

修士論文

データ同化を用いた
計算手法起因誤差の推定に関する研究

名古屋大学大学院
工学研究科博士課程(前期課程)
マテリアル理工学専攻
量子エネルギー工学分野
量子エネルギーシステム工学講座
エネルギー量子制御工学グループ

木下国治

平成 28 年 2 月

目次

第1章 序論	1
1.1 背景	1
1.1.1 炉心解析における不確かさ	1
1.1.2 不確かさの評価	2
1.2 本研究の目的	3
1.3 本論文の構成	5
第2章 データ同化による計算誤差推定	6
2.1 本章の概要	6
2.2 データ同化法	6
2.2.1 概要	6
2.2.2 最小分散推定	7
2.2.3 最尤推定	10
2.2.4 本節のまとめ	11
2.3 一つのパラメータを用いた推定	11
2.3.1 概要	11
2.3.2 推定式の導出	12
2.3.3 理論的考察	14
2.3.4 本節のまとめ	16
2.4 複数パラメータを用いた推定への拡張	17
2.4.1 概要	17
2.4.2 推定式の導出	17
2.4.3 簡易な条件における理論的考察	20
2.4.4 本節のまとめ	28
2.5 本章のまとめ	29
第3章 データ同化を用いた計算手法起因誤差の推定	30
3.1 本章の概要	30
3.2 計算体系・計算条件	31
3.2.1 計算体系	31
3.2.2 使用する核計算コード及び計算条件	33
3.3 相関パラメータ分析	34
3.3.1 概要	34
3.3.2 計算手順	34
3.3.3 計算条件	35
3.3.4 結果	38
3.3.5 本節のまとめ	42

3.4	一つのパラメータを用いた実効増倍率の推定.....	42
3.4.1	概要	42
3.4.2	推定手順.....	42
3.4.3	計算条件.....	43
3.4.4	推定結果・考察.....	44
3.4.5	本節のまとめ.....	51
3.5	複数のパラメータを用いた実効増倍率の推定.....	52
3.5.1	概要	52
3.5.2	推定手順.....	52
3.5.3	計算条件.....	54
3.5.4	結果・考察.....	56
3.5.5	本節のまとめ.....	77
3.6	本章のまとめ.....	78
第4章	結論	79
4.1	結論	79
4.2	今後の課題	80
	謝辞	82
	参考文献	83
Appendix A	最小分散法によるパラメータの推定値.....	85
Appendix B	修士研究に使用した計算コードのインプット.....	87
B.1	AEGIS のインプット	87
B.2	ICE のインプット	108
B.3	DANTSYS のインプット	113
Appendix C	空間均質化と拡散近似による核特性の不確かさ評価手法に関する検討.....	118
C.1	概要	118
C.2	不確かさ評価方法.....	118
C.2.1	集合体計算に起因する不確かさ評価方法.....	118
C.2.2	炉心計算に起因する不確かさ評価方法.....	121
C.3	計算体系・計算条件.....	122
C.3.1	DANTSYS の計算条件	122
C.3.2	ランダムサンプリング法の計算条件.....	122
C.4	不確かさ評価手順.....	122
C.5	集合体計算と炉心計算における計算手法起因の不確かさ評価.....	123
C.6	まとめ	130
	公刊論文	131

第1章 序論

1.1 背景

1.1.1 炉心解析における不確かさ

原子炉の安全性は、数値シミュレーションにより原子炉炉心の性能を予測することで評価されている。この数値シミュレーションは炉心解析と呼ばれ、主に原子炉内の中性子の挙動を計算している。具体的には、ボルツマン輸送方程式を数値的に解くことで原子炉の臨界性及び中性子束分布を求め、その結果から原子炉内の出力分布や制御棒価値などの運転上重要な核特性パラメータが計算される。これらの核特性が安全性などに基づき設定された様々な制限値を満足するように炉心の設計が行われる[1]。しかしながら、数値シミュレーションを利用して得られる炉心解析結果は必ず不確かさが存在し、解析値と制限値を比較する場合にはこの不確かさを考慮する必要がある。よって、炉心解析の精度は原子炉の安全性や経済性に影響を与える。このため、炉心解析結果の不確かさを定量的に評価することは、炉心解析結果の信頼性の観点から重要である。さらに、この不確かさを低減することが出来れば、安全性及び信頼性の向上につながる。

炉心解析結果の不確かさに影響を与える要因には、以下の二つの要因に大きく分けられる。

① 入力パラメータの不確かさに起因するもの

例：核データの不確かさ、炉内構造物の製造公差

② 解析手法に起因するもの

例：幾何形状の近似、空間均質化、エネルギー群縮約、拡散近似

二つの要因について、説明する。

①は入力パラメータの不確かさに起因する炉心解析結果の不確かさである。炉心解析では、様々なパラメータがその入力値として必要となる。これらの入力パラメータには、不確かさが存在する。例えば、核反応断面積などの核データは、実験データや理論モデル(Breit-Wigner 共鳴公式など)を総合して最も確からしい値になるように評価されている[2]。また、核反応断面積には、評価値(期待値)だけでなく、その分散(不確かさ・相関)の情報も評価されている。その共分散(不確かさ・相関)が炉心解析を通して、解析結果に伝播することになる。

②は解析手法におけるモデル化や近似に起因する炉心解析結果の不確かさである。数値計算を行う際に、空間や中性子エネルギーの変数を連続的に取り扱うことが難しく、空間や中性子エネルギーの離散化(メッシュ化、群数化)といった操作が必要となる。そのため、メッシュ誤差、多群化誤差に起因する不確かさが発生する。また、軽水炉解析では、一般に集合体計算と炉心計算の2段階の解析法が用いられている。これは、炉心体系のような大型体系でエネルギーや空間分布を詳細に扱う計算を行うことが計算コスト等の観点から困難だからである。炉心解析では計算効率のために、集合体を均質な物質として取り扱う(空間均

質化)やエネルギー群数を少数にまとめる(エネルギー少数群縮約)といった操作を行っている。こういった操作により解析結果に不確かさが生じることとなる。

①の入力パラメータに起因する不確かさに関して、入力データのひとつである核データの不確かさを共分散データとして評価する取り組みが進められている。この共分散データを利用して、炉心解析結果の不確かさを評価する研究が近年されている[3-5]。さらに、炉心解析結果の不確かさを低減することができる断面積調整法に関する研究もされている[6,7]。断面積調整法は、臨界実験や実機の運転等で得られる核特性の測定値とその解析値を用いて、それらの差異が小さくなるように解析の入力である断面積の値を理論的に調整し、その調整された断面積を別の設計炉心の解析に用いることで、設計炉心の核特性予測精度の向上を図る手法である。

一方、②の解析手法に起因する不確かさに関しては、高速炉炉心解析では研究例があるが、軽水炉炉心解析ではこれまでに研究の対象とされてきていない。そこで、本研究では軽水炉における解析手法に起因する炉心解析結果の不確かさに注目し、これを評価することを目的とする。解析手法に起因する炉心解析結果の不確かさが評価されれば、原子炉の信頼性の向上に資することができる。

1.1.2 不確かさの評価

ここでは、炉心解析結果の不確かさについて、その評価方法などを述べる。まず、不確かさのイメージについて図 1.1.1 に示す。

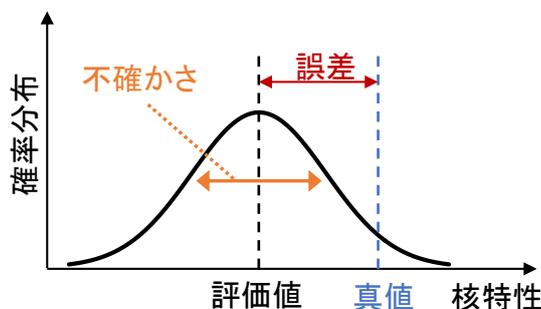


図 1.1.1 不確かさのイメージ図

図 1.1.1 では、ある核特性の確率分布を表している。不確かさは、測定値(評価値)のばらつき度合いを表すパラメータである。この不確かさが小さいことは精度が高いことを意味している。また、誤差は測定値(評価値)と真値との差異である。誤差が小さいことは正確度が高いことを意味している。

測定やシミュレーションで求めたい値は、真値であるが、一般に真値を求めることは不可能であるため狭義の誤差を求めることは不可能である。そこで、入力パラメータ起因の不確かさ評価では、正確度が十分高い、つまりバイアス(系統誤差)がないとして、不確かさによ

り真値が存在する範囲を表現している。一方、解析手法起因の不確かさ評価では、近似やモデル化などが使われていない詳細な計算で得られた計算結果を真値として、真値と評価値の誤差の評価していることが多い。しかしながら、炉心設計では詳細な計算で解析手法起因誤差を評価することは現実的ではない。なぜなら、安全性や経済性を満足する適切な燃料配置を検討する必要があり、様々な燃料配置に対して詳細な計算を行うことは、計算コストの観点から非現実的であることが多いためである。

解析手法起因の誤差評価に関して、高速炉における断面積調整法では、決定論的手法とモンテカルロ法に対してそれぞれ、解析手法起因の誤差を評価している[8]。決定論的手法では、基準計算に対する詳細モデル計算による補正量(基準計算と詳細モデル計算の差異)に基づいて設定している。この設定は、詳細モデル計算を行った場合に、空間やエネルギーなどの離散化パラメータに対する解析結果の依存性が大きい核特性は、計算誤差も大きい可能性が高いという考えに基づいている。詳細モデル計算による補正の具体例としては、拡散理論に対して輸送理論の適用による補正(輸送理論補正)やメッシュサイズを詳細にすることによる補正(メッシュサイズ補正)、エネルギー群を超微細群にすることによる補正(超微細群補正)などがある。なお、これらの補正は、個別に評価される。すなわち、輸送補正、メッシュサイズ補正などを同時に評価するためには、これらのパラメータを同時に詳細にする必要があるが、そのような計算は、計算リソースの観点から非現実的になってしまう。そこで、補正量を個別に評価することで計算リソースの問題を回避している。高速炉解析の先行研究例では、これらの詳細モデル計算による各種補正量の「一定割合」の二乗和が解析手法起因誤差の二乗和と一致するとして解析手法起因誤差を評価している。この「一定割合」に関して、例えば、高速炉用統合炉定数(断面積ライブラリ)である ADJ2010 の作成では、これを 50%としている[10]。一方、連続エネルギーモンテカルロ計算における解析手法起因の誤差は、統計誤差のみとして設定されている。しかし、連続エネルギーモンテカルロ計算における解析手法起因誤差の要因としては、統計誤差だけでなく、物理モデルを正確に実装できていない場合もある。例えば、共鳴領域の弾性散乱衝突解析モデルなどである[11]。また、統計誤差に関しても、モンテカルロコードでは、世代間の核分裂中性子源の相関を無視して統計誤差を評価しているため、実際の統計誤差よりも過小評価になる傾向がある[12,13]。このため、ADJ2010 では、モンテカルロコードの算出する統計誤差を二倍した値を解析手法起因の誤差としている。

1.2 本研究の目的

解析手法に起因する解析結果の誤差は、高速炉において工学的に評価された実績はあるが、解析手法起因誤差を評価する方法論は確立されていない。そこで、本研究では、解析手法に起因する炉心解析結果の誤差の評価方法を確立することを最終目標とする。

核特性解析手法は、モンテカルロ法や決定論的手法に大きく分けられるが、モンテカルロ法には、連続エネルギーモンテカルロ法と多群モンテカルロ法などがあり、決定論的手法に

は、非均質輸送計算や均質拡散計算などがある。もっとも近似が少なく計算精度が高いのは連続エネルギーモンテカルロ法であるが、本研究では、解析手法起因誤差として、一般的な軽水炉解析に用いられる均質拡散計算とより詳細な非均質輸送計算の計算誤差(均質拡散計算と非均質輸送計算の差異)に注目する。均質拡散計算と非均質輸送計算は、1.1.1 項で説明した、一般的な軽水炉解析における炉心計算と集合体計算で使用される解析手法である。1.1.2 項で述べたように、本研究で注目する均質拡散計算と非均質輸送計算の差異(計算誤差)は、一般に詳細な計算(非均質輸送計算)実施することで評価可能であるが、炉心設計などでは全ての計算ケースについて詳細な非均質輸送計算を行うことは非現実的である。しかしながら、均質拡散計算と非均質輸送計算の差異は、中性子漏れ量などの核特性パラメータと相関があることが経験的に知られている。この相関を利用することで、炉心設計において詳細な非均質輸送計算を行うことなく解析手法起因の誤差を推定できる可能性がある。

原子炉物理学の分野で、Abdel-Khalik 氏らによって相関を利用した核特性の不確かさに関する研究が近年行われている[14,15]。Abdel-Khalik 氏らの研究では、臨界集合体実験などの実験領域におけるバイアスや不確かさが、実機などの応用領域にどのようにマッピング(変換)されるかについて、Physics-guided Coverage Mapping (PCM)という方法を用いて推定している。従来から実験領域における測定データを利用して、応用領域のシミュレーション結果を較正することは行われてきた。しかし、従来の較正(調整)では、実験領域の不確かさ(バイアス)を応用領域にマッピングする際に、想定している実験領域の不確かさ(主に入力パラメータの不確かさ)とは異なる不確かさ要因(計算手法起因の不確かさ)により、適切に較正されないことが課題となっている[9]。そこで、PCM では、不確かさを推定したい応用領域の核特性に対して、相関が強い実験領域の疑似レスポンスを用いている。これは、応用領域の核特性を相関が強い実験領域の核特性の線形結合で表すものである。この応用領域の核特性と疑似レスポンスの相関を利用することで、計算手法起因の不確かさの影響を疑似レスポンスの相関の強さに含めることができる。以上により、疑似レスポンスの不確かさから核特性の不確かさを適切に推定することを試みている。疑似レスポンスにおける線形結合の係数は、解析の入力となる核反応断面積などを変化させた場合に、応用領域の核特性との相関が強くなるように決定している。ただし、現在の PCM では、計算で評価した実験領域の疑似レスポンスと応用領域の核特性の相関を利用して、実験領域の測定値から応用領域の核特性の測定値を推定しているため、暗黙のうちに実験領域と応用領域で計算手法起因誤差(計算結果と測定値の誤差)が同じであると仮定している。ゆえに、計算手法起因誤差が独立に評価されるわけではない。

本研究では、断面積などの入力パラメータは一定とすることで、不確かさの要因として計算手法起因の不確かさにのみ着目する。そこで、相関を利用した計算手法起因誤差の推定ために、PCM のように疑似レスポンスを用いずに、データ同化に注目した[16,17]。データ同化は、数値シミュレーションに測定データを取り入れることで、よりもっともらしい推定を行う手法である。例えば、海面水温の観測データから、データ同化により数値シミュレーシ

ヨンの適切な初期値を作成することで、エルニーニョ現象の発生が予測されている[16]。計算手法起因誤差の推定にデータ同化を応用して、均質拡散計算の計算結果そのものに加え、計算誤差と相関があり均質拡散計算で計算できる何らかの副次的なパラメータを「測定データ」として取り入れる(同化する)ことで、計算誤差(均質拡散計算と非均質輸送計算結果との差異)を推定することを試みる。この「測定データ」には、計算誤差と相関があるため計算誤差の情報が含まれている。

具体的な推定では、二つの段階に分けて核特性の誤差(計算誤差)の推定を行う。まず、簡易な体系(本検討では 2×2 集合体体系)で、均質拡散計算で核特性とパラメータと非均質輸送計算で核特性を計算し、核特性の計算誤差(均質拡散計算と非均質輸送計算結果との差異)とパラメータの相関を評価する。次に、推定したい体系(本検討では 3×3 集合体体系)でパラメータを計算し、そのパラメータと簡易な体系の相関結果から、核特性の誤差について推定を行う。

PCM では、実験領域と応用領域で計算手法起因誤差((計算結果と測定値の誤差)が同じであると仮定して、実験領域の測定値が応用領域の核特性にどのようにマッピング(変換)されるか推定しているのに対して、本手法では、実験領域と応用領域での計算誤差は異なるとしており、均質拡散計算で計算されるパラメータを用いて応用領域における計算手法起因誤差を推定している点が異なっている。これは、不確かさとして考えている要因(入力パラメータの不確かさによるもの、または計算手法によるもの)による違いである。また、推定の理論に関しては、PCM は、実験領域における疑似レスポンスと推定したいパラメータ(核特性)との相関を利用しており、実験領域におけるパラメータの係数をモンテカルロ法で決定しているのに対して、本研究では、均質拡散計算で計算されるパラメータと推定したいパラメータ(本研究では計算誤差)の相関を直接利用しており、実験領域におけるパラメータの係数にあたる部分については、データ同化を利用して決定しているという点が異なる。この違いによる本研究の利点は、実験領域におけるパラメータの係数にあたる部分について、数学的根拠に基づいて決定しており、一意性がある点である。

1.3 本論文の構成

本論文は全4章で構成されており、本章では本研究の背景として、解析手法に起因する炉心解析結果の不確かさとその評価について説明し、本研究の目的を述べた。2章では、データ同化の理論について説明し、それを踏まえて、本研究で非均質輸送計算結果の推定式を導出する。3章では、2章で導出した推定式を用いて、簡単な体系で非均質輸送計算結果を推定し、結果について考察を行った。最後に、4章において本論文をまとめ、結論を述べる。

第2章 データ同化による計算誤差推定

2.1 本章の概要

本章では、本研究で取り扱った手法について説明を行う。2.2節ではデータ同化の理論について一般的な説明を行う。本研究では、データ同化の理論を応用して、詳細な非均質輸送計算による計算結果を推定することを試みる。具体的には、均質拡散計算の計算結果そのものに加え、計算誤差と相関があり、かつ均質拡散計算で計算できる副次的なパラメータを考慮することで、非均質輸送計算結果を推定する。2.3節では、まず、計算誤差と相関のあるパラメータを一つとした場合の推定について説明する。そして、2.4節において2.3節の内容をパラメータの数を複数へ拡張する。最後に2.5節で本章のまとめを述べる。

2.2 データ同化法

2.2.1 概要

本節では、参考文献[11]を基に、データ同化について一般的な説明する。データ同化とは、数値シミュレーションに測定データを取り入れることで、よりもっともらしい値を推定する手法である。

データ同化の理論は、特に最小分散推定や最尤推定を基礎として発展してきた。最小分散推定は、推定値の分散ができるだけ小さくなるように推定する手法である。最尤推定は、もっともらしさを表す尤度が最大になるように推定する手法である。ここで、尤度 $L(B|A)$ は、真値が B であったときに A が観測される条件付き確率 $P(A|B)$ に相当する量である。最小分散推定や最尤推定の概念図を図 2.2.1 に示す。

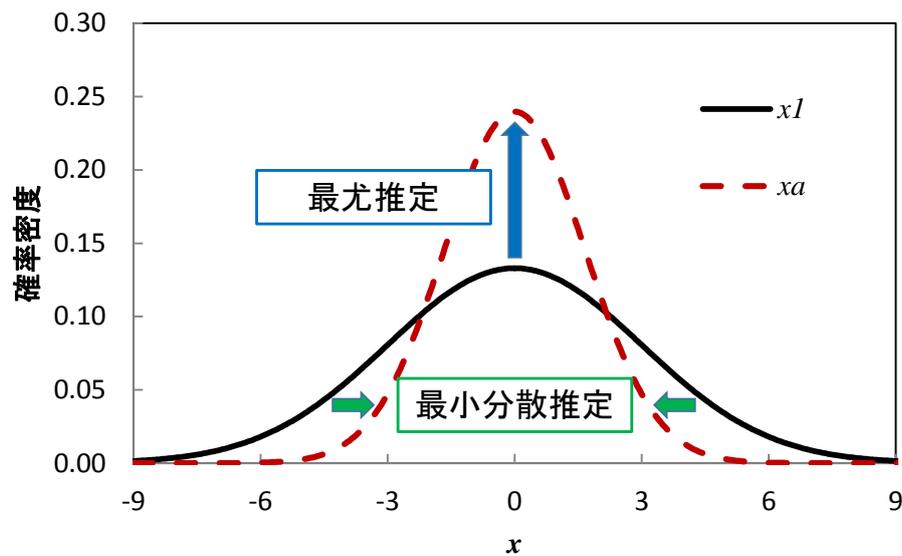


図 2.2.1 最小分散推定と最尤推定の概念

図 2.2.1 における x_1 は、観測値の確率密度関数を表しており、平均値 0 の正規分布として表している。 x_a は、推定値の確率密度関数を表している。最小分散推定と最尤推定のイメージとしては、最小分散推定は分布の幅が小さくなるように、最尤推定は最頻値で確率が大きくなるように推定が行われる。

2.2.2 項では最小分散推定について、2.2.3 項では最尤推定について、簡単な具体例を用いて説明する。

2.2.2 最小分散推定

本項では、最小分散推定について説明する。ここでは、変数 x について、その最適推定値 x_a を異なる二つの推定値 x_1 、 x_2 から求める。この推定値 x_1 、 x_2 は、例えばモデル予測値、観測値などである。

変数 x の真値を x^t 、推定値 x_1 、 x_2 の誤差を ε_1 、 ε_2 とすると、次のようになる。

$$\begin{aligned} x_1 &= x^t + \varepsilon_1 \\ x_2 &= x^t + \varepsilon_2 \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

真値 x^t を再現するようにもっともらしい推定値 x_a を求める。この時、問題の簡易化のため、以下の二つの条件を仮定する。

- 1) x_1 、 x_2 は普遍推定値(unbiased estimate)である。つまり、次式の関係が成り立つと仮定する。

$$\langle x_1 \rangle = \langle x_2 \rangle = x^t \tag{2.2.2}$$

よって、 x_1 、 x_2 の誤差は次式の関係が得られる。

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \langle \varepsilon_2 \rangle = 0 \tag{2.2.3}$$

ここで、 $\langle \quad \rangle$ は期待値を表している。

- 2) x_1 、 x_2 の誤差は無相関である。つまり、次式の関係が成り立つと仮定する。

$$\langle (x_1 - x^t)(x_2 - x^t) \rangle = 0 \tag{2.2.4}$$

$$\therefore \langle \varepsilon_1 \varepsilon_2 \rangle = 0$$

以上の仮定から、次式のように推定値 x_a を推定する。

$$x_a = \alpha x_1 + \beta x_2 \tag{2.2.5}$$

ここで、 α と β は定数である。最小分散推定では、この x_a の分散を最小にするように、 α と β を決定する。推定値 x_a が不偏分散($\langle x_a \rangle = x^t$)であるとするならば、(2.2.5)式について期待値をとると、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
\langle x_a \rangle &= \alpha \langle x_1 \rangle + \beta \langle x_2 \rangle \\
x^t &= \alpha x^t + \beta x^t \\
\therefore \alpha + \beta &= 1
\end{aligned} \tag{2.2.6}$$

よって、これを(2.2.5)式に代入して、次式が得られる。

$$x_a = \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2 \tag{2.2.7}$$

次に、 x_a の分散を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
\sigma_a^2 &= \langle (x_a - x^t)^2 \rangle \\
&= \langle (\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2 - x^t)^2 \rangle \\
&= \langle (\alpha(x_1 - x^t) + (1 - \alpha)(x_2 - x^t))^2 \rangle \\
&= \langle (\alpha \varepsilon_1 + (1 - \alpha)\varepsilon_2)^2 \rangle \\
&= \alpha^2 \langle \varepsilon_1^2 \rangle + 2\alpha(1 - \alpha)\langle \varepsilon_1 \varepsilon_2 \rangle + (1 - \alpha)^2 \langle \varepsilon_2^2 \rangle
\end{aligned} \tag{2.2.8}$$

