$ の並べ替えに対して不変であると仮定する。$i$ 番目の標本 $Y_i$ を除いたときの推定量を $\hat{\theta}_{(i)} = \hat{\theta}(Y_1, \ldots, Y_{i-1}, Y_{i+1}, \ldots, Y_n)$ で表し、その平均を $\hat{\theta}_{(\cdot)} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} \hat{\theta}_{(i)}$ とすると、$\hat{\theta}$ の分散推定量は次式で計算できる。

$$\hat{\sigma}_J^2 = \frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(\cdot)})^2 \tag{E-1}$$

(E-1)式で定義される $\hat{\sigma}_J^2$ を $\hat{\theta}$ のジャックナイフ分散推定量という。以下に、標本平均の場合の例を示す。

(例)

$\hat{\theta}$ を標本平均 $\hat{\theta} = \bar{Y} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} Y_i$ とすれば、$\hat{\theta}_{(i)}$ と $\hat{\theta}_{(\cdot)}$ はそれぞれ、

$$\hat{\theta}_{(i)} = \frac{1}{n-1}\left(\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - Y_i\right) = \frac{1}{n-1}\left(n\bar{Y} - Y_i\right) \tag{E-2}$$

$$\hat{\theta}_{(\cdot)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{\theta}_{(i)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n-1}\left(n\bar{Y} - Y_i\right)\right) = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}\bar{Y} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) = \frac{1}{n-1}\left(n\bar{Y} - \bar{Y}\right) = \bar{Y} \tag{E-3}$$

と計算でき、よって $\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(\cdot)}$ は次式で表される。

$$\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(\cdot)} = \frac{1}{n-1}\left(n\bar{Y} - Y_i\right) - \bar{Y} = \frac{1}{n-1}\left(\bar{Y} - Y_i\right) \tag{E-4}$$

したがって、$\hat{\theta}$ を標本平均の場合、(E-1)式の分散は次式となる。

$$\hat{\sigma}_J^2 = \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n-1}\left(\bar{Y} - Y_i\right)\right)^2 = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2\right) = \frac{\sigma_Y^2}{n} \tag{E-5}$$

(E-5)式は標本平均の分散を表していることが分かる。

### E.2.2　RS 法に基づく断面積調整法への適用手順

RS 法を用いた断面積調整法において、ある RS 法で得られた断面積ベクトル $\mathbf{T}_i$ とそれを用いて計算した核特性解析値ベクトル $\mathbf{R}_c(\mathbf{T}_i)$ のセットを 1 つのサンプル $Y_i = (\mathbf{T}_i, \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_i))$ と考えれば、調整後断面積セット $\mathbf{T}_{adj}$ は $N$ 個のサンプルから計算される統計量

[26] 母集団の確率分布を特徴付ける量(例えば平均、分散など)

[27] 標本(サンプル)数が大きくなるにつれてその値に収束する推定量

$\hat{\theta} = \hat{\theta}((\mathbf{T}_1, \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_1)), \ldots, (\mathbf{T}_N, \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_N)))$と考えることができる。したがって、調整後断面積に対してジャックナイフ法を以下の手順で適用できる。

1. サンプル断面積 $\mathbf{T}_i$ とサンプル核特性 $\mathbf{R}_c(\mathbf{T}_i)$の基準値 $\mathbf{T}_0$ と $\mathbf{R}_c(\mathbf{T}_0)$からの差異をそれぞれ $\delta\mathbf{T}_i = \mathbf{T}_i - \mathbf{T}_0$ 、$\delta\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_i) - \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_0)$ とする。$N$ 個のサンプルで構成される行列 $\mathbf{\Delta T} = [\delta\mathbf{T}_1, \ldots, \delta\mathbf{T}_N]$ と $\mathbf{\Delta R} = [\delta\mathbf{R}_1, \ldots, \delta\mathbf{R}_N]$に対して、$i$ 番目のサンプル(列)を除いた行列 $\mathbf{\Delta T}_{(i)}$ と $\mathbf{\Delta R}_{(i)}$ を作成し、$i$ 番目のサンプルを除いて得られる調整後断面積 $\mathbf{T}_{(i)}$ を次式で計算する。

$$\mathbf{T}_{(i)} = \mathbf{T}_0 + \left(\frac{1}{N-1}\mathbf{\Delta T}_{(i)}\mathbf{\Delta R}_{(i)}{}^T\right)\left[\left(\frac{1}{N-1}\mathbf{\Delta R}_{(i)}\mathbf{\Delta R}_{(i)}{}^T\right) + \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_m\right]^{-1}[\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_0)] \tag{E-6}$$

2. 手順 1 を $i = 1, \ldots, N$ まで繰り返し行い、$\mathbf{T}_{(1)}, \ldots, \mathbf{T}_{(N)}$ を得る。また、$\mathbf{T}_{(1)}, \ldots, \mathbf{T}_{(N)}$ の平均 $\mathbf{T}_{(\cdot)}$ を次式で計算する。

$$\mathbf{T}_{(\cdot)} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{T}_{(i)} \tag{E-7}$$

3. 次式で、調整後断面積のジャックナイフ分散推定量(統計誤差共分散行列) $\mathbf{\Sigma}_J$ を計算する。

$$\mathbf{\Sigma}_J = \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\mathbf{T}_{(i)} - \mathbf{T}_{(\cdot)})(\mathbf{T}_{(i)} - \mathbf{T}_{(\cdot)})^T \tag{E-8}$$

## E.3　ブートストラップ法

### E.3.1　理論

ある累積分布関数 $F(y)$ を持つ母集団からの無作為標本 $Y_1, \ldots, Y_n$ に対して、

$$F_n(y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta(Y_i \le y) \tag{E-9}$$

を経験分布関数という。ここで $\delta(Y_i \le y)$ は指標関数で、$Y_i \le y$ のときに 1、そうでなければ 0 である[28]。$n$ が大きいときに $F_n(y)$ は $F(y)$ の良い近似となることが知られている。

真の分布 $F = F(y)$ のもとでの期待値を $E_F$ で表すとすると、推定量 $\hat{\theta} = \hat{\theta}(Y_1, \ldots, Y_n)$ の分散は次式のように書ける。

[28] つまり(4-9)式の $\sum_{i=1}^{n}\delta(Y_i \le y)$ は $Y_i \le y$ を満たす $Y_i$ の数のカウントであり、それを $n$ で除することにより、(4-6)式は標本数 $n$ に対する $Y_i \le y$ を満たす $Y_i$ の数の割合に相当する量になる。

$$\sigma^2 = E_F\left(\hat{\theta} - E_F\left(\hat{\theta}\right)\right)^2 \tag{E-10}$$

ただし $F$ は不明なので、$\sigma^2$ も不明である。ここで $n$ がある程度大きいとき、真の分布 $F$ を無作為標本 $Y_1,\ldots,Y_n$ から得られた経験分布 $F_n = F_n(y)$ で近似できるので、次の(E-11)式

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_b^2 &= E_{F_n}\left(\hat{\theta}^* - E_F\left(\hat{\theta}^*\right)\right)^2 \\ &= E_{F_n}\left(\hat{\theta}(Y_1^*,\ldots,Y_n^*) - E_F\left(\hat{\theta}(Y_1^*,\ldots,Y_n^*)\right)\right)^2\end{aligned} \tag{E-11}$$

が $\sigma^2$ の推定量となる。ここで、$\hat{\theta}^* = \hat{\theta}(Y_1^*,\ldots,Y_n^*)$ は経験分布 $F_n$ から得られる推定量でブートストラップ統計量(推定量)といわれるものであり、また $Y_1^*,\ldots,Y_n^*$ は経験分布 $F_n$ からの無作為標本でブートストラップ標本とよばれる。(E-11)式で定義される推定量 $\hat{\sigma}_b^2$ はブートストラップ分散推定量とよばれる。

通常の場合、(E-11)式のブートストラップ分散推定量を理論的に求めることができないため、次のモンテカルロ近似を利用する。

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_b^2 &\approx \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}\left(\hat{\theta}^{*b} - \bar{\theta}^*\right)^2 \\ &= \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}\left(\hat{\theta}(Y_1^{*b},\ldots,Y_n^{*b}) - \bar{\theta}^*\right)^2\end{aligned} \tag{E-12}$$

ただし $Y_1^{*b},\ldots,Y_n^{*b}$ は $b$ 回目のリサンプリングで得られたブートストラップ標本であり、$\hat{\theta}^{*b} = \hat{\theta}(Y_1^{*b},\ldots,Y_n^{*b})$ はこれに基づくブートストラップ統計量、また $\bar{\theta}^* = B^{-1}\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}^{*b}$ は $B$ 個のブートストラップ統計量の平均を表している。すなわち、次のアルゴリズムにより、ブートストラップ分散推定量のモンテカルロ近似を算出する。

1. データ $y_1,\ldots,y_n$ から無作為復元抽出を $n$ 回行い、大きさ $n$ のブートストラップ標本 $Y_1^{*b},\ldots,Y_n^{*b}$ を構成し、ブートストラップ統計量 $\hat{\theta}^{*b} = \hat{\theta}(Y_1^{*b},\ldots,Y_n^{*b})$ を計算する。
2. 適当なブートストラップ反復回数 $B$ を決め、手順 1 を $B$ 回繰り返すことにより $\hat{\theta}^{*1},\ldots,\hat{\theta}^{*B}$ を計算する。またブートストラップ統計量の平均値を、$\bar{\theta}^* = B^{-1}\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}^{*b}$ により計算する。
3. 手順 2 に基づき、ブートストラップ分散推定量を次式により計算する。

$$\hat{\sigma}_b^2 \approx \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}\left(\hat{\theta}^{*b} - \bar{\theta}^*\right)^2 \tag{E-13}$$

以上の手順で、どんなに複雑な統計量の分散も推定することができる。ただし、(E-11)式とそれのモンテカルロ近似である(E-12)式の違いは注意しておく必要がある。また、ブートストラップ反復回数 $B$ は標本数 $n$ の大きさと推定量の複雑さに応じて適切に定める必要があり、一般に $n$ が大きいほど $B$ も大きくとる必要がある。

### E.3.2 RS 法に基づく断面積調整法への適用手順

RS 法を用いた断面積調整法に対して、以下の手順でブートストラップ法を適用する。

1. サンプル断面積及びサンプル核特性の基準値からの差異の $N$ 個のセット $(\delta\mathbf{T}_1, \delta\mathbf{R}_1),\ldots,(\delta\mathbf{T}_N, \delta\mathbf{R}_N)$ から重複を許してリサンプリングを $N$ 回行い、$N$ 列の行列 $\mathbf{\Delta T}^b$ と $\mathbf{\Delta R}^b$ を作成し、それらを用いて調整後断面積を次式で計算する。

$$\mathbf{T}'^b = \mathbf{T}_0 + \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T}^b \mathbf{\Delta R}^{bT}\right)\left[\left(\frac{1}{N-1}\mathbf{\Delta R}^b \mathbf{\Delta R}^{bT}\right) + \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_m\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_c(\mathbf{T}_0)\right] \quad \text{(E-14)}$$

2. 適当なブートストラップ反復回数 $B$ を決め、手順 1 を $B$ 回繰り返すことにより $\mathbf{T}^1,\ldots,\mathbf{T}^B$ を計算する。また、$\mathbf{T}^1,\ldots,\mathbf{T}^B$ の平均 $\overline{\mathbf{T}}$ を次式で計算する。

$$\overline{\mathbf{T}} = \frac{1}{B}\sum_{i=1}^{B}\mathbf{T}^i \quad \text{(E-15)}$$

3. 次式で、調整後断面積のブートストラップ分散推定量(統計誤差共分散行列) $\mathbf{\Sigma}_J$ を計算する

$$\mathbf{\Sigma}_b \approx \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}\left(\mathbf{T}^b - \overline{\mathbf{T}}\right)\left(\mathbf{T}^b - \overline{\mathbf{T}}\right)^T \quad \text{(E-16)}$$

## E.4 検証計算

### E.4.1 検証条件

3.3 節に示した検証 1 と同様の条件において検証計算を行った。すなわち、断面積数 420 (U-235 の捕獲、核分裂、散乱、$\nu$ と U-238 の捕獲と散乱の 5 種、70 群)、核特性数 1 (ピンセルの 0GWd/t における無限増倍率)の条件において、RS 法を用いた断面積調整法に対してジャックナイフ法とブートストラップ法を適用し、各サンプル数における調整後断面積の統計的不確かさ(標準偏差)を推定した。サンプル数は 20、50、200、500 の 4 つの場合を考え、それぞれの調整後断面積に対してリサンプリング法を適用し、サンプル数の違いによる統計的不確かさの大小について確認した。さらに、各サンプル数の場合について初期乱数を 100 回変えて RS 法を用いた断面積調整法を実施し、それぞれの調整後断面積の標準偏差をとることで調整後断面積の統計的不確かさの参照値を得た。この参照解とリサンプリング法により得られた調整後断面積の統計的不確かさを比較することで、RS 法を用いた断面積調整法に対するリサンプリング法の適用性を確認した。

### E.4.2 結果

図 E-4 にジャックナイフ法とブートストラップ法で得られたサンプル数 20、50、200、500

それぞれの場合の調整後断面積の統計的不確かさ(1 標準偏差)と初期乱数を変えて求めた統計的不確かさの参照解を示す。横軸が断面積の種類(3.3 節参照)で、縦軸が断面積の標準偏差で規格化された調整後断面積の統計的不確かさを示している。例えば、縦軸が 0.1 なら標準偏差の 10% (0.1$\sigma$)の統計的不確かさがあるということを意味している。

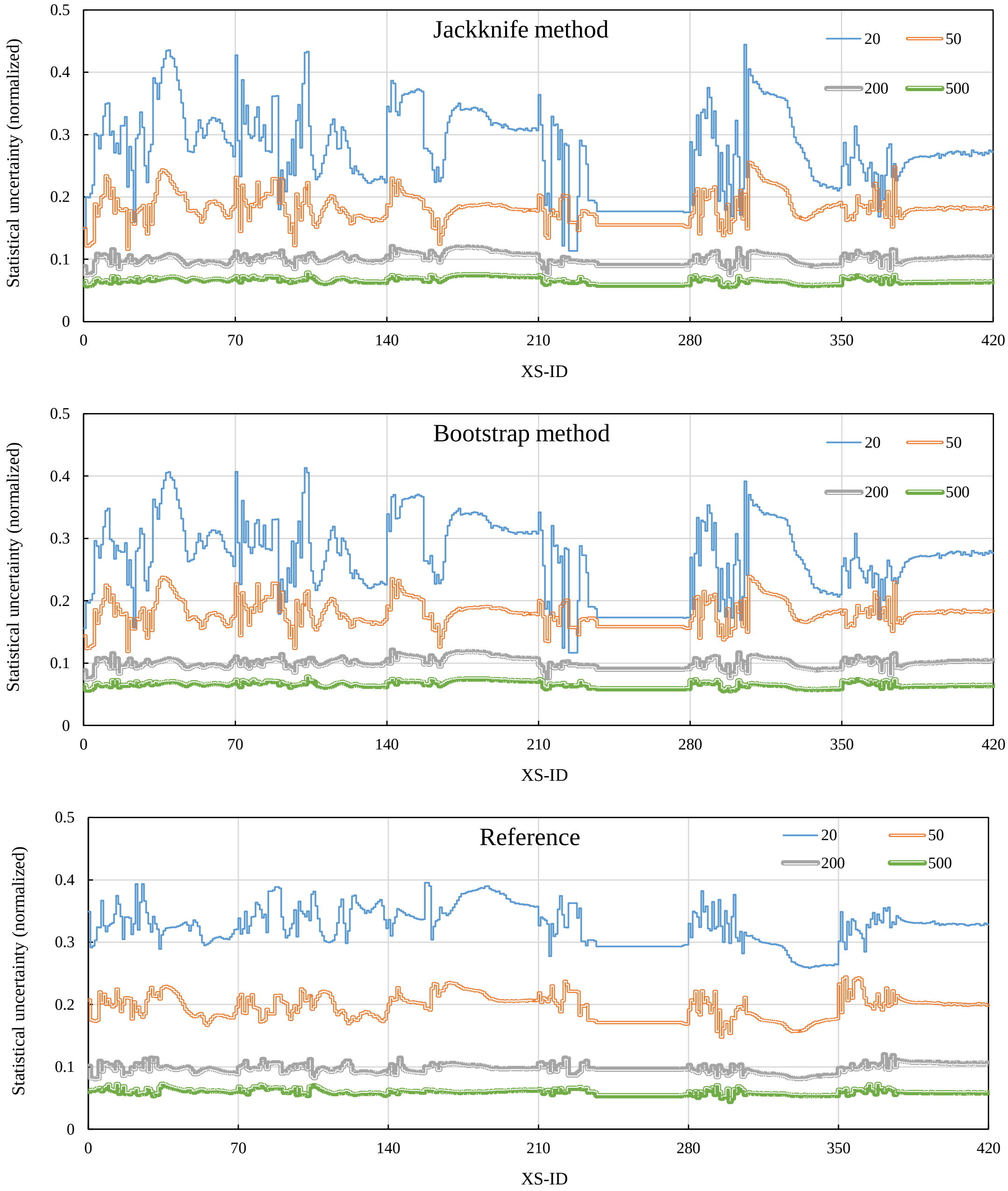



図 E-4　調整後断面積の統計誤差

(上からジャックナイフ法、ブートストラップ法、参照解)

図 E-4 より、ジャックナイフ法とブートストラップ法でほぼ同等の結果が得られており、

期待された通りサンプル数が多くなるほど統計的不確かさが小さくなっている。また、参照解と比較すると、リサンプリング法の場合の方が断面積毎に統計的不確かさにばらつきが大きいものの、全ての断面積を平均的に見れば、サンプル数毎に統計的不確かさの大きさは概ね近い値となっていることが確認できる。

ここで、図 E-4 に示した各断面積の統計的不確かさの平均値とサンプル数の関係を図 E-5 に示す。図 E-5 より、リサンプリング法と参照解の統計的不確かさは、両対数グラフにおいて線形に推移するという性質及びその大きさはほぼ一致している。この結果から、調整後断面積の統計的不確かさはおおよそサンプル数に依存しており、断面積の種類に対してはそれほど依存していない量であることが分かる。そして、全ての断面積を平均的に見れば、リサンプリング法は充分に統計的不確かさを推定できているといえる。

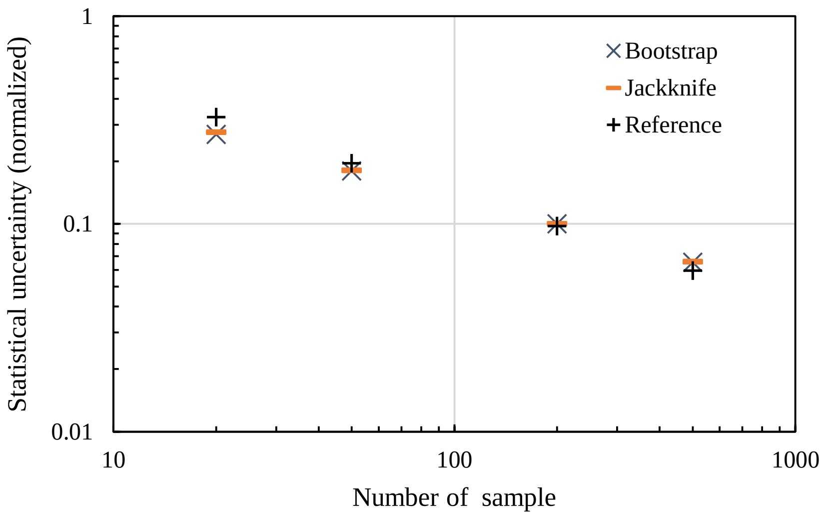



図 E-5　調整後断面積の統計誤差とサンプル数の関係

以上の結果から、リサンプリング法によって RS 法を用いた断面積調整法における調整後断面積の統計的不確かさを概ね推定できることが示された。特に、本検討より、断面積の統計的不確かさはその標準偏差で規格化することにより断面器の種類に依らずほぼ一定とみなせるため、リサンプリング法によって得られる個々の断面積の統計的不確かさを平均化することで精度よく評価できることが分かった。したがって、リサンプリング法を利用することで統計的不確かさを定量的に評価することで、必要なサンプル数を議論するといったことが可能になると考えられる[29]。

ちなみに、本検討よりジャックナイフ法とブートストラップ法は同等の結果が得られたことから、両手法とも適用可能であるといえる。ただし、本検討のようにサンプル数が数十

[29] 例えば、”図 E-5 よりサンプル数 200 の場合は統計的不確かさが断面積標準偏差の 1/10 と充分小さいため、サンプル数 200 は妥当である”、というような議論ができる。

〜数百という条件では、ジャックナイフ法の方がリサンプリングの回数が少なく済む。RS法を用いた断面積調整法に対してリサンプリング法を適用する場合、リサンプリングの数だけ行列演算による調整後断面積の計算を必要とすることから、特に断面積数や核特性数が多く行列の次元が大きい場合等は、できるだけリサンプリングの数は少ない方がよい。したがって、本検討の場合においては、計算コストという観点でジャックナイフ法の方がよりその適用が容易であるといえる。

## E.5　まとめ

RS 法を用いた断面積調整法に対してリサンプリング法の一種であるジャックナイフ法とブートストラップ法を適用し、調整後断面積に付随する統計的不確かさの推定を試みた。初期乱数を変えて複数回断面積調整の計算を行って得た統計的不確かさの参照解とリサンプリング法による結果を比較したところ、サンプル数に応じた統計的不確かさの大きさを概ね推定できることが明らかとなった。また、ジャックナイフ法とブートストラップ法の結果は同等であり、どちらも適用可能であることが示された。なお、本検討においては、計算コストという観点では、ブートストラップ法よりもジャックナイフ法が優位であった。

# Appendix F　低ランク近似を用いた数値誤差の低減及び調整量の安定化

RS 法に基づく断面積調整法における数値誤差の低減及び断面積調整量の安定化のため、核特性共分散行列に対する低ランク近似の適用性について検討した。

## F.1　検討 1: 数値誤差低減に関する検討

### F.1.1　概要

3.6 節に示した検証 4 において、断面積数 5040、核特性数 100（5 燃焼度点における 20 核種の原子個数密度）、サンプル数 50 という条件において、通常は断面積調整量が 1$\sigma$(1 標準偏差) 程度のオーダーのところ、数万というオーダーで調整量がばらつくという問題があった。図 3-23 に示した結果より、サンプル数の変化に伴う差異の推移からはずれて明らかに差異が大きいことから、このとき生じた差異はサンプル数が少ないことによる統計的な不確かさ以外の要因により生じている可能性が予想された。そして、考えられる要因として、扱う核特性数の増大及び相関の強い核特性を同時に多く扱うことによって、その逆行列の計算において数値的な誤差が生じた可能性を挙げた。そこで、本検討ではその調整量の異常値が核特性共分散行列の逆行列に起因していると仮定し、調整後断面積に生じた異常値を取り除くことを試みた。

### F.1.2　理論

上記の問題について、その要因が核特性共分散行列の逆行列であると推測した理由について理論的に説明する。RS 法を用いた断面積調整法の基礎式は(F-1)式で表される。

$$\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^T\right)\left[\mathbf{V}_R + \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_m\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{F-1}$$

ここで、$\mathbf{V}_R$ は次式で表される。

$$\mathbf{V}_R = \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R \Delta R}^T\right) + \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_m \tag{F-2}$$

核特性数を $m$ とすると、$\mathbf{V}_R$ で示した核特性共分散行列は $m \times m$ の対称行列である。本検討では $\mathbf{V}_R$ の逆行列 $\mathbf{V}_R^{-1}$ を一般化逆行列(Moore-Penrose 逆行列) $\mathbf{V}_R^{+}$で代用していることから、逆行列の計算は一般化逆行列の計算方法に従っている。Appendix D に示した一般化逆行列の計算方法より、$\mathbf{V}_R^{+}$は次式で表される。

$$\mathbf{V}_R{}^{+} = \mathbf{U}\mathbf{S}^{+}\mathbf{U}^T \tag{F-3}$$

ここで、行列 $\mathbf{S}$ の一般化逆行列 $\mathbf{S}^{+}$が現れるが、これは $\mathbf{S}$ が $m \times m$ の対角行列であることから、$\sigma_i$ は特異値として $\mathbf{S}^{+}$は次式で求められる。

$$\mathbf{S}^{+} = diag(\frac{1}{\sigma_1}, \frac{1}{\sigma_2}, ..., \frac{1}{\sigma_m}) \qquad \text{(F-4)}$$

ここで、(F-4)式において $\sigma_i$ に非常に小さな値が入ると、それにより(F-3)式の核特性の一般化逆行列の要素が非常に大きくなり、最終的に調整後断面積の値に異常値が含まれる可能性が考えられる。$\sigma_i$ に非常に小さな値が入るということは、つまり 0 に近い値が入るということであり、これは $\mathbf{V}_R$ が桁落ちしている状態に近い場合である。これは 3.6 節の検討 4 のように非常に相関の強い核特性を複数考慮しているような場合においてなり易いといえる。そこで、本検討では、核特性共分散の特異値($\sigma_1$,..., $\sigma_m$)のうちの下位のいくつかを取り除くことで、調整後断面積の異常値が改善されるかどうかを確認した。

### F.1.3　検証結果

3.6 節の検証 4 において異常値がみられたケース(核特性数 100、サンプル数 50 個)において、まずは核特性共分散行列の特異値を計算した。特異値を大きい順に並べて表示した結果を図 F-1 に示す。

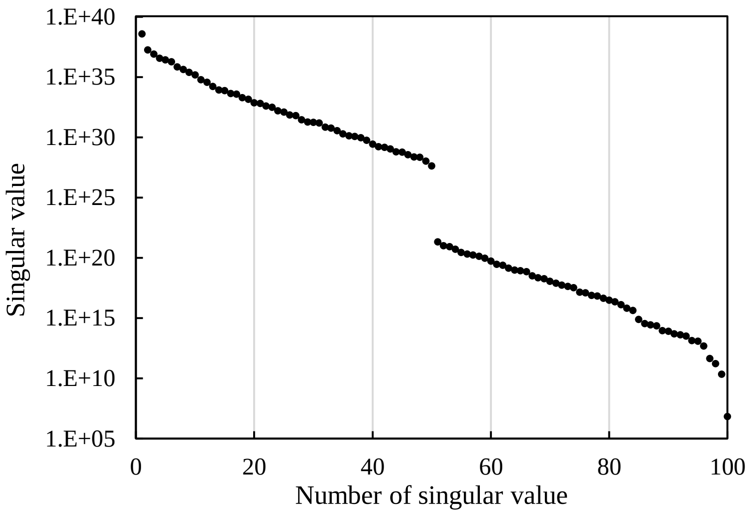



図 F-1　サンプル数 50 における核特性共分散行列の特異値

図 F-1 を見ると、特異値の大きさがかなり大きなオーダーであることが分かるが、この特異値の大きさは核特性の分散の大きさに依存しており、本検討では原子個数密度を用いているために大きな値となっている。また、横軸 50 を境に特異値の大きさに大きな隔たりがあるが、これはサンプル数が 50 であることに起因している。ここで比較として、サンプル数が 5000 の場合における核特性共分散行列の特異値を図 F-2 に示す。図 F-2 と図 F-3 を比較すると、サンプル数 50 の場合にのみ特異値数 50 での隔たりが見られることが分かる。サンプル数が 50 の場合は、100×100 の核特性共分散行列を 50 本の核特性ベクトル

から作成しており、つまりこれは 50 本の基底ベクトルで 100 次の正方行列を表していることに相当する。したがって核特性共分散行列のランクは理論上 50 であり、図 F-1 の 51 番目以上の特異値は本来無視しなければならない値であると考えられる。そして、この 51 ~ 100 番目の特異値が数値誤差の原因となっている可能性がある。

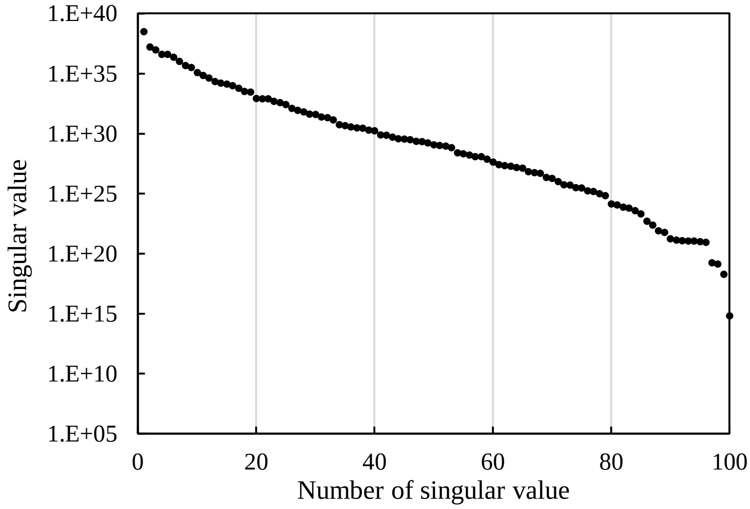



図 F-2　サンプル数 5000 における核特性共分散行列の特異値

図 F-1 の結果から、取り除く特異値の数を 1 ~ 50 の間で様々に変えて断面積調整を行い、各調整後断面積を比較した。代表として、特異値の小さい方からそれぞれ

(a)　50 個削減した場合(核特性共分散行列のランク $r$ = 50)

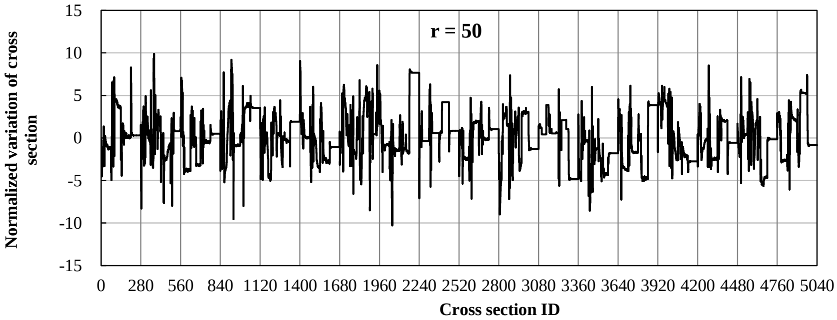
(b)　20 個削減した場合(核特性共分散行列のランク $r$ = 80)

(c)　5 個削減した場合(核特性共分散行列のランク $r$ = 95)

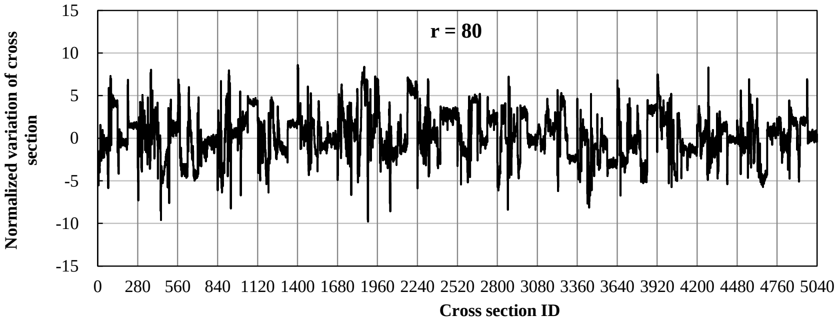
の 3 つのケースの調整後断面積を図 F-3 に示す。横軸は断面積の種類であり、縦軸は調整前を 0 としたときの調整後断面積の相対値であり、断面積の標準偏差で規格化している。

図 F-3 より、本来(特異値を削減しない場合)調整量が 10000$\sigma$ のオーダーであったのに比べて、全てのケースにおいて調整量が大きく低減していることが分かる。また、ケース(a)とケース(b)は比較的近い結果となり調整後断面積に異常値は見られなかった一方、ケース(c)では最大で 100$\sigma$ のオーダーとなり(a)/(b)に比べて大きくなるという結果となった。

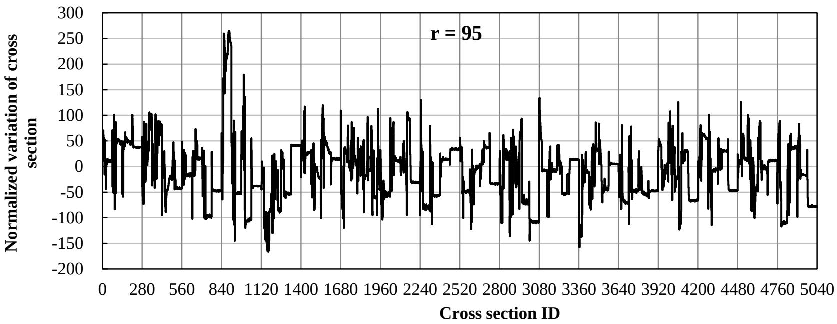
この結果から、低ランク近似を利用することで異常値の発生を防ぐことができることが分かり、このことから異常値の原因が核特性共分散行列にあった可能性が高いことが分かった。(c)だけが(a)/(b)よりも調整量が大きくなったことから、(c)は特異値の削減が十分でなかったと考えられる。




(a) 特異値を下位から 50 個カットした場合($r$ = 50)




(b) 特異値を下位から 20 個カットした場合($r$ = 80)




(c) 特異値を下位から 0 個カットした場合($r$ = 95)

Cross section ID
1-280: U-234
 1-70: capture
 71-140: fission
 141-210: scattering
 211-280: $\nu$
281-560: U-235
561-840: U-236
841-1120: U-238
1121-1400: Np-237
1401-1680: Pu-238
1681-1960: Pu-239
1961-2240: Pu-240
2241-2520: Pu-241
2521-2800: Pu-242
2801-3080: Am-241
3081-3360: Am-242
3361-3640: Am-243
3641-3920: Cm-242
3921-4200: Cm-243
4201-4480: Cm-244
4481-4760: Cm-245
4761-5040: Cm-246

図 F-3　低ランク近似を適用した場合の調整後断面積

最後に、参考として、横軸に行列のランク(100 から取り除いた特異値の数を差し引いたもの)、縦軸にサンプル数 10000 の場合を参照解としたときの調整後断面積差異の平均及び最大値をとったものを図 F-4 に示す(3.6.3 節図 3-23 と同様の形式)。ここでは $r$ = 50, 65, 80, 85, 90, 95, 99 の点で計算を行っている。図 F-4 より調整後断面積の差異が $r$ = 50 にほぼ漸近していることが分かる。この結果から、$r$ = 50 の結果が本来のサンプル数 50 の場合の調整結果であり、それよりも $r$ が大きい場合は逆行列の計算の際に数値的なノイズとして調整後断面積に悪影響を及ぼすことが示唆される。以上より、核特性数がサンプル数よりも

大きい場合は、核特性共分散行列の逆行列を計算する前に本手法によりランクをあらかじめサンプル数まで落としておくことが必要である。

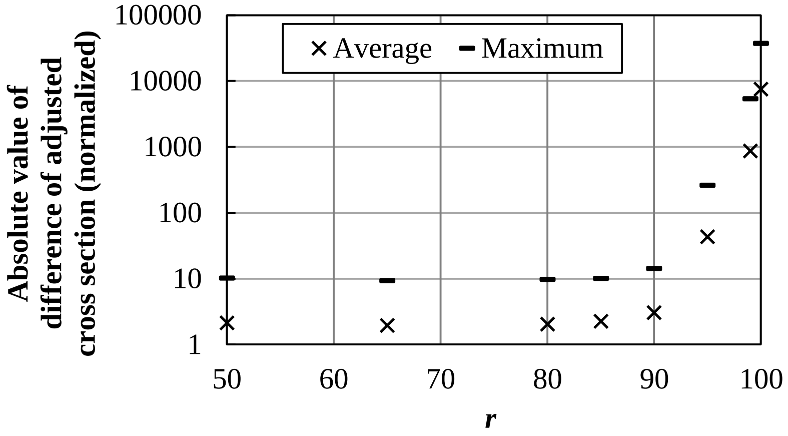



図 F-4　核特性共分散行列のランクに対する調整後断面積の参照解からの差異の平均および最大値 (参照解：サンプル数 10000 のときの調整後断面積)

## F.2　　検討 2: 断面積調整量の安定化(低減)に関する検討

### F.2.1　　概要

上記図 F-3(a)の調整量は、余分な特異値を削減することにより調整量のオーダーとしては適当な値になっているが、断面積の標準偏差と比べると調整量は大きく、断面積によっては調整後の断面積が負の値になっているものも存在する。この理由の一つとして、核特性数を 100 個といったように多くとると、その分だけ核特性の測定値と解析値間の差異の合計が大きくなることにより断面積の調整量が大きくなるということが考えられる。さらにサンプル数も 50 と少ないため、統計的な不確かさによるばらつきも大きくなっていると考えられる。したがって、安定な調整を行うためには、サンプル数に応じて考慮する核特性を選定して、必要最低限の核特性数にすることが望ましい。そこで、上記検討 1 ではランクをサンプル数である 50 まで小さくしたが、さらにランクを小さくすることで調整結果の安定化が可能かどうかを検討した。

### F.2.2　　理論

ここで、検討 1 で行った特異値を小さい順に 0 とみなすという操作は、数学的には低ランク近似と呼ばれる。低ランク近似とは、行列の変化が最小となるようにランクを低減する操作であり、すなわち、あるランク $r$ の行列 $\mathbf{A}$ について、特異値の小さい方から $r$ - $k$ 個を 0 とした(大きい方から $k$ 個残した)ランク $k$ の行列 $\mathbf{A}_k$ は、$k$ 以下のランクを持つすべての行列 $\mathbf{X}$ について、

$$\sum_i^n \sum_j^m \left(a_{ij} - x_{ij}\right)^2 \tag{F-5}$$

を最小化する。つまり、$\mathbf{A}_k$ は、$\mathbf{A}$ の最小二乗近似を与える。したがって、本検討の操作は、核特性共分散行列に対して低ランク近似を適用するということに相当する[30]。

また、核特性共分散行列に対して低ランク近似を適用するということは、核特性数を削減しているということにも相当する。これについて以下で説明する。

まず、逆行列を一般化逆行列で書き直した場合の RS 法を用いた断面積調整法基礎式は次式で表される。

$$\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^T\right)\mathbf{V}_R{}^+\left[\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{F-6}$$

核特性共分散行列 $\mathbf{V}_R$ に対して特異値分解を行うと、(F-6)式は次のように変形できる。

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_{adj} &= \mathbf{T}_0 + \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^T\right)\left(\mathbf{USU}^T\right)^+\left[\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \\ &= \mathbf{T}_0 + \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^T\mathbf{U}^{+T}\mathbf{S}^+\mathbf{U}^+\left[\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \\ &= \mathbf{T}_0 + \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T}\left(\mathbf{U}^+\mathbf{\Delta R}\right)^T\mathbf{S}^+\left[\mathbf{U}^+\mathbf{R}_e - \mathbf{U}^+\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right]\end{aligned} \tag{F-7}$$

ここで、$\mathbf{U}^+$が直交行列であることを利用すれば、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned}&\mathbf{UU}^T = \mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{E} \\ &\Rightarrow \mathbf{U}^+ = \mathbf{U}^T\end{aligned} \tag{F-8}$$

これを(F-7)式に代入することで、(F-9)式が得られる。

$$\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T}\left(\mathbf{U}^T\mathbf{\Delta R}\right)^T\mathbf{S}^+\left[\mathbf{U}^T\mathbf{R}_e - \mathbf{U}^T\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{F-9}$$

このように式変形した意味として、(F-9)式を見ると、核特性を行数もしくは要素数とする行列及びベクトルである $\mathbf{\Delta R}$、$\mathbf{R}_e$、$\mathbf{R}_c(\mathbf{T}_0)$の前にそれぞれ $\mathbf{U}^T$ がかかった形になっていることが分かる。これらそれぞれをひとまとまりとして見れば、(F-9)式の形は元の(F-6)式の形と対応していることが分かる。つまり(F-9)式では、核特性 $\mathbf{R}$ を $\mathbf{U}^T$ で変換した $\mathbf{U}^T\mathbf{R}$ がいわゆる見かけの核特性となり[31]、見かけの核特性共分散行列が $\mathbf{S}$ となる。このとき、$\mathbf{S}$ は対角行列であることから、核特性間の共分散に相当する非対角成分は 0 である。すなわち、(F-9)式は核

[30] F.1 で行った検討ではみかけのランク(100)を真のランク(50)まで落とすという操作であったため厳密には低ランク近似とはいえないかもしれないが、さらに 50 以下までランクを落とすのは紛れもなく低ランク近似である。

[31] $\mathbf{R}$ は核特性に関する行列・ベクトルを意味している。

特性を直交する向きに変換した形で表した式であり、$\mathbf{U}^T$ で変換された見かけの核特性は相関の無い形となっている。以上までは式変形を行っただけであるため、(F-9)式は(F-6)式と等価である。

次に、核特性共分散行列に対して低ランク近似を行うことを考える。核特性数を $m$ とすれば、はじめ行列 $\mathbf{S}$ のサイズは $m \times m$ であり、$\mathbf{R}$ の要素数もしくは行数は $m$ である。行列 $\mathbf{S}$ における特異値の小さい方から $m - r$ 個の特異値を 0 で置き換えるとすると、それに対応する特異ベクトルは計算過程において不要となる。したがって、この操作は、0 に置き換えた特異値とそれに対応する特異ベクトルを取り除くように行列 $\mathbf{S}$ と行列 $\mathbf{U}$ をそれぞれ $r \times r$ 行列と $m \times r$ 行列にサイズを圧縮することと同値である。このように圧縮された行列をそれぞれ $\mathbf{S}_r$ と $\mathbf{U}_r$ とすると、核特性共分散行列のランクが $r$ になるように低ランク近似を行った場合の基礎式は、次式で表される。

$$\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T}\left(\mathbf{U}_r{}^T \mathbf{\Delta R}\right)^T \mathbf{S}_r{}^+ \left[\mathbf{U}_r{}^T \mathbf{R}_e - \mathbf{U}_r{}^T \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \qquad \text{(F-10)}$$

このとき、$\mathbf{U}_r{}^T\mathbf{R}$ の行数および $\mathbf{S}_r$ のサイズ、すなわち核特性数に相当する数が $m \rightarrow r$ に減少したことから、低ランク近似により核特性数が削減しているといえる。ここで、低ランク近似では $\mathbf{S}$ の小さい方の特異値から無視しており、$\mathbf{S}$ は見かけの核特性共分散であることから、これは見かけの核特性の分散の小さい方から無視していることになる。見かけの核特性 $\mathbf{U}_r{}^T\mathbf{R}$ は特異ベクトル $\mathbf{U}_r$ の成分を係数とした核特性の線形結合で構成されることから、見かけの分散が小さいものは分散の小さな核特性が支配的であると予想される。従って、低ランク近似を適用することにより、傾向として分散の大きい核特性を残すように数学的に核特性数(次元)が削減されると考えられる。

### F.2.3　　適用性評価

F.1 の検討と同様の計算条件(断面積数 5040、核特性数 100、サンプル数 50)において、低ランク近似により 100→20 にランクを削減して、断面積調整を行った。図 F-5 に調整後断面積を示す。横軸が断面積の種類で、縦軸が断面積の標準偏差で規格化された調整量である。

図 F-5 を見ると、サンプル数 50 において、断面積の調整量が 4σ 以内に収まっており、F.1 図 F-3 に示した 100→50 にランクを低減した場合と比べてさらに調整量が小さくなっているのが分かる。この結果から、低ランク近似によって核特性数を削減することにより、断面積調整量を小さく抑えることが可能である。

また、ここでは見かけの核特性数を 20 としていることになるが、比較として 20 核種の 20GWd/t の核種原子個数密度のみ計 20 個の核特性を用いて断面積調整を行った場合を図 F-6 に示す。図 F-5 と図 F-6 を比較すると、両者の調整量はほぼ同程度であることが確認できる。この結果から、一概には言えないかもしれないが、低ランク近似によって見かけの核特性数を小さくすることにより、それと同じ核特性数を考慮した場合と同程度まで調整量を

抑えられたことになる。

ここで、さらに図 F-7 に、低ランク近似を行った際の核特性共分散行列のランクと断面積調整量の平均及び最大値の関係を示す。ここでは、$r$ = 1, 5, 10, 20, 30, 40, 50 の点で計算を行っている。

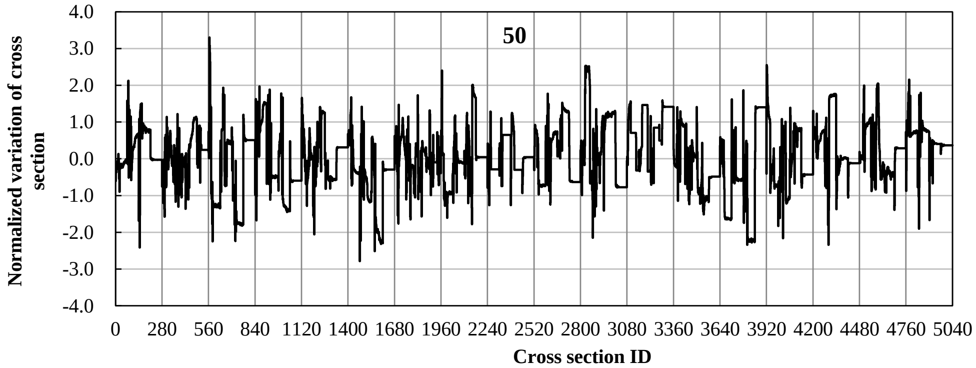



図 F-5 核特性共分散行列のランクを 100→20 に低減した場合の断面積調整量

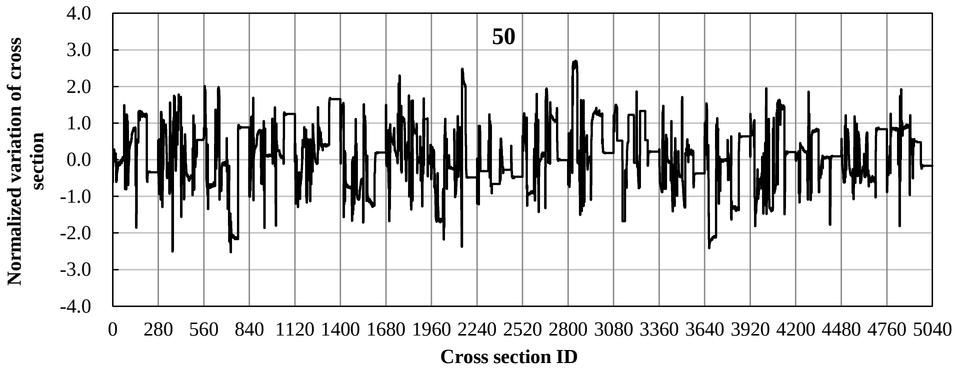



図 F-6 核特性数 20(20GWd/t の 20 核種の原子個数密度)の断面積調整量

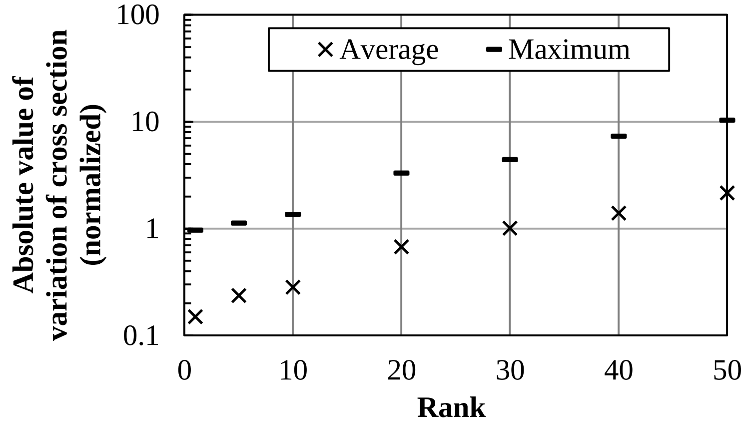
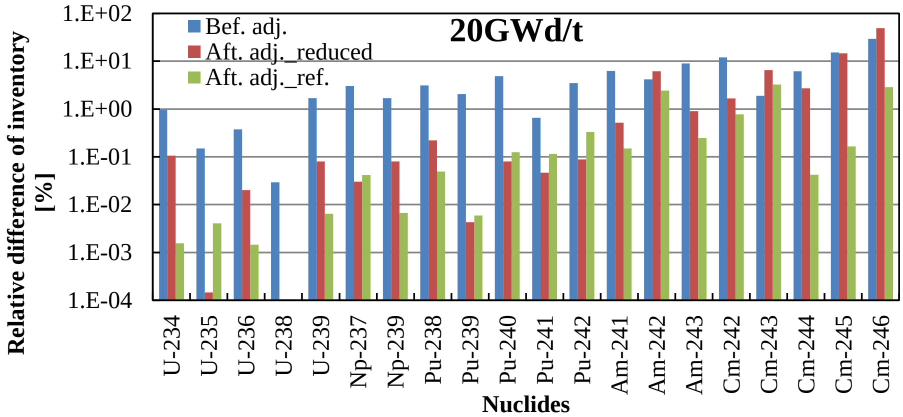



図 F-7 核特性共分散行列のランクに対する断面積調整量絶対値の平均及び最大値

図 F-7 より、ランクが小さくなるにつれて断面積調整量も小さくなっていることが分かる。この結果から、低ランク近似によりランクを落とすほど調整量を小さく抑えることが可能である。

次に、低ランク近似で 100 → 20 までランクを低減した場合に、その調整後断面積を用いた原子個数密度の解析値が仮想測定値にどの程度近づくのかを検討した。図 F-8 に、調整前と調整後それぞれにおける原子個数密度の解析値と仮想測定値との差異を示す。調整には 10,20,...50GWd/t の 5 点の燃焼度の原子個数密度を用いているが、ここでは代表として、20GWd/t と 50GWd/t の結果を示す。縦軸は仮想測定値からの差異を相対値[%]で示してある。さらに、比較として、図 F-8 には 20GWd/t の原子個数密度のみを考慮した核特性数 20 の場合の結果(Aft. adj._ref.)を示している。



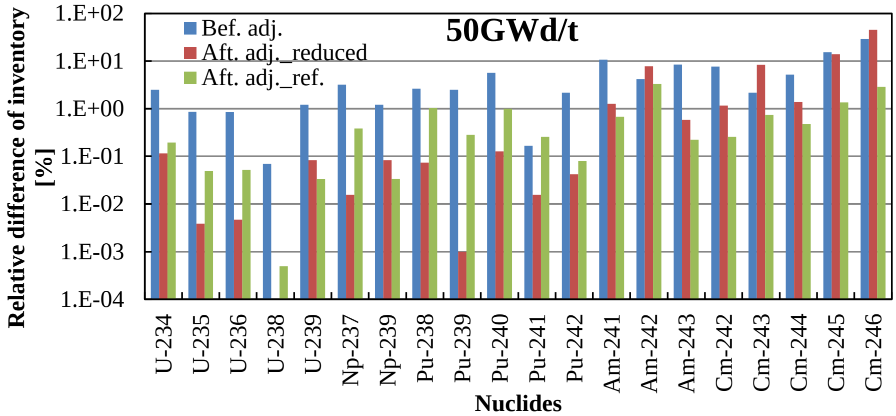




図 F-8 調整前と調整後の核種原子個数密度解析値と仮想測定値との差異

(上図：燃焼度 20 GWd/t、下図：燃焼度 50 GWd/t)

図 F-8 を見ると、低ランク近似を適用した場合(Aft. adj._reduced) は使用していない場合に比べて、Am や特に Cm の原子個数密度の差異が調整によってそれほど変化していない。

一方で、U や Pu といった核種は、低ランク近似を用いた場合の方が原子個数密度の差異が小さくなっている。これは、Am や Cm の原子個数密度の分散がより小さいために低ランク近似で情報が失われ、その分分散の大きい U や Pu の原子個数密度が考慮されたためと考えられる。このことから、低ランク近似を用いることで断面積調整量を抑えることができるが、ランクを落とす分だけ情報量が小さくなることに注意する必要があることが分かる。

### F.2.4　考察: 核特性の取り扱いにおける相対値と絶対値の違いの影響

上述のように、図 F-8 において U や Pu 等の差異が大きく低減した核種と Cm のようにあまり差異が変化しなかった核種の違いは、調整前の段階でのその原子個数密度の仮想測定値と解析値の差の大きさ[32]であると考えられる。ここで、図 F-9 に各燃焼度における原子個数密度の仮想測定値と調整前解析値の差異を示す。図 F-9 より、明らかに U や Pu の差異が大きいことが分かる。ただし、これは絶対差異で見ているためであり、相対差異(%)で見ると図 F-10 となる。図 F-10 より、Am や Cm といった核種の方が相対差異では大きいことが分かる。これは、はじめから体系に存在している核種や生成の上流にいる核種よりも、生成の下流にいる核種の方が断面積の不確かさの影響を受けやすく、相対差異としては大きくなりやすいためと考えられる。

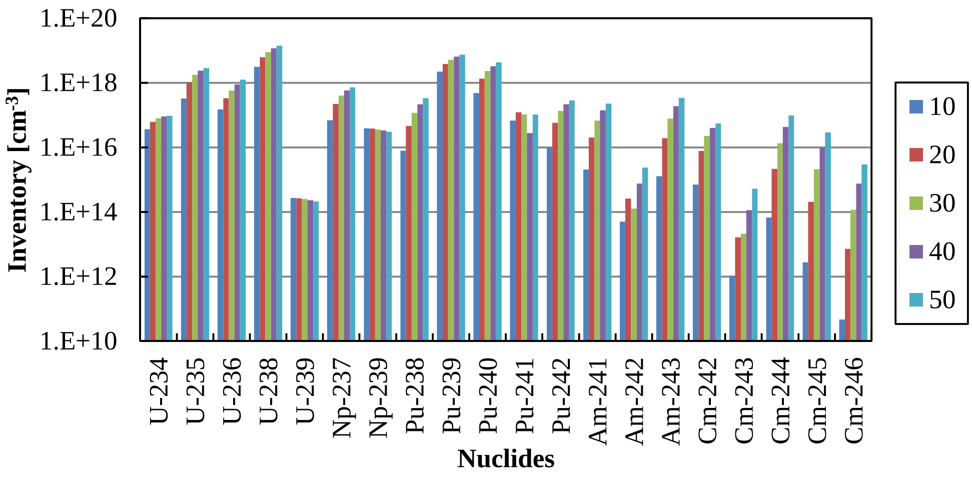



図 F-9　各燃焼度における原子個数密度の仮想測定値と調整前解析値の絶対差異

[32]これは分散の大きさともいえる

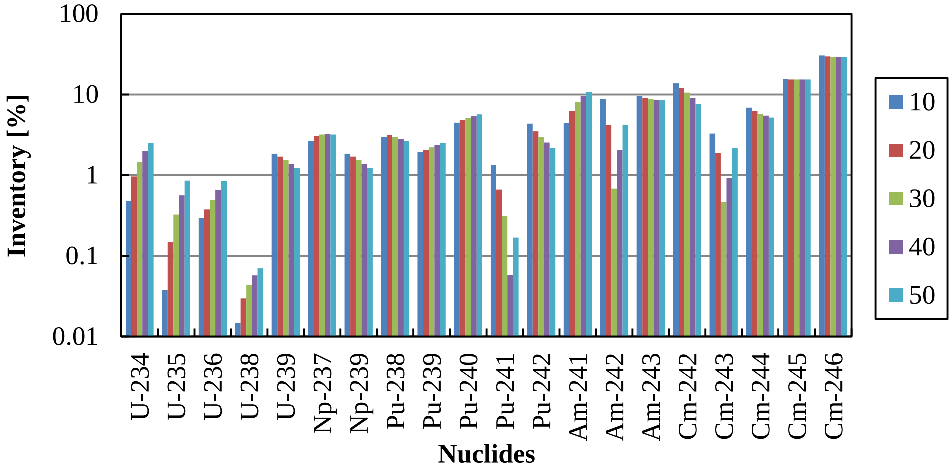



図 F-10　各燃焼度における原子個数密度の仮想測定値と調整前解析値の相対差異

本研究では、断面積調整の計算において、核特性を相対値ではなく絶対値で用いているため、低ランク近似によって Cm 等の絶対差異の小さい核種の情報が失われたが、仮に核特性を相対値に変換すれば、絶対差異ではなく相対差異に応じた結果になる可能性がある。そこで、核特性を相対値に変換したのちに低ランク近似を適用するという追加検討を行った。