ここで、 x_1 、 x_2 の分散を σ_1^2 、 σ_2^2 とした。また、 x_1 、 x_2 の誤差は無相関であり(2.2.4)式のように表わされることから、(2.2.8)式は次のようになる。

$$\sigma_a^2 = \alpha^2 \sigma_1^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_2^2 \tag{2.2.9}$$

最小分散推定に基づいて、 x_a の分散が最小になるように、 $\partial \sigma_a^2 / \partial \alpha = 0$ となる α を求める。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_a^2}{\partial \alpha} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} (\alpha^2 \sigma_1^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_2^2) \\
&= 2\alpha \cdot \sigma_1^2 + (-1) \cdot 2(1 - \alpha) \cdot \sigma_2^2 \\
&= 2\alpha \cdot \sigma_1^2 + 2(\alpha - 1) \cdot \sigma_2^2 \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.2.10}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

よって、推定値 x_a と推定値の分散 σ_a^2 は次のようになる。

$$\begin{aligned}
x_a &= \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2 \\
&= \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} x_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} x_2 \\
&= x_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} (x_2 - x_1)
\end{aligned} \tag{2.2.11}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_a^2 &= \alpha^2 \sigma_1^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_2^2 \\
&= \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2 \sigma_2^2 \\
&= \frac{\sigma_2^4}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} \cdot \sigma_1^2 + \frac{\sigma_1^4}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} \cdot \sigma_2^2 \\
&= \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} \cdot (\sigma_2^2 + \sigma_1^2) \\
&= \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}
\end{aligned} \tag{2.2.12}$$

次に、簡単な例を考えて、推定結果について考察する。二つの推定値 x_1 、 x_2 から、最適推定値 x_a を推定した結果について示す。 x_1 、 x_2 を平均値 0(真値が 0)、分散 $\sigma_1^2 = 3^2$ 、 $\sigma_2^2 = 2^2$ の正規分布に従う確率変数とした。200,000 個の疑似乱数を用いて、推定値 x_1 、 x_2 を 100,000 個ずつ作成し、(2.2.11)式から x_a を求めた。その結果得られた、 x_1 、 x_2 、 x_a のヒストグラムを図 2.2.2 に示す。ここで、ヒストグラムを作成する際、データ区間は-10 から 10 まで 0.25 ずつに区切った。

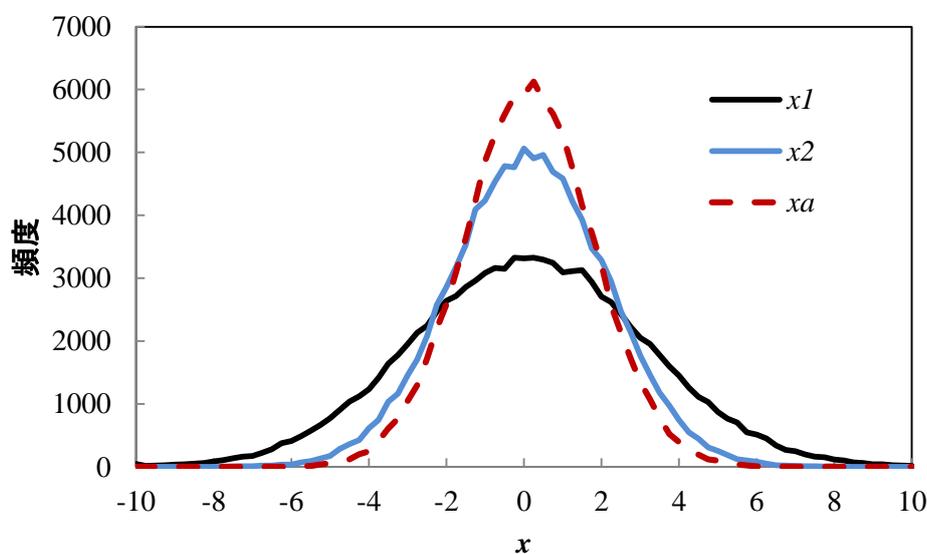


図 2.2.2 最小分散法による推定前と推定結果のヒストグラム

図 2.2.2 から、最適推定値 x_a は元の推定値 x_1 、 x_2 より分散が小さくなっている。よって、より妥当な推定が出来ている。また、(2.2.12)式から理論的に x_a の分散を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \\ &= \frac{3^2 \cdot 2^2}{3^2 + 2^2} = 2.77\end{aligned}\tag{2.2.13}$$

この x_a の分散の理論値 σ_a^2 は、100,000個の x_a を統計処理して得らる x_a の分散2.76とほぼ一致した。

以上が最小分散法による推定である。次の2.2.3項では、例題と同様の状況を考え、最尤法による推定について説明する。

2.2.3 最尤推定

本項では、最尤法による推定について説明する。最尤法は、2.2.1項の概要で述べたように、尤もらしさを表す、尤度が最大になるように推定する方法である。尤度 $L(B|A)$ は、真値が B であったときに A が観測される条件付き確率 $P(A|B)$ に相当する量である。

前項と同様に二つの推定値 x_1 、 x_2 から、最適推定値 x_a を求める。二つの推定値 x_1 、 x_2 について、以下の条件を仮定する。

- 1) x_1 、 x_2 は正規分布に従う。
- 2) x_1 、 x_2 は不偏推定値(unbiased estimate)である。つまり、平均値は真値 x^t である。
- 3) x_1 、 x_2 の誤差は無相関である。つまり、 x_1 、 x_2 は独立である。

1)と2)の条件から、 x_1 、 x_2 の確率密度分布は次のように表される。

$$\begin{aligned}p(x_1|x^t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{(x_1 - x^t)^2}{2\sigma_1^2}\right] \\ p(x_2|x^t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left[-\frac{(x_2 - x^t)^2}{2\sigma_2^2}\right]\end{aligned}\tag{2.2.14}$$

真値が x^t のとき、 x_1 、 x_2 が同時に実現する確率 $p(x_1, x_2|x^t)$ は、 x_1 、 x_2 が独立なので、二つの確率密度分布の積で表すことが出来る。これを $L(x^t|x_1, x_2)$ と表記する。

$$\begin{aligned}L(x^t|x_1, x_2) &= p(x_1, x_2|x^t) \\ &= p(x_1|x^t)p(x_2|x^t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{(x_1 - x^t)^2}{2\sigma_1^2}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left[-\frac{(x_2 - x^t)^2}{2\sigma_2^2}\right] \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left[-\frac{(x_1 - x^t)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(x_2 - x^t)^2}{2\sigma_2^2}\right]\end{aligned}\tag{2.2.15}$$

ここで、 x^t を変数と考えて x とし、最適な推定値を考える。 $L(x|x_1, x_2)$ は、ある真値 x を仮定した時の、 x_1 、 x_2 が同時に実現する確率である。つまり、 $L(x|x_1, x_2)$ は、 x_1 、 x_2 が同時に

実現する前提となる真値 x のもっともらしさを表しており、一般に尤度関数(likelihood function)と呼ばれる。最尤推定では、この尤度関数 $L(x|x_1, x_2)$ が最大になる x を求める。

(2.2.15)式から、尤度関数 $L(x|x_1, x_2)$ を最大にするためには、指数関数の引数が最大になればよいので、指数関数の引数に -1 を掛けた、次式の $J(x)$ が最小になればよい。

$$J(x) = \frac{(x_1 - x)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(x_2 - x)^2}{2\sigma_2^2} \quad (2.2.16)$$

尤度関数が最小となる x を求めるため、 $\partial J(x)/\partial x = 0$ とすると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(x)}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{(x_1 - x)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(x_2 - x)^2}{2\sigma_2^2} \right) \\ &= -\frac{2(x_1 - x)}{2\sigma_1^2} - \frac{2(x_2 - x)}{2\sigma_2^2} \\ &= -\left(\frac{x_1 - x}{\sigma_1^2} + \frac{x_2 - x}{\sigma_2^2} \right) \\ &= -\left(\frac{x_1}{\sigma_1^2} + \frac{x_2}{\sigma_2^2} \right) + \left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} \right) x \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \left(\frac{x_1}{\sigma_1^2} + \frac{x_2}{\sigma_2^2} \right) / \left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} \right) \\ &= \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \left(\frac{x_1}{\sigma_1^2} + \frac{x_2}{\sigma_2^2} \right) \\ &= \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} x_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} x_2 \end{aligned}$$

以上が最尤法による推定である。最小分散推定と同じ最適推定値 x_a が得られた。二つの推定法は、正規分布の仮定の下では、同じ最適推定値が導かれることが知られている[11]。

2.2.4 本節のまとめ

本節では、データ同化の理論について、最小分散推定と最尤推定について、簡単な具体例を示し説明を行った。次節以降では、本節の最小分散推定を応用して、非均質輸送計算結果の推定を行う。次節では、本節での具体例では考慮していなかった相関を考慮して、計算誤差と相関のあるパラメータを一つ利用して非均質輸送計算結果を推定する。

2.3 一つのパラメータを用いた推定

2.3.1 概要

本研究の目的は、非均質輸送計算結果を推定することである。本節では、前節で説明したデータ同化の理論を応用して、均質拡散計算の結果を用いて非均質輸送計算結果を推定す

る。推定では、「測定データ」として、計算誤差と相関があり、均質拡散計算で計算できる副次的なパラメータを利用する。まずは、計算誤差と相関のあるパラメータを一つ用いた場合の推定について本節で述べる。最小分散法による推定式の導出を 2.3.2 項に示す。また、2.3.3 項では、導出された推定式の物理的な意味について考察する。

2.3.2 推定式の導出

本研究では、次式のように非均質輸送計算の計算結果を推定する。

$$k_a = k_{hom} + \alpha(P - P_0) \quad (2.3.1)$$

ここで、 k_a は非均質輸送計算の計算結果を推定した値であり、 k_{hom} は均質拡散計算の計算結果である。 P は均質拡散計算で計算できるパラメータであり、 α と P_0 は定数である。

非均質輸送計算結果を推定するために、推定値の平均値が非均質輸送計算結果の平均値に等しく、かつ、推定値の分散 σ_a^2 が最小になるように、 α と P_0 を決定する。この条件について、期待値を $\langle \rangle$ とすると、(2.3.2)式と(2.3.3)式のように表される。

$$\langle k_a \rangle = \langle k_{het} \rangle \quad (2.3.2)$$

$$\frac{\partial \sigma_a^2}{\partial \alpha} = \frac{\partial \langle (k_a - k_{het})^2 \rangle}{\partial \alpha} = 0 \quad (2.3.3)$$

ここで、推定値の分散 σ_a^2 について、 $\langle (k_a - \langle k_{het} \rangle)^2 \rangle$ ではなく、 $\langle (k_a - k_{het})^2 \rangle$ としているのは、本検討で推定したい非均質輸送計算結果はある一定の値ではなく、計算体系によって変化するからである。そのため、非均質輸送計算結果について、複数体系の平均値 $\langle k_{het} \rangle$ ではなく、注目する体系の計算結果 k_{het} を考える。

計算結果の誤差を $\varepsilon = k_{hom} - k_{het}$ とすると(2.3.2)式から α と P_0 について、次の条件が必要となることが分かる。

$$\begin{aligned} \langle k_a \rangle &= \langle k_{hom} + \alpha(P - P_0) \rangle \\ &= \langle \varepsilon + k_{het} \rangle + \alpha(\langle P \rangle - P_0) \\ &= \bar{\varepsilon} + \langle k_{het} \rangle + \alpha(\bar{P} - P_0) = \langle k_{het} \rangle \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

$$\therefore \alpha(\bar{P} - P_0) = -\bar{\varepsilon}$$

ここで、 $\bar{P}, \bar{\varepsilon}$ はパラメータ P 及び計算結果の誤差 ε の平均値である。

次に、推定値の分散 σ_a^2 を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 &= \langle (k_a - k_{het})^2 \rangle \\ &= \langle (k_{hom} + \alpha(P - P_0) - k_{het})^2 \rangle \\ &= \langle (\varepsilon + \alpha(P - P_0))^2 \rangle \\ &= \langle \varepsilon^2 \rangle + \langle 2\varepsilon\alpha(P - P_0) \rangle + \langle \alpha^2(P - P_0)^2 \rangle \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

計算誤差やパラメータの分散・共分散が以下のように変形できることを利用して、第一項から第三項を変形する。

$$\langle(\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2\rangle = \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.3.6)$$

$$\langle(P - \bar{P})^2\rangle = \sigma_P^2 \quad (2.3.7)$$

$$\langle(\varepsilon - \bar{\varepsilon})(P - \bar{P})\rangle = \sigma_{\varepsilon P} \quad (2.3.8)$$

第一項は、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \langle\varepsilon^2\rangle &= \langle\varepsilon^2 - 2\varepsilon \cdot \bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}^2 - (-2\varepsilon \cdot \bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}^2)\rangle \\ &= \langle(\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2\rangle - \langle-2\varepsilon \cdot \bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}^2\rangle \\ &= \langle(\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2\rangle + 2\bar{\varepsilon}\langle\varepsilon\rangle - \bar{\varepsilon}^2 \\ &= \sigma_\varepsilon^2 + \bar{\varepsilon}^2 \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

第二項は、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \langle 2\varepsilon\alpha(P - P_0)\rangle &= 2\alpha\langle\varepsilon(P - \bar{P} + \bar{P} - P_0)\rangle \\ &= 2\alpha\langle\varepsilon(P - \bar{P})\rangle + 2\alpha\langle\varepsilon(\bar{P} - P_0)\rangle \\ &= 2\alpha\langle\varepsilon(P - \bar{P}) - \bar{\varepsilon}(P - \bar{P}) + \bar{\varepsilon}(P - \bar{P})\rangle + 2\alpha(\bar{P} - P_0)\langle\varepsilon\rangle \\ &= 2\alpha\langle(\varepsilon - \bar{\varepsilon})(P - \bar{P}) + \bar{\varepsilon}(P - \bar{P})\rangle + 2\alpha(\bar{P} - P_0)\langle\varepsilon\rangle \\ &= 2\alpha\{\langle(\varepsilon - \bar{\varepsilon})(P - \bar{P})\rangle + \bar{\varepsilon}\langle(P - \bar{P})\rangle\} + 2\alpha(\bar{P} - P_0)\langle\varepsilon\rangle \\ &= 2\alpha\{\sigma_{\varepsilon P} + \bar{\varepsilon}(\bar{P} - \bar{P})\} + 2\alpha(\bar{P} - P_0)\bar{\varepsilon} \\ &= 2\alpha\sigma_{\varepsilon P} + 2\alpha(\bar{P} - P_0)\bar{\varepsilon} \\ &= 2\alpha\{\sigma_{\varepsilon P} + (\bar{P} - P_0)\bar{\varepsilon}\} \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

第三項は、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \langle\alpha^2(P - P_0)^2\rangle &= \alpha^2\langle(P - \bar{P} + \bar{P} - P_0)^2\rangle \\ &= \alpha^2\langle(P - \bar{P})^2 + 2(P - \bar{P})(\bar{P} - P_0) + (\bar{P} - P_0)^2\rangle \\ &= \alpha^2\{\langle(P - \bar{P})^2\rangle + 2(\bar{P} - P_0)\langle(P - \bar{P})\rangle + (\bar{P} - P_0)^2\} \\ &= \alpha^2\{\sigma_P^2 + 2(\bar{P} - P_0)(\bar{P} - \bar{P}) + (\bar{P} - P_0)^2\} \\ &= \alpha^2\{\sigma_P^2 + (\bar{P} - P_0)^2\} \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

以上の式をまとめると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 &= \langle(k^a - k_{het})^2\rangle \\ &= \langle\varepsilon^2\rangle + \langle 2\varepsilon\alpha(P - P_0)\rangle + \langle\alpha^2(P - P_0)^2\rangle \\ &= \sigma_\varepsilon^2 + \bar{\varepsilon}^2 + 2\alpha\{\sigma_{\varepsilon P} + (\bar{P} - P_0)\bar{\varepsilon}\} + \alpha^2\{\sigma_P^2 + (\bar{P} - P_0)^2\} \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

次に、推定値の分散 σ_a^2 が最小となる条件を求める。(2.3.3)式から、 α と P_0 について、次の条件が必要となる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_a^2}{\partial \alpha} &= 2\{\sigma_{\varepsilon P} + (\bar{P} - P_0)\bar{\varepsilon}\} + 2\alpha\{\sigma_P^2 + (\bar{P} - P_0)^2\} \\ &= 0\end{aligned}\tag{2.3.13}$$

$$\therefore \alpha = -\frac{\sigma_{\varepsilon P} + (\bar{P} - P_0)\bar{\varepsilon}}{\sigma_P^2 + (\bar{P} - P_0)^2}$$

さらに、(2.3.13)式を整理し、(2.3.4)式から得られる計算誤差 ε を代入すると、 α, P_0 は次のようになる。

$$\begin{aligned}\alpha \cdot \{\sigma_P^2 + (\bar{P} - P_0)^2\} &= -\{\sigma_{\varepsilon P} + (\bar{P} - P_0) \cdot \bar{\varepsilon}\} \\ \alpha \cdot \{\sigma_P^2 + (\bar{P} - P_0)^2\} &= -\{\sigma_{\varepsilon P} + (\bar{P} - P_0) \cdot (-\alpha(\bar{P} - P_0))\} \\ \alpha \cdot \{\sigma_P^2 + (\bar{P} - P_0)^2 - (\bar{P} - P_0)^2\} &= -\sigma_{\varepsilon P}\end{aligned}\tag{2.3.14}$$

$$\therefore \alpha = -\frac{\sigma_{\varepsilon P}}{\sigma_P^2}$$

$$P_0 = \bar{P} + \frac{\bar{\varepsilon}}{\alpha} = \bar{P} - \frac{\sigma_P^2}{\sigma_{\varepsilon P}} \bar{\varepsilon}\tag{2.3.15}$$

以上をまとめると、非均質輸送計算の推定値 k_a 及びその分散 σ_a^2 は次のようになる。

$$\begin{aligned}k_a &= k_{hom} - \bar{\varepsilon} - \frac{\sigma_{\varepsilon P}}{\sigma_P^2}(P - \bar{P}) \\ &= k_{hom} - \bar{\varepsilon} - \rho \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\sigma_P}(P - \bar{P})\end{aligned}\tag{2.3.16}$$

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= \sigma_{\varepsilon}^2 - \frac{\sigma_{\varepsilon P}^2}{\sigma_P^2} \\ &= \sigma_{\varepsilon}^2(1 - \rho^2)\end{aligned}\tag{2.3.17}$$

ここで、 ρ は計算誤差とパラメータの相関係数とした。 ρ は次式で表される。

$$\rho = \frac{\sigma_{\varepsilon P}}{\sigma_P \sigma_{\varepsilon}} \quad (-1 \leq \rho \leq 1)\tag{2.3.18}$$

以上が最小分散法に基づいた非均質輸送計算結果の推定の理論である。ただし、ある計算体系について非均質輸送計算の結果を推定する場合、その体系における均質拡散計算結果 k_{hom} およびパラメータ P に加えて、別の体系(臨界集合体実験など)で評価した計算誤差とパラメータの平均値($\bar{\varepsilon}$ 、 \bar{P})及び分散共分散(σ_{ε}^2 、 σ_P^2 、 $\sigma_{\varepsilon P}$)が必要となる。別の体系で評価した計算誤差とパラメータの平均値及び分散共分散を用いているため、推定対象の計算体系と別の体系で相関関係が一致しているという仮定が含まれていることに注意する必要がある。

2.3.3 理論的考察

ここでは、2.3.2 項で導出した推定式について、幾何学的イメージについて説明する。非

均質輸送計算の推定値 k_a 及びその分散 σ_a^2 の推定式である、(2.3.16)式と(2.3.17)式を再掲する。

$$k_a = k_{hom} - \bar{\varepsilon} - \rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_p} (P - \bar{P}) \quad (2.3.16)$$

(再掲)

$$\sigma_a^2 = \sigma_\varepsilon^2 (1 - \rho^2) \quad (2.3.17)$$

(再掲)

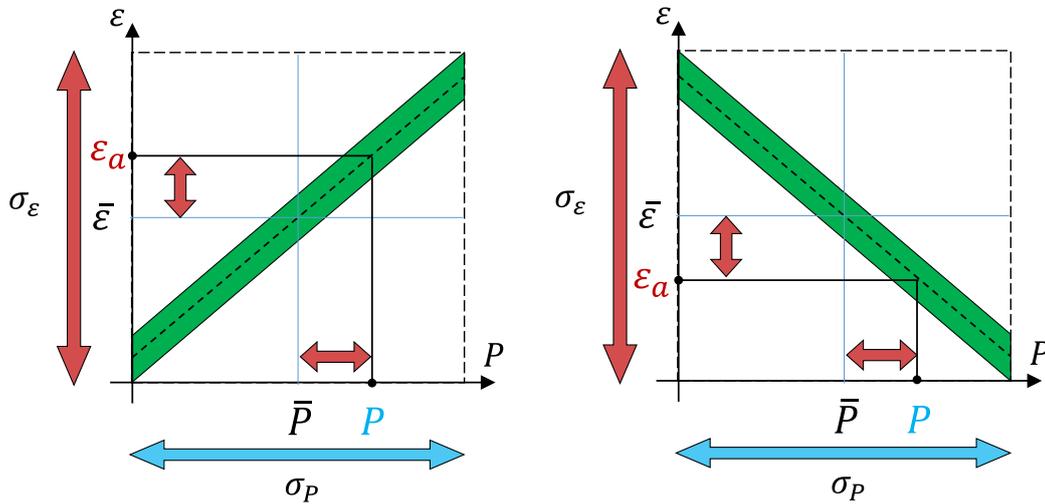
この推定のイメージに関して、均質拡散計算結果 k_{hom} に、計算誤差と相関のあるパラメータの結果を考慮して補正していると考えられる。具体的な k_a の推定のイメージについて説明するため、計算誤差の推定値について考える。計算誤差の推定値 ε_a は、均質拡散計算結果 k_{hom} と非均質輸送計算結果の推定値 k_a との差で表されるので、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= k_{hom} - k_a \\ &= k_{hom} - \left\{ k_{hom} - \bar{\varepsilon} - \rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_p} (P - \bar{P}) \right\} \\ &= \bar{\varepsilon} + \rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_p} (P - \bar{P}) \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

これを整理すると次のようになる。

$$\frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} = \rho \cdot \frac{P - \bar{P}}{\sigma_p} \quad (2.3.20)$$

(2.3.20)式から、計算誤差の推定に関してイメージを示す。



(a) 正の相関($\rho > 0$)の場合

(b) 負の相関($\rho < 0$)の場合

図 2.3.1 計算誤差の推定のイメージ

(2.3.20)式から、計算誤差と相関のあるパラメータ P が評価されたとき、平均値 \bar{P} からの差異を標準偏差 σ_p で規格化した値 $(P - \bar{P})/\sigma_p$ が、計算誤差の推定値と平均値の差異を標準偏差で規格化した値 $(\varepsilon_a - \bar{\varepsilon})/\sigma_\varepsilon$ に比例するように、計算誤差の推定値 ε_a が決まる。ただし、計算

誤差の推定値 ε_a は、相関係数 ρ の正負と大きさ(相関の強弱)に影響される。例えば、パラメータの値が同じ場合でも、図 2.3.1 (a)(b)のように、計算誤差とパラメータの相関の正負が異なれば、推定された計算誤差は異なる。また、相関がない($\rho = 0$)場合は、パラメータの値によらず計算誤差の推定値 ε_a は平均値 ε になる。相関が強い(ρ が 1 または-1 に近い場合は、パラメータの値が同じでも平均値 ε からの補正量が大きくなる。

また、推定値の分散について、イメージを示す。

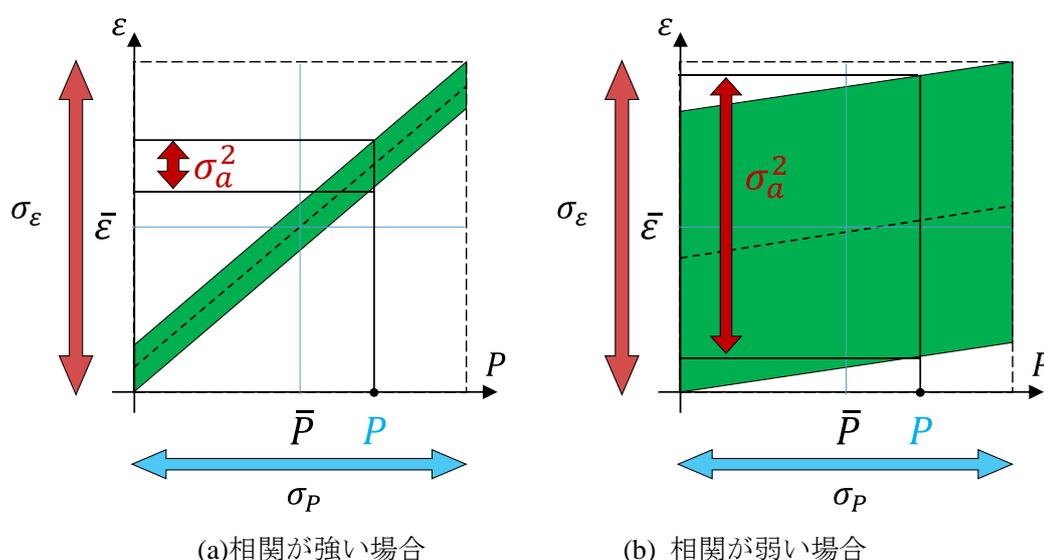


図 2.3.2 推定値の分散のイメージ

推定値の分散 σ_a^2 の推定式である(2.3.17)式から、計算誤差とパラメータの相関が強い(ρ が 1 または-1 に近い)場合に推定値の分散は小さくなる。これは、図 2.3.2 (a)(b)に示すように、計算誤差とパラメータに相関が強ければ、推定される計算誤差の範囲は小さくなるためである。

以上が、2.3.2 項で導出した、非均質輸送計算の推定式の幾何学的なイメージの説明である。以上の考察から、よりもっともらしく推定を行うには、推定式である(2.3.16)式で必要となるパラメータ P と計算誤差との相関が強いことが必要である。

2.3.4 本節のまとめ

本節では、計算誤差と相関のあるパラメータを利用した非均質輸送計算結果の推定に関して、計算誤差と相関のあるパラメータが一つの場合について説明した。最小分散法を用いて推定式を導出した。そこで、あらかじめ別の体系(実験体系など)で計算誤差とパラメータの平均値及び分散共分散を評価する必要があることと、共分散等を評価する別の体系の相

関関係が推定対象とする体系でも同じであるという仮定が含まれていることを述べた。また、導出した推定式について物理的な意味を説明した。そこで、よりもっともらしく推定を行うには、計算誤差との相関が強いパラメータが必要であることを述べた。

次節では、推定したい計算結果や利用するパラメータの数を複数に拡張する。

2.4 複数パラメータを用いた推定への拡張

2.4.1 概要

前節では、データ同化を応用した推定について、まずは計算誤差と相関のあるパラメータが一つの場合について、推定式を導出した。推定式で利用するパラメータには、集合体計算での核特性が考えられる。例えば、集合体からの中性子漏れ量や感度係数などである。これらのパラメータは、比較的容易に複数評価することが出来る。また、推定したい結果も、実効増倍率や出力分布など、複数あることが考えられる。そこで本節では、推定したい結果やパラメータを複数に拡張することを試みる。2.4.2 項では、行列を用いて複数パラメータへ拡張した推定式を導出した。そして、2.4.3 項でその物理的な意味について考察した。

2.4.2 推定式の導出

ここでは、計算誤差と相関のあるパラメータが一つの場合の結果(2.3.16)式を参考に、以下のように非均質輸送計算の計算結果を推定する。

$$\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{F}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) \quad (2.4.1)$$

ここで、変数は行列を表すため太字になっているが、前節と同じ変数を表している。つまり、 \mathbf{k}_a 、 \mathbf{k}_{hom} 、 \mathbf{P} 、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ は、それぞれ、非均質輸送計算結果の推定値、均質拡散計算結果、均質拡散計算で計算されるパラメータ、非均質輸送計算と均質拡散計算の誤差(計算誤差)を意味し、次式のように表される。

$$\mathbf{k}_a = \begin{bmatrix} k_{a,1} \\ k_{a,2} \\ \vdots \\ k_{a,n} \end{bmatrix}, \mathbf{k}_{hom} = \begin{bmatrix} k_{hom,1} \\ k_{hom,2} \\ \vdots \\ k_{hom,n} \end{bmatrix}, \mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix} \quad (2.4.2)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{k}_{hom} - \mathbf{k}_{het} = \begin{bmatrix} k_{hom,1} - k_{het,1} \\ k_{hom,2} - k_{het,2} \\ \vdots \\ k_{hom,n} - k_{het,n} \end{bmatrix} \quad (2.4.3)$$

また、 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 、 $\bar{\mathbf{P}}$ は $\boldsymbol{\varepsilon}$ や \mathbf{P} の各要素の期待値を各要素に持つベクトルであり、次式のようにで表される。

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{E}[\boldsymbol{\varepsilon}] = \begin{bmatrix} E[\varepsilon_1] \\ E[\varepsilon_2] \\ \vdots \\ E[\varepsilon_n] \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{P}} = \mathbf{E}[\mathbf{P}] = \begin{bmatrix} E[P_1] \\ E[P_2] \\ \vdots \\ E[P_m] \end{bmatrix} \quad (2.4.4)$$

さらに、 \mathbf{F} は定数行列($n \times m$)であり、以降で最小分散法により \mathbf{F} を決定する。

ここで、(2.4.1)式のように、推定式を設定することで、次のように推定値の平均値が非均質輸送計算の平均値と一致することが確認できる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[\mathbf{k}_a] &= \mathbf{E}[\mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{F}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})] \\
&= \mathbf{E}[\mathbf{k}_{het} + \boldsymbol{\varepsilon} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}] + \mathbf{E}[\mathbf{F}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})] \\
&= \mathbf{E}[\mathbf{k}_{het}] + \mathbf{E}[\boldsymbol{\varepsilon} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}] + \mathbf{E}[\mathbf{F}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})] \\
&= \mathbf{E}[\mathbf{k}_{het}]
\end{aligned} \tag{2.4.5}$$

次に、推定値の分散($\mathbf{V}[\mathbf{k}_a]$)を考える。ここで、 $\mathbf{V}[\mathbf{x}]$ は以下で定義される。

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}[\mathbf{x}] &= \begin{bmatrix} \text{var}(x_1) & \text{cov}(x_1, x_2) & \cdots & \text{cov}(x_1, x_n) \\ \text{cov}(x_2, x_1) & \text{var}(x_2) & \cdots & \text{cov}(x_2, x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(x_n, x_1) & \text{cov}(x_n, x_2) & \cdots & \text{var}(x_n) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{E}[(x_1 - E[x_1])^2] & \mathbf{E}[(x_1 - E[x_1])(x_2 - E[x_2])] & \cdots \\ \mathbf{E}[(x_2 - E[x_2])(x_1 - E[x_1])] & \mathbf{E}[(x_2 - E[x_2])^2] & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{E} \left[\begin{bmatrix} x_1 - E[x_1] \\ x_2 - E[x_2] \\ \vdots \\ x_n - E[x_n] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - E[x_1] & x_2 - E[x_2] & \cdots & x_n - E[x_n] \end{bmatrix} \right] \\
&= \mathbf{E}[(\mathbf{x} - \mathbf{E}[\mathbf{x}])(\mathbf{x} - \mathbf{E}[\mathbf{x}])^T]
\end{aligned} \tag{2.4.6}$$

ここで、ベクトル \mathbf{x} は n 個の要素を持つベクトルである。また、一般的に、 $\mathbf{E}[\mathbf{y}]$ は、ベクトル(または行列) \mathbf{y} の各要素の期待値を各要素に持つベクトル(または行列)である。つまり、 $\mathbf{E}[\mathbf{x}]$ は次式で表される。

$$\mathbf{E}[\mathbf{x}] = \begin{bmatrix} E[x_1] \\ E[x_2] \\ \vdots \\ E[x_n] \end{bmatrix} \tag{2.4.7}$$

推定値の分散($\mathbf{V}[\mathbf{k}_a]$)は、次のようになる。ただし、 $\mathbf{E}[(\mathbf{k}_a - \mathbf{E}[\mathbf{k}_a])(\mathbf{k}_a - \mathbf{E}[\mathbf{k}_a])^T]$ ではなく $\mathbf{E}[(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_{het})(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_{het})^T]$ としている。これは推定値と一致させたい値が複数体系の平均値ではなく、その体系の非均質輸送計算の結果だからである。

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}[\mathbf{k}_a] &= \mathbf{E}[(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_{het})(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_{het})^T] \\
&= \mathbf{E}[(\mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{F}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) - \mathbf{k}_{het})(\mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{F}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) - \mathbf{k}_{het})^T] \\
&= \mathbf{E}[(\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P})(\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P})^T] \\
&= \mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T + \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P})^T + \mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T + \mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}(\mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P})^T] \\
&= \mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T + \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T\mathbf{F}^T + \mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T + \mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T\mathbf{F}^T] \\
&= \mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T] + \mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T]\mathbf{F}^T + \mathbf{F}\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T] + \mathbf{F}\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T]\mathbf{F}^T \\
&= \mathbf{V}[\boldsymbol{\varepsilon}] + \mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T]\mathbf{F}^T + \mathbf{F}\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T] + \mathbf{F}\mathbf{V}[\mathbf{P}]\mathbf{F}^T
\end{aligned} \tag{2.4.8}$$

ここで、 $\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}} = \boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}$ とした。

次に、参考文献[14]を基に、上式の両辺に対してトレース(主対角成分の総和)を取ってから \mathbf{F} で微分することで、トレースが最小となる \mathbf{F} を考える。ここで、以下のトレース及び転置行列に関する公式を用いた。

$$\text{tr}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{A}) + \text{tr}(\mathbf{B}) \tag{2.4.9}$$

$$\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA}) \tag{2.4.10}$$

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{AX})}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{A}^T \tag{2.4.11}$$

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{A} \tag{2.4.12}$$

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{XAX}^T)}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{X}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T) \tag{2.4.13}$$

$$(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T \tag{2.4.14}$$

$$(\mathbf{X}^{-1})^T = (\mathbf{X}^T)^{-1} \tag{2.4.15}$$

以上のトレースに関する公式を用いると、(2.4.8)式から $\partial \text{tr}(\mathbf{V}[\mathbf{k}_a]) / \partial \mathbf{F}$ が次のように変形できる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{V}[\mathbf{k}_a])}{\partial \mathbf{F}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{F}} \text{tr}(\mathbf{V}[\boldsymbol{\varepsilon}] + \mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T]\mathbf{F}^T + \mathbf{F}\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T] + \mathbf{F}\mathbf{V}[\mathbf{P}]\mathbf{F}^T) \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{F}} \text{tr}(\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T]\mathbf{F}^T) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{F}} \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T]) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{F}} \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{V}[\mathbf{P}]\mathbf{F}^T) \\
&= \mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T] + (\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T])^T + \mathbf{F}(\mathbf{V}[\mathbf{P}] + \mathbf{V}[\mathbf{P}]^T) \\
&= 2\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T] + 2\mathbf{F}\mathbf{V}[\mathbf{P}]
\end{aligned} \tag{2.4.16}$$

よって、 $\partial \text{tr}(\mathbf{V}[\mathbf{k}_a]) / \partial \mathbf{F} = 0$ とすると、次のようになる。

$$\begin{aligned}
2\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T] + 2\mathbf{F}\mathbf{V}[\mathbf{P}] &= 0 \\
\therefore \mathbf{F} &= -\mathbf{E}[\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}
\end{aligned} \tag{2.4.17}$$

ただし、 $\mathbf{V}[\mathbf{P}]$ は正則であり、逆行列が存在するとした。

ゆえに、推定値 \mathbf{k}_a 及び推定値の分散($\mathbf{V}[\mathbf{k}_a]$)は次のようになる。

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_a &= \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{F}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) \\ &= \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})\end{aligned}\quad (2.4.18)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}[\mathbf{k}_a] &= \mathbf{V}[\boldsymbol{\varepsilon}] + \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{F}^T + \mathbf{F}\mathbf{E}[\Delta\mathbf{P}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^T] + \mathbf{F}\mathbf{V}[\mathbf{P}]\mathbf{F}^T \\ &= \mathbf{V}[\boldsymbol{\varepsilon}] + \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T](-\mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1})^T - \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}\mathbf{E}[\Delta\mathbf{P}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^T] \\ &\quad - \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}\mathbf{V}[\mathbf{P}](-\mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1})^T \\ &= \mathbf{V}[\boldsymbol{\varepsilon}] - \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}(\mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T])^T - \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}\mathbf{E}[\Delta\mathbf{P}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^T] \\ &\quad + \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}\mathbf{V}[\mathbf{P}]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}(\mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T])^T \\ &= \mathbf{V}[\boldsymbol{\varepsilon}] - \mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]\mathbf{V}[\mathbf{P}]^{-1}\mathbf{E}[\Delta\mathbf{P}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^T]\end{aligned}\quad (2.4.19)$$

ここで、 $\mathbf{V}[\boldsymbol{\varepsilon}]$ 、 $\mathbf{E}[\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\Delta\mathbf{P}^T]$ 、 $\mathbf{E}[\Delta\mathbf{P}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^T]$ 、 $\mathbf{V}[\mathbf{P}]$ について、それぞれ、 $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}}$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}}$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}}$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\mathbf{P}}$ と表すと次式のようになる。

$$\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}}(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\mathbf{P}})^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})\quad (2.4.20)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_a = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}}(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\mathbf{P}})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}}\quad (2.4.21)$$

また、分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ は $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}}$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}}$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}}$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\mathbf{P}}$ を用いて次式で表される。

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\mathbf{P}} \end{pmatrix}\quad (2.4.22)$$

以上が推定したい結果(実効増倍率など)とパラメータが複数の場合の非均質輸送計算の推定式である。ただし、前節のパラメータが一つの場合と同様に、ある計算体系について非均質輸送計算の結果を推定する場合、その体系とは別の体系で評価した計算誤差とパラメータの平均値及び分散共分散が必要となる。別の体系で評価した計算誤差とパラメータの平均値及び分散共分散を用いているため、推定したい計算体系と別の体系で相関関係が同じであるという仮定が含まれている。

2.4.3 簡易な条件における理論的考察

2.4.3.1 概要

2.4.2 項で導出した推定式について、物理的な意味を考えるため、二つのパラメータ($\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$)から一つの計算結果(核特性)を推定する場合を考える。

分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ は、(2.4.22)式から次式のようになる。

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{P}\mathbf{P}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} & \sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}_1} & \sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}_2} \\ \sigma_{\mathbf{P}_1\boldsymbol{\varepsilon}} & \sigma_{\mathbf{P}_1\mathbf{P}_1} & \sigma_{\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2} \\ \sigma_{\mathbf{P}_2\boldsymbol{\varepsilon}} & \sigma_{\mathbf{P}_2\mathbf{P}_1} & \sigma_{\mathbf{P}_2\mathbf{P}_2} \end{pmatrix}\quad (2.4.23)$$

よって、二つのパラメータから実効増倍率を推定する場合の推定式は、(2.4.20)式と(2.4.21)式から、次式のようになる。

$$k_a = k_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{1}{\sigma_{\mathbf{P}_1}^2 \sigma_{\mathbf{P}_2}^2 - \sigma_{\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2}^2} \left\{ \begin{aligned} &(\sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}_1} \sigma_{\mathbf{P}_2}^2 - \sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}_2} \sigma_{\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2}) \cdot (\mathbf{P}_1 - \bar{\mathbf{P}}_1) \\ &+ (\sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}_2} \sigma_{\mathbf{P}_1}^2 - \sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{P}_1} \sigma_{\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2}) \cdot (\mathbf{P}_2 - \bar{\mathbf{P}}_2) \end{aligned} \right\}\quad (2.4.24)$$

$$\sigma_a^2 = \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2 - \sigma_{P1P2}^2} \{ \sigma_{\varepsilon P1}^2 \sigma_{P2}^2 - 2 \sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1P2} + \sigma_{\varepsilon P2}^2 \sigma_{P1}^2 \} \quad (2.4.25)$$

2.4.3.2 非均質輸送計算結果の推定式に関する考察

二つのパラメータ(P1,P2)から一つの計算結果(核特性)を推定する推定式である、(2.4.24)式について、物理的な意味を考える。まず、(2.4.24)式の推定式を共分散ではなく、相関係数を用いた形に変形する。ここで、各パラメータと計算誤差間の相関係数を次のように定義する。

$$\rho_{P1P2} = \frac{\sigma_{P1P2}}{\sigma_{P1} \sigma_{P2}} \quad (2.4.26)$$

$$\rho_{\varepsilon P1} = \frac{\sigma_{\varepsilon P1}}{\sigma_\varepsilon \sigma_{P1}} \quad (2.4.27)$$

$$\rho_{\varepsilon P2} = \frac{\sigma_{\varepsilon P2}}{\sigma_\varepsilon \sigma_{P2}} \quad (2.4.28)$$

これらを用いると、(2.4.24)式の第三項は、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \frac{-1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2 - \sigma_{P1P2}^2} \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{P2}^2 - \sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1P2}) \cdot (P1 - \overline{P1}) \\ + (\sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1}^2 - \sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{P1P2}) \cdot (P2 - \overline{P2}) \end{array} \right\} \\ &= \frac{-1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2 (1 - \sigma_{P1P2}^2 / \sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2)} \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{P2}^2 - \sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1P2}) \cdot (P1 - \overline{P1}) \\ + (\sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1}^2 - \sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{P1P2}) \cdot (P2 - \overline{P2}) \end{array} \right\} \\ &= \frac{-1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{P2}^2 - \sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1P2}) / \sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2 \cdot (P1 - \overline{P1}) \\ + (\sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1}^2 - \sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{P1P2}) / \sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2 \cdot (P2 - \overline{P2}) \end{array} \right\} \\ &= \frac{-1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_{\varepsilon P1} / \sigma_{P1}^2 - \sigma_{\varepsilon P2} / \sigma_{P1} \sigma_{P2} \cdot \sigma_{P1P2} / \sigma_{P1} \sigma_{P2}) \cdot (P1 - \overline{P1}) \\ + (\sigma_{\varepsilon P2} / \sigma_{P2}^2 - \sigma_{\varepsilon P1} / \sigma_{P1} \sigma_{P2} \cdot \sigma_{P1P2} / \sigma_{P1} \sigma_{P2}) \cdot (P2 - \overline{P2}) \end{array} \right\} \\ &= \frac{-1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{array}{l} \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P1 - \overline{P1}) \\ + \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P2 - \overline{P2}) \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (2.4.29)$$

したがって、(2.4.29)式から(2.4.24)式は、次式のようになる。

$$k_a = k_{hom} - \bar{\varepsilon} - \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{array}{l} \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P1 - \overline{P1}) \\ + \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P2 - \overline{P2}) \end{array} \right\} \quad (2.4.30)$$

次に、2.3.3項と同様に、計算誤差の推定値 ε_a について考える。計算誤差の推定値 ε_a は、均質拡散計算結果 k_{hom} と非均質輸送計算結果の推定値 k_a との差で表されるので、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_a &= k_{hom} - k_a \\
&= \bar{\varepsilon} + \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P1 - \bar{P1}) \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P2 - \bar{P2}) \end{aligned} \right\} \\
&= \bar{\varepsilon} + \frac{\sigma_\varepsilon}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P1 - \bar{P1}) \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P2 - \bar{P2}) \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \tag{2.4.31}$$

これを整理すると次のようになる。

$$\frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} = \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P1 - \bar{P1}) \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P2 - \bar{P2}) \end{aligned} \right\} \tag{2.4.32}$$

まず、(2.4.32)式の第一項に注目して変形すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P1 - \bar{P1}) \\
&= \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \rho_{\varepsilon P1} \frac{P1 - \bar{P1}}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \cdot \rho_{P1P2} \frac{P1 - \bar{P1}}{\sigma_{P1}} \right\}
\end{aligned} \tag{2.4.33}$$

(2.4.33)式の第一項 $\rho_{\varepsilon P1}(P1 - \bar{P1})/\sigma_{P1}$ は、パラメータが一つの場合の(2.3.20)式の右辺とよく似ている。参考のために(2.3.20)式を再掲する。

$$\frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} = \rho \cdot \frac{P - \bar{P}}{\sigma_P} \tag{2.3.20}$$

(再掲)

2.3.3項と同様に考えると、(2.4.33)式の第一項における $\rho_{\varepsilon P1}(P1 - \bar{P1})/\sigma_{P1}$ は、パラメータ $P1$ による計算誤差 ε の補正量を表している。これは、2.3.3項で説明した、計算誤差の推定値 ε_a を用いた推定のイメージとほぼ同じである。ここで参考のために、図 2.3.1 (a)を再掲する。

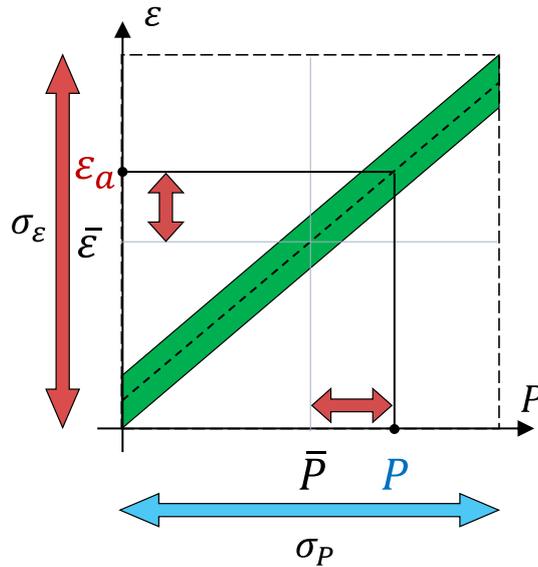


図 2.3.1 (a) 計算誤差の推定のイメージ (再掲)

次に、(2.4.33)式の第二項について考える。まずは、第二項の $\rho_{P_1P_2}(P_1 - \bar{P}_1)/\sigma_{P_1}$ の部分について考えると、これは第一項と同様に考えて、 $(P_2 - \bar{P}_2)/\sigma_{P_2}$ を意味すると考えられる。つまり、 P_1 による P_2 の補正量を表している。そして、(2.4.33)式の第二項全体の $\rho_{\epsilon P_2} \cdot \rho_{P_1P_2}(P_1 - \bar{P}_1)/\sigma_{P_1}$ としては、 $\rho_{\epsilon P_2} \cdot (P_2 - \bar{P}_2)/\sigma_{P_2}$ となる。つまり、 P_1 により P_2 が補正され、その影響による計算誤差 ϵ の補正量を表している。したがって、(2.4.33)式全体としては、第二項を引くことで、 P_1 のみによる補正量が求められている。