核特性を相対値に変換するためには、まず低ランク近似の適用対象である核特性共分散を絶対共分散から相対共分散に変換する必要がある。相対共分散は絶対共分散を値の大きさで規格化した量であり、ある量 $X$、$Y$ の相対共分散 rcov($X$,$Y$)は絶対共分散 cov($X$,$Y$)と次のような関係を持つ。

$$\mathrm{rcov}(X,Y)=\frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{|X||Y|} \tag{F-11}$$

したがって、核特性の相対共分散行列を $\mathbf{V}_{R,r}$ とすると、絶対共分散行列 $\mathbf{V}_R$ を用いて次式で表される。

$$\mathbf{V}_{R,r}=diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)^{-1}\mathbf{V}_R diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)^{-1} \tag{F-12}$$

ここで、$diag(\mathbf{A}^T)$はベクトル $\mathbf{A}$ の各要素の対角行列を意味する。(F-12)式より、核特性絶対共分散行列の一般化逆行列は次式のように書ける。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{V}_R{}^{+} &= \left(diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)\mathbf{V}_{R,r}\,diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)\right)^{+} \\
&= diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)^{+}\mathbf{V}_{R,r}{}^{+}diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)^{+} \\
&= diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)^{-1}\mathbf{V}_{R,r}{}^{+}diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)^{-1}
\end{aligned}
\qquad \text{(F-13)}
$$

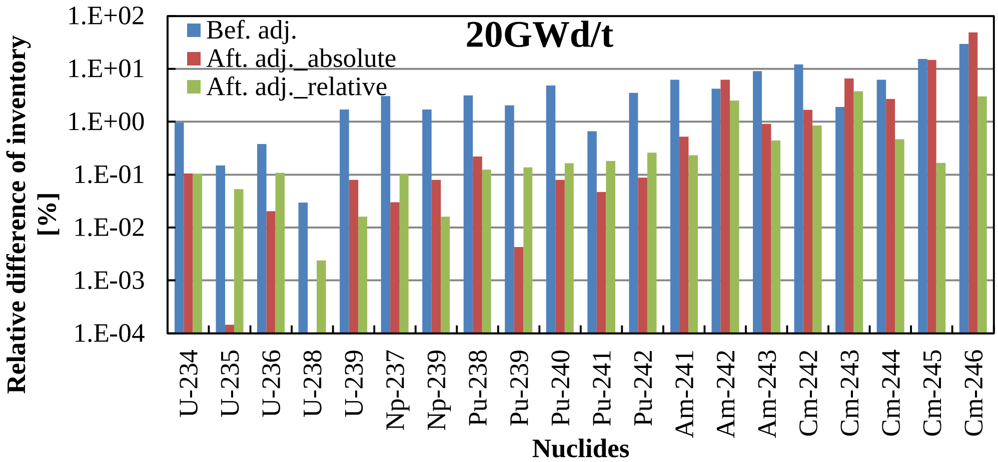
したがって、断面積調整法(F-6)式は次式のように変形できる。

$$
\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^T\right)diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)^{-1}\mathbf{V}_{R,r}{}^{+}diag\left(\mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)^T\right)^{-1}\left[\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_c\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \qquad \text{(F-14)}
$$

このようにして、核特性共分散を相対共分散に変形できる。(F-14)式の $\mathbf{V}_{R,r}$ の両側の *diag* はそれぞれ $\mathbf{\Delta R}$ と[$\mathbf{R}_e$-$\mathbf{R}_c$($\mathbf{T}_0$)]を相対値に変換しているとみなすことができ、これにより(F-14)式は核特性が全て相対値に変換されたことになる。本検討では、はじめに(F-14)式の形へ式変形を行い、その後 $\mathbf{V}_{R,r}$ に対して低ランク近似を適用することで、絶対値で取り扱った場合と比べて結果が変化するかどうかを確認した。

図 F-11 に、絶対共分散に対して低ランク近似を用いた場合(図 F-8)と、相対共分散行列に対して低ランク近似を用いた場合の比較を示す。ランクを 100→20 に削減して調整を行い、調整後断面積を用いた原子個数密度の解析値と仮想測定値の差異(20 及び 50GWd/t)を比較している。ここでのサンプル数は 50 である。

図 F-11 より、絶対共分散に対して低ランク近似を適用した場合は Cm の差異がほとんど減少していなかったが、相対共分散に対して低ランク近似を適用した場合は比較的差異が減少している。一方で、絶対差異の大きい U や Pu では逆に相対共分散を用いた場合のほうが差異の減少量が小さくなっている。この結果から、核特性を相対値で取り扱うことで、核特性の絶対差異(絶対共分散)ではなく相対差異(相対共分散)に応じた低ランク近似が可能であることが示された。



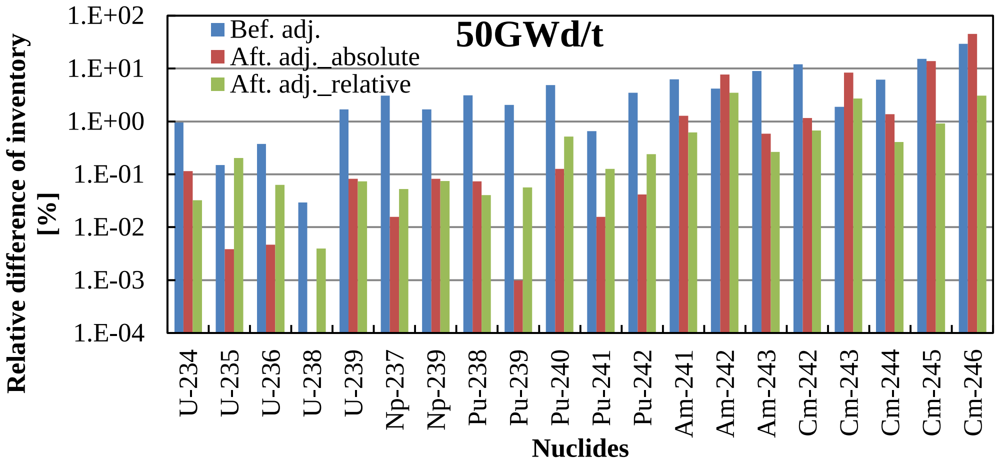




図 F-11　原子個数密度の解析値と仮想測定値の差異の絶対値/相対値間の比較
(上図：燃焼度 20 GWd/t、下図：燃焼度 50 GWd/t)

本検討では、核特性を原子個数密度のみ考慮していたため、核特性間で値のスケールがほぼ等しく、そのため絶対共分散と相対共分散の違いによる影響は小さい。このような場合において、仮に相対差異よりも絶対差異をより低減したいという場合においては、必ずしも相対値で取り扱う必要は無く、むしろ絶対値で取り扱うべき場合もある可能性がある。しかしながら、例えば無限増倍率と原子個数密度を同時に考慮するといったように、スケールの異なる様々な核特性を同時に考慮した際に低ランク近似を用いる場合は、低ランク近似の際に値の大きな核特性の影響が強くなってしまうため、このような場合においては相対で取り扱う必要があるといえる。

なお、低ランク近似を用いない通常の RS 法を用いた断面積調整法の場合は、核特性を絶対値と相対値のどちらで扱っても理論上結果は等しくなる[33]。したがって、本検討の相対値と絶対値の議論は低ランク近似を適用する際のものであることに注意する必要がある。

[33] ただし、あまりにスケールの異なる核特性を同時に考慮すると、数値的な誤差が生じやすくなる可能性が考えられるため、相対値で取り扱うのが無難といえる。

## F.3　まとめ

検討 1 より、サンプル数が核特性数よりも少ない場合、数値計算で一般化逆行列を計算する前に、低ランク近似を用いて核特性共分散行列のランクをサンプル数まで落としておくことにより、数値誤差が発生するのを防ぐことができることが示された。次に検討 2 より、低ランク近似を用いることで、共分散の大きい核特性を優先的に残すように核特性の次元を削減することができ、それにより断面積の調整量を小さく抑えることができることが示された。また、低ランク近似を用いて安定化を図る場合は、核特性共分散を絶対共分散か相対共分散のどちらに対して行うべきか注意する必要があることが分かった。以上より、低ランク近似は数値誤差低減及び断面積調整量の安定化のための手法として有効であることが示された。

本検討で行った核特性数削減という行為は、考慮する核特性の数はユーザーが選択できるものである以上、重要性としてはそれほど高くない。本手法が有用である可能性のある状況としては、利用可能な核特性が膨大にある中でその全てを考慮して調整を行うことが困難な場合(調整結果の不安定さや演算処理の問題等)である。このとき、経験や知識を元に用いる核特性を取捨選択する必要がなく、数学的な操作のみによって核特性数を削減できることが本手法の有用性であるといえる。また、本手法では核特性の線形結合によって見かけの核特性を構成していることから、通常は考慮するかしないか(0 or 1)である核特性を、本手法では部分的(0 ~ 1)に考慮していると捉えることができるため、単純に核特性数を減らす場合よりも、多くの核特性の情報を含んだ調整が行える可能性があるといえる。

# Appendix G　設計への適用を考慮した燃料集合体体系における検証

## G.1　本検証の概要

断面積調整法における最終的な目標は、核特性測定体系により調整した断面積を新たに設計炉心体系の解析に利用することで、設計炉心の核特性予測精度を向上させることである。そこで、本検証では燃料集合体体系を用いて測定体系での調整から設計体系への適用という流れをトレースすることにより、設計体系への適用を考慮した条件で RS 法を用いた断面積調整法の検証を実施した。

また、本検証ではさらに下記の二つの検討を実施した。

- 核特性間の相関に基づく設計体系の核特性補正(RS 法を用いたバイアス因子法)の検討
- 設計体系核特性の断面積起因不確かさ評価方法に関する検討

これらについては、次節で理論を交えて説明する。

## G.2　理論

### G.2.1　相関に基づく設計体系核特性の補正(RS 法を用いたバイアス因子法)

断面積調整法では、調整後の設計体系の核特性は、測定体系において得られた調整後断面積を用いて設計体系の解析を行うことにより得られる。しかし、この調整後の設計体系核特性は、RS 法によって得られる測定体系核特性と設計体系核特性の相関を利用することで、調整後断面積を用いることなく予測することができる。これを理論的に説明する。

まず、感度係数を用いた通常の断面積調整法で考える。断面積調整法において、測定体系における調整後断面積の式を再掲する。

$$\mathbf{T}_{adj} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T}\left[\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T} + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \quad \text{(再掲)(2-10)}$$

次に、この(2-10)式で得られた調整後断面積を用いたときの設計体系核特性を考える。このとき、設計体系核特性の解析値は、断面積と核特性間の線形近似により、次式で表すことができる。

$$\mathbf{R}_c^{(2)}\left(\mathbf{T}_{adj}\right) = \mathbf{R}_c^{(2)}\left(\mathbf{T}_0\right) + \mathbf{G}^{(2)}\left(\mathbf{T}_{adj} - \mathbf{T}_0\right) \quad \text{(G-1)}$$

ここで、$\mathbf{G}^{(2)}$は設計体系の感度係数である。(G-1)式に(2-10)式を代入すると次式が得られる。

$$\mathbf{R}_c^{(2)}\left(\mathbf{T}_{adj}\right) = \mathbf{R}_c^{(2)}\left(\mathbf{T}_0\right) + \mathbf{G}^{(2)}\mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T}\left[\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T} + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e^{(1)} - \mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \quad \text{(G-2)}$$

(G-2)式は、従来の断面積調整法において設計体系の感度係数を用いることで、設計体系の核特性を計算できることを意味している。すなわち、調整後断面積を用いて解析を行うことなく(G-2)式を用いて設計体系核特性を予測できることになる。ここで、(G-2)式中の$\mathbf{G}^{(2)}\mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)T}$は測定体系と設計体系の核特性の共分散に相当する量であり、これは RS 法を用いて推定可能である。したがって、(G-2)式は RS 法を用いた断面積調整法に拡張可能であ

る。(G-2)式をRS法に基づいて記述するには、まず(G-1)式にRS法を用いた断面積調整法基礎式(2-42)式を代入し、

$$\mathbf{R}_c^{(2)}\left(\mathbf{T}_{adj}\right)=\mathbf{R}_c^{(2)}\left(\mathbf{T}_0\right)+\frac{1}{N}\mathbf{G}^{(2)}\mathbf{\Delta T \Delta R}^{(1)T}\left[\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}+\mathbf{V}_e^{(1)}+\mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e^{(1)}-\mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{G-3}$$

そして、設計体系においてRS法を実施することで得られる断面積と核特性の関係式

$$\mathbf{\Delta R}^{(2)}=\mathbf{G}^{(2)}\mathbf{\Delta T} \tag{G-4}$$

を(G-3)式に代入することで得られる。

$$\mathbf{R}_c^{(2)}\left(\mathbf{T}_{adj}\right)=\mathbf{R}_c^{(2)}\left(\mathbf{T}_0\right)+\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(2)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}\left[\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}+\mathbf{V}_e^{(1)}+\mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\left[\mathbf{R}_e^{(1)}-\mathbf{R}_c^{(1)}\left(\mathbf{T}_0\right)\right] \tag{G-5}$$

この方法は、断面積の調整は考えずに、設計体系の核特性を直接補正する手法と捉えることができる。したがって、本手法は断面積調整法というよりはバイアス因子法の考え方に近い方法といえる。そこで、本研究ではこの方法を”RS法を用いたバイアス因子法”と呼ぶ。RS法を用いたバイアス因子法は設計体系においてもRS法を実施する必要があるため、RS法を用いた断面積調整法に比べて設計体系の解析をより多く必要とするが、断面積の調整を取り扱う必要が無いという利点がある。

なお、RS法を用いたバイアス因子法は、その式の形から、ベイズの理論に基づいている。また、断面積調整法から導出したことから分かるように、断面積と核特性間の線形性を仮定できる場合は、断面積調整法と理論的に等価であり、両手法による結果は等しくなると考えられる。そこで、本検証では、RS法を用いた断面積調整法とRS法を用いたバイアス因子法の結果を比較し、本手法の妥当性を検証した。

### G.2.2 設計体系核特性の断面積起因不確かさ評価方法について

2.4.2節において、RS法を用いた断面積調整法において、設計体系核特性の断面積起因不確かさは(2-44)式で計算できるとした。

$$\begin{aligned}\mathbf{G}^{(2)}\mathbf{M}_{adj}\mathbf{G}^{(2)T} &= \frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(2)}\mathbf{\Delta R}^{(2)T} \\ &\quad -\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(2)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}\left[\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}+\mathbf{V}_e^{(1)}+\mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(2)T}\end{aligned}$$

(再掲)(2-44)

この方法は、設計体系においてRS法を実施する必要があるため、RS法を用いた断面積調整法というよりは、むしろRS法を用いたバイアス因子法に近い方法といえる。

一方で、(2-44)式に示した方法以外の不確かさ予測方法として、得られた調整後の断面積共分散を用いて再度 RS 法を実施するという方法が考えられる。すなわち、(2-43)式に示した調整後断面積共分散に基づいてランダムサンプリングにより多数の断面積セットを取得し、それらを用いて”設計体系”で解析を行うことにより得られた多数の核特性セットを統計処理によって調整後断面積共分散に基づく核特性不確かさを評価する方法である。

$$\mathbf{M}_{adj}=\mathbf{M}-\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T\Delta R}^{(1)T}\right)\left[\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}\right)+\mathbf{V}_e^{(1)}+\mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T\Delta R}^{(1)T}\right)^T$$

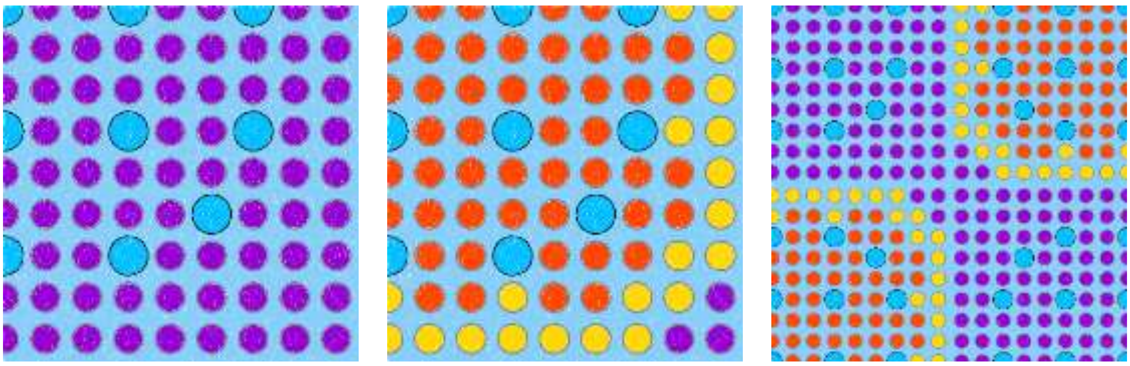
(再掲)(2-43)

この方法は従来の断面積調整法において $\mathbf{G}^{(2)}\mathbf{M}_{adj}\mathbf{G}^{(2)T}$ を直接推定していることに相当するため、この方法はより RS 法を用いた断面積調整法に近い方法であるといえる。そこで、本検証では、この二つの方法を比較することにより、適切な設計体系核特性不確かさ評価方法を検討した。

## G.3　　計算体系

本検証で用いた体系は以下の 3 つである。

- UO2 燃料集合体 (測定体系)
- MOX 燃料集合体 (測定体系)
- 上記の UO2 燃料集合体と MOX 燃料集合体を 2x2 で配置したもの (設計体系)



UO2 燃料集合体体系　　MOX 燃料集合体　　2x2 カラーセット体系

図 G-1　体系の模式図

## G.4　　検証条件

用いた核特性は、図 G-1 に示した全ての体系において未燃焼時の無限増倍率(k-inf)とした。そして、条件の異なる以下の 3 ケースで検証を実施した。

Case A: UO2 燃料集合体の無限増倍率で断面積を調整 → 2x2 体系(設計体系)への適用

Case B: MOX 燃料集合体の無限増倍率で断面積を調整 → 2x2 体系への適用

Case C: UO2 燃料集合体/MOX 燃料集合体の 2 つの無限増倍率で断面積を調整→ 2x2 体系へ

の適用
つまり、Case A/Case B は核特性数 1、Case C は核特性数 2 である。

集合体計算のための計算コードにはCASMO-4 を用いた。調整する断面積は重核種の 5040 個とした( 18 の重核種の捕獲、核分裂、散乱、$\nu$ の 4 種各 70 群)。サンプル数は 200 とした。また、調整のためとは別に RS 法で 10 個のライブラリを作成し、それらのライブラリでの測定体系/設計体系における解析値をそれぞれの体系での核特性仮想真値とし、測定体系における仮想真値を測定値とみなして調整を行った。最終的に、Case A ~ C の各条件において、調整後の設計体系核特性解析値と仮想真値の比較により、設計体系において予測精度が改善されるかどうか確認した。また、調整により設計体系核特性の不確かさがどのように低減されるかどうか確認した。

## G.5　結果・考察

### G.5.1　設計体系核特性の予測精度の評価

ここでは、断面積調整によって設計体系の核特性解析値がどのように変化するかを検討した。まず、調整が妥当であることを確認するため、Case A ~ C の調整後断面積を用いて測定体系の無限増倍率を再計算し、それが調整に用いた仮想測定値に近づいているかどうかを確認した。表 G-1 ~ G-3 に、各ケースの結果を示す。

表 G-1 ~ G-3 より、各ケースで調整に用いた体系の無限増倍率の仮想測定値との差異が、調整前と調整後で大きく低減している。これらの結果から、各ケースにおいて無限増倍率の解析値が仮想測定値に近づくような調整が行われていることが確認できる。

表 G-1　Case A 調整後断面積を用いた UO2 体系 k-inf 解析結果と仮想測定値との差異

| 仮想真値番号 | k-inf 仮想測定値 (UO2 体系) | 調整後 k-inf (Case A) | 仮想測定値との差異 | |
|---|---|---|---|---|
| | | | 調整前 | 調整後 |
| 1 | 1.29504 | 1.29504 | -3.8E-03 | 0 |
| 2 | 1.30435 | 1.30436 | 5.5E-03 | -1E-05 |
| 3 | 1.28907 | 1.28910 | -9.8E-03 | -3E-05 |
| 4 | 1.30375 | 1.30376 | 4.9E-03 | -1E-05 |
| 5 | 1.30814 | 1.30818 | 9.3E-03 | -4E-05 |
| 6 | 1.30203 | 1.30203 | 3.2E-03 | 0 |
| 7 | 1.31105 | 1.31111 | 1.2E-02 | -6E-05 |
| 8 | 1.29625 | 1.29625 | -2.6E-03 | 0 |
| 9 | 1.29923 | 1.29923 | 3.7E-04 | 0 |
| 10 | 1.28578 | 1.28583 | -1.3E-02 | -5E-05 |

(調整前解析値: 1.29886)

表 G-2　Case B 調整後断面積を用いた MOX 体系 k-inf 解析結果と仮想測定値との差異

| 仮想真値番号 | k-inf 仮想測定値 (MOX 体系) | 調整後 k-inf (Case B) | 仮想測定値との差異 | |
|---|---|---|---|---|
| | | | 調整前 | 調整後 |
| 1 | 1.17638 | 1.17639 | 5.2E-03 | -1E-05 |
| 2 | 1.18648 | 1.18664 | 1.5E-02 | -1.6E-04 |
| 3 | 1.16638 | 1.16640 | -4.8E-03 | -2E-05 |
| 4 | 1.18544 | 1.18558 | 1.4E-02 | -1.4E-04 |
| 5 | 1.16419 | 1.16424 | -7.0E-03 | -5E-05 |
| 6 | 1.18084 | 1.18090 | 9.7E-03 | -6E-05 |
| 7 | 1.16817 | 1.16818 | -3.0E-03 | -1E-05 |
| 8 | 1.16742 | 1.16743 | -3.7E-03 | -1E-05 |
| 9 | 1.15896 | 1.15910 | -1.2E-02 | -1.4E-04 |
| 10 | 1.15899 | 1.15912 | -1.2E-02 | -1.3E-04 |

(調整前解析値: 1.17115)

表 G-3　Case C 調整後断面積を用いた UO2/MOX 体系 k-inf 解析結果と仮想測定値との差異

| 仮想真値番号 | 調整後 k-inf (Case C) | | 仮想測定値との差異 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | UO2 体系 | | MOX 体系 | |
| | UO2 体系 | MOX 体系 | 調整前 | 調整後 | 調整前 | 調整後 |
| 1 | 1.29504 | 1.17639 | -3.8E-03 | 0 | 5.2E-03 | -1E-05 |
| 2 | 1.30437 | 1.18664 | 5.5E-03 | -2E-05 | 1.5E-02 | -1.6E-04 |
| 3 | 1.28910 | 1.16638 | -9.8E-03 | -3E-05 | -4.8E-03 | 0 |
| 4 | 1.30376 | 1.18557 | 4.9E-03 | -1E-05 | 1.4E-02 | -1.3E-04 |
| 5 | 1.30817 | 1.16428 | 9.3E-03 | -3E-05 | -7.0E-03 | -9E-05 |
| 6 | 1.30204 | 1.18089 | 3.2E-03 | -1E-05 | 9.7E-03 | -5E-05 |
| 7 | 1.31111 | 1.16822 | 1.2E-02 | -6E-05 | -3.0E-03 | -5E-05 |
| 8 | 1.29625 | 1.16743 | -2.6E-03 | 0 | -3.7E-03 | -1E-05 |
| 9 | 1.29923 | 1.15910 | 3.7E-04 | 0 | -1.2E-02 | -1.4E-04 |
| 10 | 1.28583 | 1.15908 | -1.3E-02 | -5E-05 | -1.2E-02 | -9E-05 |

次に、各ケースの調整後断面積を用いた設計体系(2x2 カラーセット体系)の無限増倍率解析結果を表 G-4 及び図 G-2 に示す。また、参考として各仮想真値の特徴を見るため、UO2 体系と MOX 体系の無限増倍率仮想真値と調整前解析値の差異を図 G-3 に示す。図 G-3 は、10 個の仮想真値が UO2 体系/MOX 体系でそれぞれ解析値よりも正側にあるのか負側にあるのかを表している。さらに参考として、直接法(5%前進差分)によって得られた UO2/MOX/2x2 体系それぞれにおける無限増倍率の感度係数を図 G-4 に示す。

表 G-4　調整後断面積を用いた設計体系(2x2 体系)の k-inf 計算結果と仮想真値との差異

| 仮想真値番号 | k-inf 仮想真値 | 調整後 k-inf | | | 仮想真値との差異 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Case A | Case B | Case C | 調整前 | Case A | Case B | Case C |
| 1 | 1.23175 | 1.22836 | 1.23374 | 1.23188 | 1.2E-03 | 3.4E-03 | -2.0E-03 | -1.3E-04 |
| 2 | 1.24163 | 1.23362 | 1.24004 | 1.24175 | 1.1E-02 | 8.0E-03 | 1.6E-03 | -1.2E-04 |
| 3 | 1.22363 | 1.22501 | 1.22760 | 1.22360 | -6.9E-03 | -1.4E-03 | -4.0E-03 | 3E-05 |
| 4 | 1.24083 | 1.23328 | 1.23939 | 1.24089 | 1.0E-02 | 7.6E-03 | 1.4E-03 | -6E-05 |
| 5 | 1.23049 | 1.23577 | 1.22627 | 1.23059 | -3E-05 | -5.3E-03 | 4.2E-03 | -1.0E-04 |
| 6 | 1.23740 | 1.23231 | 1.23651 | 1.23747 | 6.9E-03 | 5.1E-03 | 8.9E-04 | -7E-05 |
| 7 | 1.23411 | 1.23743 | 1.22869 | 1.23410 | 3.6E-03 | -3.3E-03 | 5.4E-03 | 1E-05 |
| 8 | 1.22727 | 1.22905 | 1.22823 | 1.22727 | -3.2E-03 | -1.8E-03 | -9.6E-04 | 0 |
| 9 | 1.22370 | 1.23073 | 1.22310 | 1.22378 | -6.8E-03 | -7.0E-03 | 6.0E-04 | -8E-05 |
| 10 | 1.2179 | 1.22317 | 1.22312 | 1.21801 | -1.3E-02 | -5.3E-03 | -5.2E-03 | -1.1E-04 |