同様に、(2.4.32)式の第二項は、 P_2 のみによる補正量が求められている。ゆえに、(2.4.32)式は、次のように表される。

$$\frac{\epsilon_a - \bar{\epsilon}}{\sigma_{\epsilon}} = \frac{1}{1 - \rho_{P_1P_2}^2} \left\{ \begin{array}{l} (P_1 \text{ のみによる補正量}) \\ +(P_2 \text{ のみによる補正量}) \end{array} \right\} \quad (2.4.34)$$

P_1 と P_2 の間の相関 ($\rho_{P_1P_2}$) の影響については、2.4.3.4 目で考察する。

また、前節のパラメータが一つの場合と同様に、二つのパラメータ (P_1 と P_2) に計算誤差 ϵ との相関がない ($\rho_{\epsilon P_1} = 0$ かつ $\rho_{\epsilon P_2} = 0$) 場合は、パラメータの値によらず計算誤差の推定値 ϵ_a は平均値 $\bar{\epsilon}$ になる。ゆえに、よりもっともらしく推定を行うには、計算誤差との相関があることが必要である。

また、計算誤差と相関が弱いパラメータが推定に悪影響を与える場合は、計算誤差と相関が弱いパラメータを選択的に取り除く必要がある。しかし、このような操作は事前検討が必要となり実際の炉心設計では困難である。計算誤差との相関 ($\rho_{\epsilon P_1}$) が弱いパラメータの影響については、2.4.3.5 目で考察する。

2.4.3.3 推定値の分散に関する考察

ここでは、推定値の分散 σ_a^2 の推定式である、(2.4.25)式について物理的な意味を考える。まず、(2.4.25)式の推定式を共分散ではなく、相関係数を用いた形に変形する。

$$\begin{aligned}
 \sigma_a^2 &= \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2 - \sigma_{P1P2}^2} \{ \sigma_{\varepsilon P1}^2 \sigma_{P2}^2 - 2 \sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1P2} + \sigma_{\varepsilon P2}^2 \sigma_{P1}^2 \} \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2 (1 - \sigma_{P1P2}^2 / \sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2)} \{ \sigma_{\varepsilon P1}^2 \sigma_{P2}^2 - 2 \sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1P2} + \sigma_{\varepsilon P2}^2 \sigma_{P1}^2 \} \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \{ \sigma_{\varepsilon P1}^2 / \sigma_{P1}^2 - 2 \sigma_{\varepsilon P1} \sigma_{\varepsilon P2} \sigma_{P1P2} / \sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2 + \sigma_{\varepsilon P2}^2 / \sigma_{P2}^2 \} \quad (2.4.35) \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \{ \rho_{\varepsilon P1}^2 \sigma_\varepsilon^2 - 2 \rho_{\varepsilon P1} \rho_{\varepsilon P2} \rho_{P1P2} \sigma_\varepsilon^2 + \rho_{\varepsilon P2}^2 \sigma_\varepsilon^2 \} \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho_{P1P2}^2} \{ \rho_{\varepsilon P1}^2 - 2 \rho_{\varepsilon P1} \rho_{\varepsilon P2} \rho_{P1P2} + \rho_{\varepsilon P2}^2 \}
 \end{aligned}$$

(2.4.35)式は、パラメータが一つの場合の(2.3.17)式とよく似ている。参考のために(2.3.17)式を再掲する。

$$\begin{aligned}
 \sigma_a^2 &= \sigma_\varepsilon^2 (1 - \rho^2) \quad (2.3.17) \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 - \sigma_\varepsilon^2 \rho^2 \quad (\text{再掲})
 \end{aligned}$$

前節のパラメータが一つの場合と同様に、二つのパラメータ(P1とP2)に計算誤差 ε との相関がない($\rho_{\varepsilon P1} = 0$ かつ $\rho_{\varepsilon P2} = 0$)場合は、推定値の分散は σ_ε^2 となり、パラメータを考慮する前と一致する。したがって、前節のパラメータが一つの場合と同様に、よりもっともらしく推定を行うには、計算誤差との相関があることが必要である。

また、P1とP2の間の相関(ρ_{P1P2})の影響については、2.4.3.4 目で考察する。また、計算誤差との相関($\rho_{\varepsilon P1}$)が弱いパラメータの影響については、2.4.3.5 目で考察する。

以上の結果から、前節のパラメータが一つの場合と同様に、パラメータの情報を利用するためには、計算誤差との相関があることが必要であることを述べた。以降では、P1とP2の間の相関(ρ_{P1P2})や計算誤差との相関($\rho_{\varepsilon P1}$)が弱いパラメータの影響について考察する。

2.4.3.4 パラメータ間の相関による推定への影響

P1とP2の相関係数 ρ_{P1P2} について考察する。まず、P1とP2に相関がない($\rho_{P1P2} = 0$)場合は、(2.4.32)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} &= \frac{1}{1 - 0^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot 0 \right) \cdot (P1 - \bar{P1}) \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \cdot 0 \right) \cdot (P2 - \bar{P2}) \end{aligned} \right\} \\ &= \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{P1 - \bar{P1}}{\sigma_{P1}} \right) + \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{P2 - \bar{P2}}{\sigma_{P2}} \right) \end{aligned} \quad (2.4.36)$$

よって、 $P1$ と $P2$ に相関がない($\rho_{P1P2} = 0$)場合は、パラメータが一つの場合と同様の計算誤差 ε の補正をそれぞれ独立に行っている形となる。

また推定値の分散に関して、 $P1$ と $P2$ に相関がない($\rho_{P1P2} = 0$)場合は、(2.4.35)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 &= \sigma_\varepsilon^2 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - 0^2} \{ \rho_{\varepsilon P1}^2 - 2\rho_{\varepsilon P1}\rho_{\varepsilon P2} \cdot 0 + \rho_{\varepsilon P2}^2 \} \\ &= \sigma_\varepsilon^2 - \sigma_\varepsilon^2 \{ \rho_{\varepsilon P1}^2 + \rho_{\varepsilon P2}^2 \} \end{aligned} \quad (2.4.37)$$

前節の(2.3.17)式から、パラメータが一つ($P1$)の場合は、推定値の分散は、 $\sigma_\varepsilon^2 - \sigma_\varepsilon^2 \rho_{\varepsilon P1}^2$ となる。それと比較して、パラメータが二つ($P1$ と $P2$)かつ $P1$ と $P2$ に相関がない($\rho_{P1P2} = 0$)場合の推定値の分散は、 $P2$ による影響でさらに $\sigma_\varepsilon^2 \rho_{\varepsilon P2}^2$ 減少している。

次に、 $P1$ と $P2$ に強い正の相関がある($\rho_{P1P2} \approx 1$)場合を考える。このとき、次の関係が成り立つ。

$$\rho_{\varepsilon P2} \approx \rho_{\varepsilon P1} \quad (\rho_{P1P2} \approx 1) \quad (2.4.38)$$

$$\Delta P2 / \sigma_{P2} \approx \Delta P1 / \sigma_{P1} \quad (\rho_{P1P2} \approx 1) \quad (2.4.39)$$

ただし、 $\Delta P2 = P2 - \bar{P2}$ 、 $\Delta P1 = P1 - \bar{P1}$ とした。

上式を考慮すると、(2.4.32)式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} &= \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P2 \end{aligned} \right\} \\
&\approx \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \cdot \frac{\sigma_{P2}}{\sigma_{P1}} \end{aligned} \right\} \\
&= \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \end{aligned} \right\} \\
&= \frac{1}{(1 + \rho_{P1P2})(1 - \rho_{P1P2})} \left\{ 2 \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \right\} \tag{2.4.40} \\
&= \frac{1}{(1 + \rho_{P1P2})(1 - \rho_{P1P2})} \left\{ 2 \rho_{\varepsilon P1} (1 - \rho_{P1P2}) \frac{\Delta P1}{\sigma_{P1}} \right\} \\
&= \frac{2}{(1 + \rho_{P1P2})} \left\{ \rho_{\varepsilon P1} \frac{\Delta P1}{\sigma_{P1}} \right\} \\
\therefore \lim_{\rho_{P1P2} \rightarrow 1} \left\{ \frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} \right\} &\approx \frac{2}{(1 + 1)} \left\{ \rho_{\varepsilon P1} \frac{\Delta P1}{\sigma_{P1}} \right\} \\
&= \rho_{\varepsilon P1} \frac{\Delta P1}{\sigma_{P1}} \\
&= \rho_{\varepsilon P2} \frac{\Delta P2}{\sigma_{P2}}
\end{aligned}$$

よって、二つのパラメータ $P1$ と $P2$ が存在するが、 $P1$ と $P2$ に強い正の相関がある ($\rho_{P1P2} \approx 1$) 場合は、 $P1$ のみの補正と同じ結果が得られる。参考のために、パラメータが一つの場合の推定式を変形した、(2.3.20)式を再掲する。

$$\frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} = \rho \cdot \frac{P - \bar{P}}{\sigma_P} \tag{2.3.20}$$

(再掲)

また、推定値が一つのパラメータの場合と同じなので、分散に関してもパラメータが一つの場合と同じ結果が得られる。

次に、 $P1$ と $P2$ に強い負の相関がある ($\rho_{P1P2} \approx -1$) 場合を考える。このとき、次の関係が成り立つ。

$$\rho_{\varepsilon P2} \approx -\rho_{\varepsilon P1} \quad (\rho_{P1P2} \rightarrow -1) \tag{2.4.41}$$

$$\Delta P2 / \sigma_{P2} \approx -\Delta P1 / \sigma_{P1} \quad (\rho_{P1P2} \rightarrow -1) \tag{2.4.42}$$

上式を考慮すると、(2.4.32)式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} &= \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - \rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P2} \frac{1}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P2 \end{aligned} \right\} \\
&\approx \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} + \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \\ &- \left(-\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \cdot \frac{\sigma_{P2}}{\sigma_{P1}} \end{aligned} \right\} \\
&= \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} + \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \\ &+ \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} + \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \end{aligned} \right\} \\
&= \frac{1}{(1 + \rho_{P1P2})(1 - \rho_{P1P2})} \left\{ 2 \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} + \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot \Delta P1 \right\} \tag{2.4.43} \\
&= \frac{1}{(1 + \rho_{P1P2})(1 - \rho_{P1P2})} \left\{ 2 \rho_{\varepsilon P1} (1 + \rho_{P1P2}) \frac{\Delta P1}{\sigma_{P1}} \right\} \\
&= \frac{2}{(1 - \rho_{P1P2})} \left\{ \rho_{\varepsilon P1} \frac{\Delta P1}{\sigma_{P1}} \right\} \\
\therefore \lim_{\rho_{P1P2} \rightarrow 1} \left\{ \frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} \right\} &\approx \frac{2}{(1 - (-1))} \left\{ \rho_{\varepsilon P1} \frac{\Delta P1}{\sigma_{P1}} \right\} \\
&= \rho_{\varepsilon P1} \frac{\Delta P1}{\sigma_{P1}} \\
&= \rho_{\varepsilon P2} \frac{\Delta P2}{\sigma_{P2}}
\end{aligned}$$

ゆえに、二つのパラメータ $P1$ と $P2$ が存在するが、 $P1$ と $P2$ に強い正の相関がある($\rho_{P1P2} \approx 1$)場合と同様に、 $P1$ と $P2$ に強い負の相関がある($\rho_{P1P2} \approx -1$)場合も、一つのパラメータのみの補正と同じ結果が得られる。また、推定値が一つのパラメータの場合と同じなので、分散に関してもパラメータが一つの場合と同じ理論値が得られる。

以上の結果から、2.4.2 項で導出した推定式について、パラメータの情報を有効に利用するためには、パラメータ間の相関が弱いことが望ましい。

2.4.3.5 計算誤差との相関が弱いパラメータによる影響

計算誤差とパラメータの相関 $\rho_{\varepsilon P2}$ が弱い場合について、推定結果への影響を考察する。計算誤差とパラメータの相関がない($\rho_{\varepsilon P2} = 0$)場合を考える。このとき、非均質輸送計算結果の推定値とその分散は、(2.4.32)式と(2.4.35)式から、次のようになる。

$$\frac{\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon} = \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \begin{aligned} & \left(\rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} - 0 \cdot \frac{1}{\sigma_{P1}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P1 - \bar{P1}) \\ & + \left(0 \cdot \frac{1}{\sigma_{P2}} - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \cdot \rho_{P1P2} \right) \cdot (P2 - \bar{P2}) \end{aligned} \right\} \quad (2.4.44)$$

$$= \frac{1}{1 - \rho_{P1P2}^2} \left\{ \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P1}} (P1 - \bar{P1}) - \rho_{\varepsilon P1} \frac{1}{\sigma_{P2}} \rho_{P1P2} (P2 - \bar{P2}) \right\}$$

$$\sigma_a^2 = \sigma_\varepsilon^2 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho_{P1P2}^2} \{ \rho_{\varepsilon P1}^2 - 2\rho_{\varepsilon P1} \cdot 0 \cdot \rho_{P1P2} + 0^2 \} \quad (2.4.45)$$

$$= \sigma_\varepsilon^2 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho_{P1P2}^2} \rho_{\varepsilon P1}^2$$

(2.4.44)式の結果から、 $P1$ と $P2$ の相関がある($\rho_{P1P2} \neq 0$)とき、パラメータが一つの場合と比較すると推定結果が異なっている。しかしながら、(2.4.45)式と前節の(2.3.17)式から、パラメータが二つ($P1$ と $P2$)かつ一つのパラメータ($P2$)に計算誤差との相関がない($\rho_{\varepsilon P2} = 0$)場合と、パラメータが一つの場合で推定値の分散を比較すると、次式のように、 $-1 < \rho_{P1P2} < 1$ の範囲では、パラメータが二つの場合の方が推定値の分散は小さくなる。

$$\sigma_\varepsilon^2 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho_{P1P2}^2} \rho_{\varepsilon P1}^2 \leq \sigma_\varepsilon^2 - \sigma_\varepsilon^2 \rho_{\varepsilon P1}^2 \quad (-1 < \rho_{P1P2} < 1) \quad (2.4.46)$$

$$\because 1 - \rho_{P1P2}^2 > 0$$

ただし、 $\rho_{P1P2} = 0$ の時には、等号が成立する。また、 $\rho_{P1P2} = \pm 1$ の時は、 $\rho_{\varepsilon P1}$ も計算誤差との相関がなくなるため、ここでは考えていない。

以上の結果から、計算誤差とパラメータの相関 $\rho_{\varepsilon P2}$ が弱い場合は、パラメータ間に相関があればその情報が推定結果に反映されるが、推定値の分散を減少させる方向へ働くため、悪影響は与えないといえる。ただし、2.4.2項で述べたように、あらかじめ別の体系(実験体系など)で計算誤差とパラメータの平均値及び分散共分散を評価する必要があるため、共分散等を評価する別の体系の相関関係が推定対象とする体系でも同じであるという仮定していることに注意する必要がある。この仮定が成り立たない場合は、悪影響がある可能性がある。

2.4.4 本節のまとめ

前節では、推定したい結果と推定に用いるパラメータ(観測値)が一つの場合の推定式について導出したが、本節では、推定したい結果やパラメータを複数に拡張した推定式について導出した。

また、導出した推定式について、理論的な考察を行った。推定式について、よりもっともらしい推定を行うためには、①計算誤差との相関が強いこと、ならびに②パラメータ間の相関は弱いことが望ましい。また、計算誤差との相関が弱いパラメータが推定に悪影響を与えないことを述べた。ただし、前節同様に、あらかじめ別の体系(実験体系など)で計算誤差とパラメータの平均値及び分散共分散を評価する必要があるため、共分散等を評価する別の体系の相関関係が推定対象とする体系でも同じであるという仮定が含まれていることに注

意する必要がある。

2.5 本章のまとめ

本章では、データ同化の理論について説明し、さらにデータ同化を応用して、均質拡散計算結果から非均質輸送計算結果を推定する推定式を導出した。次章では、導出した推定式を用いて、実際に非均質輸送計算結果を推定する。

第3章 データ同化を用いた計算手法起因誤差の推定

3.1 本章の概要

本章では、2章で導出した推定式に基づき、簡略な計算結果を用いて詳細な非均質輸送計算による計算結果を推定する。本研究では、前章で述べたように、非均質輸送計算による計算結果の推定のためには、あらかじめ別の体系(実験体系など)で計算誤差とパラメータの平均値及び分散共分散を評価する必要がある。本検討では、2x2 集合体体系において相関(平均値及び分散共分散)を求め、3x3 集合体体系で実効増倍率の推定を行う。

本検討のコンセプトについて図 3.1.1 に示す。

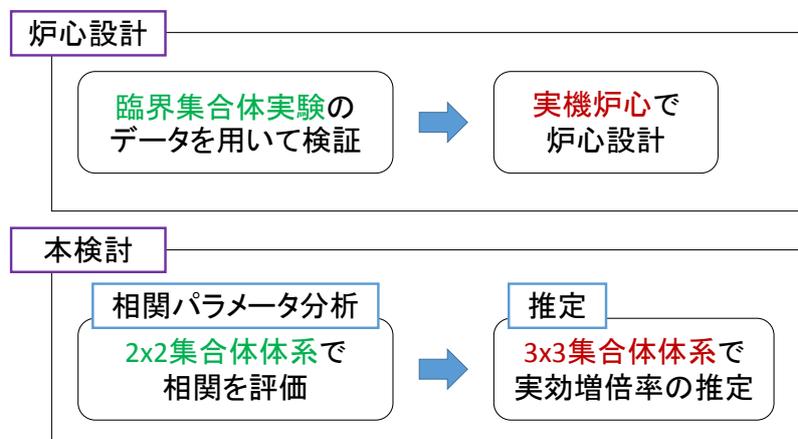


図 3.1.1 本検討のコンセプト

実機炉心の設計においては、数値シミュレーションを用いて炉心設計が行われるが、炉心設計の前に、臨界集合体実験のデータを用いて検証が行われる。同様の考え方に基づけば、炉心設計で非均質輸送計算結果を推定する場合は、臨界集合体実験のデータから計算誤差とパラメータの相関を評価することになる。本検討では、3x3 集合体体系で非均質輸送計算結果の推定を行うが、その前に 2x2 集合体体系で計算誤差とパラメータの相関(平均値・分散共分散)を評価する。つまり、臨界集合体実験のデータを用いて検証するかわりに 2x2 集合体体系で相関を評価する。

ここで、相関パラメータ分析の目的は、①計算誤差との相関が強いパラメータを求めること、②推定式で必要となる平均値及び分散共分散を評価することである。特に一つのパラメータを用いて非均質輸送計算結果を推定する場合は、計算誤差との相関が強いパラメータを用いることが重要である。

3.2 節では、本検討で用いた計算体系と使用した計算コード及び計算条件について述べる。3.3 節では、相関パラメータ分析として、実験体系(臨界集合体実験)にあたる 2x2 集合体体系で計算誤差とパラメータの相関を評価した結果を示す。3.4 節では、一つのパラメータを

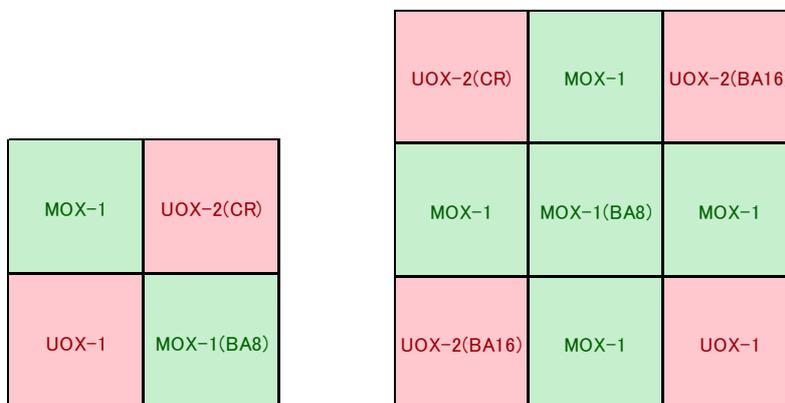
用いた非均質輸送計算結果(実効増倍率)の推定を行う。3.5 節では、複数パラメータに拡張した推定を行う。3.6 節で本章のまとめを述べる。

3.2 計算体系・計算条件

3.2.1 計算体系

ここでは、本研究で用いる計算体系の詳細について説明する。ここで示した計算体系は、以降の 3.3 節から 3.5 節の相関パラメータ分析及び非均質輸送計算結果(実効増倍率)の推定で用いる体系である。

前節で述べたように、相関パラメータ分析は 2x2 集合体体系で、実効増倍率の推定は 3x3 集合体体系で行う。これらの相関を評価する体系と実効増倍率を推定する体系の例を図 3.2.1 に示す。



(a) 相関評価体系(2x2 集合体体系) (b) 非均質輸送計算結果の推定体系(3x3 集合体体系)

図 3.2.1 相関評価体系及び非均質輸送計算結果の推定体系(完全反射境界)

ここで、図 3.2.1 で用いた燃料集合体は、KAIST Benchmark Problem 2A に記載された UOX-1、UOX-2(BA16)、UOX-2(CR)、MOX-1、MOX-1(BA8)の 5 種類である[20]。また、KAIST Benchmark Problem 2A には、各物質(燃料や Guide tube など)にエネルギー 7 群の断面積が与えられている。

それぞれの燃料集合体の幾何形状は図 3.2.2 と図 3.2.3 に示す。また、セルの形状を図 3.2.4 に示す。KAIST Benchmark Problem 2A の詳細については、参考文献[20]に記載されている。

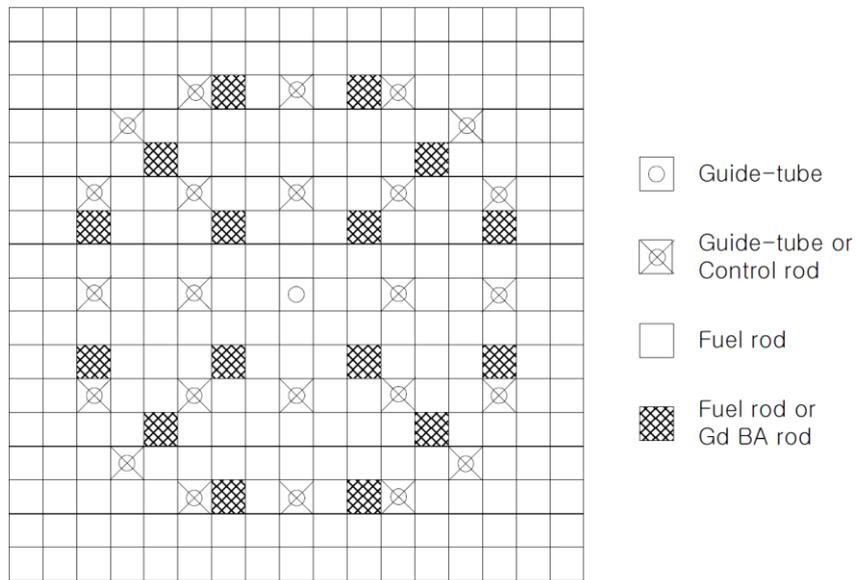


図 3.2.2 UOX 燃料集合体の幾何形状(参考文献[20]より引用)

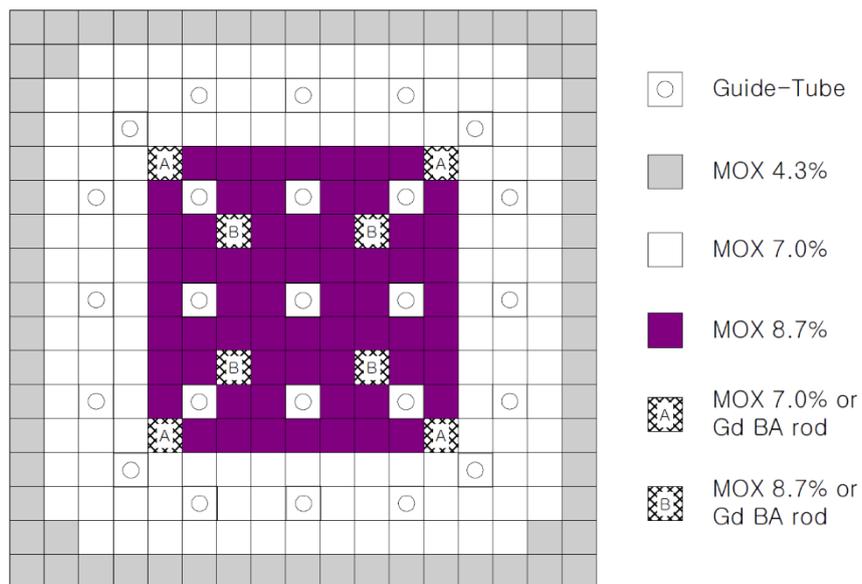


図 3.2.3 MOX 燃料集合体の幾何形状(参考文献[20]より引用)

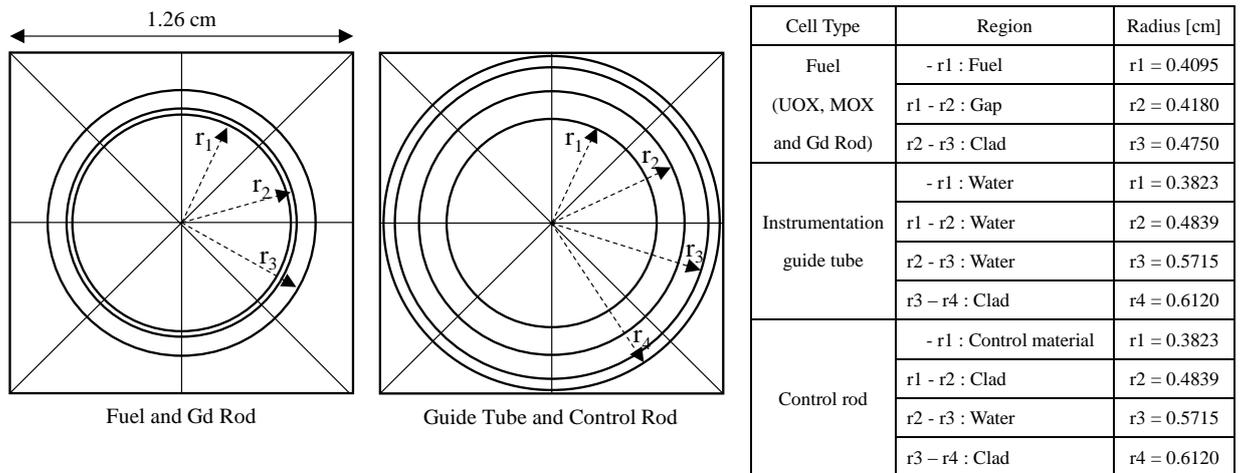


図 3.2.4 セルの幾何形状(参考文献[20]より引用)

3.2.2 使用する核計算コード及び計算条件

2次元 xy 体系における非均質輸送計算コードとして、株式会社原子力エンジニアリングにより開発された Characteristics 法(MOC)に基づく計算コードである、AEGIS を用いる[21]。また、2次元 xy 体系における均質拡散計算コードとして、名古屋大学において開発された拡散計算計算コードである、ICE を用いる[22]。

3.2.2.1 AEGIS の計算条件

AEGIS の計算条件を以下に示す。AEGIS のインプットの詳細は APPENDIX B.1 に示す。

表 3.2.1 AEGIS の計算条件

方位角分点数	極角分点数	レイトレース方法	レイトレース幅
16	2 (TY-OPT)	Material region Macroband	0.05 cm
keff 収束条件	中性子束収束条件	角度中性子束収束条件	
1.0e-5	1.0e-4	1.0e-4	

また、セル内の空間分割は図 3.2.4 の実線に加えて、次のように行った。

- ・ 制御棒及び Gd 燃料に関しては、制御棒及び Gd 燃料内側の幾何形状を体積が等しくなるように 10 分割した。
- ・ 通常の燃料に関しては、燃料内側の幾何形状を体積が等しくなるように 2 分割した。

3.2.2.2 ICE の計算条件

ICE の計算条件を以下に示す。ICE のインプットの詳細は APPENDIX B.2 に示す。

- kef 収束条件と中性子収束条件はそれぞれ 1.0e-13 と 1.0e-12 とした。
- CMFD を使用して計算を行った。
- 空間分割に関して、各集合体を 10 分割した。
- エネルギー群縮約は行わず、7 群とした。

ICE の入力となる集合体毎の均質化断面積については、非均質輸送計算コード(AEGIS)で単一集合体の無限体系の計算を行い、その結果得られた中性子束と断面積を基に均質化断面積を作成した。具体的には、均質化断面積 Σ^{homo} を次式で求めた。

$$\Sigma^{homo} = \frac{\sum_i \Sigma_i^{het} \phi_i^{het} V_i}{\sum_i \phi_i^{het} V_i} \quad (3.2.1)$$

ここで、 Σ_i^{het} と ϕ_i^{het} は非均質な体系の領域*i* における断面積と中性子束である。また、 V_i は領域*i* の体積である。

3.3 相関パラメータ分析

3.3.1 概要

本研究では、前章で述べたように、データ同化による非均質輸送計算結果の推定のためには、計算誤差と相関が強いパラメータを用いることが望ましい。ここでは、様々なパラメータについて、計算誤差とパラメータの相関を評価する。本検討では、パラメータを中性子漏れ量と感度係数とした。ここで、本検討における感度係数は、実効増倍率に対する断面積の感度係数を指す。3.3.2 項では、計算誤差とパラメータの相関の計算手順について説明する。3.3.3 項では、具体的な計算条件について説明する。3.3.4 項では、相関を評価した結果について示す。

3.3.2 計算手順

ここでは、相関パラメータ分析における、計算誤差とパラメータの相関(分散共分散)の計算手順を示す。

- 1) ある 2x2 集合体体系について非均質輸送計算(AEGIS)で実効増倍率 k_{het} を計算する。
- 2) 1)と同じ体系について、均質拡散計算(ICE)で実効増倍率 k_{hom} を計算する。
- 3) 1)と同じ体系について、均質拡散計算でパラメータ(中性子漏れ量・感度係数)を計算する。
- 4) 燃料集合体の配置を変えて、1)~3)の計算を実施する。複数の配置に対して計算誤差(実効増倍率の誤差： $k_{hom} - k_{het}$)とパラメータを計算する。
- 5) 4)の複数体系の結果から、実効増倍率の誤差とパラメータとの分散共分散を評価する。

以上のように、2x2 体系で燃料集合体の配置を変えて、計算誤差とパラメータの相関を評価した。具体的な 2x2 集合体体系における集合体の配置は次の 3.3.3.1 目に示す。

また、本検討では、パラメータを中性子漏れ量と実効増倍率に対する断面積の感度係数とした。それぞれについて、3.3.3.2 目と 3.3.3.3 目で説明する。

3.3.3 計算条件

3.3.3.1 2x2 集合体体系における集合体の配置

ここでは、計算条件について示す。まずは、2x2 集合体体系における燃料集合体の配置について説明する。2x2 集合体体系では、5 種類の燃料集合体の組み合わせで考えられる全ての体系を考慮した。燃料集合体の組み合わせは、反射境界条件で重複しないように、次のように配置した。ただし、X, Y, Z, W は燃料集合体の種類を表している。

A) 燃料集合体：1 種類

1 種類の燃料集合体(X)で構成される 2x2 集合体体系は、次のパターンが考えられる。

X	X
X	X

 ${}_5C_1=5$ 通り

B) 燃料集合体：2 種類

2 種類の燃料集合体(X, Y)で構成される 2x2 集合体体系は、次のパターンが考えられる。

Y	X
X	X

 ${}_5P_2=20$ 通り(X と Y は入れ替えると別の体系)

Y	X
X	Y

 ${}_5C_2=10$ 通り(X と Y は入れ替えても同じ体系)

X	X
Y	Y

 ${}_5C_2=10$ 通り(X と Y は入れ替えても同じ体系)

C) 燃料集合体：3 種類

3 種類の燃料集合体(X, Y, Z)で構成される 2x2 集合体体系は、次のパターンが考えられる。

X	X
Y	Z

 ${}_5P_1 \times {}_4C_2=30$ 通り

Y	X
X	Z

 ${}_5P_1 \times {}_4C_2=30$ 通り

(どちらも、Y と Z は入れ替えても同じ体系だが、X と Y(Z)は入れ替えると別の体系)

D) 燃料集合体：4種類

4種類の燃料集合体(X, Y, Z, W)で構成される 2x2 集合体体系は、次の3ケースが考えられる。

X	Y
Z	W

X	Z
W	Y

X	W
Y	Z

よって、5種類の燃料集合体では、 ${}_5C_4 \times 3 = 15$ 通り

以上の120通りの配置について、計算誤差とパラメータ(中性子漏れ量・感度係数)を求め、相関を評価した。ただし、UOX-1燃料集合体の中性子漏れ量をパラメータとした場合は、UOX-1燃料集合体が含まれている2x2集合体体系のみ考慮して、計算誤差とパラメータの相関を評価した。サンプル数について、例えば、UOX-1燃料集合体が含まれている2x2集合体体系の配置は全部で65通りであるから、計算誤差とUOX-1燃料集合体の中性子漏れ量の相関を評価する場合のサンプル数は65となる。

3.3.3.2 パラメータ 1:中性子漏れ量

ここでは、中性子漏れ量について説明する。本検討でパラメータとしているのは、各集合体から漏れる中性子量である。つまり、炉心体系から漏れる中性子量ではないことに注意する必要がある。

各集合体からの中性子漏れ量について考えるため、まず、次の中性子拡散方程式について考える。

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \phi_g + \Sigma_{t,g} \phi_g = \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g} \phi_{g'} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'} \quad (3.3.1)$$

ここで、各変数は以下のとおりである。

D_g : エネルギー g 群の拡散係数

$\Sigma_{t,g}$: エネルギー g 群の巨視的全断面積

$\Sigma_{s,g' \rightarrow g}$: エネルギー g' 群からエネルギー g 群の巨視的散乱断面積

$\nu \Sigma_{f,g}$: エネルギー g 群の巨視的生成断面積

χ_g : エネルギー g 群の核分裂スペクトル

ϕ_g : エネルギー g 群の中性子束

k_{eff} : 実効増倍率

中性子漏れ量は、(3.3.1)式の左辺第一項に相当する部分である。よって、ある集合体における g 群の中性子漏れ量 L_g を次式のように表すことができる。

$$L_g = -\Sigma_{t,g} \phi_g + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g} \phi_{g'} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'} \quad (3.3.2)$$

ただし、一つの体系に同じ集合体が複数存在する場合は、それぞれ中性子漏れ量を求め、その平均値をパラメータとした。具体的に、図 3.3.1 に示すような体系で MOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量を求める場合を考える。

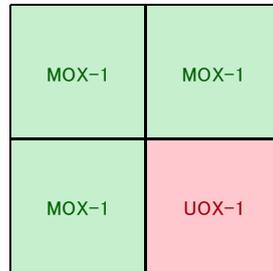


図 3.3.1 相関評価体系の例

図 3.3.1 の体系では、MOX-1 燃料集合体が 3 体存在するので、(3.3.2)式で得られる中性子漏れ量の結果は 3 つ存在する。本検討では、3 つの平均値をパラメータとしている。

3.3.3.3 パラメータ 2:感度係数

本検討でパラメータとしているのは、実効増倍率に対する断面積の感度係数である。ここでは、参考文献[4, 24]に基づき、感度係数について説明する。

ある変数 x_A が変数 x_B に従属するとき、 x_B の変化は x_A に変化をもたらすこととなる。この時、 x_B の変化が与える x_A の変化の程度を感度と呼ぶ。さらに、 x_B の変化が x_A に線形に変化を与えるという線形性を仮定した時、感度係数 S は次式で表される。

$$S_{abs} = \frac{\partial x_A}{\partial x_B} \quad (3.3.3)$$

ここで、(3.3.3)式の S_{abs} は絶対感度係数と呼ばれる。また、次式のように、 x_A 及び x_B の大きさを規格化した感度係数 S_{rel} は、相対感度係数と呼ばれる。

$$S_{rel} = \frac{\partial x_A/x_A}{\partial x_B/x_B} \quad (3.3.4)$$

本検討のパラメータとしては、 x_B を断面積、 x_A を実効増倍率とした相対感度係数を考える。なお、以降で単に感度係数と表記した場合は、相対感度係数を指すこととする。

感度を評価する方法には、Forward 法と Adjoint 法の主に二つの方法がある[24]。Adjoint 法は、一般化摂動論に基づく方法で x_B と、 x_A の関係式に対する重要度関数を解くことで感度係数を評価する。Forward 法は、差分近似を用いる方法であり、変数 x_B を基準状態からわずかに変化させ、 x_A の変化を求めることで、感度係数を評価する。

本検討では、実効増倍率に対する断面積の感度係数を Forward 法で評価する。まず、基準となる断面積 Σ_{base} に対して+10%の摂動を与える。摂動を与えられた断面積 Σ_{per} を用いて、

均質拡散計算を行い、実効増倍率 k_{per} を求める。この摂動前後の断面積を用いた均質拡散計算結果(k_{base} と k_{per})から、次式のように感度係数を計算した。

$$S = \frac{\Delta k/k}{\Delta \Sigma/\Sigma} = \frac{(k_{per} - k_{base})/k_{base}}{(\Sigma_{per} - \Sigma_{base})/\Sigma_{base}} \quad (3.3.5)$$

また、本検討で感度係数を求めた断面積は、生成断面積 $\nu\Sigma_f$ 、吸収断面積 Σ_a 、散乱断面積 Σ_s 、全断面積 Σ_t である。ただし、散乱断面積は、全散乱断面積ではなく、 $\Sigma_{s,1\rightarrow 1}$ 、 $\Sigma_{s,1\rightarrow 2}$ といった散乱断面積についてそれぞれ感度係数を求めている。また、全断面積に関しては、計算コード ICE では、拡散係数 D を入力としているため、全断面積 Σ_t に+10%の摂動を与えて、その後に次式で拡散係数を計算した。

$$D_g = \frac{1}{3\Sigma_{t,g}} \quad (3.3.6)$$

3.3.4 結果

3.3.4.1 中性子漏れ量と計算誤差の相関

まず、中性子漏れ量をパラメータとした場合の結果について示す。

例として、MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量に注目する。この中性子漏れ量と計算誤差(非均質輸送計算と均質拡散計算の実効増倍率の差異： $k_{hom} - k_{het}$)の関係を図 3.3.2 に示す。各プロット点は、2x2 集合体体系における集合体の配置を変えて、それぞれの体系について、中性子漏れ量(パラメータ)と実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)を計算した結果である。

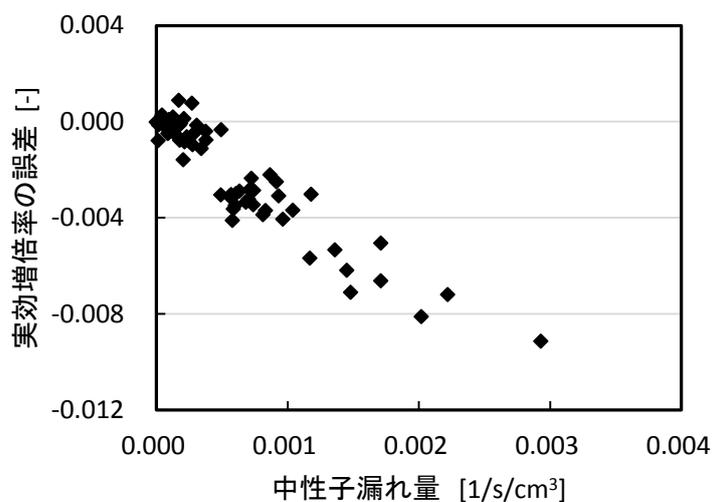


図 3.3.2 MOX-1 集合体の 3 群の中性子漏れ量と計算誤差の関係

図 3.3.2 から、MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量と実効増倍率の誤差に強い相関が見られた。また、図 3.3.2 の結果を統計処理して、中性子漏れ量と実効増倍率の誤差(計算誤差)の相関係数を求めると、 -0.94 となった。

上記の例のように、5 種類の燃料集合体の各エネルギーに対して、複数の 2x2 集合体体系でのパラメータ(中性子漏れ量)と計算誤差(実効増倍率の誤差)の結果から、統計処理をして中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の相関係数を求めた。各中性子漏れ量と計算誤差(実効増倍率の誤差)の相関係数をまとめると表 3.3.1 のようになる。

表 3.3.1 各中性子漏れ量と計算誤差の相関係数

EnergyGroup	UOX-1	UOX-2(CR)	UOX-2(BA16)	MOX-1	MOX-1(BA8)
1	-0.69	-0.07	-0.61	-0.74	-0.71
2	-0.69	-0.08	-0.59	-0.75	-0.70
3	-0.90	-0.03	-0.60	-0.94	-0.86
4	-0.39	0.02	-0.01	-0.40	-0.30
5	-0.08	0.12	0.27	0.00	0.09
6	-0.15	0.16	0.25	-0.03	0.07
7	-0.18	0.17	0.24	-0.05	0.06

ここで、中性子漏れ量と計算誤差の相関について、負の相関が強い(相関係数が -0.7 以下)の場合は緑色で表中の結果を示した。また、正の相関が強い(相関係数が 0.7 以上)の場合は、今回検討したパラメータ(中性子漏れ量)の中にはなかった。

表 3.3.1 から、計算誤差と相関が強いパラメータと弱いパラメータが存在することがわかる。この結果から、特に、UOX-1、MOX-1 及び MOX-1(BA8)燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量といった、計算誤差との相関が強いパラメータを利用することで、より適切な推定を行うことが出来る可能性がある。

3.3.4.2 感度係数と計算誤差の相関

ここでは、感度係数をパラメータとした場合の結果について示す。

例として、MOX-1 燃料集合体の 1 群の全断面積($\Sigma_{t,1}$)の感度係数に注目する。この感度係数と計算誤差($k_{hom} - k_{het}$)の関係を図 3.3.3 に示す。各プロット点は、2x2 集合体体系における集合体の配置を変えて、それぞれの体系について、感度係数(パラメータ)と実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)を計算した結果である。

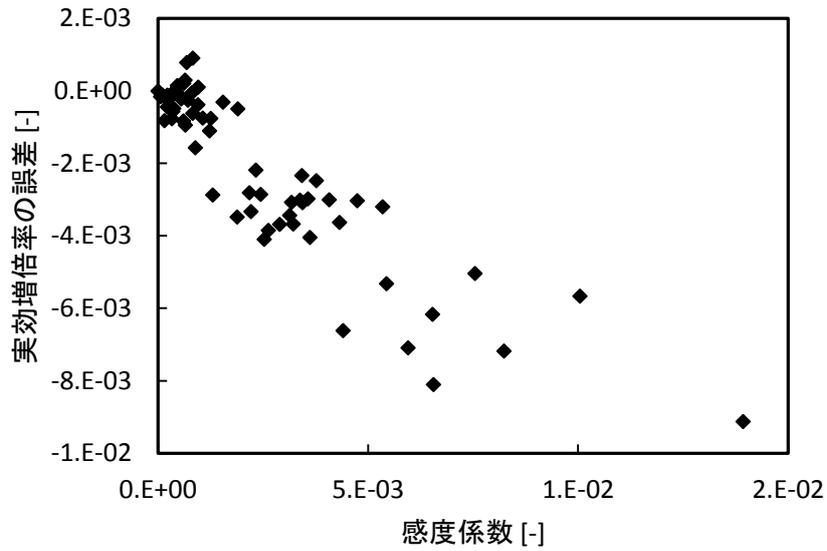


図 3.3.3 MOX-1 集合体の 1 群の全断面積の感度係数と計算誤差の関係

図 3.3.3 から、MOX-1 燃料集合体の 1 群の全断面積($\Sigma_{t,1}$)の感度係数と計算誤差に強い相関が見られた。また、図 3.3.3 の結果を統計処理して、感度係数と計算誤差の相関係数を求めると、 -0.89 となった。

上記の例のように、生成断面積 $\nu\Sigma_f$ 、吸収断面積 Σ_a 、散乱断面積 Σ_s 、全断面積 Σ_t に対して、複数の 2x2 集合体体系でのパラメータ(感度係数)と計算誤差(実効増倍率の誤差)の結果から、統計処理をして感度係数と実効増倍率の誤差の相関係数を求めた。各断面積の感度係数と計算誤差の相関係数をまとめると表 3.3.2 のようになる。ただし、感度がゼロであった、自群散乱断面積の感度係数などのパラメータについては、表から除いた。

表 3.3.2 各断面積の感度係数と計算誤差の相関係数

	UOX-1	UOX-2(CR)	UOX-2(BA16)	MOX-1	MOX-1(BA8)
nuSf_1	-0.20	-0.20	0.10	-0.19	-0.12
nuSf_2	-0.19	-0.19	0.11	-0.19	-0.12
nuSf_3	-0.18	-0.21	0.11	-0.17	-0.11
nuSf_4	-0.17	-0.21	0.11	-0.16	-0.10
nuSf_5	-0.17	-0.22	0.10	-0.16	-0.11
nuSf_6	-0.17	-0.22	0.09	-0.16	-0.10
nuSf_7	-0.17	-0.22	0.09	-0.15	-0.10
Sa_1	0.09	0.26	-0.17	0.05	0.01
Sa_2	0.12	0.25	-0.15	0.10	0.05
Sa_3	0.14	0.23	-0.14	0.12	0.06
Sa_4	0.15	0.22	-0.13	0.14	0.08
Sa_5	0.15	0.21	-0.12	0.14	0.08
Sa_6	0.15	0.21	-0.11	0.14	0.09
Sa_7	0.15	0.21	-0.11	0.14	0.09
Ss_1_2	-0.39	0.38	-0.42	-0.55	-0.48
Ss_1_3	-0.76	0.55	-0.58	-0.80	-0.72
Ss_2_3	-0.68	0.66	-0.33	-0.88	-0.74
Ss_3_4	-0.23	-0.18	0.07	-0.34	-0.24
Ss_3_5	-0.24	-0.18	0.08	-0.23	-0.15
Ss_3_6	-0.25	-0.17	0.07	-0.22	-0.15
Ss_3_7	-0.25	-0.17	0.07	-0.23	-0.15
Ss_4_5	-0.35	-0.19	0.07	-0.18	-0.11
Ss_4_6	-0.42	-0.18	0.04	-0.17	-0.11
Ss_4_7	-0.45	-0.17	0.05	-0.18	-0.11
Ss_5_4	0.36	0.19	-0.05	0.17	0.11
Ss_5_6	-0.63	-0.16	0.00	-0.19	-0.15
Ss_5_7	-0.59	-0.16	0.03	-0.23	-0.18
Ss_6_5	0.63	0.16	0.00	0.19	0.15
Ss_6_7	-0.54	-0.17	0.05	-0.48	-0.24
Ss_7_5	0.59	0.16	-0.03	0.23	0.18
Ss_7_6	0.54	0.17	-0.05	0.48	0.24
St_1	-0.70	-0.70	-0.25	-0.89	-0.76
St_2	-0.72	-0.73	-0.25	-0.90	-0.77
St_3	-0.78	-0.81	-0.34	-0.91	-0.78
St_4	-0.79	-0.69	-0.37	-0.85	-0.68
St_5	-0.76	-0.21	-0.57	0.01	0.13
St_6	-0.73	-0.20	-0.56	-0.05	0.09
St_7	-0.72	-0.20	-0.56	-0.09	0.06