(調整前解析値: 1.23052)

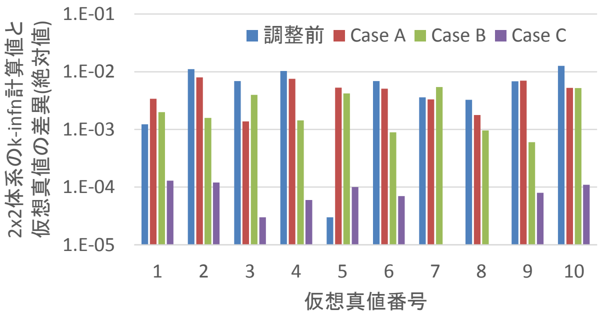



図 G-2 設計体系における無限増倍率仮想真値と解析値の差異(絶対値)

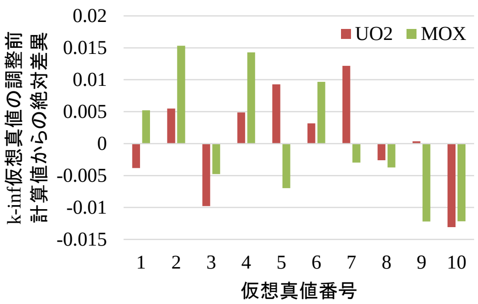



図 G-3 UO2/MOX 体系の無限増倍率仮想真値と調整前解析値の差異

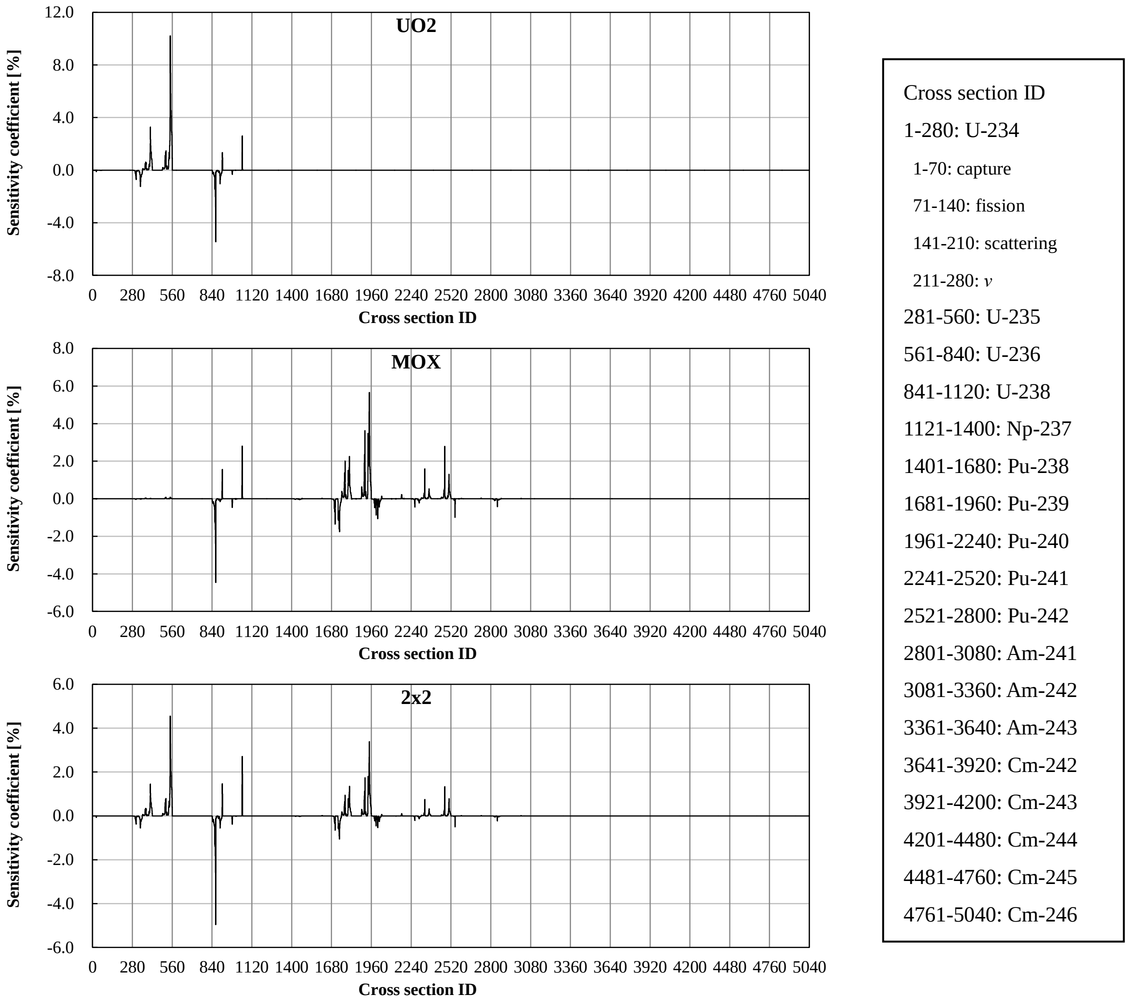



図 G-4　各体系における無限増倍率の感度係数(上から UO2 体系、MOX 体系、2x2 体系)

まず、表 G-4 及び図 G-2 から、以下のことが分かる。

- Case C はほぼ全ての仮想真値において差異が大きく低減している。
- Case A、Case B においても多くは減少しているが、その逆もある。
- Case A と Case B を比べると Case B のほうが差異を低減しているケースが多い。

図 G-4 の感度係数を見ると、2x2 体系の感度を基準として、UO2 体系は Pu に感度がなく、MOX 体系では U-235 に感度が無い。その結果、UO2 体系のみを用いる Case A では Pu の断面積は調整されず、一方で Case B では U-235 の断面積が調整されない。したがって、Case A/Case B では、十分に設計体系の無限増倍率の差異を低減できなかったと考えられる。一方で、Case C は、UO2 体系と MOX 体系を組み合わせることで、設計体系で感度の大きい断面積を全て調整することができ、その結果、設計体系においても無限増倍率の差異を低減できたと考えられる。

また、図 G-2 の結果を図 G-3 と関連付けてみると、以下の傾向がある。

- 図 G-3 の無限増倍率の仮想真値と調整前解析値の差異が大きい体系で調整を行った場合、図 G-2 の設計体系においても差異を低減できる傾向がある。例えば、仮想真値番号 2、4、6 では、調整前の段階で UO2 体系よりも MOX 体系の方が無限増倍率の差異が大きく、設計体系においても MOX 体系を用いて調整を行っている Case B のほうが差異を低減できている。仮想真値番号 3 ではその逆である。
- UO2 体系と MOX 体系の無限増倍率の差異の符号(正/負)が異なるとき、Case A/Case B のどちらもあまり差異が低減できないか、もしくは差異が増大している。(仮想真値番号 1、5、7)

一つ目の性質の理由は以下のように考えられる。まず、UO2/MOX の各体系での無限増倍率の調整前解析値と仮想測定値間の差異が大きいほど、調整前断面積と断面積仮想真値の間に各体系において感度のある断面積に大きな差異がある。そして、その感度の大きな断面積の差異は、設計体系における調整前の無限増倍率差異においてもその主な要因になる。したがって、断面積調整によって感度の大きい断面積の差異が低減されることで、設計体系においても無限増倍率の差異が低減されると考えられる。具体的には、例として仮想真値番号 2 を考えると、UO2 体系よりも MOX 体系の無限増倍率差異が大きいことから、例えば U-235 といった UO2 体系に対して感度の大きい断面積よりも Pu-239 等 MOX 体系に対して感度の大きな断面積に差異が多くあると考えられ、それは設計体系の無限増倍率差異の主な要因が Pu-239 等であることを意味するので、Case B での調整の方が、設計体系の無限増倍率差異を大きく低減できるものと考えられる。

二つ目の性質については、UO2 体系と MOX 体系で無限増倍率差異の符号が異なる場合、U と Pu の断面積仮想真値が調整前断面積に対して無限増倍率の差異を打ち消すように動いている状態を意味する。したがって、そもそも設計体系において無限増倍率の調整前解析値と仮想真値との差異(表 G-4 参照)が小さくなっている。また、UO2 体系/MOX 体系のどちらかひとつのみで調整を行っても、その体系において感度が無い断面積は設計体系で調整とは逆向きに無限増倍率の差異をもたらすので、Case A/Case B で調整を行っても、さほど無限増倍率に対して効果が小さいと考えられる。

なお、本検証において Case A/Case B ではあまり設計体系の核特性差異を低減できていないが、各体系に含まれる重核種は考慮されていることから、不適当な調整が行われたわけではないことに注意すべきである(例えば、Case A を用いた断面積調整において、U-235 のみを考慮し、U-238 を考慮しなかったような場合は、核特性差異を全て U-235 の断面積のみの調整で合わせてしまうため、不適当といえる)。一方で、Case A において U 以外の重核種を考慮していること及び Case B において U/Pu 以外の重核種を考慮していることは、本検証では感度が無い断面積を多く考慮していることになる(燃焼計算ではないため)。これは理論

的には問題ないものの、RS 法を用いた断面積調整法の場合、統計的なノイズにより感度の無い断面積に対して調整を施してしまうという欠点がある。したがって、本検証では、Case A/Case B における調整によって U-235 や Pu-239 といった核種がノイズで調整されてしまい、それにより設計体系の核特性に影響が現れているといった可能性がある。

参考のため、Case A~C の各仮想真値を用いた場合の調整後断面積(断面積調整量)を以下図 G-5 ~ G-7 に示す。図 G-5~ G-7 より、各ケースの調整に用いた体系の無限増倍率に対して感度の大きい核種が大きく調整されていること、また統計的なノイズにより感度の無い断面積も調整されてしまっていることが見て取れる。

Cross section ID
1-280: U-234
1-70: capture
71-140: fission
141-210: scattering
211-280: ν
281-560: U-235
561-840: U-236
841-1120: U-238
1121-1400: Np-237
1401-1680: Pu-238
1681-1960: Pu-239
1961-2240: Pu-240
2241-2520: Pu-241
2521-2800: Pu-242
2801-3080: Am-241
3081-3360: Am-242
3361-3640: Am-243
3641-3920: Cm-242
3921-4200: Cm-243
4201-4480: Cm-244
4481-4760: Cm-245
4761-5040: Cm-246

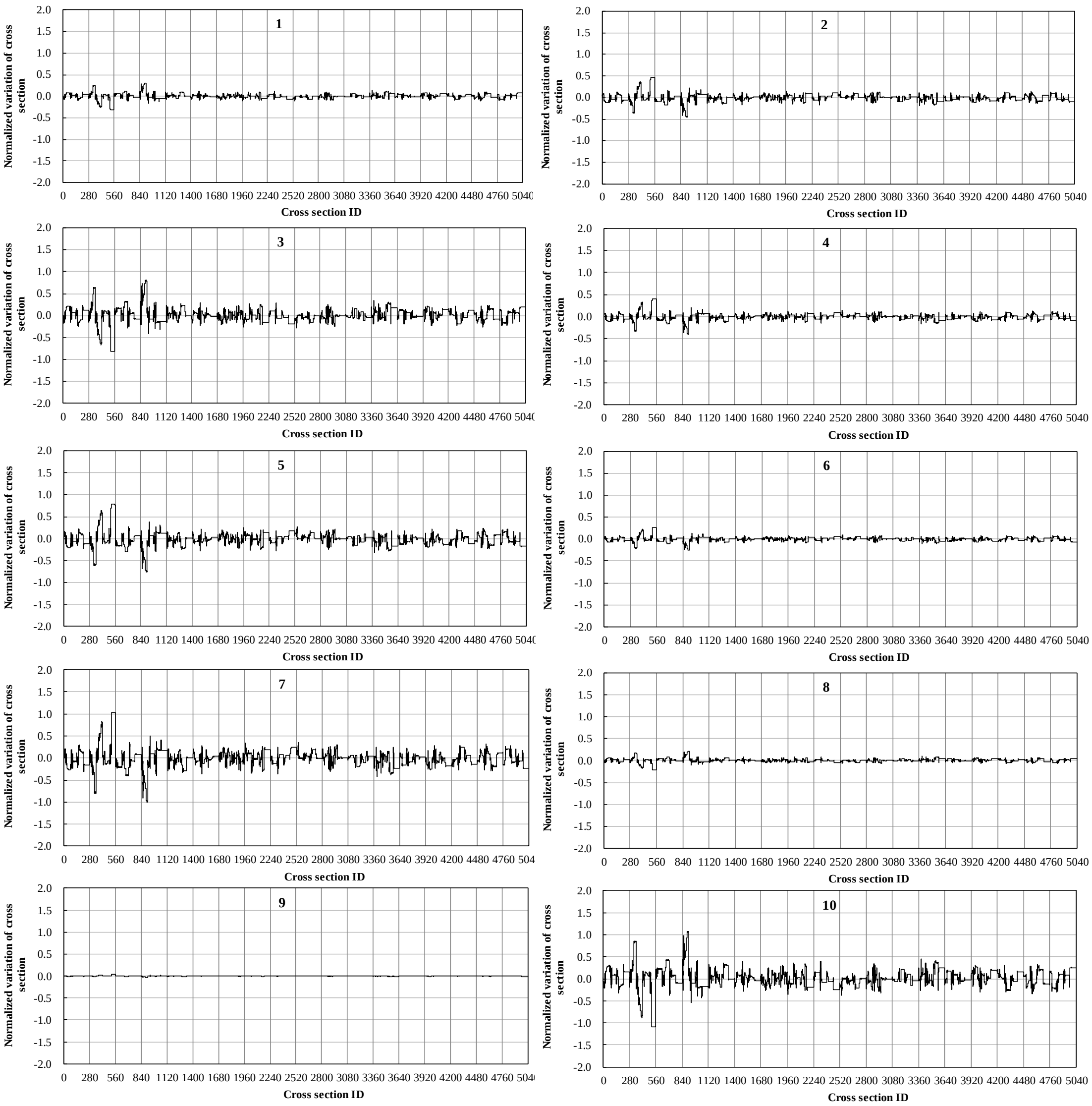



図 G-5　Case A の調整後断面積

(各図の中央上部の数字は用いた仮想真値番号)

Cross section ID
1-280: U-234
1-70: capture
71-140: fission
141-210: scattering
211-280: $\nu$
281-560: U-235
561-840: U-236
841-1120: U-238
1121-1400: Np-237
1401-1680: Pu-238
1681-1960: Pu-239
1961-2240: Pu-240
2241-2520: Pu-241
2521-2800: Pu-242
2801-3080: Am-241
3081-3360: Am-242
3361-3640: Am-243
3641-3920: Cm-242
3921-4200: Cm-243
4201-4480: Cm-244
4481-4760: Cm-245
4761-5040: Cm-246

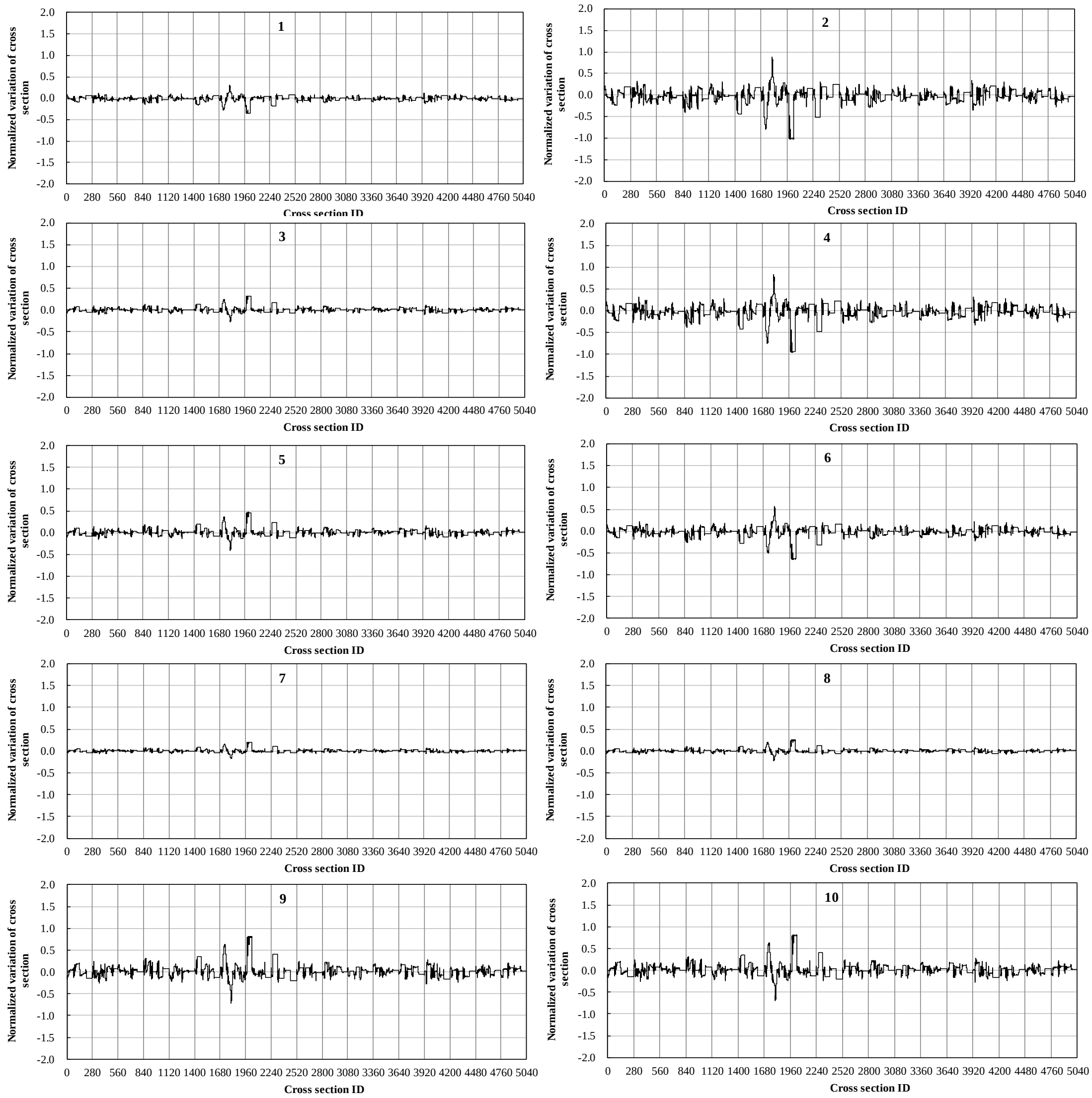



図 G-6　Case B の調整後断面積

(各図の中央上部の数字は用いた仮想真値番号)

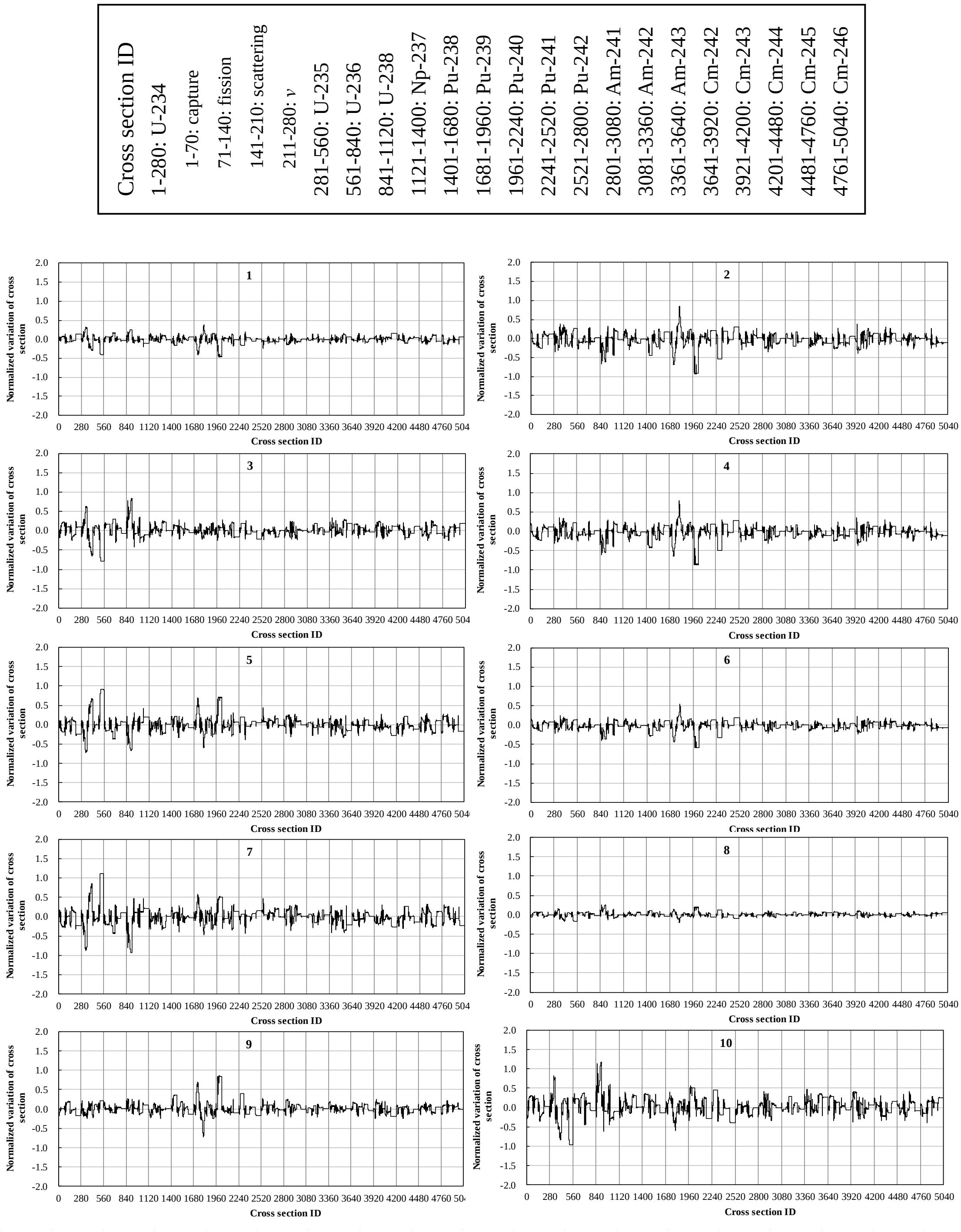



図 G-7　Case C の調整後断面積

(各図の中央上部の数字は用いた仮想真値番号)

### G.5.2 RS 法を用いたバイアス因子法との比較

設計体系(2x2 体系)においても RS 法を適用することにより、Case A ~ C において RS 法を用いたバイアス因子法により 2x2 体系無限増倍率を推定した。RS 法を用いたバイアス因子法により得られた無限増倍率及び RS 法を用いた断面積調整法により得られた無限増倍率(表 G-4)との差異を表 G-5 に示す。

表 G-5 RS 法を用いたバイアス因子法を用いた調整後の設計体系 k-inf 推定結果と RS 法を用いた断面積調整法における調整後断面積を用いた解析値との差異

| 仮想真値番号 | RS 法を用いたバイアス因子法による調整後 k-inf | | | RS 法を用いた断面積調整法における調整後断面積を用いた計算値との差異 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Case A | Case B | Case C | Case A | Case B | Case C |
| 1 | 1.22837 | 1.23374 | 1.23188 | 1E-05 | 0 | 0 |
| 2 | 1.23361 | 1.23995 | 1.24166 | -1E-05 | -9E-05 | -9E-05 |
| 3 | 1.22500 | 1.22759 | 1.22358 | -1E-05 | -1E-05 | -2E-05 |
| 4 | 1.23328 | 1.23931 | 1.24080 | 0 | -8E-05 | -9E-05 |
| 5 | 1.23575 | 1.22624 | 1.23052 | -2E-05 | -3E-05 | -7E-05 |
| 6 | 1.23231 | 1.23648 | 1.23743 | 0 | -3E-05 | -4E-05 |
| 7 | 1.23739 | 1.22869 | 1.23405 | -4E-05 | 0 | -5E-05 |
| 8 | 1.22905 | 1.22823 | 1.22726 | 0 | 0 | -1E-05 |
| 9 | 1.23073 | 1.22302 | 1.22370 | 0 | -8E-05 | -8E-05 |
| 10 | 1.22315 | 1.22304 | 1.21794 | -2E-05 | -8E-05 | -7E-05 |

表 G-5 より、Case A~C のいずれにおいても、測定体系と設計体系の相関を用いた無限増倍率の予測値と、調整後断面積を用いた解析値はほぼ一致した。この結果から、RS 法を用いたバイアス因子法により、調整後断面積もしくは感度係数を用いることなく調整後の核特性を予測することが可能であることが示された。また、本検討で得られたデータを用いて各体系間の無限増倍率の相関を計算したところ、相関係数は以下のようになった。

- UO2 体系-2x2 体系: 0.54
- MOX 体系-2x2 体系: 0.91

この結果は、MOX 体系を用いた Case B の方が Case A に比べて 2x2 体系 k-inf の差異を低減できたことと対応していると考えらえる。

### G.5.3 設計体系核特性の不確かさ評価に関する検討

ここでは、2x2 体系無限増倍率の調整後の断面積起因不確かさ(標準偏差)を評価した。評価は G.2.2 節で説明した下記の二通りの方法で実施した。

方法 1: (2-44)式の方法 (核特性間の相関を利用する方法)

方法 2: 調整後断面積共分散を用いて再度 RS 法行う方法

方法 2 における調整後断面積共分散を用いた RS 法では、サンプル数は 200 とした。方法 1 方法 2 それぞれによる、Case A~C における 2x2 体系無限増倍率の調整後の標準偏差の評価結果と、調整前からの標準偏差の低減率(例えば低減率 30%は調整前標準偏差の 30%だけ低減したことを表す)を表 G-6 に示す。なお、調整前の標準偏差は RS 法により得られたものであり、6.7E-03 であった。

表 G-6　方法 1 と方法 2 による 2x2 体系の調整後 k-inf 標準偏差と調整前からの低減率

| | 調整後標準偏差 | | | 低減率[%] | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Case A | Case B | Case C | Case A | Case B | Case C |
| 方法 1 | 5.6E-03 | 2.7E-03 | 1.9E-04 | 16 | 60 | 97 |
| 方法 2 | 9.4E-03 | 8.7E-03 | 9.9E-03 | -40 | -30 | -48 |

表 G-6 より、方法 1 は調整により全てのケースで標準偏差が低減しており、またその低減率は Case A < Case B < Case C となり、これは無限増倍率の予測精度が改善した度合いと一致していることが確認できる。この結果から、方法 1 は妥当な結果といえる。

一方で、方法 2 は低減率が負の値をとっており、調整によって標準偏差が低減しないという結果となった。理論的には調整によって必ず断面積の不確かさは低減するため、核特性の不確かさも低減すると考えられる。このことから、方法 2 の結果は核特性の不確かさを適切に評価できていないと考えられる。