表中の nuSf、Sa、Ss、St は、それぞれ生成断面積 $\nu\Sigma_f$ 、吸収断面積 Σ_a 、散乱断面積 Σ_s 、全断面積 Σ_t の感度係数を表す。nuSf、Sa、St の後の数字はエネルギー群を表している。例えば、St_1 は 1 群の全断面積の感度係数を表している。また、Ss の後の数字は、何群から何群へ散乱されるかを表しており、Ss_1_2 は、1 群から 2 群への散乱断面積の感度係数を表してい

る。また、感度係数と計算誤差の相関係数が -0.7 以下の場合は緑色で表中の結果を示した。また、正の相関が強い(相関係数が 0.7 以上)の場合は、今回検討したパラメータ(断面積の感度係数)の中にはなかった。

表 3.3.2 から、計算誤差と相関が強いパラメータと弱いパラメータが存在することがわかる。この結果から、特に、MOX-1 燃料集合体の高エネルギー群(1-3 群)の全断面積や 3 群への下方散乱断面積の感度係数といった、計算誤差との相関が強いパラメータを利用することで、より適切な推定を行うことが出来る可能性がある。

3.3.5 本節のまとめ

本節では、中性子漏れ量と実効増倍率に対する断面積の感度係数をパラメータとして、計算誤差との相関を評価した。その結果、いくつかのパラメータに計算誤差と強い相関があることを示した。これらの計算誤差と強い相関があるパラメータを利用することでより適切な推定が行える可能性を述べた。

次節では、本節の相関パラメータ分析の結果を参考にして、一つのパラメータを用いた推定を行う。

3.4 一つのパラメータを用いた実効増倍率の推定

3.4.1 概要

本研究の目的は、均質拡散計算の結果を用いて非均質輸送計算結果を推定することである。まず、パラメータを一つ用いた場合の実効増倍率の推定について本節で述べる。計算誤差と相関が強かったパラメータと相関が弱かったパラメータを用いた場合について、それぞれ推定を行った。3.4.2 項では、実効増倍率の推定手順について、説明する。3.4.3 項では、計算条件について説明する。そして、3.4.4 項で推定結果について示す。

3.4.2 推定手順

ここでは、一つのパラメータを用いた実効増倍率の推定手順を示す。ここで、参考のために一つのパラメータを用いた推定式について再掲する。非均質輸送計算の推定値 k_a 及びその分散 σ_a^2 は次式で推定される。

$$k_a = k_{hom} - \bar{\varepsilon} - \frac{\sigma_{\varepsilon P}}{\sigma_P^2}(P - \bar{P}) \quad (2.3.16)$$

(再掲)

$$\sigma_a^2 = \sigma_{\varepsilon}^2 - \frac{\sigma_{\varepsilon P}^2}{\sigma_P^2} \quad (2.3.17)$$

(再掲)

本研究では、3x3 集合体体系で非均質輸送計算により得られる実効増倍率(k_{het})を次の二つを元に推定する。一つ目は、2x2 集合体体系での計算誤差とパラメータの相関等($\bar{\varepsilon}$, \bar{P} , $\sigma_{\varepsilon P}$, σ_P^2 , σ_{ε}^2)である。二つ目は、推定対象となる体系で均質拡散計算により得られる実効増倍率 k_{hom} とパラメータ P である。

よって、実効増倍率の推定は、大きく 2 段階に分けられる。まず、前節の相関パラメータ分析と同様に、2x2 集合体体系で、計算誤差(実効増倍率の誤差)とパラメータ(中性子漏れ量と感度係数)の平均値・分散共分散を評価する。次に、推定したい 3x3 集合体体系で実効増倍率とパラメータを均質拡散計算で計算することで、2 章で導出した推定式から非均質輸送計算結果を推定する。

以下に具体的な推定手順について示す。

[計算誤差とパラメータの平均値・分散共分散の評価]

- 1) ある 2x2 集合体体系について非均質輸送計算(AEGIS)で実効増倍率を計算する。
- 2) 1)と同じ体系について、均質拡散計算(ICE)で実効増倍率を計算する。
- 3) 1)と同じ体系について、パラメータ(中性子漏れ量・感度係数)について均質拡散計算で計算する。
- 4) 燃料集合体の配置を変えて、1)~3)の計算を実施する。複数の配置に対して実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)とパラメータを計算する。
- 5) 4)の複数体系の結果から、実効増倍率の誤差とパラメータについて、平均値($\bar{\epsilon}$, \bar{P})及び分散共分散(σ_P^2 , σ_ϵ^2 , $\sigma_{\epsilon P}$)を評価する。

[実効増倍率の推定]

- 6) 3x3 集合体体系(推定対象としている体系)について、均質拡散計算で実効増倍率(k_{hom})とパラメータ(P)を計算する。
- 7) 5)で評価した分散・共分散と 6)で求めた実効増倍率とパラメータを用いて、推定式から 3x3 集合体体系の実効増倍率を推定する。

以上のように、3x3 集合体体系の実効増倍率を推定した。また、参照解として非均質輸送計算で実効増倍率(k_{het})を計算し、7)で推定した実効増倍率(k_a)と比較を行った。

3.4.3 計算条件

ここでは、計算条件について説明する。

2x2 集合体体系の集合体の配置は、前節の相関パラメータ分析と同様に設定し、全ての組み合わせの配置を考慮した。3x3 集合体体系は、5 種類の燃料集合体をランダムに配置した体系とした。

また、本検討で用いるパラメータとしては、前節の相関パラメータ分析の結果から、計算誤差との相関が強い、MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量とした。また、計算誤差との相関による影響を比較するため、計算誤差との相関が弱い、UOX-2(CR)燃料集合体の 1 群の中性子漏れ量を用いた推定を行った。

3.4.4 推定結果・考察

3.4.4.1 計算誤差と相関の強いパラメータを用いた推定

ここでは、計算誤差との相関が強い、MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量をパラメータとして用いて推定した結果を示す。

まずは例として、図 3.4.1 に示す 3x3 集合体体系の非均質輸送計算結果(実効増倍率 k_{het})を推定することを考える。

MOX-1(BA8)	UOX-2(CR)	MOX-1(BA8)
UOX-1	MOX-1	MOX-1
UOX-1	UOX-1	UOX-2(BA16)

図 3.4.1 実効増倍率の推定体系

2x2 集合体体系の結果から、計算誤差(実効増倍率の誤差: $k_{hom} - k_{het}$)とパラメータ(MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量)の平均値及び分散共分散は次のようになった。

表 3.4.1 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の平均値(2x2 集合体体系)

	中性子漏れ量	実効増倍率の誤差
平均値	5.87818E-04	-2.16869E-03

表 3.4.2 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の分散共分散(2x2 集合体体系)

		A	C
A	中性子漏れ量	3.57837E-07	-1.31769E-06
C	実効増倍率の誤差	-1.31769E-06	5.54574E-06

また、図 3.4.1 の体系について、均質拡散計算で、均質拡散計算結果(実効増倍率 k_{hom})と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量 P を計算すると次のようになった。

表 3.4.3 推定体系の均質拡散計算結果と中性子漏れ量

均質拡散計算結果 k_{hom}	中性子漏れ量 P
1.10179	1.91156E-04

表 3.4.1 及び表 3.4.2 の 2x2 集合体体系の平均値及び分散共分散と表 3.4.3 の推定体系での実効増倍率 k_{hom} と中性子漏れ量 P を利用して、非均質輸送計算結果による実効増倍率を推定する。(2.3.16)式及び(2.3.17)式から、推定値 k_a は1.10701となり、推定値の分散 σ_a^2 は 6.93523×10^{-7} となった。参照解である非均質輸送計算結果 k_{het} もあわせて、実効増倍率の推定結果についてまとめると、次のようになる。

表 3.4.4 非均質輸送計算と均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率

非均質輸送計算結果 k_{het}	均質拡散計算結果 k_{hom}	推定値 k_a
1.10361	1.10179	1.10250

さらに、均質拡散計算結果 k_{hom} と推定値 k_a について、非均質輸送計算結果を参照解として、それぞれ実効増倍率の誤差を考えると次のようになる。ただし、推定値の不確かさを $2\sigma_a$ として示した。

表 3.4.5 均質拡散計算と推定結果の実効増倍率の誤差

均質拡散計算結果の誤差 ($k_{hom} - k_{het}$)	推定値の誤差 ($k_a - k_{het}$)	推定値の不確かさ ($2\sigma_a$)
-0.00182	-0.00111	0.00167

表 3.4.5 から、推定値の誤差($k_a - k_{het}$)は、推定値の不確かさ($\pm 2\sigma_a$)の範囲で0と一致している。よって、推定値(k_a)が参照解(k_{het})と不確かさの範囲で一致したことを意味している。

次に、様々な配置の 3x3 集合体体系 100 ケースに対して、上記と同様に非均質輸送計算による実効増倍率の推定を行った。均質拡散計算結果と推定値について、中性子漏れ量(パラメータ)に対する実効増倍率の誤差(計算誤差)の形でまとめると、それぞれ図 3.4.2 (a)及び図 3.4.2 (b)のようになった。ただし、図 3.4.2 (b)のエラーバーは推定値の不確かさを $\pm 2\sigma_a$ で表した。

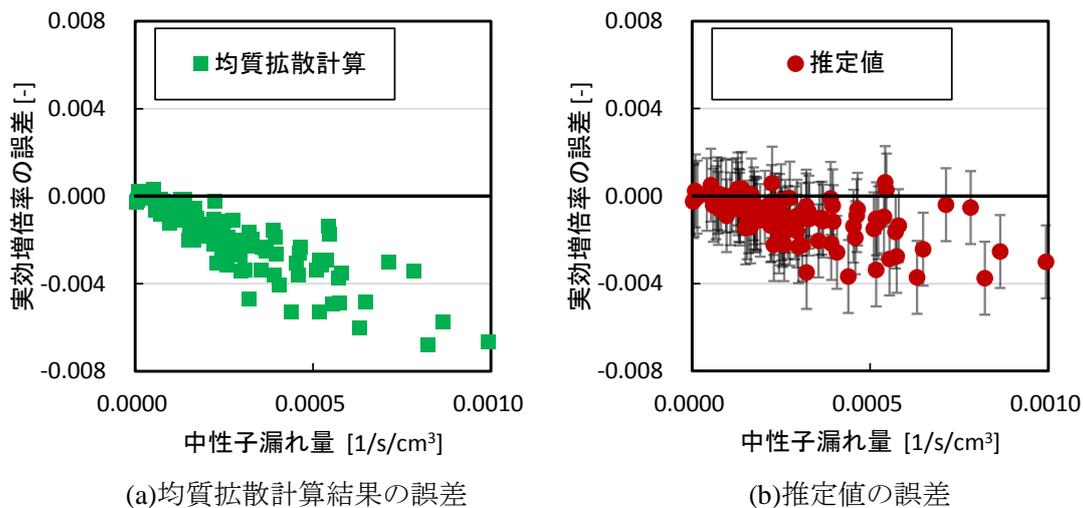


図 3.4.2 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の関係

また、均質拡散計算結果の誤差と推定値の誤差について、100 ケースの平均値・標準偏差及び、絶対値の平均をとると次のようになった。ただし、絶対値の平均は次式で定義した。

$$\overline{|\varepsilon|} = E[|\varepsilon|] = E[|k - k_{het}|] \quad (3.4.1)$$

表 3.4.6 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果の誤差 ($k_{hom} - k_{het}$)	推定値の誤差 ($k_a - k_{het}$)
平均値	-0.00213	-0.00104
標準偏差	0.00155	0.00100
絶対値の平均	0.00214	0.00110

表 3.4.6 の結果から、誤差の絶対値の平均と標準偏差が推定値の方が小さいことから、より誤差が小さく、またそのバラツキ(誤差の標準偏差)も小さくなるように、推定が行われていることがわかる。

また、図 3.4.2(b)から、多くのケース(特に中性子漏れ量が小さい場合)で、推定値の誤差($k_a - k_{het}$)は推定値の不確かさ($\pm 2\sigma_a$)の範囲で 0 と一致している。このことは、推定値(k_a)は、概ね参照解(k_{het})を不確かさの範囲で推定できたことを表している。しかし、中性子漏れ量が大きい場合には、一部のケースで推定値の誤差($k_a - k_{het}$)が負になっている傾向がみられる。

中性子漏れ量が大きい場合に、推定値の誤差が負になる理由について考える。本検討では、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で、パラメータ(中性子漏れ量)と計算誤差(実効増倍率の誤差)の相関関係が一致していると仮定をしている。この仮定が成立しているかについて考え

る。

ここで、2x2 集合体体系での中性子漏れ量と実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)から推定される、実効増倍率の誤差(計算誤差)の推定値 ϵ_a について考える。(2.3.19)式の計算誤差の推定値 ϵ_a と推定値の不確かさ($2\sigma_a$)を $\epsilon_a \pm 2\sigma_a$ の直線で表すと図 3.4.3 のようになる。

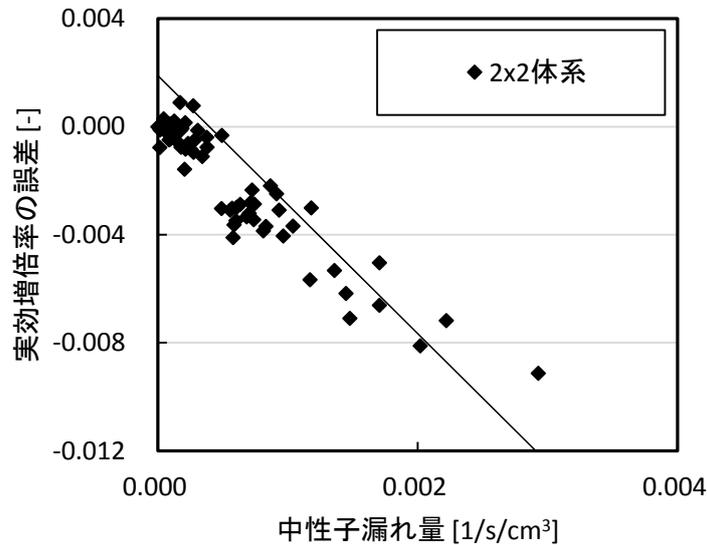


図 3.4.3 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の相関関係(2x2 集合体体系)

図 3.4.3 で、各プロット点は、中性子漏れ量と実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)の相関を評価した、複数の 2x2 集合体体系での結果である。本研究では、推定対象となる 3x3 体系でも同じ中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の相関関係が成り立つとして、図 3.4.3 の二つの直線に囲まれた範囲から計算誤差を推定している。つまり、非均質輸送計算結果(k_{het})に一致するように、推定された計算誤差分だけ、均質拡散計算結果(k_{hom})に補正を行っている形となる。

3x3 集合体体系における中性子漏れ量と実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)の関係は、図 3.4.2 (a)に示したようになるが、この 3x3 集合体体系における結果を図 3.4.3 上に示すと、図 3.4.4 のようになる。

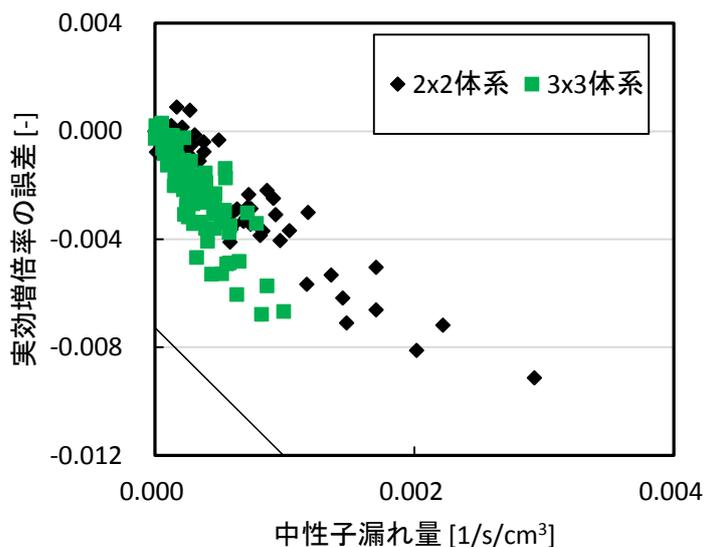


図 3.4.4 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の相関関係(3x3 集合体体系)

図 3.4.4 から、多くのケース(特に中性子漏れ量が小さい場合)では、計算誤差の推定値の範囲($\epsilon_a \pm 2\sigma_a$)内に 3x3 集合体体系の結果がプロットされている。よって、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で相関関係が同じであるという仮定が成り立っているので、図 3.4.2 (b)に示したように、不確かさ($\pm 2\sigma_a$)の範囲内で推定できている。

一方、中性子漏れ量が多い場合は、プロット点が計算誤差の推定値の範囲($\epsilon_a \pm 2\sigma_a$)より負側に存在する。よって、図 3.4.2 (b)に示したように、推定値の誤差($k_a - k_{het}$)は負側に推定される。

以上のことから、2章の推定式の導出でも述べたように、本検討において、妥当な推定のためには、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で相関関係が同じであるという仮定が成り立つ必要がある。具体的には、平均値・分散共分散などが一致していても推定可能だが、図 3.4.4 のように、3x3 集合体体系のパラメータと計算誤差の関係が、2x2 集合体体系の結果から推定された、パラメータと計算誤差の関係を満たしている必要がある。

3.4.4.2 計算誤差と相関の弱いパラメータを用いた推定

次に、計算誤差との相関が弱かった、MOX-1 燃料集合体の 1 群の吸収断面積の感度係数をパラメータとして用いて推定した結果を示す。パラメータが中性子漏れ量と場合と同様に推定を行った。

まず、2x2 集合体体系の結果から、計算誤差(実効増倍率の誤差： $k_{hom} - k_{het}$)とパラメータ(MOX-1 燃料集合体の 1 群の吸収断面積の感度係数)の平均値及び分散共分散は次のようになった。

表 3.4.7 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の平均値(2x2 集合体体系)

	感度係数	実効増倍率の誤差
平均値	-2.01121E-02	-2.16869E-03

表 3.4.8 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の分散共分散(2x2 集合体体系)

		A	C
A	感度係数	5.01575E-05	8.22031E-07
C	実効増倍率の誤差	8.22031E-07	5.54574E-06

次に、3x3 集合体体系 100 ケースに対して、パラメータが中性子漏れ量の場合と同様に、(2.3.16)式を利用して非均質輸送計算による実効増倍率の推定を行った。均質拡散計算結果と推定値について、感度係数(パラメータ)に対する実効増倍率の誤差(計算誤差)の形でまとめると、それぞれ図 3.4.5(a)及び図 3.4.5 (b)のようになった。ただし、図 3.4.5 (b)のエラーバーは推定値の不確かさを $\pm 2\sigma_a$ で表した。

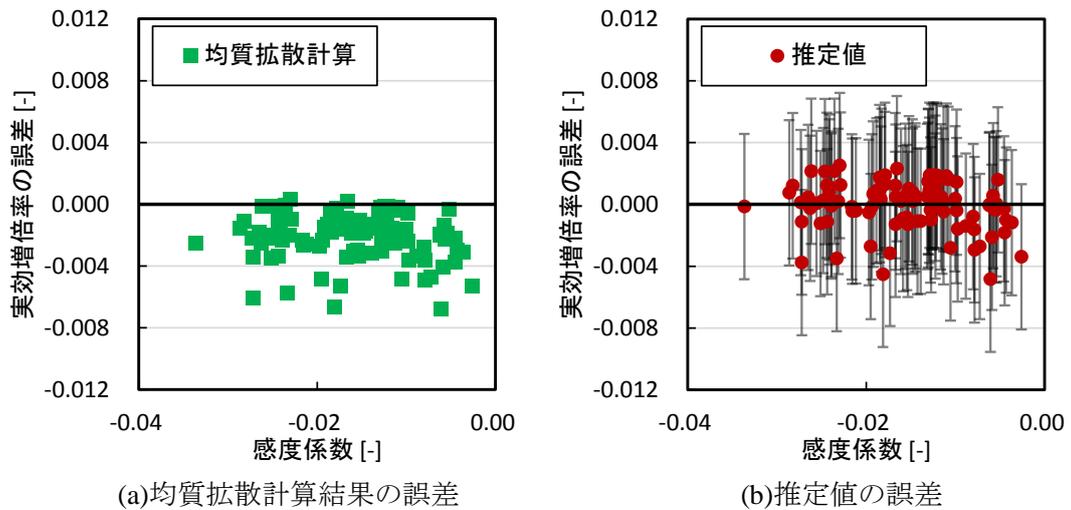


図 3.4.5 感度係数と実効増倍率の誤差の関係

また、均質拡散計算結果の誤差と推定値の誤差について、100 ケースの平均値・標準偏差及び、絶対値の平均をとると次のようになった。

表 3.4.9 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果の誤差 ($k_{nom} - k_{het}$)	推定値の誤差 ($k_a - k_{het}$)
平均値	-0.00213	-0.00003
標準偏差	0.00155	0.00157
絶対値の平均	0.00214	0.00120

図 3.4.5 (b)から、計算誤差との相関が弱いパラメータを用いているので、(2.3.16)式において計算誤差の平均値(ϵ)分の補正されたような推定結果となっている。また、推定値の誤差($k_a - k_{het}$)は、概ね推定値の不確かさ($\pm 2\sigma_a$)の範囲で0と一致している。よって、推定値の不確かさは大きい、推定値(k_a)が概ね参照解(k_{het})を推定できていることを意味している。

表 3.4.9 の結果から、誤差の絶対値の平均に関しては参照解との差異が小さくなったが、推定値のバラツキ(標準偏差)は、均質拡散計算結果とほぼ同じであった。このことから、図 3.4.5 のように、計算誤差の平均値分の補正されたような推定となっている。

また、表 3.4.9 の計算誤差と相関が強いパラメータ(中性子漏れ量)を用いた場合と比較すると、相関が強いパラメータを用いた場合の方が推定値のバラツキ(標準偏差)と絶対値の平均を小さくしている。このことから、より適切な推定を行うには、計算誤差と強いパラメータを用いることが望ましいことが確認された。

先ほどと同様に、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で、パラメータ(感度係数)と計算誤差(実効増倍率の誤差)の相関関係について考える。

2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系について、実効増倍率の誤差($k_{nom} - k_{het}$)と感度係数の結果を示すと図 3.4.6 のようになる。ただし、2x2 集合体体系の結果から推定される推定値の範囲を $\epsilon_a \pm 2\sigma_a$ の直線で表している。