方法 2 で適切に評価できていない理由として、RS 法を行う際の調整後断面積共分散に問題がある可能性があることから、計算方法を一部変更して、再評価を行った。まず、方法 2 では、次式で調整後断面積共分散の計算を行っている

$$\mathbf{M}_{adj} = \mathbf{M} - \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^{(1)T}\right)\left[\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R}^{(1)}\mathbf{\Delta R}^{(1)T}\right) + \mathbf{V}_e^{(1)} + \mathbf{V}_m^{(1)}\right]^{-1}\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^{(1)T}\right)^T$$

(再掲)(2-43)

ここで、RS 法を用いた断面積調整法では、次式の近似を用いている。

$$\mathbf{M} \approx \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta T}^T \quad \text{(再掲)(2-37)}$$

(2-43)式は、(2-37)式を利用して導出している一方で、右辺第一項の **M** は(2-37)式の近似が適用されていない。この(2-43)式中の不整合が影響している可能性がある。そこで、次式のように、(2-43)式に(2-37)式を代入した形で、調整後断面積共分散を評価する。

$$\mathbf{M}_{adj} = \frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta T}^T - \left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^T\right)\left[\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta R \Delta R}^T\right) + \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_m\right]^{-1}\left(\frac{1}{N}\mathbf{\Delta T \Delta R}^T\right)^T \qquad \text{(G-6)}$$

そして、(G-6)式で得られる調整後断面積共分散を用いて RS 法を行うことによって設計体系核特性の不確かさ評価を行った。この方法を方法 3 とする

方法 3 により得られた 2x2 体系の調整後無限増倍率の標準偏差を表 G-7 に示す。表 G-7 より、方法 3 では調整によって不確かさが低減しており、また表 G-6 と比較すると、方法 1 と近い結果となっていることが確認できる。以上の結果から、方法 1 と方法 3 は調整後の核特性不確かさを適切に評価できている可能性が高いといえる。

表 G-7　方法 3 による 2x2 体系の調整後 k-inf 標準偏差と調整前からの低減率

| | 調整後標準偏差 | | | 低減率[%] | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Case A | Case B | Case C | Case A | Case B | Case C |
| 方法 3 | 5.7E-03 | 2.5E-03 | 2.5E-04 | 15 | 63 | 96 |

次に、核特性の不確かさ低減はそもそも断面積の不確かさ低減に起因していることから、Case A～C それぞれにおける調整による断面積の不確かさ低減量を確認した。図 G-8 に Case A～C の調整前から調整後への断面積標準偏差の低減量を示す。

図 G-8 より、各ケースで一部の断面積の標準偏差が大きく低減しており、そしてその断面積は各ケースで用いている体系(UO2/MOX)において感度の大きい断面積である(図 G-4 参照)。したがって、多くの断面積の標準偏差が低減されている Case C において最も 2x2 体系無限増倍率の不確かさが低減し、また MOX 体系の感度の方が 2x2 体系の感度に近いために、MOX 体系を用いた Case B の方が UO2 体系を用いた Case A よりも 2x2 体系無限増倍率の不確かさが低減したと考えられる。

なお、本検討により方法 1 と方法 3 によりほぼ同等に調整後の設計体系核特性の不確かさを評価可能であることが明らかとなったが、方法 1 は測定体系における RS 法で得られた断面積セットをそのまま設計体系に対して用いるのに対して、方法 3 は新たに乱数を用いてランダムサンプリングを行い新しい断面積セットを作成する必要がある。したがって、方法 3 のほうがより複雑な手順を含むこととなる。したがって、本研究では、RS 法を用いた断面積調整法において方法 1 を採用することとした。

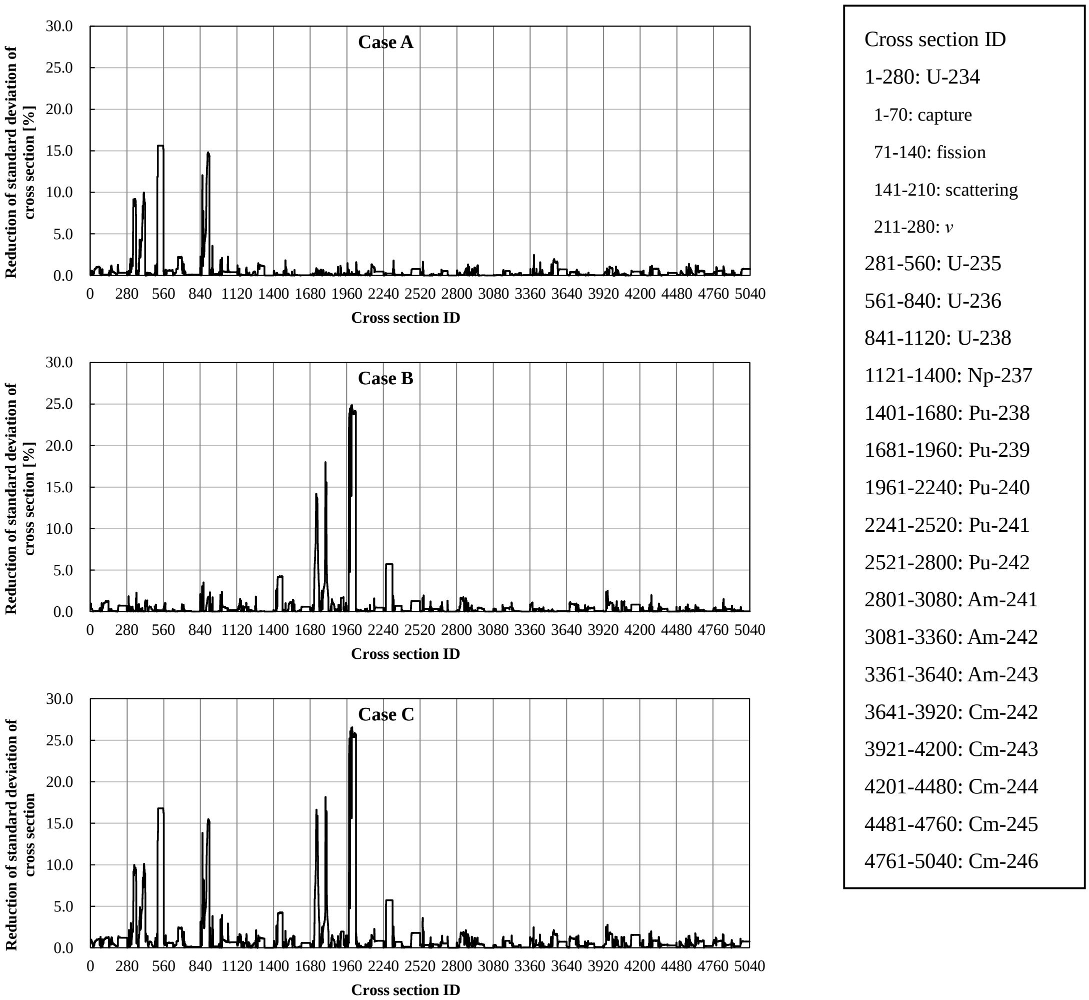



図 G-8　調整による断面積標準偏差の減少量[%]

## G.6　　本章のまとめ

RS 法を用いた断面積調整法の適用性の検証として、設計体系への適用を考慮した検討を行った。また、その他 RS 法を用いたバイアス因子法についての検討及び調整後の設計体系核特性不確かさの予測方法に関する検討を行った。本検討により、以下のことを数値的に確認することができた。

- 設計体系の核特性の感度を満たすように測定体系を選択することで、設計体系の核特性予測精度を向上させる調整が可能である。
- 測定体系と設計体系の感度が異なる場合、設計体系の核特性の予測精度が向上することは(本検討のような理想的な条件であっても)保証されない。
- RS 法で得られる測定体系と設計体系間の相関を用いることで、調整後の設計体系核特性を予測することができる(RS 法を用いたバイアス因子法)。その結果は RS 法を用いた断面積調整法とほぼ等価である。

- RS 法で得られる測定体系と設計体系間の相関を用いることで、調整後の設計体系核特性の不確かさを評価できる。その結果は調整後断面積共分散を用いて再度 RS 法により評価した結果とほぼ等価である。

# Appendix H　L1 ノルム最小化に基づく RS 法による感度係数推定

## H.1　概要

先行研究において、RS 法を用いた感度係数評価が検討されている[29]。本研究では、RS 法に関連して、L1 ノルム最小化に基づく RS 法による感度係数推定について検討した。本検討では、RS 法を用いた感度係数評価の際に、一般化逆行列を用いた L2 ノルム最小化ではなく L1 ノルム最小化を適用することにより、感度係数評価の効率化を図った。本節では、L1 ノルム最小化に基づいた RS 法による感度係数推定について説明する。

### H.1.1　L1 ノルム最小化

まず次のような問題を考える。未知の $N$ 次元ベクトル $\mathbf{x}$ が、$M < N$ である $M\times N$ 行列 $\mathbf{A}$ を用いて次のように線形変換されているものとする。

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} \tag{H-1}$$

このとき、より低次元な $M$ 次元ベクトル $\mathbf{y}$ から元の $N$ 次元ベクトル $\mathbf{x}$ を復元したいとする。この問題は連立方程式であるが、未知数の数が方程式の数より多いため(これを列決定系という)、一般には解が無数に存在し一意に定めることができない。例えば、次のような問題

$$-2 = \begin{pmatrix} -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \tag{H-2}$$

では、$x_2 = -2x_1 + 2$ を満たすような無数の解が存在する。

このような場合において解を一意に決定する方法として、例えば一般化逆行列(Moore-Penrose 逆行列)を用いるものがある。すなわち、行列 $\mathbf{A}$ の一般化逆行列 $\mathbf{A}^{+}$を(H-1)式の両辺に左からかけることで、次式のように $\mathbf{x}$ を定める。

$$\mathbf{x} \approx \mathbf{A}^{+}\mathbf{y} \tag{H-3}$$

このとき得られる解は、次の条件を満たしている。

$$\min \|\mathbf{x}\|_2 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{y} = \mathbf{Ax} \tag{H-4}$$

ここで、

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left( \sum_{i=1}^{N} |x_i|^p \right)^{1/p} \tag{H-5}$$

である。つまり、$\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ を満たす $\mathbf{x}$ のうち、$\|\mathbf{x}\|_2$ が最小になるようなものを解とする。ここで、$\|\mathbf{x}\|_p$ が最小になるように解を定めることを一般に L$p$ ノルム最小化といい、一般化逆行列を用いる方法は L2 ノルム最小化ということになる。

ここで、このような列決定系の問題において、仮に未知のベクトル **x** の要素の多くが零である場合(スパースなベクトルである場合)を考える。このとき、問題はより簡単になる可能性がある。例えば、**x** の非零要素の数が $M$ より小さい場合は、何らかの方法により非零要素の位置が分かれば、それらを含むように方程式を選びだすことで解を一意に定めることができる。このような問題、すなわち **x** がスパースであることが既知の場合 (ただし非零要素の位置は未知) に、低次元のデータ **y** からスパースな高次元のデータ **x** を精度よく復元する方法は「圧縮センシング」と呼ばれており、画像や音声データ圧縮や信号処理などの分野で研究されている[30]。

そして、圧縮センシング問題のように **x** がスパースである場合においては、要素の二乗和(L2 ノルム)を最小にするのではなく、要素の絶対値の和、すなわち L1 ノルムを最小にするように解を定めることで、より未知のスパースベクトル **x** を精度良く再現できることが知られている。

$$\min \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{H-6}$$

ここで、L1 ノルムを最小化するように解を決定した場合に、よりスパースな解が得られる理由について、視覚的に表したものが図 H-1 である。図 1 では、例として $x_1$ と $x_2$ の 2 次元のパラメータに対して連立方程式が 1 つしか与えられていないような状況を示している。点線が解空間とすると、L2 ノルム最小化の場合では、原点から最も距離の近い点、すなわち解空間と原点を中心とする円の接する点を解とするため、図 H-1 から分かるように $x_1$ と $x_2$ の間のよりスパース性の低いところを解とする可能性が高い。一方で、L1 ノルム最小化の場合では $|x_1| + |x_2|$ を最小化するように解が決まるため、図 H-1 のように原点を中心とするひし形と解空間の接点が解となる。したがって、L2 ノルム最小化よりもスパース性の高い解が得られることとなる。つまり、L1 ノルム最小化は、列決定系の問題において解を決定する方法の一つであり、L2 ノルム最小化よりもスパース性の高い解が得られるという特徴をもつ。

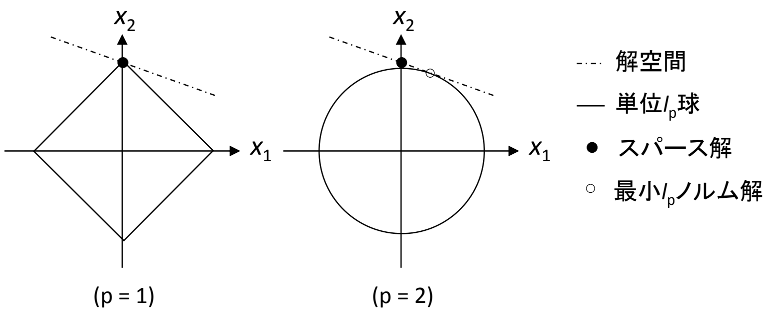



図 H-1　L1 ノルム最小化と L2 ノルム最小化で得られる解のイメージ

### H.1.2　RS 法による感度係数推定

ここでは、RS 法による感度係数推定方法について説明する。まず $N$ 個の断面積 $T_1, T_2,..., T_N$ とそれらを用いて計算される核特性 $R$ を考える。ある着目する断面積 $T_i$ に対して微小変化 $\Delta T_i$ を与えて計算を行ったとき、核特性が $\Delta R$ だけ変化したとする。このとき、両者の関係は、$T_i$ の $R$ に対する感度係数 $G_i$ ($\equiv \partial R/\partial T_i$)を用いて、二次以降の微分係数の影響を無視することで、次のように書ける。

$$\Delta R = G_i \Delta T_i \tag{H-7}$$

同様に、$T_1, T_2,..., T_N$ に対してそれぞれ $\Delta T_1, \Delta T_2,..., \Delta T_N$ を与えて計算を行ったときの核特性変化を $\Delta R$ とした場合は、

$$\Delta R = G_1 \Delta T_1 + G_2 \Delta T_2 + \cdots + G_N \Delta T_N \tag{H-8}$$

となる。ここで、ランダムに $\Delta T_1, \Delta T_2,..., \Delta T_N$ を与えて核特性を計算するという操作を $M$ 回繰り返すとすると、

$$\begin{aligned} \Delta R_1 &= G_1 \Delta T_{1,1} + G_2 \Delta T_{2,1} + \cdots + G_N \Delta T_{N,1} \\ \Delta R_2 &= G_1 \Delta T_{1,2} + G_2 \Delta T_{2,2} + \cdots + G_N \Delta T_{N,2} \\ &\vdots \\ \Delta R_M &= G_1 \Delta T_{1,M} + G_2 \Delta T_{2,M} + \cdots + G_N \Delta T_{N,M} \end{aligned} \tag{H-9}$$

となる。(H-9)式を行列形式で記述すれば、

$$\Delta \mathbf{R} = \Delta \mathbf{T} \mathbf{G} \tag{H-10}$$

と表すことができる。ここで、

$$\Delta \mathbf{R} = \begin{pmatrix} \Delta R_1 \\ \Delta R_2 \\ \vdots \\ \Delta R_M \end{pmatrix}, \quad \Delta \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \Delta T_{1,1} & \Delta T_{2,1} & \cdots & \Delta T_{N,1} \\ \Delta T_{1,2} & \Delta T_{2,2} & \cdots & \Delta T_{N,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta T_{1,M} & \Delta T_{2,M} & \cdots & \Delta T_{N,M} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_N \end{pmatrix} \tag{H-11}$$

である。RS 法による感度係数推定とは、ランダムサンプリングを利用して(H-10)式を解くことにより感度係数 $\mathbf{G}$ を求めることを指す。

### H.1.3　本検討の目的

RS 法による感度係数推定では、仮にサンプリングの数 $M$ が断面積の数 $N$ に等しい場合、正則となるように $\Delta\mathbf{T}$ を選べば、(H-10)式は逆行列を使うなどして解を求めることができる。ただし、通常取り扱う断面積は核種・反応の種類・エネルギー群によって膨大な量となるため、断面積と同じ数だけ核特性の計算を行うのは効率的ではない。また、仮に断面積と同じ

数だけ計算を行えるならば、断面積を一つずつ動かして計算を行えば良く、特にランダムサンプリングを用いる必要はない。したがって、RS 法による感度係数推定では、断面積数よりもサンプリングの数が少ない状況、つまり列決定系において、できるだけ精度よく感度係数を推定できることが望ましいといえる。

ここで感度係数について考える。例えば軽水炉体系における実効増倍率という核特性に対して U-238 の断面積の感度を考えた場合、特に捕獲断面積の影響が大きく、さらにその中でも断面積が大きい一部のエネルギー領域(共鳴領域)に対してのみ大きな感度が存在する。つまり、ある核特性に対して体系に含まれる全ての核種・核反応の断面積がまんべんなく感度を持つといった状況は稀であり、たいていは感度の大きい断面積と感度のないもしくは小さい断面積ははっきりと分かれていることが多い。これを感度係数ベクトル **G** で考えると、**G** の要素の多くが零であること、すなわち **G** がスパースなベクトルであることを意味する。したがって、RS 法による感度係数推定は H.1.1 節で説明した問題に近い可能性があり、すなわち RS 法による感度係数推定においては L2 ノルム最小化よりも L1 ノルム最小化が有効である可能性がある。そこで、RS 法による感度係数推定に対して L1 ノルム最小化を適用し、その有効性を確認した。

## H.2　計算方法

L1 ノルム最小化を RS 法による感度係数評価に適用するに当たり、解きたいのは(H-6)式で表された L1 ノルムが最小の $\mathbf{x}$ を求めるという問題である。

$$\min \|\mathbf{x}\|_1 \ \ \text{subject to} \ \ \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \qquad \text{(再掲)(H-6)}$$

ここで、RS 法による感度係数推定においては、$\mathbf{y}$、$\mathbf{A}$、$\mathbf{x}$ はそれぞれ $\Delta\mathbf{R}$、$\Delta\mathbf{T}$、$\mathbf{G}$ であることに注意されたい。(H-6)式は、制約条件 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ のもとで関数 $\|\mathbf{x}\|_1$ を最小化するという問題であり、これは一種の最適化問題(数理計画問題)である。さらに制約条件および最小化したい関数(目的関数)が線形関数であることから、線形計画問題と呼ばれる。線形計画問題を解くための方法(線形計画法)は多数考案されており、この問題は現実的に解くことが可能である[34]。本検討では、線形計画法の中で代表的な方法である内点法の一種で、プレディクタ・コレクタ法と呼ばれる手法を採用した[31]。本節では Mehrotra のプレディクタ・コレクタ法の理論及びアルゴリズムについて説明する。なお、本節の説明は主にプログラムで L1 ノルム最小化を実装する際の参考として示すものである。

### H.2.1　準備

まず、線形計画問題を一般化すると次のように表すことができる。

[34] ちなみに、この性質が L1 ノルム最小化の大きなメリットである。$\mathbf{x}$ のスパース解を求めるためには、実際に行うべきは $\mathbf{x}$ の非零要素の数(慣例的に L0 ノルムと呼ばれる)の最小化であるが、L0 ノルム最小化は現実的なコストで解くことが難しい問題(NP 困難)とされている。そのため、線形計画法の様々な解法を適用可能で、なおかつ多くの場合 L0 ノルム最小化と同等の解を得られることから、L1 ノルム最小化が注目されている。

$$\begin{aligned} &\min\ \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ &s.t.\quad \mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b} \\ &\mathbf{x}\geq\mathbf{0} \end{aligned} \tag{H-12}$$

ここで、$\mathbf{c}^T\mathbf{x}$は目的関数、$\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b}$が束縛条件であり、$\mathbf{x}\geq\mathbf{0}$は$\mathbf{x}$の全要素が非負であることを意味する。(H-12)式を RS 法による感度係数評価における L1 ノルム最小化に置き換えて考えると、$\mathbf{x}$が感度係数、$\mathbf{A}$が断面積変化量、$\mathbf{b}$が核特性変化量に相当する。ただし、感度係数は負の値を含む量であることから、そのまま(H-12)式に当てはめることはできない。線形計画問題として解くためには、感度係数ベクトルを正の値のみで取り扱うように変換する必要がある。そのため、前処理として以下の操作を行う。

まず、ベクトル$\mathbf{x}$が負の要素を含み得るとして、$\mathbf{x}$の$i$番目の要素$x_i$を非負の変数$x_i^+$と$x_i^-$を用いて次のように表す。

$$x_i=\begin{cases} x_i^+ & (x_i\geq 0) \\ -x_i^- & (x_i\leq 0) \end{cases} \tag{H-13}$$

ここで、$x_i$が正のとき$x_i^-=0$、負のとき$x_i^+=0$と考える。すなわち、

$$x_i=\begin{cases} x_i^+ +0 & (x_i\geq 0) \\ 0-x_i^- & (x_i\leq 0) \end{cases} \tag{H-14}$$

と考えると、

$$x_i=x_i^+-x_i^- \tag{H-15}$$

とおくことができる。この変換を$\mathbf{x}$の全ての要素に施すと、

$$(\mathbf{x}^+)^T=(x_1^+,x_2^+,\ldots,x_N^+),\ (\mathbf{x}^-)^T=(x_1^-,x_2^-,\ldots,x_N^-) \tag{H-16}$$

と表すことができ、$\mathbf{x}$を次のように分離することができる。

$$\mathbf{x}=\mathbf{x}^+-\mathbf{x}^- \tag{H-17}$$

(H-17)式を束縛条件の式$\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b}$に代入すると、次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{b}&=\mathbf{A}\mathbf{x} \\ &=\mathbf{A}(\mathbf{x}^+-\mathbf{x}^-) \\ &=(\mathbf{A}\ ,\ -\mathbf{A})\begin{pmatrix}\mathbf{x}^+ \\ \mathbf{x}^-\end{pmatrix} \\ &=\mathbf{A}'\mathbf{x}' \end{aligned} \tag{H-18}$$

ここで、

$$\mathbf{A}' = (\mathbf{A}\ ,\ -\mathbf{A}) \tag{H-19}$$

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} \mathbf{x}^{+} \\ \mathbf{x}^{-} \end{pmatrix} \tag{H-20}$$

である。**A'**は **A** と **-A** を横に並べた $M \times 2N$ 行列で、**x'**は $\mathbf{x}^{+}$と $\mathbf{x}^{-}$を縦に並べた $2N$ 次元のベクトルである。**x'**の全要素は非負であることから、**A** と **x** をそれぞれ **A'**と **x'**のように変換することで、線形計画問題として解くことができる。また、本問題において目的関数は **x** の L1 ノルムであるが、これは **c** を全要素が 1 の $2N$ 次元ベクトルとすることにより、次のように表すことができる。

$$\sum_{i=1}^{N} |x_i| = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\ +} + \sum_{i=1}^{N} x_i^{\ -} = \mathbf{c}^T \mathbf{x}' \tag{H-21}$$

以上のような変換を施したのちに、以下に示す線形計画法を適用する。

### H.2.2　内点法(Mehrotra のプレディクタ・コレクタ法)

内点法は、ある初期解を設定し、その解を反復的に更新していくことにより最適解へ近づけていく方法である。本検討では、内点法の中でも Mehrotra のプレディクタ・コレクタ法と呼ばれる方法を用いた。

まず、線形計画問題

$$\begin{aligned} &\min\ \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ &s.t.\quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ &\qquad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{H-22}$$

に対して、以下の式を考える。

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ &\mathbf{A}^T \mathbf{y} + \mathbf{z} = \mathbf{c} \\ &\mathbf{z}^T \mathbf{x} = 0 \\ &\mathbf{x},\ \mathbf{z} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{H-23}$$

(H-23)式が成り立つとすると、(H-22)式の目的関数は次のように変形できる。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{c}^T\mathbf{x} &= (\mathbf{A}^T\mathbf{y}+\mathbf{z})^T\mathbf{x} \\
&= \mathbf{y}^T\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{z}^T\mathbf{x} \\
&= \mathbf{y}^T\mathbf{b}+\mathbf{z}^T\mathbf{x}
\end{aligned}
\tag{H-24}
$$

ここで、$\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq 0$ より、$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \geq \mathbf{y}^T\mathbf{b}$ となり、その等号成立条件は $\mathbf{z}^T\mathbf{x}=0$ である。(H-23)式より $\mathbf{z}^T\mathbf{x}=0$ が成り立っているため、$\mathbf{c}^T\mathbf{x}$ は最小値 $\mathbf{y}^T\mathbf{b}$ をとる。さらに、(H-23)式には束縛条件である $\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b}$ も含まれていることから、(H-23)式を満たす解 $\mathbf{x}$ (および $\mathbf{y}$ と $\mathbf{z}$)を求めることは、線形計画問題(H-22)式の解を求めることに等しいといえる。よって、ここからは(H-23)式の解を求めることを考える。

$\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}$ より、$\mathbf{z}^T\mathbf{x}=0$ が成り立つとき、全ての添え字 $i$ に対して $x_i z_i = 0$ が成り立つので、次の対角行列

$$
\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & & & \\ & x_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & x_n \end{pmatrix}
\tag{H-25}
$$

を用いると、$\mathbf{z}^T\mathbf{x}=0$ は $\mathbf{X}\mathbf{z}=\mathbf{0}$ ($\mathbf{0}$ は全要素 0 のベクトル)と表すことができる。従って、(H-23)式は(H-26)式のように書き直せる。

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b} \\
&\mathbf{A}^T\mathbf{y}+\mathbf{z}=\mathbf{c} \\
&\mathbf{X}\mathbf{z}=\mathbf{0} \\
&\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}
\end{aligned}
\tag{H-26}
$$

さらに、パラメータ $\mu$ を導入し、次式を考える。

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b} \\
&\mathbf{A}^T\mathbf{y}+\mathbf{z}=\mathbf{c} \\
&\mathbf{X}\mathbf{z}=\mu\mathbf{e} \\
&\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}
\end{aligned}
\tag{H-27}
$$

ここで、$\mathbf{e}$ は全ての要素が 1 のベクトルである。(H-27)式は $\mu \to 0$ のとき(H-26)式と等しくなる。従って $\mu$ をうまく減少させつつ、$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ の更新を行っていけば最適解を得ることができる。

ここからは解の更新の仕方について説明する。一般化のため、$\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}$ を満たす任意の初期解 $\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0, \mathbf{z}^0$ から、$k$ 回の更新(反復)で得られた解 $\mathbf{x}^k, \mathbf{y}^k, \mathbf{z}^k$ について考える。(H-26)式を満た

すように $\mathbf{x}^k$, $\mathbf{y}^k$, $\mathbf{z}^k$ をそれぞれ $\Delta\mathbf{x}$, $\Delta\mathbf{y}$, $\Delta\mathbf{z}$ だけ変化させると、

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}(\mathbf{x}^k+\Delta\mathbf{x})=\mathbf{b}\\&\mathbf{A}^T(\mathbf{y}^k+\Delta\mathbf{y})+(\mathbf{z}^k+\Delta\mathbf{z})=\mathbf{c}\\&(\mathbf{X}^k+\Delta\mathbf{X})(\mathbf{z}^k+\Delta\mathbf{z})=\mathbf{0}\end{aligned}\tag{H-28}$$

が成り立つ。 ここで、(H-25)式と同様に $\mathbf{Z}$ を $\mathbf{z}$ の対角行列として、(H-28)式の３番目の式は、

$$\mathbf{X}^k\mathbf{z}^k+\mathbf{X}^k\Delta\mathbf{z}+\mathbf{Z}^k\Delta\mathbf{x}+\Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{z}=\mathbf{0}\tag{H-29}$$

と展開されるが、$\Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{z}$ は他の項に比べて十分に小さいと仮定すれば、(H-28)式は

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}(\mathbf{x}^k+\Delta\mathbf{x})=\mathbf{b}\\&\mathbf{A}^T(\mathbf{y}^k+\Delta\mathbf{y})+(\mathbf{z}^k+\Delta\mathbf{z})=\mathbf{c}\\&\mathbf{X}^k\mathbf{z}^k+\mathbf{X}^k\Delta\mathbf{z}+\mathbf{Z}^k\Delta\mathbf{x}=\mathbf{0}\end{aligned}\tag{H-30}$$

となる。

(H-30)式を $\Delta\mathbf{x}$、$\Delta\mathbf{y}$、$\Delta\mathbf{z}$ について解くと、

$$\begin{aligned}&\Delta\mathbf{y}=-(\mathbf{A}\mathbf{Z}^{k^{-1}}\mathbf{X}^k\mathbf{A}^T)^{-1}\{(\mathbf{A}\mathbf{x}^k-\mathbf{b})+\mathbf{A}\mathbf{Z}^{k^{-1}}\mathbf{X}^k(\mathbf{A}^T\mathbf{y}^k-\mathbf{c})\}\\&\Delta\mathbf{z}=-\mathbf{A}^T\Delta\mathbf{y}-(\mathbf{A}^T\mathbf{y}^k+\mathbf{z}^k-\mathbf{c})\\&\Delta\mathbf{x}=-\mathbf{Z}^{k^{-1}}\mathbf{X}^k\Delta\mathbf{z}-\mathbf{x}^k\end{aligned}\tag{H-31}$$

となる。(H-31)式を計算することにより、解を更新する方向である $\Delta\mathbf{x}$、$\Delta\mathbf{y}$、$\Delta\mathbf{z}$ を決める。なお、(H-31)式では、計算して得られた $\Delta\mathbf{y}$ 及び $\Delta\mathbf{z}$ をそれぞれ $\Delta\mathbf{z}$ 及び $\Delta\mathbf{x}$ の計算に用いるため、(H-31)式に示した順($\Delta\mathbf{y}$、$\Delta\mathbf{z}$、$\Delta\mathbf{x}$ の順)に計算を行うことに注意する。

この $\Delta\mathbf{x}$, $\Delta\mathbf{y}$, $\Delta\mathbf{z}$ に加え、さらに(H-27)式を満たすように $\mathbf{x}^k$, $\mathbf{y}^k$, $\mathbf{z}^k$ をそれぞれ修正方向 $\Delta\mathbf{x}_c$, $\Delta\mathbf{y}_c$, $\Delta\mathbf{z}_c$ だけ変化させる。すなわち、

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}(\mathbf{x}^k+\Delta\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}_c)=\mathbf{b}\\&\mathbf{A}^T(\mathbf{y}^k+\Delta\mathbf{y}+\Delta\mathbf{y}_c)+(\mathbf{z}^k+\Delta\mathbf{z}+\Delta\mathbf{z}_c)=\mathbf{c}\\&(\mathbf{X}^k+\Delta\mathbf{X}+\Delta\mathbf{X}_c)(\mathbf{z}^k+\Delta\mathbf{z}+\Delta\mathbf{z}_c)=\mu\mathbf{e}\end{aligned}\tag{H-32}$$

が成り立つ。 (H-30)式の関係を用いると、(H-32)式は次のように変形される。

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}\Delta\mathbf{x}_c=\mathbf{0}\\&\mathbf{A}^T\Delta\mathbf{y}_c+\Delta\mathbf{z}_c=\mathbf{0}\\&\mathbf{Z}^k\Delta\mathbf{x}_c+\mathbf{X}^k\Delta\mathbf{z}_c=\mu\mathbf{e}-\Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{z}-\Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{z}_c-\Delta\mathbf{X}_c\Delta\mathbf{z}-\Delta\mathbf{X}_c\Delta\mathbf{z}_c\end{aligned}\tag{H-33}$$

ここで、(H-33)式の第 3 式において $-\Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{z}_c-\Delta\mathbf{X}_c\Delta\mathbf{z}-\Delta\mathbf{X}_c\Delta\mathbf{z}_c$ が他の項に比べて十分小さ

いと仮定し、(H-33)式を $\Delta\mathbf{x}_c, \Delta\mathbf{y}_c, \Delta\mathbf{z}_c$ について解くと、

$$\begin{aligned}
\Delta\mathbf{y}_c &= -(\mathbf{A}\mathbf{Z}^{k-1}\mathbf{X}^k\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{Z}^{k-1}(\mu\mathbf{e}-\Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{z}) \\
\Delta\mathbf{z}_c &= -\mathbf{A}^T\Delta\mathbf{y}_c \\
\Delta\mathbf{x}_c &= -\mathbf{Z}^{k-1}\mathbf{X}^k\Delta\mathbf{z}_c + \mathbf{Z}^{k-1}(\mu\mathbf{e}-\Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{z})
\end{aligned} \tag{H-34}$$

が得られる。このようにして解の修正方向 $\Delta\mathbf{x}_c, \Delta\mathbf{y}_c, \Delta\mathbf{z}_c$ を求める。なお、(H-34)式の計算においても、(H-31)式と同様、$\Delta\mathbf{y}_c$、$\Delta\mathbf{z}_c$、$\Delta\mathbf{x}_c$ の順で計算を行うことに注意する。

最後に、$\Delta\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}_c, \Delta\mathbf{y}+\Delta\mathbf{y}_c, \Delta\mathbf{z}+\Delta\mathbf{z}_c$ によるステップ幅の上限は、$\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}$ を満たす必要があることから、

$$\begin{aligned}
\tilde{\alpha}_P &= \max\{\alpha \mid \mathbf{x}^k + \alpha(\Delta\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}_c) \geq \mathbf{0}\} \\
\tilde{\alpha}_D &= \max\{\alpha \mid \mathbf{z}^k + \alpha(\Delta\mathbf{z}+\Delta\mathbf{z}_c) \geq \mathbf{0}\}
\end{aligned} \tag{H-35}$$

となり、その上限を用いて更新後の解が $\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}$ を満たすようにステップ幅を

$$\begin{aligned}
\alpha_P &= \min\{0.99\tilde{\alpha}_P \ , \ 1\} \\
\alpha_D &= \min\{0.99\tilde{\alpha}_D \ , \ 1\}
\end{aligned} \tag{H-36}$$

として、

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^{k+1} &= \mathbf{x}^k + \alpha_P(\Delta\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}_c) \\
\mathbf{y}^{k+1} &= \mathbf{y}^k + \alpha_D(\Delta\mathbf{y}+\Delta\mathbf{y}_c) \\
\mathbf{z}^{k+1} &= \mathbf{z}^k + \alpha_D(\Delta\mathbf{z}+\Delta\mathbf{z}_c)
\end{aligned} \tag{H-37}$$

によって解を更新する。反復の打ち切り条件は、$\mu$ が十分小さいとする。なお、修正方向を求めるためのパラメータ $\mu$ の決め方であるが、$\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}$ より、$\Delta\mathbf{x}, \Delta\mathbf{y}, \Delta\mathbf{z}$ によるステップ幅の上限を

$$\begin{aligned}
\hat{\alpha}_P &= \max\{\alpha \mid \mathbf{x}^k + \alpha\Delta\mathbf{x} \geq \mathbf{0}\} \\
\hat{\alpha}_D &= \max\{\alpha \mid \mathbf{z}^k + \alpha\Delta\mathbf{z} \geq \mathbf{0}\}
\end{aligned} \tag{H-38}$$

として、次式のように設定することが効率的とされている。

$$\mu = \left( \frac{(\mathbf{x}^k + \hat{\alpha}_P\Delta\mathbf{x})^T(\mathbf{z}^k + \hat{\alpha}_D\Delta\mathbf{z})}{(\mathbf{x}^k)^T\mathbf{z}^k} \right)^3 \frac{(\mathbf{x}^k)^T\mathbf{z}^k}{N} \tag{H-39}$$

### H.2.3　アルゴリズム

以上より、内点法(Mehrotra のプレディクタ・コレクタ法)は以下のアルゴリズムでまとめられる。

Step 1: $\mathbf{x}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}$ を満たす任意の初期解 $\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0, \mathbf{z}^0$ を与える。

Step 2: (H-31)式より、$\Delta\mathbf{x}, \Delta\mathbf{y}, \Delta\mathbf{z}$ を求める。

Step 3: (H-38)式よりステップ幅の上限 $\hat{\alpha}_P$ と $\hat{\alpha}_D$ を求め、(H-39)式よりパラメータ $\mu$ を求める。このとき $\mu$ が十分小さければ、現在の解 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ を最適解として終了

Step 4: (H-34)式より、$\Delta\mathbf{x}_c, \Delta\mathbf{y}_c, \Delta\mathbf{z}_c$ を求める。

Step 5: (H-35)式よりステップ幅の上限 $\tilde{\alpha}_P$ と $\tilde{\alpha}_D$ を求め、(H-36)式よりステップ幅 $\alpha_P$ と $\alpha_D$ を求める。

Step 6: (H-37)式により解を更新し Step 2 に戻る。

## H.3 検証計算

L1 ノルム最小化に基づく RS 法による感度係数評価の検証計算を実施した。H.3.1 節に計算条件、H.3.2 節に検証計算の結果を示す。

### H.3.1 計算条件

検証計算には、本論文 3.5 節に示した検証計算とほぼ同じ条件を用いた。すなわち、図 3-1 及び表 3-1 に示したピンセル体系を用いた。そして、断面積数は 5040 とし、サンプル数は 500 と 2000 の二通りで検証を実施した。核特性は、ピンセル体系における燃焼度 20GWd/t における無限増倍率の感度係数を評価した。

なお、RS 法を用いた感度係数評価において、サンプリングの際に与える摂動量は、各断面積の 5%を 1 標準偏差とした正規乱数で決定した。ここで、注意する点として、RS 法による感度係数評価の場合は、断面積共分散は用いずにランダムサンプリングを行う。すなわち、断面積間の相関は無視してサンプリングを行う[35]。

また、L1 ノルム最小化に基づく RS 法による感度係数評価法の妥当性及び有効性の確認のため、以下の三つの方法で評価された感度係数の比較を行った。

① L1 ノルム最小化(に基づく RS 法)

② L2 ノルム最小化(に基づく RS 法)

③ Forward 法(参照解)

①の L1 ノルム最小化は H.2 節に示した方法で行った。②の L2 ノルム最小化は、H.1.1 節で説明した一般化逆行列を用いた方法で行った。また、③の Forward 法では、±5%の摂動を各断面積に一つずつ与えた計算を繰り返し行い、中央差分をとることで感度係数の参照解を計算した。

### H.3.2 結果

図 H-2 に 20GWd/t における無限増倍率の感度係数の参照解を示す。横軸は断面積の種類、

[35] 相関を考慮してサンプリングを行うと、相関の強い断面積の感度を分離することができないため。

縦軸は感度係数(各断面積が 100%変化したときの無限増倍率の変化[%])である。図 H-2 から、感度が大きい断面積はほとんど U-235、U-238 及び Pu239 に限られており、感度係数は”疎”であるといえる。

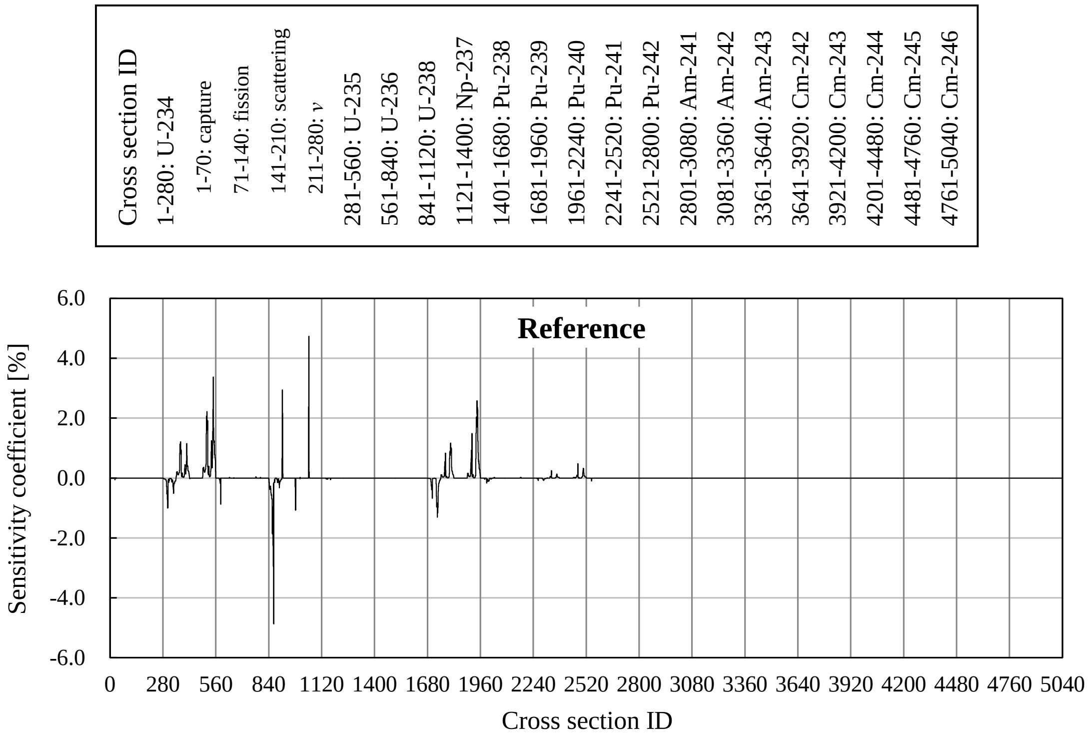
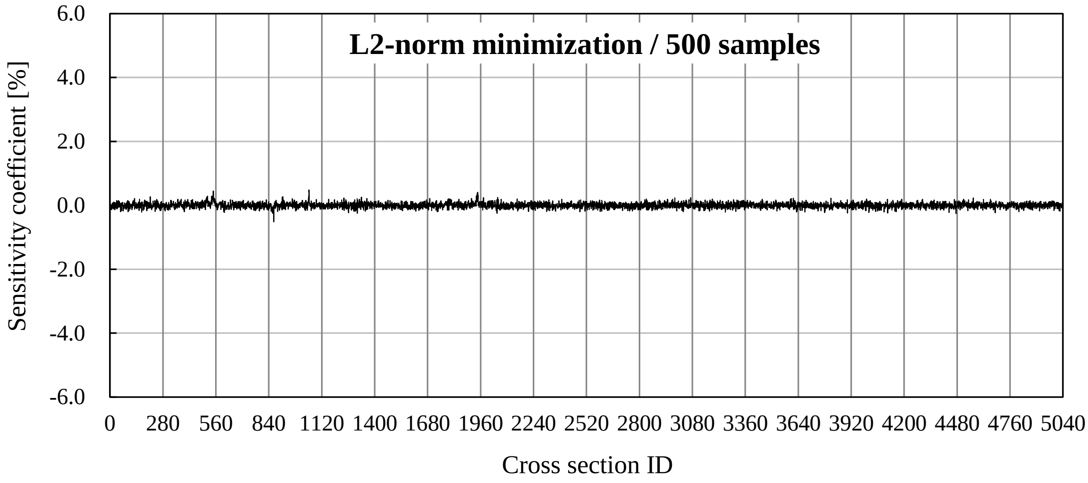



図 H-2　20GWd/t における無限増倍率の感度係数(参照解)

次に、サンプル数 500 及び 2000 の場合の L2 ノルム最小化により推定された感度係数を図 H-3 に示す。図 H-3 より、サンプル数 500 の場合は、全ての断面積が小さな感度を持っているように推定されてしまっており、参照解で見られた大きな感度係数は全く再現できていないことが分かる。一方、サンプル数 2000 の場合は、サンプル数 500 に比べて大きな感度係数が現れているものの、参照解よりは小さく見積もられている。この結果から、L2 ノルム最小化で得られる感度係数はより”密”になり、適切に感度係数を評価するためにはさらに多くのサンプル数が必要と予想される。



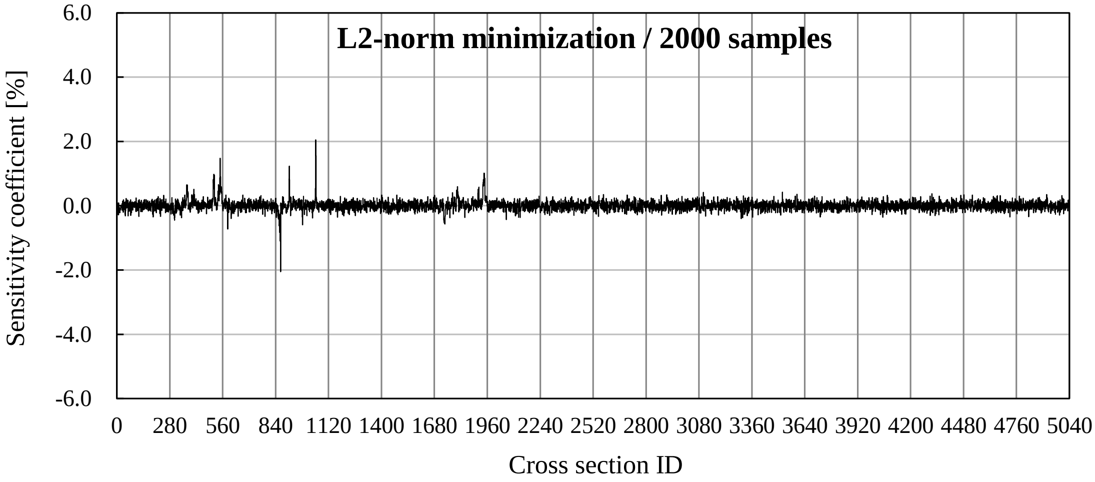
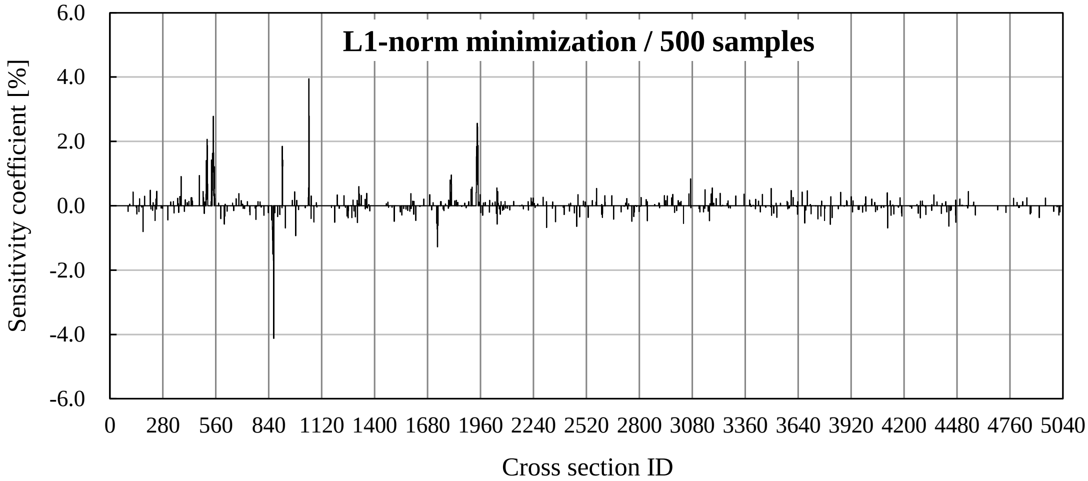




図 H-3　L2 ノルム最小化により推定された感度係数
(上: サンプル数 500、下: サンプル数 2000)

次に、L1 ノルム最小化で得られた感度係数を図 H-4 に示す。図 H-4 より、サンプル数 500 の場合は、L2 ノルム最小化と比べて個々の断面積の感度がはっきり現れており、すなわち”疎”な感度係数となっていることが分かる。また、参照化と比較して、大きな感度係数を大まかに再現できていることが分かる。そして、サンプル数 2000 の場合はさらに参照解に近い結果が得られていることが分かる。この結果から、L1 ノルム最小化は L2 ノルム最小化よりも疎な形で感度係数を推定でき、そのためより参照化に近い結果が得られたと考えられる。なお、L1 ノルム最小化は L2 ノルム最小化に比べてより疎でかつ一つ一つの感度が大きくなったが、RS 法で感度係数を推定する場合に感度係数は各サンプルの断面積変化と核特性変化を満足するように決まるため、より少ない断面積の変化で核特性変化を再現するためと考えられる。一方で L2 ノルム最小化では多くの断面積それぞれに小さな感度係数を与

えて核特性変化を再現していると考えられる。



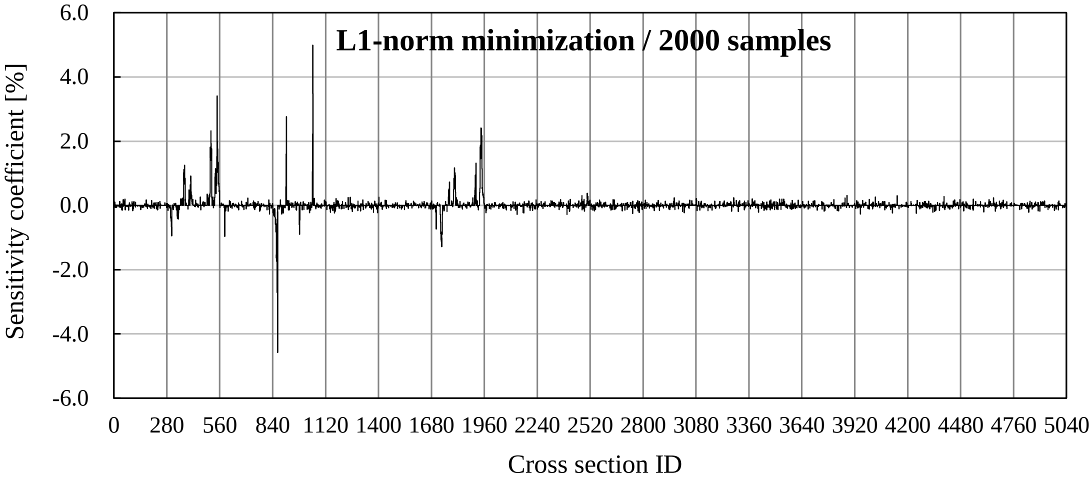




図 H-4　L1 ノルム最小化により推定された感度係数
(上: サンプル数 500、下: サンプル数 2000)

最後に、まとめとして各断面積における L1 ノルム最小化及び L2 ノルム最小化で得られた感度係数と参照解を比較したものを図 H-5 に示す。横軸は各断面積の感度係数の参照解であり、縦軸はそれに対応する L1 ノルム最小化及び L2 ノルム最小化で得られた感度係数である。すなわち、図中の斜線に近いほど精度よく感度係数を推定できているといえる。

図 H-5 より、L1 ノルム最小化のほうが L2 ノルム最小化よりも精度よく感度係数を推定できていることが分かる。特に、サンプル数 2000 の方は明らかに L1 ノルム最小化の精度が良いといえる。また、サンプル数 500 の場合は、感度が 0 に近いところでは L1 ノルム最小化の方が参照解との差異が大きいものの、感度(の絶対値)が大きいところでは参照解に近い結果が得られている。この結果から、大きな感度係数を少ない解析回数で効率よく推定で

きるという点で L1 ノルム最小化は有効であるといえる。

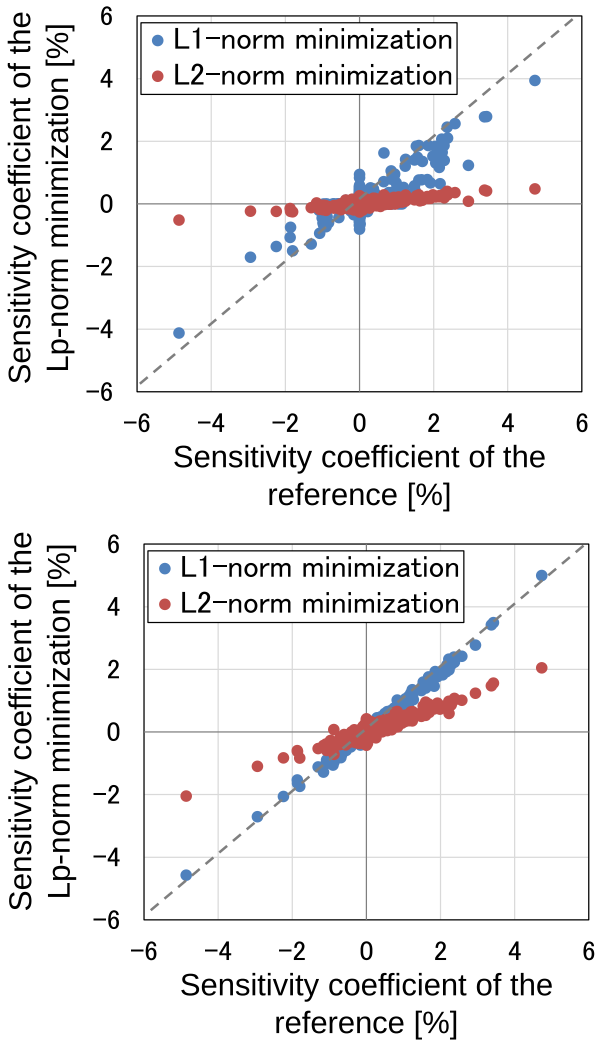



図 H-5　L1 ノルム最小化及び L2 ノルム最小化で得られた感度係数と参照解との比較
(上: サンプル数 500、下: サンプル数 2000)

以上より L1 ノルム最小化に基づく RS 法による感度係数推定の有効性を確認した。ただし、L1 ノルム最小化が有効なのは感度係数が疎な場合であり、仮に全ての断面積が小さな感度を持っているようなケースにおいては、L2 ノルム最小化の方が真の感度係数に近い結果を得られると考えられる。また、このことから本検証計算で L1 ノルム最小化が有効であった要因の一つに、条件として感度を持たない断面積を多く含んでいたことが挙げられる。本検証のように微視的多群断面積のような詳細な断面積を取り扱う場合はこのような条件になり易く、そういった場合に単純な Forward 法で各断面積に個別に摂動を与えて感度を計

算するよりは、本手法は効率的であるといえる。一方で、少数群均質化断面積のような断面積の感度を求める際にはそれほど有効ではないと考えられる。

また、L1 ノルム最小化によって精度よく感度係数を推定したい場合、少なくとも感度のある断面積の数、すなわち感度係数ベクトルの非零要素の数以上のサンプルをとる必要があるため、感度係数が疎であるほど本手法はより有効であると考えられる。

## H.4　結論

L1 ノルム最小化に基づいて RS 法による感度係数推定を実施した。その結果、RS 法による感度係数推定に対して L1 ノルム最小化を適用することにより、感度係数が疎な条件において、L1 ノルム最小化は L2 ノルム最小化よりも精度よく感度を推定することができることが確認できた。本手法は、感度がほぼ零の多数の断面積にいくつか感度の大きな断面積が存在するというような状況において有効であることや、断面積と核特性間の線形性が完全には成り立たないこと、サンプル数に依存する方法であることにより感度の推定結果がノイズを含んでしまうこと等から、厳密に感度係数を評価するための方法ではないといえる。むしろ、本手法は少ない計算量で感度の大きい断面積を同定し、その感度の大きさを大まかに推定することに適した方法であるといえる。したがって、L1 ノルム最小化は、例えば断面積調整法において調整する断面積の選定やパラメータ次元削減等へ応用できる可能性がある。