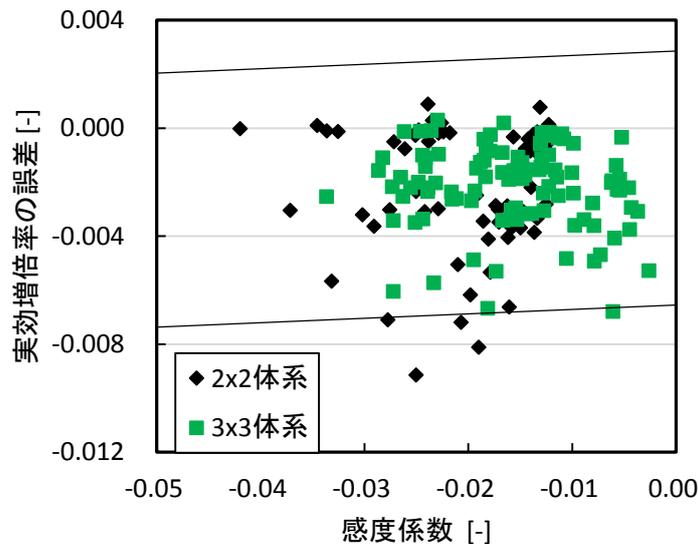


図 3.4.6 感度係数と実効増倍率の誤差の相関関係(3x3 集合体体系)

図 3.4.6 から、計算誤差の推定値の範囲($\varepsilon_a \pm 2\sigma_a$)内に 3x3 集合体体系の結果がプロットされている。よって、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で相関関係が同じであるという仮定が成り立っているので、図 3.4.5 (b)に示したように、不確かさ($\pm 2\sigma_a$)の範囲内で推定できている。

以上のことから、本検討において妥当な推定のためには、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で相関関係が同じであるという仮定が成り立つ必要がある。具体的には、平均値・分散共分散などが一致していなくても推定可能だが、図 3.4.6 のように、2x2 集合体体系で推定された、パラメータと計算誤差の関係を満たしている必要がある。

また、図 3.4.4 のように、概ねパラメータと計算誤差の相関関係を満たしている場合は、推定値の不確かさの範囲内で概ね推定可能となる。

3.4.5 本節のまとめ

本節では、パラメータを一つ用いた場合について、非均質輸送計算結果(実効増倍率)を推定した。パラメータは、前節の相関パラメータ分析で、相関が強かった MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量と相関が弱かった MOX-1 燃料集合体の 1 群の散乱断面積の感度係数とした。その推定結果から、妥当な推定を行うためには、計算誤差とパラメータの相関を評価する体系と推定体系で、相関関係が同じである必要性について述べた。また、相関関係が成り立つならば、計算誤差との相関が強いパラメータを用いることでより適切な推定できることを示した。

次節では、パラメータの数を複数に拡張して、実効増倍率の推定を行う。

3.5 複数のパラメータを用いた実効増倍率の推定

3.5.1 概要

本節では、前節のパラメータの数を複数に拡張して、実効増倍率の推定を行う。ここでは、まず、2.4.4 項で述べた、二つのパラメータを用いた推定における理論的な内容を確認する。このため、計算誤差との相関やパラメータ間の相関について、相関の強いパラメータと弱いパラメータを組み合わせる推定を行う。次に、パラメータを三つにした場合の推定や、異なる燃料集合体のパラメータ(例えば、UOX-1 と UOX-2(CR)燃料集合体の中性子漏れ量)を用いた推定について検討を行う。最後に、全てのパラメータを用いて推定を行う。3.5.2 項では、計算手順について説明する。3.5.3 項では、計算条件について説明する。本検討では、中性子漏れ量をパラメータとした。そして、3.5.4 項で推定結果について示す。

3.5.2 推定手順

ここでは、複数のパラメータを用いた実効増倍率の推定手順を示す。ここで、参考のために複数のパラメータを用いた推定式について再掲する。非均質輸送計算の推定値 \mathbf{k}_a 及びその分散 Σ_a は次式で推定される。

$$\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \Sigma_{\varepsilon P}(\Sigma_{PP})^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) \quad (2.4.20)$$

(再掲)

$$\Sigma_a = \Sigma_{\varepsilon\varepsilon} - \Sigma_{\varepsilon P}(\Sigma_{PP})^{-1}\Sigma_{P\varepsilon} \quad (2.4.21)$$

(再掲)

また、分散共分散行列 Σ は $\Sigma_{\varepsilon\varepsilon}$ 、 $\Sigma_{\varepsilon P}$ 、 $\Sigma_{P\varepsilon}$ 、 Σ_{PP} を用いて次式で表される。

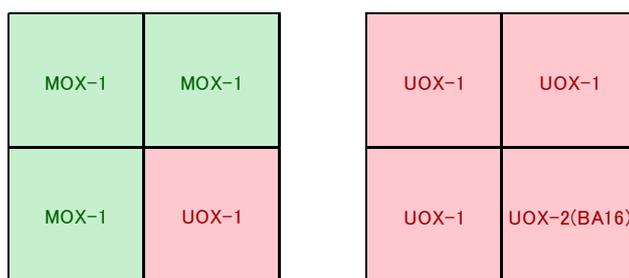
$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{\varepsilon\varepsilon} & \Sigma_{\varepsilon P} \\ \Sigma_{P\varepsilon} & \Sigma_{PP} \end{pmatrix} \quad (2.4.22)$$

(再掲)

推定手順の大きな流れは、パラメータが一つの場合と同じである。主な変更点は、以下の2点である。

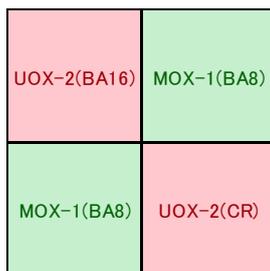
- (i) 推定式(2.4.20)式及び(2.4.21)式より、各パラメータと計算誤差の分散共分散($\Sigma_{\varepsilon P}$)だけでなく、パラメータ間についても分散共分散(Σ_{PP})を評価する
- (ii) パラメータ間の分散共分散(Σ_{PP})を評価する場合及び非均質輸送計算結果を推定する場合に、パラメータとして考慮する集合体が含まれているかを確認する
また、計算誤差(実効増倍率の誤差)の分散を評価する場合は、パラメータとして考慮する集合体のどれかが含まれているかを確認する

(ii)に関して、具体的な例として、UOX-1 と MOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量をパラメータ($P1$, $P2$)として、実効増倍率を推定する場合を考える。分散共分散を評価するとき、一例として、図 3.5.1 (a)と(b)に示すような 2x2 集合体体系の結果を考慮している。



(a) UOX-1 と MOX-1 を含む体系

(b) UOX-1 を含むが MOX-1 を含まない体系



(c) UOX-1 と MOX-1 を含まない体系

図 3.5.1 分散共分散の評価体系の例(2x2 集合体体系)

まず、計算誤差(実効増倍率の誤差)の分散の評価については、UOX-1 と MOX-1 燃料集合体のいずれかが含まれていれば、その体系の結果を考慮している。つまり、図 3.5.1 (a) (b) に示す結果を考慮して、計算誤差の分散(σ_e^2)を求めている。しかし、図 3.5.1 (c)に含まれる集合体をパラメータとして用いていないので、計算誤差の分散の評価の際には、図 3.5.1 (c) に示す体系の結果は考慮していない。

次に、パラメータの分散共分散の評価については、パラメータとして考慮する集合体が含まれているか考慮している。具体的に図 3.5.1 (a)と(b)について考える。

図 3.5.1 (a)の 2x2 集合体体系には、UOX-1 と MOX-1 燃料集合体の両方が含まれている。このため、計算誤差と UOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量(P1)の共分散(σ_{eP1})と、計算誤差と UOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量(P2)の共分散(σ_{eP2})及びパラメータ間の分散共分散(σ_{P1P2})、P1とP2の分散(σ_{P1}^2 , σ_{P2}^2)を計算する際に、図 3.5.1 (a)の体系の結果を用いている。

一方、図 3.5.1 (b)の 2x2 集合体体系には、UOX-1 燃料集合体は含まれているが MOX-1 燃料集合体は含まれていない。このため、UOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量(P1)に関する分散共分散(σ_{eP1} , σ_{P1}^2)を求める際には図 3.5.1 (a)の体系の結果を用いているが、MOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量(P2)に関する分散共分散(σ_{eP2} , σ_{P2}^2)を計算する際には図 3.5.1 (b)の体系の結果を用いていない。また、二つのパラメータに関するパラメータ間の共分散(σ_{P1P2})については、図 3.5.1 (b)の体系の結果を用いていない。

また、推定体系(3x3 集合体体系)についても、UOX-1 と MOX-1 燃料集合体が両方含まれ

ているかを確認してから推定を行った。

以下に具体的な推定手順について示す。

[計算誤差とパラメータの平均値・分散共分散の評価]

- 1) ある 2x2 集合体体系について非均質輸送計算(AEGIS)で実効増倍率を計算する。
- 2) 1)と同じ体系について、均質拡散計算(ICE)で実効増倍率を計算する。
- 3) 1)と同じ体系について、パラメータ(中性子漏れ量・感度係数)について均質拡散計算で計算する。
- 4) 燃料集合体の配置を変えて、1)~3)の計算を実施する。複数の配置に対して実効増倍率の誤差($\epsilon = \mathbf{k}_{hom} - \mathbf{k}_{het}$)とパラメータを計算する。
- 5) 4)の複数体系の結果から、実効増倍率の誤差とパラメータについて、平均値及び分散共分散を評価する。つまり、(2.4.20)式及び(2.4.21)式の $\bar{\epsilon}$ 、 $\bar{\mathbf{P}}$ 、 $\Sigma_{\epsilon P}$ 、 Σ_{PP} 、 $\Sigma_{\epsilon\epsilon}$ を評価する。

[実効増倍率の推定]

- 6) 3x3 集合体体系(推定対象としている体系)について、均質拡散計算で実効増倍率とパラメータを計算する。つまり、(2.4.20)式中 \mathbf{k}_{hom} 、 \mathbf{P} を計算する。
- 7) 5)で評価した分散・共分散と 6)で求めた実効増倍率とパラメータを用いて、推定式から 3x3 集合体体系の実効増倍率を推定する。

以上のように、3x3 集合体体系の実効増倍率を推定した。また、参照解として非均質輸送計算で実効増倍率(\mathbf{k}_{het})を計算し、7)で推定した実効増倍率(\mathbf{k}_a)と比較を行った。

3.5.3 計算条件

ここでは、計算条件について説明する。

2x2 集合体体系の集合体の配置は、前節の相関パラメータ分析と同様に設定し、全ての組み合わせの配置を考慮した。3x3 集合体体系は、5種類の燃料集合体をランダムに配置した体系とした。

パラメータに関しては、2.4.4 項にて、適切な推定を行うために①計算誤差との相関が強いことと②パラメータ間の相関は弱いことが望ましいこと、また、③計算誤差との相関が弱いパラメータが推定に悪影響を与えないことを述べた。まず、同一の燃料集合体のパラメータを用いて 2.4.4 項で述べた二つのパラメータを用いた推定における、理論的な内容の確認を行う。

次に、同一の燃料集合体のパラメータの数を三つにした場合の推定について検討した。その後、異なる燃料集合体のパラメータを用いた推定について検討を行った。

最後に、全ての燃料集合体の全てのエネルギー群の中性子漏れ量をパラメータとして、推定を行った。

① 同一の燃料集合体のパラメータを用いた検討

パラメータとして MOX-1 燃料集合体の各エネルギー群の中性子漏れ量に注目し、2x2 集合体体系の結果から、パラメータ間の相関及び計算誤差との相関を評価すると次のようになった。

表 3.5.1 中性子漏れ量(MOX-1 集合体)と計算誤差の相関(2x2 集合体体系)

	A	B	C	D	E	F	G	H
A 中性子漏れ量(1 群)	1.00	1.00	0.80	-0.22	-0.57	-0.51	-0.49	-0.74
B 中性子漏れ量(2 群)	1.00	1.00	0.80	-0.21	-0.55	-0.50	-0.47	-0.75
C 中性子漏れ量(3 群)	0.80	0.80	1.00	0.40	0.03	0.09	0.11	-0.94
D 中性子漏れ量(4 群)	-0.22	-0.21	0.40	1.00	0.90	0.90	0.90	-0.40
E 中性子漏れ量(5 群)	-0.57	-0.55	0.03	0.90	1.00	0.99	0.99	0.00
F 中性子漏れ量(6 群)	-0.51	-0.50	0.09	0.90	0.99	1.00	1.00	-0.03
G 中性子漏れ量(7 群)	-0.49	-0.47	0.11	0.90	0.99	1.00	1.00	-0.05
H 実効増倍率の誤差	-0.74	-0.75	-0.94	-0.40	0.00	-0.03	-0.05	1.00

まず、パラメータ間の相関が強い場合の影響を検討する。理論的には、二つのパラメータの相関が強いとパラメータが一つの場合の推定と同じ結果になる。そのことを確認するため、表 3.5.1 の結果から、パラメータ間の相関が強い場合として、1 群と 2 群の中性子漏れ量をパラメータとして推定を行った。この推定結果を 3.5.4.1 目に示す。

ここで、パラメータが二つとも計算誤差と相関が弱い場合については、検討を行っていない。なぜなら、表 3.5.1 の結果から計算誤差と相関が弱いパラメータは、5,6,7 群の中性子漏れ量だが、これらのパラメータ間の相関は非常に強いからである。つまり、3.5.4.1 目でパラメータ間の相関が強い場合に一つのパラメータを用いた推定と同じ結果になることが確認できれば、一つのパラメータ用いた推定と同じになるため、3.4 節と同様に、適切な推定を行うために計算誤差との相関が強いことが望ましいことがいえる。次に、計算誤差との相関が弱いパラメータの影響を検討する。理論的には、計算誤差との相関が弱いパラメータは推定に悪影響を与えない。このことを確認するため、表 3.5.1 の結果から、3 群と 7 群の中性子漏れ量をパラメータとした場合と 1 群と 7 群の中性子漏れ量をパラメータとした場合で推定を行った。二つの場合に分けるのは、パラメータ間の相関がほぼ 0 の場合と 0 ではない場合について、検討するためである。それぞれの場合についての推定結果を 3.5.4.2 目と 3.5.4.3 目に示す。ここで、片方のパラメータは計算誤差と相関が強いものを選択した。

また、三つのパラメータを用いた検討として、1 群、3 群、7 群の中性子漏れ量の三つの

パラメータを用いて推定を行った。この推定結果を 3.5.4.4 目に示す。パラメータ間の相関が強い場合については 3.5.4.1 目で検討を行うので、ここでは 1 群の中性子漏れ量と相関が強い 2 群の中性子漏れ量及び、7 群の中性子漏れ量と相関が強い 4 群から 6 群の中性子漏れ量を除いた。

② 異なる燃料集合体のパラメータを用いた検討

さらに、異なる燃料集合体のパラメータを用いた推定について検討を行う。パラメータ間の相関の例として、計算誤差と相関が強いパラメータが多かった 3 群の中性子漏れ量について注目した。5 種類の燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量のパラメータ間の相関及び計算誤差との相関を評価すると次のようになった。

表 3.5.2 各集合体の 3 群の中性子漏れ量と計算誤差の相関(2x2 集合体体系)

	A	B	C	D	E	F
A 中性子漏れ量(UOX-1)	1.00	0.44	0.60	0.42	0.47	-0.86
B 中性子漏れ量(UOX-2(CR))	0.44	1.00	0.55	0.33	0.40	-0.03
C 中性子漏れ量(UOX-2(BA))	0.60	0.55	1.00	0.44	0.50	-0.47
D 中性子漏れ量(MOX-1)	0.42	0.33	0.44	1.00	0.39	-0.95
E 中性子漏れ量(MOX-1(BA))	0.47	0.40	0.50	0.39	1.00	-0.75
F 実効増倍率の誤差	-0.86	-0.03	-0.47	-0.95	-0.75	1.00

異なる燃料集合体のパラメータを用いた場合の検討では、UOX-2(CR)、MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量をパラメータとして、二つのパラメータを用いて推定を行った。この推定結果を 3.5.4.5 目に示す。ここで、パラメータ UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量を用いたのは、3.5.4.5 目で示すが、特徴的な推定結果が得られたからである。

最後に、2.4.4 項から、理論的には複数のパラメータを用いることでもっともらしい推定が可能であることを述べた。そこで、5 種類の全エネルギー群の中性子漏れ量をパラメータとした推定について検討を行った。この推定結果を 3.5.4.6 目に示す。

3.5.4 結果・考察

3.5.4.1 パラメータ間の相関が強い場合における推定の影響

ここでは、パラメータ間の相関が強い、MOX-1 燃料集合体の 1 群と 2 群の中性子漏れ量を用いた推定結果を示す。3.5.3 項の表 3.5.1 の結果から、パラメータ間の相関(ρ_{P1P2})は、1.00である。

まず、2x2 集合体体系の結果から、実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)、MOX-1 燃料集合体の 1 群と 2 群の中性子漏れ量の平均値及び分散共分散は次のようになった。

表 3.5.3 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の平均値(2x2 集合体体系)

	中性子漏れ量(1 群)	中性子漏れ量(2 群)	実効増倍率の誤差
平均値	3.49894E-03	2.52819E-03	-2.16869E-03

表 3.5.4 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の分散共分散(2x2 集合体体系)

		A	B	C
A	中性子漏れ量(1 群)	4.28360E-06	3.10658E-06	-3.61386E-06
B	中性子漏れ量(2 群)	3.10658E-06	2.25573E-06	-2.63598E-06
C	実効増倍率の誤差	-3.61386E-06	-2.63598E-06	5.54574E-06

次に、3x3 集合体体系 100 ケースに対して、(2.4.20)式を利用して非均質輸送計算による実効増倍率の推定を行った。この検討では、①1 群の中性子漏れ量、②1 群と 2 群の中性子漏れ量をパラメータとして、一つの 3x3 集合体体系に対して二つの推定を行っている。均質拡散計算結果と推定値について、体系番号(Case Number)に対する実効増倍率の誤差(計算誤差)の形でまとめると、図 3.5.2 のようになった。体系については、均質拡散計算結果の誤差が大きい順に並べている。つまり、誤差の絶対値が基本的に小さい順になるように設定した。

凡例の「推定値(L1)」と「推定値(L1&L2)」は 1 群の中性子漏れ量をパラメータとした推定結果と 1 群と 2 群の中性子漏れ量をパラメータとした推定結果であることを表している。また、エラーバーは、1 群の中性子漏れ量のみと 1 群と 2 群の中性子漏れ量の両方をパラメータとした場合について、推定値の変化に注目するため省いた。

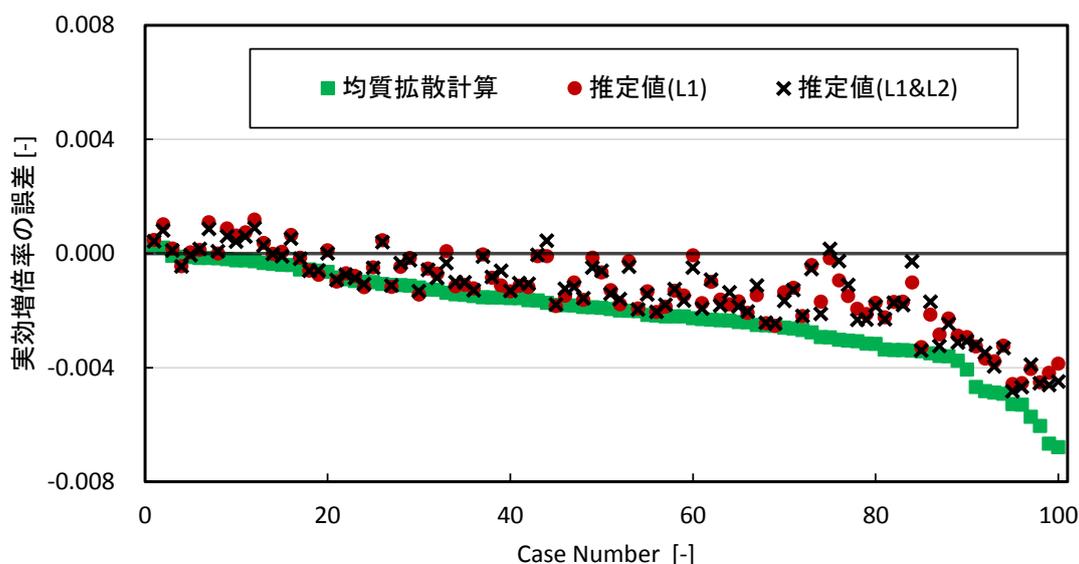


図 3.5.2 均質拡散計算結果と推定値の実効増倍率の誤差

また、図 3.5.2 から、均質拡散計算結果の誤差と推定値の誤差について、100 ケースの平均値・標準偏差及び、絶対値の平均をとると次のようになった。

表 3.5.5 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果の誤差 ($k_{hom} - k_{het}$)	推定値(L1)の誤差 ($k_a - k_{het}$)	推定値(L1&L2)の誤差 ($k_a - k_{het}$)
平均値	-0.00213	-0.00126	-0.00129
標準偏差	0.00155	0.00132	0.00135
絶対値の平均	0.00214	0.00142	0.00143

図 3.5.2 と表 3.5.5 から、推定値(L1)と推定値(L1&L2)について、ほぼ差がないことがわかる。ゆえに、二つのパラメータ間の相関が強い場合は、一つのパラメータと同じ推定結果が得られることが確認できた。

3.5.4.2 パラメータ間の相関が弱い場合における計算誤差との相関が弱いパラメータの推定への影響

次に、二つのパラメータのうち、一つは計算誤差との相関が強く、もう一つは計算誤差との相関が弱く、かつパラメータ間の相関が弱い場合について、計算誤差との相関が弱いパラメータの推定結果への影響を検討する。ここでは、MOX-1 燃料集合体の 3 群と 7 群の中性子漏れ量を用いて推定を行った結果を示す。3 群と 7 群の中性子漏れ量をそれぞれ P1 及び P2 と表すと、各パラメータと計算誤差の相関($\rho_{\varepsilon P1}$, $\rho_{\varepsilon P2}$)及びパラメータ間(ρ_{P1P2})は、3.5.3 項の表 3.5.1 の結果から、それぞれ $\rho_{\varepsilon P1} = -0.94$, $\rho_{\varepsilon P2} = -0.05$, $\rho_{P1P2} = 0.11$ となる。つまり、計算誤差との相関が弱いパラメータは、7 群の中性子漏れ量である。まず、2x2 集合体体系の結果から、実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)、MOX-1 燃料集合体の 3 群と 7 群の中性子漏れ量の平均値及び分散共分散は次のようになった。

表 3.5.6 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の平均値(2x2 集合体体系)

	中性子漏れ量(3 群)	中性子漏れ量(7 群)	実効増倍率の誤差
平均値	5.87818E-04	-1.40504E-04	-2.16869E-03

表 3.5.7 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の分散共分散(2x2 集合体体系)

		A	B	C
A	中性子漏れ量(3 群)	3.57837E-07	7.55000E-09	-1.31769E-06
B	中性子漏れ量(7 群)	7.55000E-09	1.27770E-08	-1.29066E-08
C	実効増倍率の誤差	-1.31769E-06	-1.29066E-08	5.54574E-06