# Appendix I　　PWR 炉心解析における適用性検証で得られた調整後断面積

ここでは、本論文 4.4 節において、4.4 節には示さなかった RS 法を用いた断面積調整法により得られた調整後断面積を示す。以下図 I-1 ~ I-6 に、HFP 臨界ホウ素濃度/HFP 集合体相対出力/HZP 制御棒価値を用いた場合の調整後断面積(仮想真値番号 1~10)を示す。

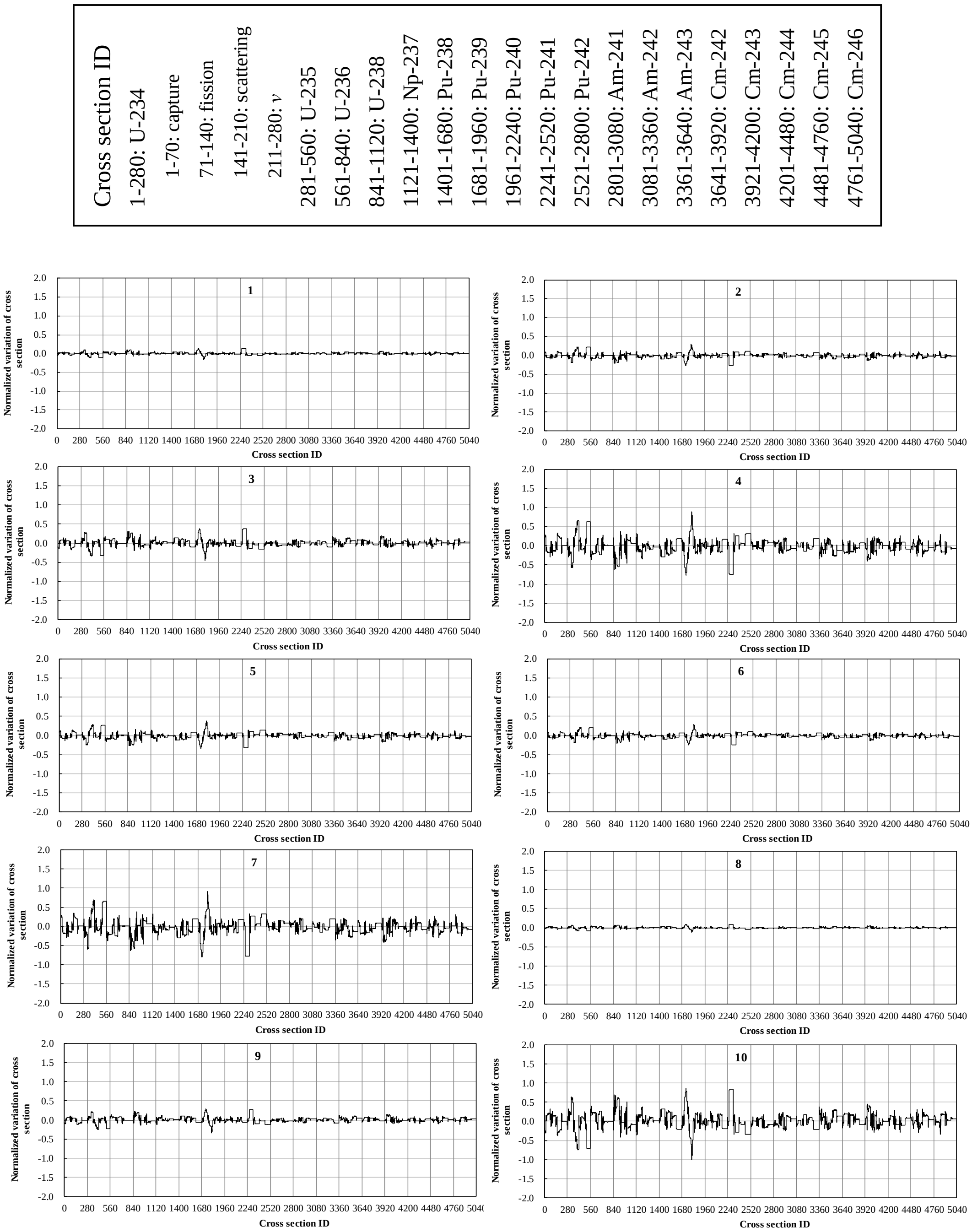



図 I-1　HFP 臨界ホウ素濃度(BOC)を用いた調整により得られた調整後断面積

Cross section ID
1-280: U-234
1-70: capture
71-140: fission
141-210: scattering
211-280: $\nu$
281-560: U-235
561-840: U-236
841-1120: U-238
1121-1400: Np-237
1401-1680: Pu-238
1681-1960: Pu-239
1961-2240: Pu-240
2241-2520: Pu-241
2521-2800: Pu-242
2801-3080: Am-241
3081-3360: Am-242
3361-3640: Am-243
3641-3920: Cm-242
3921-4200: Cm-243
4201-4480: Cm-244
4481-4760: Cm-245
4761-5040: Cm-246

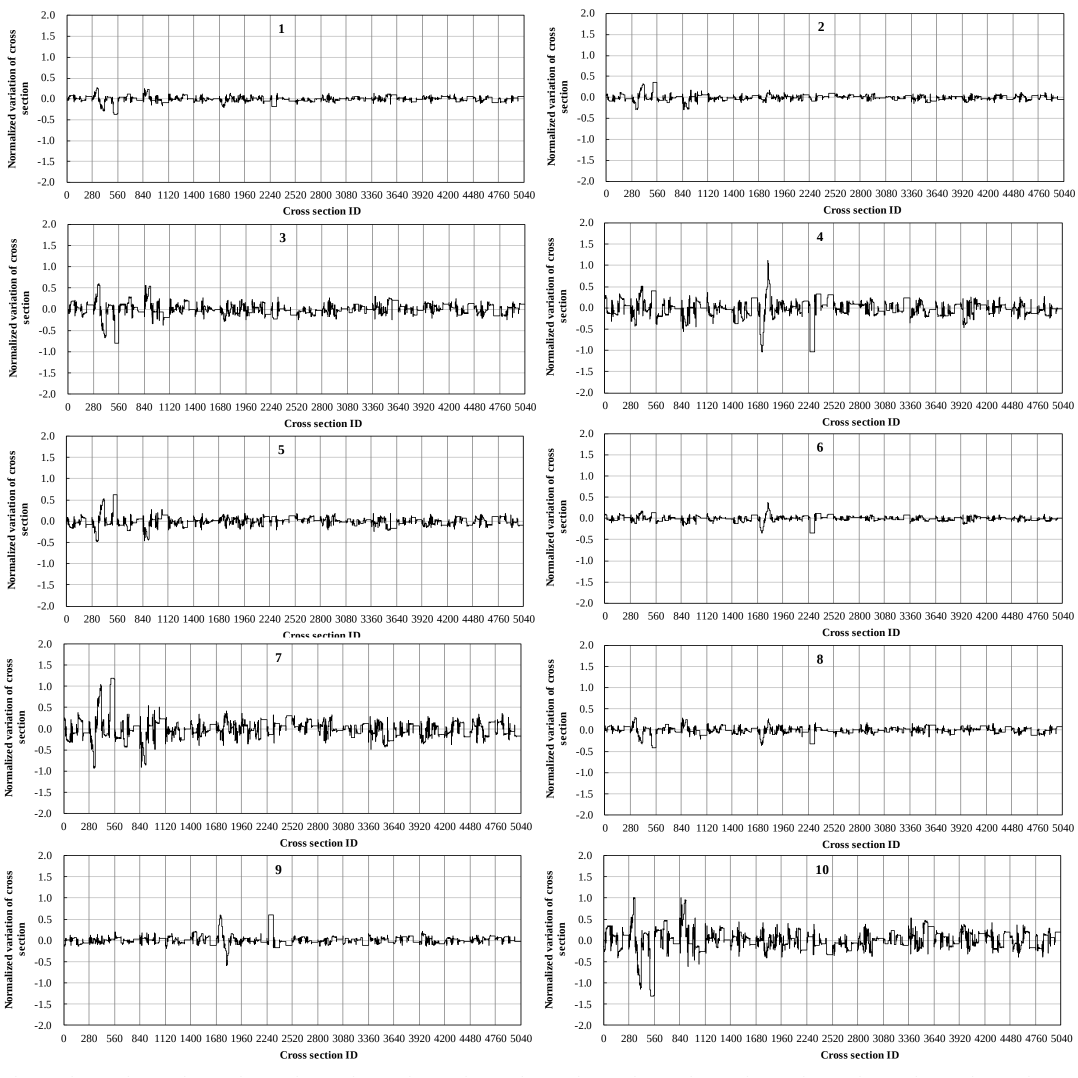



図 I-2　HFP 臨界ホウ素濃度(BOC + EOC)を用いた調整により得られた調整後断面積

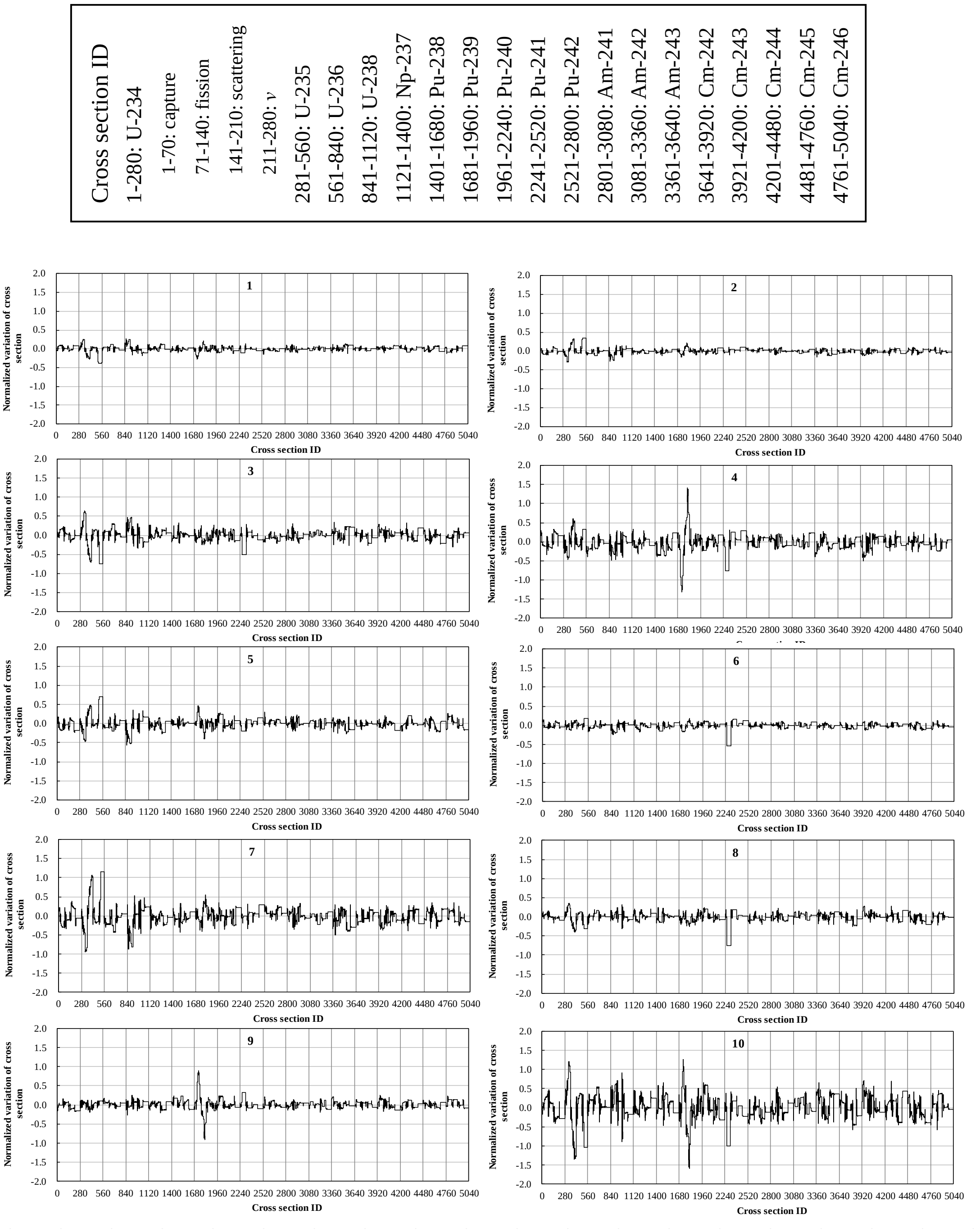



図 I-3　HFP 臨界ホウ素濃度(BOC + MOC + EOC)を用いた調整により得られた調整後断面積

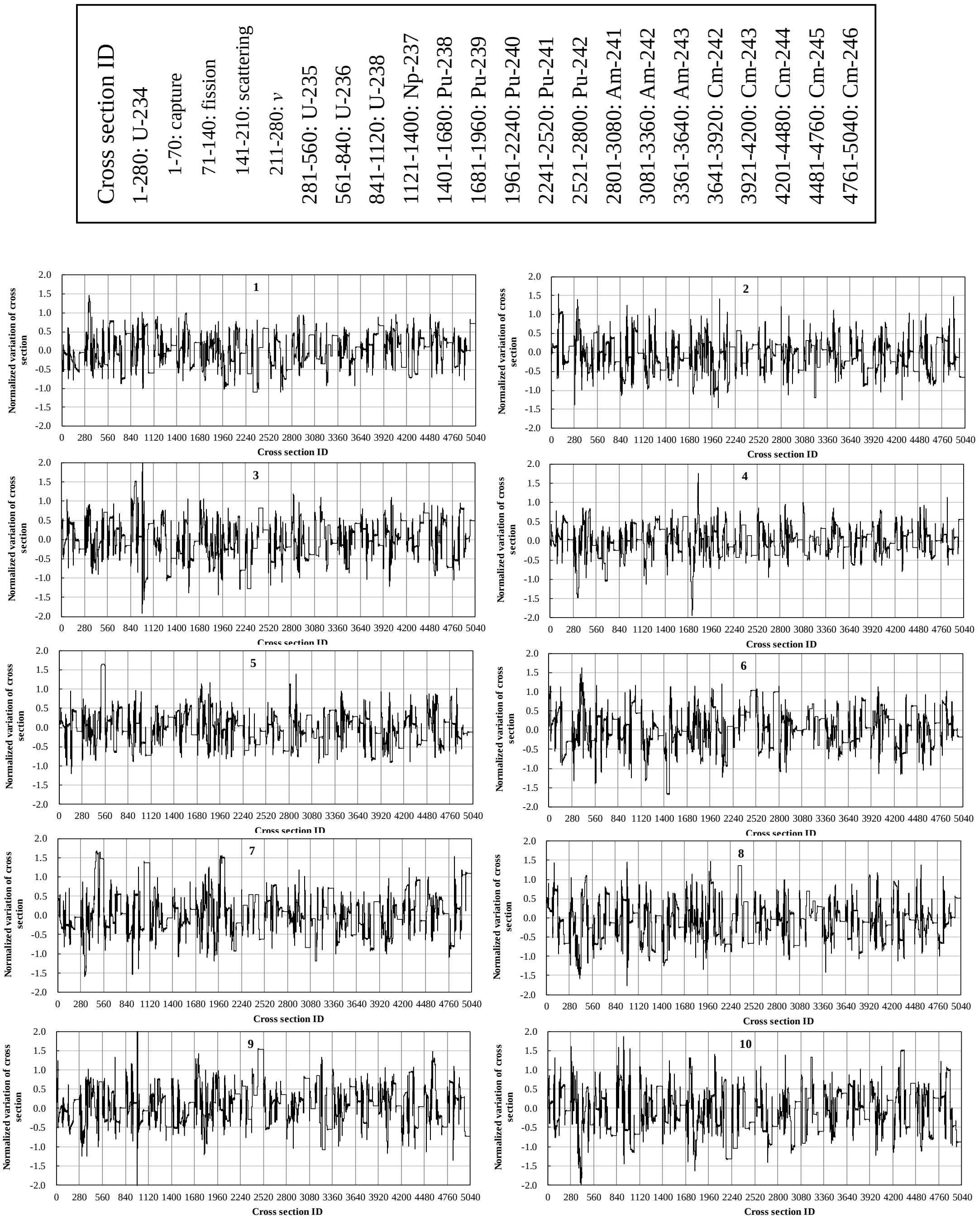



図 I-4　BOC/HFP の集合体相対出力分布を用いた調整により得られた調整後断面積

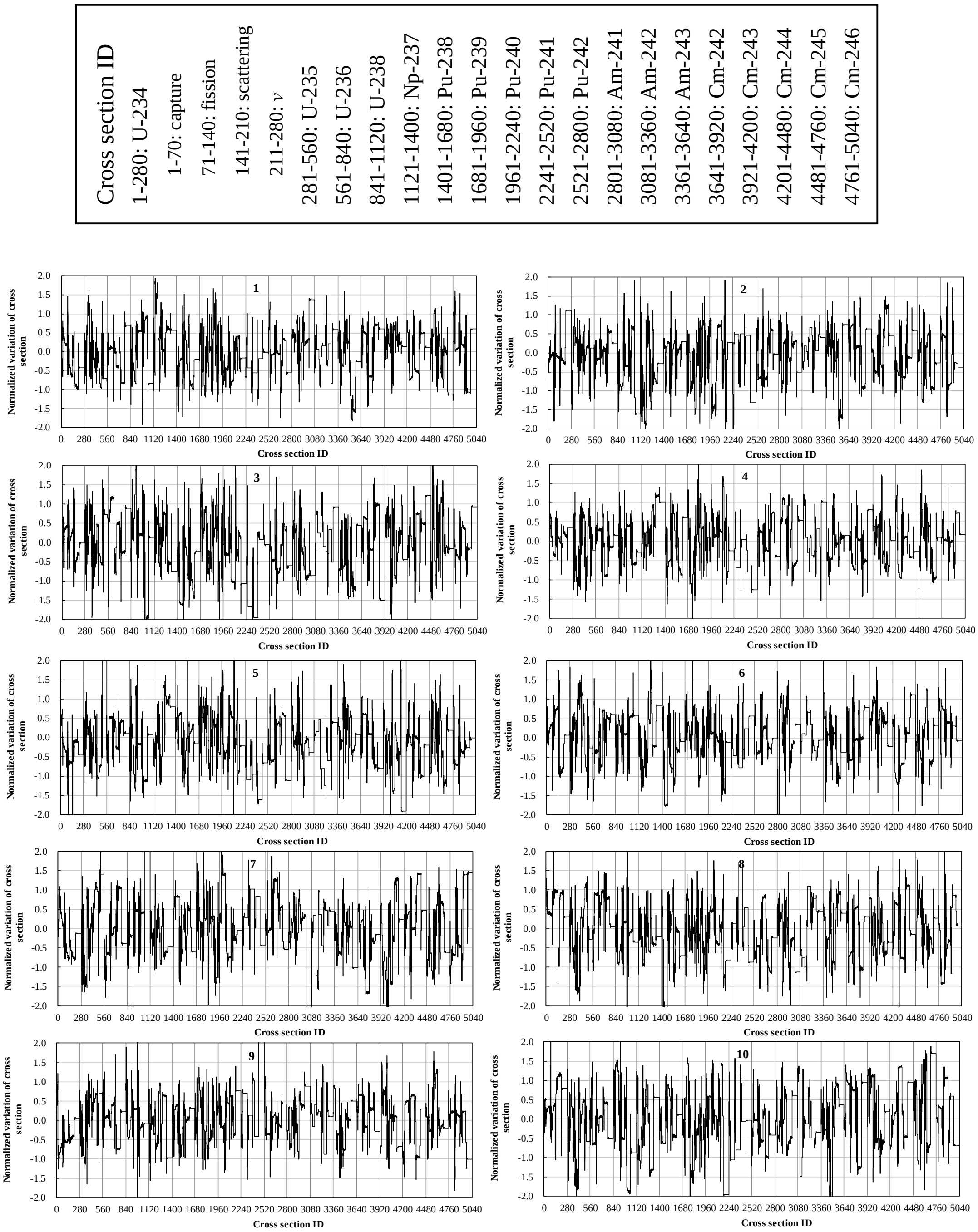



図 I-5　BOC/HFP と EOC/HFP の集合体相対出力分布を用いた調整により得られた調整後断面積

Cross section ID
1-280: U-234
1-70: capture
71-140: fission
141-210: scattering
211-280: $\nu$
281-560: U-235
561-840: U-236
841-1120: U-238
1121-1400: Np-237
1401-1680: Pu-238
1681-1960: Pu-239
1961-2240: Pu-240
2241-2520: Pu-241
2521-2800: Pu-242
2801-3080: Am-241
3081-3360: Am-242
3361-3640: Am-243
3641-3920: Cm-242
3921-4200: Cm-243
4201-4480: Cm-244
4481-4760: Cm-245
4761-5040: Cm-246

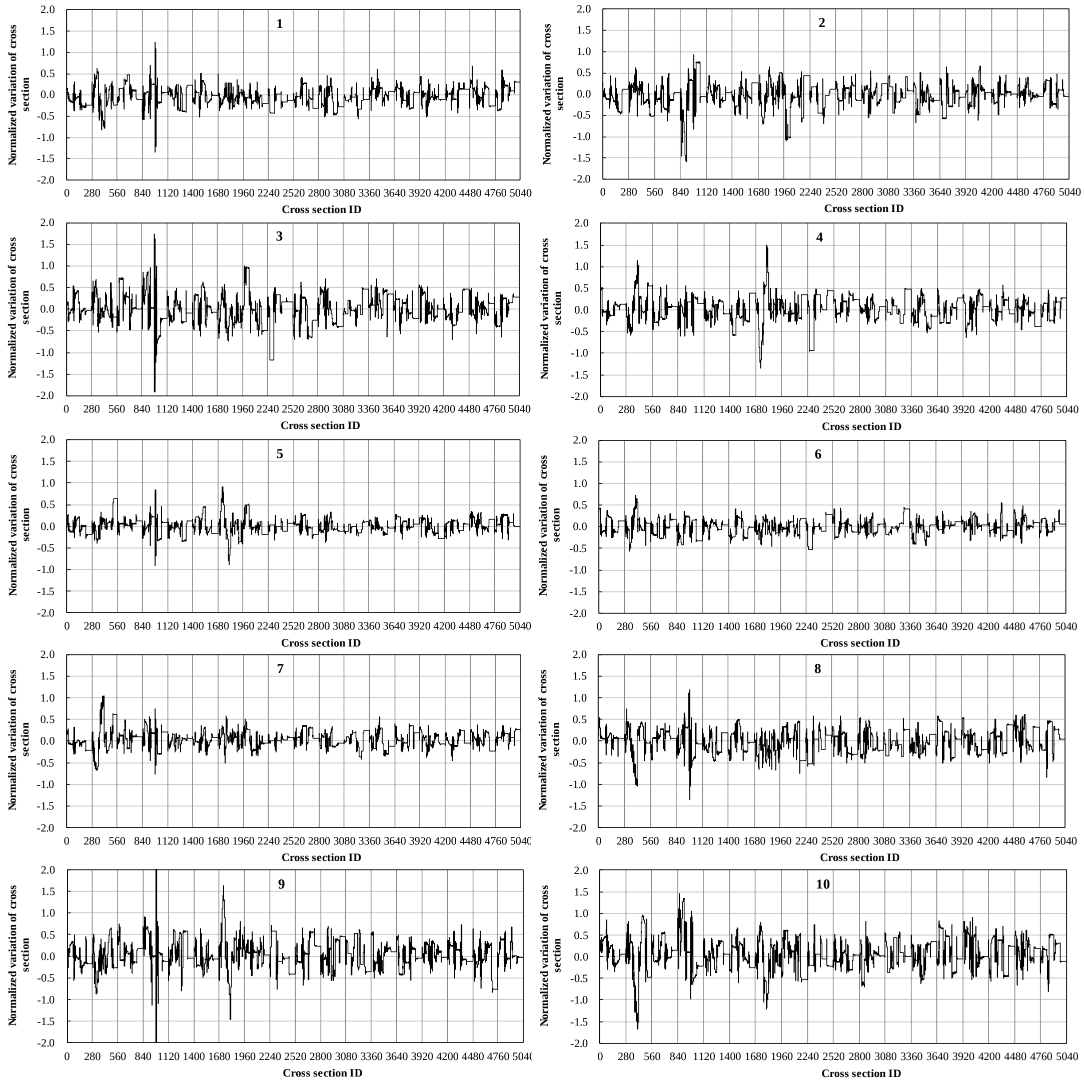



図 I-6　BOC/HZP 制御棒価値を用いた調整により得られた調整後断面積

# Appendix J　HZP 核特性と HFP 核特性の相関係数

本論文第 4 章に示した PWR 炉心解析における適用性検証において、4.5 節に示したように、HZP 核特性データを用いた調整による HFP 核特性の予測精度改善及び不確かさの低減について検討した。ここでは、その検討結果の参考として、検討を行う際に RS 法で得られた HZP 核特性と HFP 核特性の相関係数を示す。本結果と、4.5 節に示した結果を比べることで、調整に用いた HZP 核特性と相関の強い HFP 核特性の予測精度及び不確かさに改善が見られることが確認できる。

表 J-1 HZP 核特性と HFP 臨界ホウ素濃度の相関係数

| | | HFPホウ素濃度 | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0GWd/t | 0.1GWd/t | 0.5GWd/t | 1GWd/t | 3GWd/t | 5GWd/t | 7GWd/t | 9GWd/t | 11GWd/t | 13GWd/t | 15GWd/t | 15.9GWd/t |
| HZPホウ素濃度 | | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.97 | 0.96 | 0.95 | 0.94 | 0.93 |
| 相対出力 | H-8 | 0.24 | 0.23 | 0.24 | 0.26 | 0.33 | 0.38 | 0.42 | 0.45 | 0.48 | 0.50 | 0.52 | 0.53 |
| | H-9 | 0.25 | 0.24 | 0.25 | 0.27 | 0.34 | 0.39 | 0.43 | 0.46 | 0.49 | 0.51 | 0.53 | 0.54 |
| | G-9 | 0.25 | 0.24 | 0.26 | 0.27 | 0.34 | 0.39 | 0.43 | 0.46 | 0.49 | 0.51 | 0.53 | 0.54 |
| | H-10 | 0.28 | 0.27 | 0.29 | 0.30 | 0.37 | 0.42 | 0.46 | 0.49 | 0.52 | 0.53 | 0.55 | 0.56 |
| | G-10 | 0.26 | 0.25 | 0.27 | 0.29 | 0.35 | 0.41 | 0.45 | 0.48 | 0.51 | 0.53 | 0.55 | 0.56 |
| | F-10 | 0.28 | 0.27 | 0.29 | 0.30 | 0.37 | 0.42 | 0.46 | 0.49 | 0.51 | 0.53 | 0.55 | 0.56 |
| | H-11 | 0.26 | 0.26 | 0.27 | 0.29 | 0.36 | 0.41 | 0.45 | 0.48 | 0.51 | 0.53 | 0.55 | 0.56 |
| | G-11 | 0.30 | 0.29 | 0.31 | 0.33 | 0.39 | 0.45 | 0.49 | 0.52 | 0.54 | 0.56 | 0.58 | 0.59 |
| | F-11 | 0.25 | 0.24 | 0.26 | 0.28 | 0.34 | 0.39 | 0.43 | 0.47 | 0.49 | 0.51 | 0.53 | 0.55 |
| | E-11 | 0.21 | 0.21 | 0.22 | 0.24 | 0.31 | 0.36 | 0.40 | 0.44 | 0.46 | 0.48 | 0.51 | 0.52 |
| | H-12 | 0.33 | 0.33 | 0.34 | 0.36 | 0.42 | 0.48 | 0.52 | 0.55 | 0.57 | 0.59 | 0.61 | 0.62 |
| | G-12 | 0.30 | 0.30 | 0.31 | 0.33 | 0.39 | 0.45 | 0.49 | 0.52 | 0.54 | 0.56 | 0.58 | 0.60 |
| | F-12 | 0.46 | 0.46 | 0.47 | 0.48 | 0.53 | 0.57 | 0.60 | 0.62 | 0.64 | 0.65 | 0.66 | 0.67 |
| | E-12 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.11 | 0.15 | 0.18 | 0.20 | 0.22 | 0.23 | 0.24 | 0.25 |
| | D-12 | −0.46 | −0.45 | −0.45 | −0.45 | −0.43 | −0.42 | −0.41 | −0.40 | −0.39 | −0.38 | −0.37 | −0.37 |
| | H-13 | 0.41 | 0.41 | 0.42 | 0.44 | 0.50 | 0.55 | 0.59 | 0.62 | 0.64 | 0.66 | 0.68 | 0.69 |
| | G-13 | 0.57 | 0.57 | 0.58 | 0.60 | 0.65 | 0.69 | 0.72 | 0.75 | 0.77 | 0.78 | 0.80 | 0.80 |
| | F-13 | 0.56 | 0.57 | 0.57 | 0.57 | 0.58 | 0.58 | 0.57 | 0.57 | 0.56 | 0.56 | 0.55 | 0.54 |
| | E-13 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.09 | 0.12 | 0.15 | 0.17 | 0.19 | 0.21 | 0.23 | 0.24 |
| | D-13 | −0.33 | −0.34 | −0.34 | −0.34 | −0.35 | −0.36 | −0.36 | −0.36 | −0.36 | −0.36 | −0.35 | −0.35 |
| | C-13 | −0.39 | −0.39 | −0.40 | −0.42 | −0.48 | −0.53 | −0.56 | −0.59 | −0.61 | −0.63 | −0.64 | −0.65 |
| | H-14 | −0.14 | −0.13 | −0.14 | −0.16 | −0.23 | −0.28 | −0.32 | −0.36 | −0.38 | −0.41 | −0.43 | −0.44 |
| | G-14 | −0.18 | −0.17 | −0.19 | −0.21 | −0.28 | −0.33 | −0.37 | −0.41 | −0.44 | −0.46 | −0.48 | −0.49 |
| | F-14 | −0.24 | −0.23 | −0.25 | −0.27 | −0.33 | −0.38 | −0.42 | −0.45 | −0.48 | −0.50 | −0.53 | −0.54 |
| | E-14 | −0.28 | −0.27 | −0.29 | −0.31 | −0.37 | −0.43 | −0.47 | −0.50 | −0.53 | −0.55 | −0.57 | −0.58 |
| | D-14 | −0.38 | −0.37 | −0.39 | −0.41 | −0.47 | −0.52 | −0.56 | −0.59 | −0.61 | −0.63 | −0.64 | −0.65 |
| | C-14 | −0.41 | −0.40 | −0.42 | −0.44 | −0.50 | −0.54 | −0.58 | −0.61 | −0.63 | −0.65 | −0.66 | −0.67 |
| | H-15 | −0.24 | −0.24 | −0.26 | −0.27 | −0.34 | −0.39 | −0.43 | −0.46 | −0.49 | −0.51 | −0.53 | −0.54 |
| | G-15 | −0.29 | −0.28 | −0.30 | −0.32 | −0.38 | −0.44 | −0.48 | −0.51 | −0.54 | −0.56 | −0.58 | −0.59 |
| | F-15 | −0.30 | −0.30 | −0.31 | −0.33 | −0.40 | −0.45 | −0.49 | −0.52 | −0.55 | −0.57 | −0.59 | −0.60 |
| | E-15 | −0.35 | −0.35 | −0.36 | −0.38 | −0.45 | −0.50 | −0.54 | −0.57 | −0.59 | −0.61 | −0.63 | −0.64 |
| 制御棒価値 | D1 | 0.19 | 0.19 | 0.20 | 0.22 | 0.29 | 0.34 | 0.38 | 0.42 | 0.44 | 0.46 | 0.49 | 0.50 |
| | D2 | −0.44 | −0.43 | −0.43 | −0.43 | −0.44 | −0.44 | −0.44 | −0.44 | −0.43 | −0.42 | −0.41 | −0.41 |
| | D3 | 0.20 | 0.20 | 0.22 | 0.23 | 0.30 | 0.36 | 0.40 | 0.43 | 0.46 | 0.48 | 0.50 | 0.51 |
| | C1 | 0.19 | 0.19 | 0.20 | 0.22 | 0.29 | 0.34 | 0.38 | 0.41 | 0.44 | 0.46 | 0.48 | 0.49 |
| | C2 | −0.17 | −0.17 | −0.18 | −0.20 | −0.27 | −0.32 | −0.36 | −0.40 | −0.42 | −0.45 | −0.47 | −0.48 |
| | B | −0.21 | −0.20 | −0.22 | −0.24 | −0.31 | −0.36 | −0.40 | −0.43 | −0.46 | −0.48 | −0.51 | −0.52 |
| | A | 0.20 | 0.20 | 0.21 | 0.23 | 0.30 | 0.35 | 0.39 | 0.42 | 0.45 | 0.47 | 0.49 | 0.50 |
| | SD/SC | −0.33 | −0.32 | −0.33 | −0.35 | −0.41 | −0.46 | −0.49 | −0.52 | −0.54 | −0.55 | −0.57 | −0.58 |
| | SB | 0.32 | 0.32 | 0.34 | 0.35 | 0.40 | 0.45 | 0.48 | 0.50 | 0.52 | 0.54 | 0.55 | 0.56 |
| | SA | −0.30 | −0.30 | −0.31 | −0.33 | −0.40 | −0.45 | −0.49 | −0.52 | −0.54 | −0.56 | −0.58 | −0.59 |

-1　　0　　1

表 J-2　HZP 核特性と HFP 相対出力の相関係数(その 1)

| | | HFPホウ素濃度 | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | H-8 | H-9 | G-9 | H-10 | G-10 | F-10 | H-11 | G-11 | F-11 | E-11 | H-12 | G-12 | F-12 | E-12 | D-12 |
| HZPホウ素濃度 | | 0.24 | 0.25 | 0.25 | 0.28 | 0.26 | 0.28 | 0.27 | 0.30 | 0.25 | 0.21 | 0.34 | 0.30 | 0.45 | 0.05 | −0.38 |
| 相対出力 | H-8 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.98 | 0.98 | 0.97 | 0.99 | 0.97 | 1.00 | 0.97 | 0.96 | 0.99 | 0.78 | 0.34 | −0.32 |
| | H-9 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.99 | 0.98 | 1.00 | 0.98 | 0.97 | 0.99 | 0.80 | 0.38 | −0.30 |
| | G-9 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 0.98 | 0.98 | 0.99 | 0.81 | 0.41 | −0.27 |
| | H-10 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 0.88 | 0.46 | −0.26 |
| | G-10 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.86 | 0.51 | −0.19 |
| | F-10 | 0.98 | 0.98 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.97 | 0.98 | 0.98 | 0.89 | 0.47 | −0.26 |
| | H-11 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.98 | 1.00 | 0.82 | 0.45 | −0.23 |
| | G-11 | 0.97 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.98 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.87 | 0.53 | −0.18 |
| | F-11 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 1.00 | 0.98 | 1.00 | 0.99 | 0.97 | 1.00 | 0.81 | 0.40 | −0.27 |
| | E-11 | 0.97 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.99 | 0.97 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.98 | 0.99 | 0.82 | 0.53 | −0.13 |
| | H-12 | 0.97 | 0.97 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.98 | 0.98 | 1.00 | 0.99 | 0.88 | 0.54 | −0.16 |
| | G-12 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.98 | 1.00 | 0.82 | 0.44 | −0.25 |
| | F-12 | 0.79 | 0.81 | 0.82 | 0.88 | 0.86 | 0.90 | 0.83 | 0.88 | 0.81 | 0.82 | 0.89 | 0.83 | 1.00 | 0.60 | −0.17 |
| | E-12 | 0.38 | 0.41 | 0.45 | 0.49 | 0.54 | 0.50 | 0.49 | 0.56 | 0.44 | 0.57 | 0.58 | 0.47 | 0.62 | 1.00 | 0.64 |
| | D-12 | −0.26 | −0.24 | −0.22 | −0.22 | −0.14 | −0.22 | −0.18 | −0.13 | −0.22 | −0.08 | −0.12 | −0.20 | −0.17 | 0.65 | 0.99 |
| | H-13 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.97 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.96 | 0.98 | 0.99 | 0.84 | 0.42 | −0.28 |
| | G-13 | 0.87 | 0.88 | 0.89 | 0.92 | 0.92 | 0.91 | 0.91 | 0.94 | 0.88 | 0.89 | 0.96 | 0.92 | 0.91 | 0.57 | −0.15 |
| | F-13 | −0.02 | 0.01 | 0.04 | 0.12 | 0.14 | 0.13 | 0.08 | 0.19 | 0.02 | 0.11 | 0.25 | 0.09 | 0.48 | 0.69 | 0.40 |
| | E-13 | 0.58 | 0.56 | 0.54 | 0.44 | 0.48 | 0.41 | 0.54 | 0.46 | 0.56 | 0.53 | 0.44 | 0.55 | 0.02 | −0.06 | −0.15 |
| | D-13 | −0.12 | −0.16 | −0.19 | −0.30 | −0.30 | −0.32 | −0.22 | −0.33 | −0.17 | −0.26 | −0.36 | −0.21 | −0.67 | −0.73 | −0.27 |
| | C-13 | −0.94 | −0.95 | −0.96 | −0.98 | −0.98 | −0.98 | −0.97 | −0.99 | −0.96 | −0.96 | −0.99 | −0.97 | −0.92 | −0.55 | 0.21 |
| | H-14 | −0.99 | −0.99 | −0.98 | −0.96 | −0.96 | −0.95 | −0.97 | −0.95 | −0.98 | −0.95 | −0.93 | −0.97 | −0.72 | −0.29 | 0.31 |
| | G-14 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −0.97 | −0.99 | −0.97 | −0.99 | −0.98 | −0.99 | −0.99 | −0.97 | −0.99 | −0.76 | −0.44 | 0.18 |
| | F-14 | −1.00 | −1.00 | −0.99 | −0.98 | −0.98 | −0.98 | −0.99 | −0.97 | −1.00 | −0.97 | −0.96 | −0.99 | −0.80 | −0.35 | 0.31 |
| | E-14 | −0.98 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −1.00 | −0.98 | −1.00 | −1.00 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −1.00 | −0.83 | −0.51 | 0.17 |
| | D-14 | −0.95 | −0.96 | −0.97 | −0.98 | −0.99 | −0.98 | −0.98 | −0.99 | −0.97 | −0.97 | −1.00 | −0.98 | −0.90 | −0.56 | 0.17 |
| | C-14 | −0.94 | −0.95 | −0.96 | −0.98 | −0.98 | −0.98 | −0.97 | −0.99 | −0.96 | −0.96 | −0.99 | −0.97 | −0.93 | −0.54 | 0.22 |
| | H-15 | −0.89 | −0.90 | −0.92 | −0.94 | −0.96 | −0.94 | −0.93 | −0.97 | −0.91 | −0.95 | −0.97 | −0.93 | −0.90 | −0.72 | −0.04 |
| | G-15 | −0.98 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −1.00 | −0.99 | −1.00 | −1.00 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −1.00 | −0.84 | −0.50 | 0.18 |
| | F-15 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −1.00 | −0.99 | −1.00 | −1.00 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −1.00 | −0.85 | −0.48 | 0.21 |
| | E-15 | −0.93 | −0.95 | −0.95 | −0.97 | −0.98 | −0.97 | −0.97 | −0.99 | −0.95 | −0.97 | −0.99 | −0.97 | −0.91 | −0.61 | 0.09 |
| 制御棒価値 | D1 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.99 | 0.98 | 0.99 | 0.98 | 0.97 | 0.99 | 0.81 | 0.42 | −0.24 |
| | D2 | −0.42 | −0.41 | −0.40 | −0.38 | −0.34 | −0.37 | −0.38 | −0.33 | −0.40 | −0.30 | −0.32 | −0.39 | −0.25 | 0.41 | 0.83 |
| | D3 | 0.97 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.85 | 0.55 | −0.13 |
| | C1 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.99 | 0.84 | 0.49 | −0.20 |
| | C2 | −0.99 | −0.99 | −0.99 | −0.96 | −0.97 | −0.96 | −0.99 | −0.96 | −0.99 | −0.97 | −0.95 | −0.98 | −0.73 | −0.37 | 0.24 |
| | B | −0.99 | −1.00 | −1.00 | −0.98 | −0.99 | −0.98 | −1.00 | −0.98 | −1.00 | −0.98 | −0.97 | −0.99 | −0.78 | −0.41 | 0.24 |
| | A | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.99 | 0.84 | 0.49 | −0.20 |
| | SD/SC | −0.97 | −0.97 | −0.97 | −0.96 | −0.96 | −0.96 | −0.97 | −0.96 | −0.97 | −0.95 | −0.95 | −0.97 | −0.79 | −0.35 | 0.35 |
| | SB | 0.72 | 0.74 | 0.76 | 0.82 | 0.83 | 0.83 | 0.78 | 0.84 | 0.75 | 0.79 | 0.86 | 0.77 | 0.93 | 0.78 | 0.11 |
| | SA | −0.95 | −0.96 | −0.97 | −0.98 | −0.99 | −0.98 | −0.98 | −0.99 | −0.97 | −0.98 | −1.00 | −0.98 | −0.88 | −0.59 | 0.11 |

-1　　0　　1

表 J-3　HZP 核特性と HFP 相対出力の相関係数(その 2)

| | | HFPホウ素濃度 | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | H-13 | G-13 | F-13 | E-13 | D-13 | C-13 | H-14 | G-14 | F-14 | E-14 | D-14 | C-14 | H-15 | G-15 | F-15 | E-15 |
| HZPホウ素濃度 | | 0.41 | 0.57 | 0.55 | 0.04 | -0.31 | -0.39 | -0.14 | -0.18 | -0.24 | -0.28 | -0.38 | -0.41 | -0.25 | -0.29 | -0.31 | -0.35 |
| 相対出力 | H-8 | 0.97 | 0.87 | -0.03 | 0.57 | -0.12 | -0.94 | -0.99 | -0.99 | -1.00 | -0.98 | -0.95 | -0.94 | -0.88 | -0.98 | -0.98 | -0.93 |
| | H-9 | 0.98 | 0.88 | 0.01 | 0.54 | -0.16 | -0.95 | -0.99 | -0.99 | -1.00 | -0.99 | -0.96 | -0.95 | -0.90 | -0.99 | -0.99 | -0.94 |
| | G-9 | 0.98 | 0.89 | 0.04 | 0.53 | -0.19 | -0.96 | -0.98 | -0.99 | -1.00 | -0.99 | -0.97 | -0.96 | -0.91 | -0.99 | -0.99 | -0.95 |
| | H-10 | 0.98 | 0.92 | 0.12 | 0.43 | -0.30 | -0.98 | -0.96 | -0.98 | -0.99 | -0.99 | -0.98 | -0.98 | -0.94 | -0.99 | -0.99 | -0.97 |
| | G-10 | 0.98 | 0.92 | 0.13 | 0.47 | -0.29 | -0.98 | -0.96 | -0.99 | -0.98 | -1.00 | -0.99 | -0.98 | -0.95 | -1.00 | -1.00 | -0.98 |
| | F-10 | 0.97 | 0.92 | 0.13 | 0.40 | -0.32 | -0.98 | -0.96 | -0.97 | -0.98 | -0.98 | -0.98 | -0.98 | -0.94 | -0.99 | -0.99 | -0.97 |
| | H-11 | 0.98 | 0.91 | 0.08 | 0.53 | -0.22 | -0.97 | -0.98 | -0.99 | -0.99 | -1.00 | -0.98 | -0.97 | -0.93 | -1.00 | -1.00 | -0.96 |
| | G-11 | 0.98 | 0.94 | 0.18 | 0.45 | -0.32 | -0.99 | -0.95 | -0.98 | -0.98 | -1.00 | -0.99 | -0.99 | -0.96 | -1.00 | -1.00 | -0.99 |
| | F-11 | 0.98 | 0.89 | 0.02 | 0.55 | -0.17 | -0.96 | -0.98 | -0.99 | -1.00 | -0.99 | -0.97 | -0.96 | -0.91 | -0.99 | -0.99 | -0.95 |
| | E-11 | 0.96 | 0.89 | 0.10 | 0.52 | -0.26 | -0.96 | -0.96 | -0.99 | -0.97 | -0.99 | -0.97 | -0.96 | -0.94 | -0.99 | -0.99 | -0.97 |
| | H-12 | 0.99 | 0.95 | 0.22 | 0.44 | -0.34 | -0.99 | -0.94 | -0.97 | -0.97 | -0.99 | -1.00 | -0.99 | -0.97 | -1.00 | -1.00 | -0.99 |
| | G-12 | 0.99 | 0.92 | 0.08 | 0.54 | -0.21 | -0.97 | -0.97 | -0.99 | -0.99 | -1.00 | -0.98 | -0.97 | -0.92 | -1.00 | -1.00 | -0.97 |
| | F-12 | 0.85 | 0.92 | 0.47 | 0.02 | -0.67 | -0.92 | -0.73 | -0.77 | -0.80 | -0.84 | -0.90 | -0.94 | -0.90 | -0.85 | -0.85 | -0.92 |
| | E-12 | 0.46 | 0.59 | 0.67 | -0.05 | -0.72 | -0.58 | -0.34 | -0.48 | -0.39 | -0.54 | -0.59 | -0.57 | -0.75 | -0.54 | -0.52 | -0.64 |
| | D-12 | -0.24 | -0.15 | 0.32 | -0.09 | -0.21 | 0.18 | 0.25 | 0.12 | 0.25 | 0.12 | 0.14 | 0.19 | -0.08 | 0.14 | 0.17 | 0.06 |
| | H-13 | 1.00 | 0.95 | 0.16 | 0.51 | -0.24 | -0.97 | -0.94 | -0.97 | -0.98 | -0.98 | -0.98 | -0.97 | -0.91 | -0.99 | -0.99 | -0.97 |
| | G-13 | 0.95 | 1.00 | 0.45 | 0.32 | -0.47 | -0.96 | -0.81 | -0.87 | -0.87 | -0.92 | -0.97 | -0.97 | -0.92 | -0.93 | -0.93 | -0.96 |
| | F-13 | 0.17 | 0.45 | 1.00 | -0.42 | -0.83 | -0.28 | 0.13 | -0.02 | 0.01 | -0.14 | -0.28 | -0.29 | -0.37 | -0.15 | -0.14 | -0.31 |
| | E-13 | 0.52 | 0.34 | -0.43 | 0.99 | 0.59 | -0.38 | -0.61 | -0.60 | -0.56 | -0.53 | -0.42 | -0.36 | -0.30 | -0.52 | -0.52 | -0.38 |
| | D-13 | -0.25 | -0.47 | -0.84 | 0.59 | 1.00 | 0.43 | 0.04 | 0.15 | 0.14 | 0.26 | 0.39 | 0.43 | 0.51 | 0.27 | 0.26 | 0.42 |
| | C-13 | -0.98 | -0.96 | -0.28 | -0.36 | 0.42 | 1.00 | 0.90 | 0.94 | 0.94 | 0.97 | 1.00 | 1.00 | 0.95 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| | H-14 | -0.94 | -0.81 | 0.14 | -0.60 | 0.03 | 0.90 | 1.00 | 0.98 | 0.99 | 0.96 | 0.91 | 0.90 | 0.85 | 0.96 | 0.96 | 0.89 |
| | G-14 | -0.97 | -0.87 | -0.01 | -0.59 | 0.14 | 0.94 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.95 | 0.93 | 0.91 | 0.99 | 0.99 | 0.94 |
| | F-14 | -0.97 | -0.87 | 0.02 | -0.54 | 0.13 | 0.94 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.98 | 0.95 | 0.94 | 0.89 | 0.98 | 0.98 | 0.94 |
| | E-14 | -0.99 | -0.93 | -0.13 | -0.52 | 0.25 | 0.97 | 0.96 | 0.99 | 0.98 | 1.00 | 0.99 | 0.97 | 0.95 | 1.00 | 1.00 | 0.98 |
| | D-14 | -0.98 | -0.97 | -0.27 | -0.41 | 0.39 | 1.00 | 0.91 | 0.96 | 0.95 | 0.99 | 1.00 | 1.00 | 0.96 | 0.99 | 0.99 | 0.99 |
| | C-14 | -0.98 | -0.97 | -0.28 | -0.35 | 0.43 | 1.00 | 0.90 | 0.94 | 0.95 | 0.97 | 0.99 | 1.00 | 0.95 | 0.98 | 0.98 | 0.99 |
| | H-15 | -0.92 | -0.92 | -0.35 | -0.29 | 0.50 | 0.95 | 0.86 | 0.92 | 0.90 | 0.95 | 0.96 | 0.96 | 1.00 | 0.95 | 0.95 | 0.98 |
| | G-15 | -0.99 | -0.93 | -0.14 | -0.51 | 0.26 | 0.98 | 0.96 | 0.99 | 0.98 | 1.00 | 0.99 | 0.98 | 0.95 | 1.00 | 1.00 | 0.98 |
| | F-15 | -0.99 | -0.93 | -0.14 | -0.50 | 0.26 | 0.98 | 0.96 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.98 | 0.94 | 1.00 | 1.00 | 0.98 |
| | E-15 | -0.97 | -0.96 | -0.30 | -0.37 | 0.42 | 0.98 | 0.90 | 0.95 | 0.94 | 0.98 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 1.00 |
| 制御棒価値 | D1 | 0.97 | 0.87 | 0.02 | 0.51 | -0.19 | -0.95 | -0.98 | -0.99 | -0.99 | -0.98 | -0.96 | -0.95 | -0.91 | -0.98 | -0.98 | -0.95 |
| | D2 | -0.41 | -0.33 | 0.21 | -0.25 | -0.12 | 0.37 | 0.40 | 0.33 | 0.40 | 0.33 | 0.34 | 0.36 | 0.15 | 0.34 | 0.36 | 0.25 |
| | D3 | 0.97 | 0.91 | 0.14 | 0.45 | -0.31 | -0.97 | -0.95 | -0.98 | -0.97 | -0.99 | -0.98 | -0.97 | -0.96 | -0.99 | -0.99 | -0.98 |
| | C1 | 0.96 | 0.89 | 0.08 | 0.46 | -0.27 | -0.97 | -0.97 | -0.99 | -0.98 | -0.99 | -0.97 | -0.97 | -0.94 | -0.99 | -0.99 | -0.96 |
| | C2 | -0.96 | -0.84 | 0.05 | -0.61 | 0.09 | 0.92 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.94 | 0.92 | 0.88 | 0.97 | 0.97 | 0.92 |
| | B | -0.97 | -0.88 | -0.01 | -0.57 | 0.15 | 0.95 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 0.99 | 0.96 | 0.94 | 0.91 | 0.99 | 0.99 | 0.94 |
| | A | 0.97 | 0.89 | 0.09 | 0.46 | -0.27 | -0.97 | -0.97 | -0.99 | -0.98 | -0.99 | -0.98 | -0.97 | -0.94 | -0.99 | -0.99 | -0.96 |
| | SD/SC | -0.96 | -0.88 | -0.05 | -0.51 | 0.20 | 0.95 | 0.95 | 0.95 | 0.96 | 0.96 | 0.95 | 0.94 | 0.87 | 0.96 | 0.96 | 0.91 |
| | SB | 0.79 | 0.89 | 0.59 | 0.01 | -0.71 | -0.87 | -0.66 | -0.74 | -0.73 | -0.81 | -0.87 | -0.88 | -0.92 | -0.82 | -0.81 | -0.89 |
| | SA | -0.97 | -0.95 | -0.24 | -0.42 | 0.37 | 0.99 | 0.92 | 0.97 | 0.95 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 0.97 | 0.99 | 0.99 | 0.99 |

-1　　0　　1

## 公刊論文


1. 渡辺友章, 遠藤知弘, 山本章夫, 小玉泰寛, 大岡靖典, 牛尾直史, “ランダムサンプリング法による炉心安全性パラメータの不確かさと相関の評価 (1) 理論”, 日本原子力学会 2013 年秋の大会, 八戸工業大学, 9 月 3-5 日, 2013, J19 (2013)..
2. 渡辺友章, 遠藤知弘, 山本章夫, 小玉泰寛, 大岡靖典, 牛尾直史, “ランダムサンプリング法による炉心安全性パラメータの不確かさと相関の評価 (2) 適用性評価”, 日本原子力学会 2013 年秋の大会, 八戸工業大学, 9 月 3-5 日, 2013, J20 (2013)..
3. T. Watanabe, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kodama, Y. Ohoka, T. Ushio, “Uncertainty and Correlation Estimation of Reload Safety Parameters of PWR Using Random Sampling Method,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 109, pp. 1365-1368 (2013).
4. 渡辺友章, 遠藤知弘, 山本章夫, 小玉泰寛, 大岡靖典, 牛尾直史, “ランダムサンプリング法を用いた断面積調整法”, *KURRI-KR(CD)*, 43, pp. 131-142, (2013).
5. 渡辺友章, 遠藤知弘, 山本章夫, 小玉泰寛, 大岡靖典, 牛尾直史, “ランダムサンプリング法を用いた断面積調整法および感度係数評価 (1) 断面積調整法-理論”, 日本原子力学会 2014 年春の年会, 東京都市大学, 3 月 26-28 日, 2014, O45 (2014)..
6. 渡辺友章, 遠藤知弘, 山本章夫, 小玉泰寛, 大岡靖典, 牛尾直史, “ランダムサンプリング法を用いた断面積調整法および感度係数評価 (2) 断面積調整法-検証計算”, 日本原子力学会 2014 年春の年会, 東京都市大学, 3 月 26-28 日, 2014, O46 (2014).
7. T. Watanabe, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kodama, Y. Ohoka, T. Ushio, “Cross section adjustment method based on random sampling technique,” *J. Nucl. Sci. Technol*. 51, pp. 590-599 (2014).
8. T. Watanabe, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kodama, Y. Ohoka, T. Ushio, “Applicability of the cross section adjustment method based on random sampling technique for burnup calculation,” *Proc. PHYSOR2014*, Kyoto, Japan, Sep. 28-Oct. 3, 2014, (2014).
9. T. Watanabe, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kodama, Y. Ohoka, T. Ushio, “Estimation of Sensitivity Coefficient using Random Sampling and L1-norm Minimization,” *Trans. Am. Nucl. Soc*., 111, pp. 1391-1394 (2014).
10. 渡辺友章, 遠藤知弘, 山本章夫, 小玉泰寛, 大岡靖典, 牛尾直史, “ランダムサンプリング法を用いた断面積調整法の PWR 炉心解析への適用”, 日本原子力学会 2015 年春の年会, 茨城大学, 3 月 20-22 日, 2015. (to be presented)