次に、3x3 集合体体系 100 ケースに対して、非均質輸送計算による実効増倍率の推定を行った。この検討では、①3 群の中性子漏れ量、②7 群の中性子漏れ量、③3 群と 7 群の中性子漏れ量をパラメータとして、一つの 3x3 集合体体系に対して三つの推定を行っている。均質拡散計算結果と推定値について、体系番号(Case Number)に対する実効増倍率の誤差(計算誤差)の形でまとめると、図 3.5.3 のようになった。

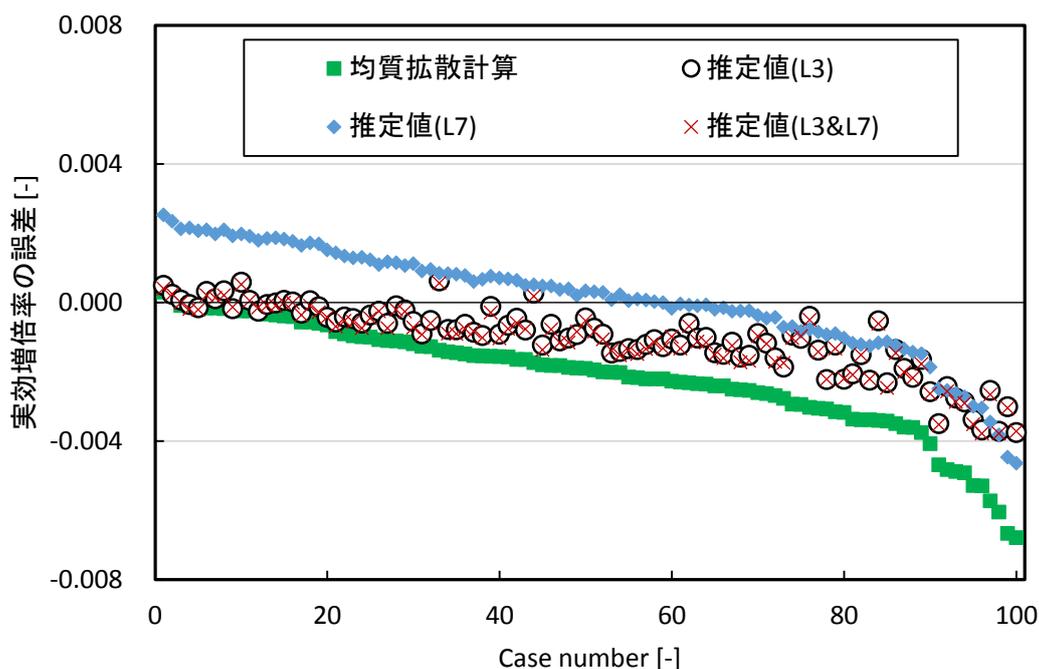


図 3.5.3 均質拡散計算結果と推定値の実効増倍率の誤差

また、図 3.5.3 から、均質拡散計算結果の誤差と推定値の誤差について、100 ケースの平均値・標準偏差及び、絶対値の平均をとると次のようになった。

表 3.5.8 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果の誤差 ($k_{hom} - k_{het}$)	推定値(L3)の誤差 ($k_a - k_{het}$)	推定値(L7)の誤差 ($k_a - k_{het}$)	推定値(L3&L7)の誤差 ($k_a - k_{het}$)
平均値	-0.00213	-0.00104	0.00010	-0.00111
標準偏差	0.00155	0.00100	0.00155	0.00100
絶対値の平均	0.00214	0.00110	0.00120	0.00116

ここでは、計算誤差との相関が弱くパラメータ間の相関が弱いパラメータ(7 群の中性子漏れ量 : L7)を考慮したことによる影響を検討する。よって、3 群の中性子漏れ量(L3)と、3 群と 7 群の中性子漏れ量(L3&L7)の推定結果について比較する。図 3.5.3 から、推定値(L3)

と推定値(L3&L7)を比較すると、推定結果にほぼ差がないことがわかる。また、表 3.5.8 から、推定値(L3)と推定値(L3&L7)の誤差について、平均値・標準偏差及び絶対値の平均は、ほぼ一致している。ゆえに、計算誤差との相関が弱くパラメータ間の相関が弱いパラメータ(7群の中性子漏れ量：L7)を二つ目のパラメータとして用いた場合は、一つのパラメータと同じ推定結果が得られることが確認できた。

3.5.4.3 パラメータ間の相関がある場合における計算誤差との相関が弱いパラメータの推定への影響

次に、二つのパラメータのうち、一つは計算誤差との相関が強く、もう一つは計算誤差との相関が弱くかつ、パラメータ間の相関がある場合について、計算誤差との相関が弱いパラメータの推定結果への影響を検討する。ここでは、MOX-1 燃料集合体の1群と7群の中性子漏れ量を用いて推定を行った結果を示す。1群と7群の中性子漏れ量をそれぞれP1及びP2と表すと、各パラメータと計算誤差の相関($\rho_{\epsilon P1}$, $\rho_{\epsilon P2}$)及びパラメータ間(ρ_{P1P2})は、3.5.3項の表 3.5.1の結果から、それぞれ $\rho_{\epsilon P1} = -0.74$, $\rho_{\epsilon P2} = -0.05$, $\rho_{P1P2} = -0.49$ となる。つまり、計算誤差との相関が弱いパラメータは、7群の中性子漏れ量である。

まず、2x2 集合体体系の結果から、実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)、MOX-1 燃料集合体の1群と7群の中性子漏れ量の平均値及び分散共分散は次のようになった。

表 3.5.9 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の平均値(2x2 集合体体系)

	中性子漏れ量(1群)	中性子漏れ量(7群)	実効増倍率の誤差
平均値	3.49894E-03	-1.40504E-04	-2.16869E-03

表 3.5.10 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の分散共分散(2x2 集合体体系)

		A	B	C
A	中性子漏れ量(1群)	4.28360E-06	-1.14278E-07	-3.61386E-06
B	中性子漏れ量(7群)	-1.14278E-07	1.27770E-08	-1.29066E-08
C	実効増倍率の誤差	-3.61386E-06	-1.29066E-08	5.54574E-06

次に、3x3 集合体体系 100 ケースに対して、非均質輸送計算による実効増倍率の推定を行った。この検討では、①1群の中性子漏れ量、②7群の中性子漏れ量、③1群と7群の中性子漏れ量をパラメータとして、一つの3x3 集合体体系に対して三つの推定を行っている。均質拡散計算結果と推定値について、体系番号(Case Number)に対する実効増倍率の誤差(計算誤差)の形でまとめると、図 3.5.4 のようになった。

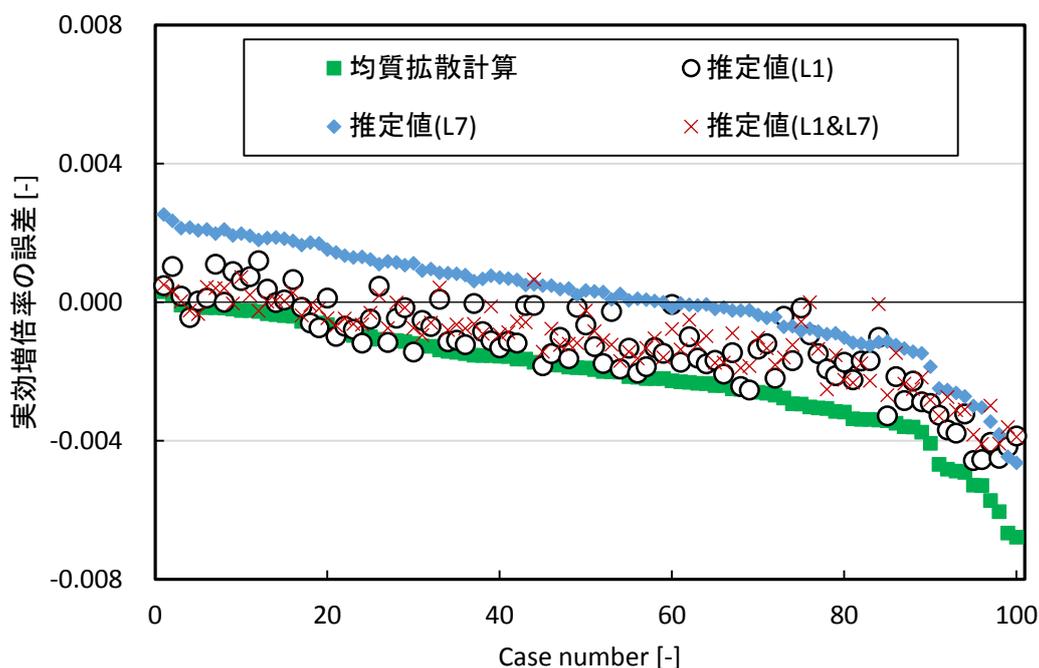


図 3.5.4 均質拡散計算結果と推定値の実効増倍率の誤差

また、図 3.5.4 から、均質拡散計算結果の誤差と推定値の誤差について、100 ケースの平均値・標準偏差及び、絶対値の平均をとると次のようになった。

表 3.5.11 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果の誤差 ($k_{hom} - k_{het}$)	推定値(L1)の誤差 ($k_a - k_{het}$)	推定値(L7)の誤差 ($k_a - k_{het}$)	推定値(L1&L7)の誤差 ($k_a - k_{het}$)
平均値	-0.00213	-0.00126	0.00010	-0.00111
標準偏差	0.00155	0.00132	0.00155	0.00113
絶対値の平均	0.00214	0.00142	0.00120	0.00121

ここでは、計算誤差との相関が弱くパラメータ間の相関があるパラメータ(7 群の中性子漏れ量:L7)を考慮したことによる影響を検討する。よって、1 群の中性子漏れ量(L1)と、1 群と 7 群の中性子漏れ量(L1&L7)の推定結果について比較する。図 3.5.4 から、推定値(L1&L7)は、推定値(L1)に近いが、少し異なる値を取っている。また、表 3.5.11 から、推定値(L1&L7)の誤差と推定値(L1)の誤差を比較すると、標準偏差と絶対値の平均がともに小さくなっている。つまり、計算誤差との相関が弱くパラメータ間の相関があるパラメータ(7 群の中性子漏れ量:L7)を二つ目のパラメータとして用いた場合も、計算誤差との相関が強いパラメータを用いた推定結果に悪影響を与えていない。

本検討で、計算誤差と1群の中性子漏れ量の相関関係及び1群と7群の中性子漏れ量の相関関係について、2x2集合体体系と3x3集合体体系で相関関係が一致していると仮定している。この仮定が成立しているのかについて考える。

2x2集合体体系と3x3集合体体系について、実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)と中性子漏れ量の結果を示すと図3.5.5のようになる。ただし、2x2集合体体系の結果から推定される推定値の範囲を $\varepsilon_a \pm 2\sigma_a$ の直線で表している。

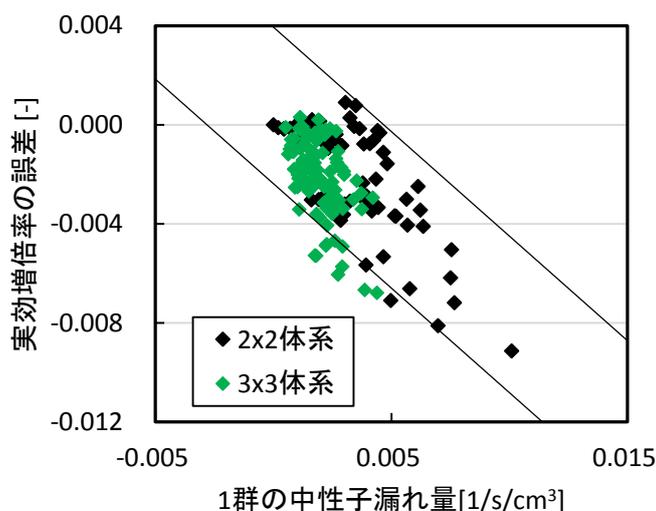


図 3.5.5 1群の中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の相関関係(3x3集合体体系)

図3.5.5から、計算誤差の推定値の範囲($\varepsilon_a \pm 2\sigma_a$)内に3x3集合体体系の結果が概ねプロットされている。よって、計算誤差と1群の中性子漏れ量の相関関係が2x2集合体体系と3x3集合体体系で一致しているという仮定は概ね成り立っているといえる。

次に、1群と7群の中性子漏れ量の相関関係についても、同様に考える。つまり、パラメータP1により推定されるパラメータP2の値を考える。2章の計算誤差の推定式の導出と同様に考え、①パラメータP2の推定値とパラメータP2で平均が等しく、②パラメータP2が平均値をとるときにパラメータP1も平均値をとるとし、かつ、③パラメータP2の推定値の分散 $\sigma_{a,P2}^2$ が最小になるように解くと、パラメータP2の推定値 $P2_a$ 及び推定値の分散 $\sigma_{a,P2}^2$ は次のようになる。詳細な導出過程についてはAppendix Aに示す。

$$P2_a = \overline{P2} + \frac{\sigma_{P1P2}}{\sigma_{P1}}(P1 - \overline{P1}) \quad (3.5.1)$$

$$\sigma_{a,P2}^2 = \sigma_{P1}^2 - \frac{\sigma_{P1P2}^2}{\sigma_{P1}^2} \quad (3.5.2)$$

ここで、 $\overline{P1}$ 、 $\overline{P2}$ は、パラメータ $P1$ と $P2$ の平均値、 σ_{P1} 、 σ_{P2} はパラメータ $P1$ と $P2$ の標準偏差、 σ_{P1P2} は、パラメータ $P1$ と $P2$ の共分散である。

2x2 集合体体系の結果から推定される、1 群の中性子漏れ量 $P1$ と 7 群の中性子漏れ量の推定値 $P2_a$ について考える。(3.5.1)式及び(3.5.2)式から 7 群の中性子漏れ量の推定値 $P2_a$ と推定値の不確かさ($2\sigma_{a,P2}$)を $P2_a \pm 2\sigma_{a,P2}$ の直線で表すと図 3.5.6 のようになる。

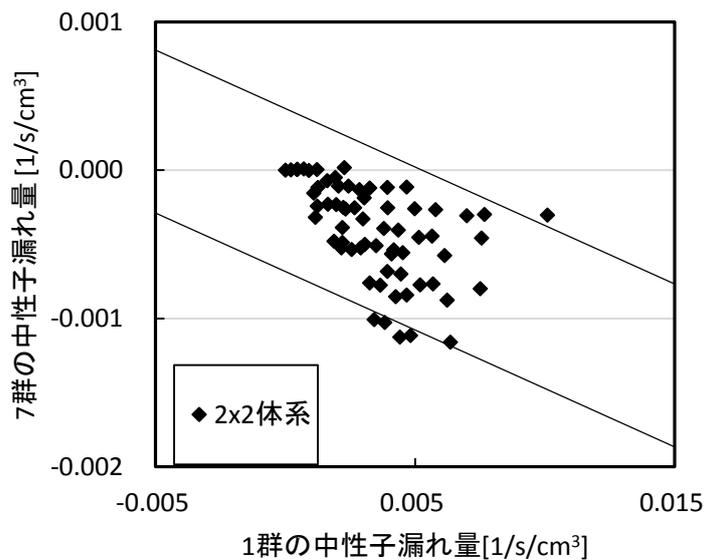


図 3.5.6 1 群と 7 群の中性子漏れ量の相関関係(2x2 集合体体系)

図中の各プロット点は、複数の 2x2 集合体体系の 1 群と 7 群の中性子漏れ量の結果を表している。図 3.5.6 に、3x3 集合体体系の結果をあわせて示すと、図 3.5.7 のようになる。

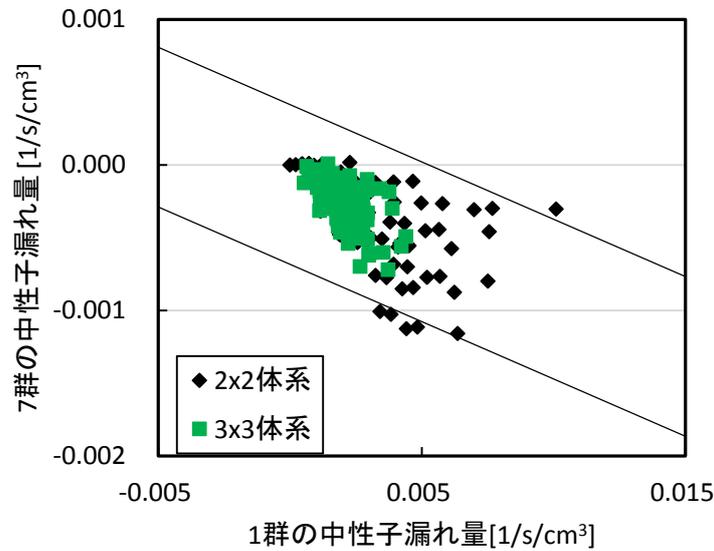


図 3.5.7 1群と7群の中性子漏れ量の相関関係(3x3 集合体体系)

図 3.5.7 から、計算誤差の推定値の範囲($\epsilon_a \pm 2\sigma_a$)内に 3x3 集合体体系の結果がプロットされている。よって、計算誤差と 1 群の中性子漏れ量の相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致しているという仮定は成り立っているといえる。

以上の結果から、この検討では、計算誤差と 1 群の中性子漏れ量の相関関係及び 1 群と 7 群の中性子漏れ量の相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致していると仮定が成立している。このため、理論的考察と同様に、計算誤差との相関が弱くパラメータ間の相関がある場合も、計算誤差との相関が強いパラメータを用いた推定結果に悪影響を与えていないと考えられる。

3.5.4.4 同一集合体の中性子漏れ量を三つ用いた実効増倍率の推定

3.5.4.1 目から 3.5.4.3 目の結果から、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系の相関関係が一致していると仮定できる場合は、2.4.4 項で述べた推定式の性質が成り立つことを確認した。ここでは、三つのパラメータを用いた推定として、MOX-1 燃料集合体の 1 群、3 群、7 群の中性子漏れ量を用いて推定を行った結果を示す。まず、2x2 集合体体系の結果から、実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)、MOX-1 燃料集合体の 1 群、3 群、7 群の中性子漏れ量の平均値及び分散共分散は次のようになった。

表 3.5.12 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の平均値(2x2 集合体体系)

	中性子漏れ量(1 群)	中性子漏れ量(3 群)	中性子漏れ量(7 群)	実効増倍率の誤差
平均値	3.49894E-03	5.87818E-04	-1.40504E-04	-2.16869E-03

表 3.5.13 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の分散共分散(2x2 集合体体系)

		A	B	C	D
A	中性子漏れ量(1 群)	4.28360E-06	9.85846E-07	-1.14278E-07	-3.61386E-06
B	中性子漏れ量(3 群)	9.85846E-07	3.57837E-07	7.55000E-09	-1.31769E-06
C	中性子漏れ量(7 群)	-1.14278E-07	7.55000E-09	1.27770E-08	-1.29066E-08
D	実効増倍率の誤差	-3.61386E-06	-1.31769E-06	-1.29066E-08	5.54574E-06

次に、3x3 集合体体系 100 ケースに対して、1 群、3 群、7 群の中性子漏れ量を用いて非均質輸送計算による実効増倍率の推定を行った。均質拡散計算結果と推定値について、体系番号(Case Number)に対する実効増倍率の誤差(計算誤差)の形でまとめると、図 3.5.8 のようになった。ただし、図中のエラーバーは推定値の不確かさを $\pm 2\sigma_a$ で表した。

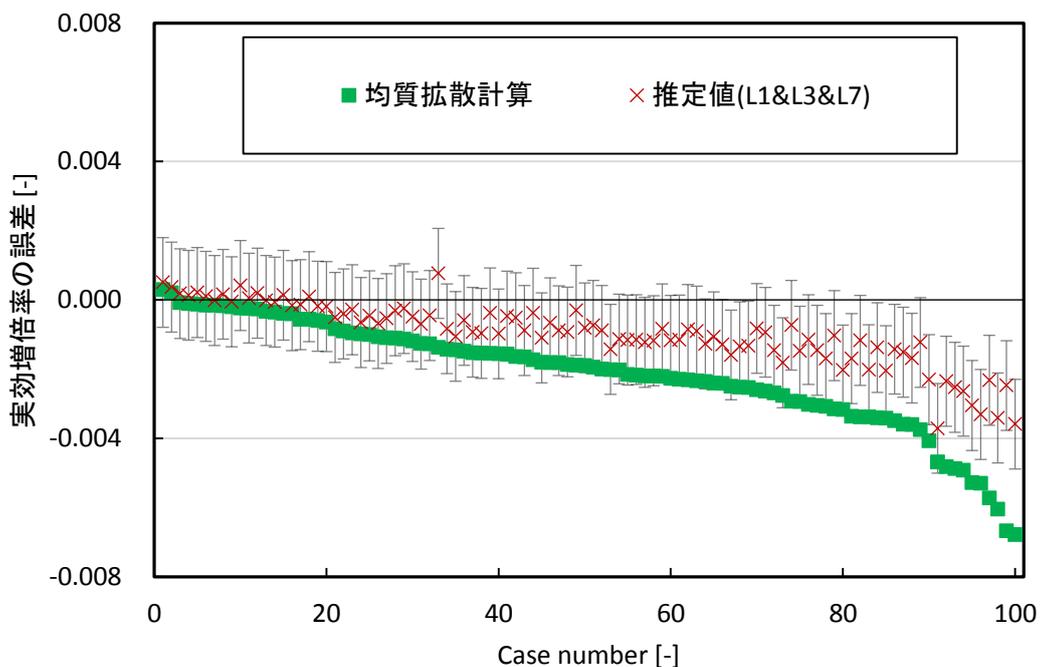


図 3.5.8 均質拡散計算結果と推定値の実効増倍率の誤差

また、図 3.5.8 から、均質拡散計算結果の誤差と推定値の誤差について、100 ケースの平均値・標準偏差及び、絶対値の平均をとると次のようになった。あわせて、3つのパラメータを組み合わせて推定を行った結果についても示す。一部のパラメータの組み合わせは 3.4.4.1 目及び 3.5.4.1 目から 3.5.4.4 目で既に推定を行ったので、3.4.4.1 目及び 3.5.4.1 目から 3.5.4.4 目で示した結果と同じものもある。

表 3.5.14 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果 の誤差	推定値(L1&L3&L7) の誤差	推定値(L1&L3)の誤 差	推定値(L1&L7)の誤 差
平均値	-0.00213	-0.00098	-0.00103	-0.00111
標準偏差	0.00155	0.00092	0.00100	0.00113
絶対値の平均	0.00214	0.00104	0.00110	0.00121

表 3.5.15 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差(続き)

	推定値(L3&L7)の 誤差	推定値(L1)の誤差	推定値(L3)の誤差	推定値(L7)の誤差
平均値	-0.00111	-0.00126	-0.00104	0.00010
標準偏差	0.00100	0.00132	0.00100	0.00155
絶対値の平均	0.00116	0.00142	0.00110	0.00120

図 3.5.8 から、多くのケースで推定値の誤差($k_a - k_{het}$)は推定値の不確かさ($\pm 2\sigma_a$)の範囲で 0 と一致している。よって、推定値(k_a)は、参照解(k_{het})を不確かさの範囲で概ね推定できている。

表 3.5.14 及び表 3.5.15 から、推定値(L1&L3&L7)の誤差が最も絶対値の平均が小さくなっている。また、二つのパラメータを考慮した場合は、それぞれのパラメータを用いた推定値の誤差の絶対値の平均以下になっている。よって、複数のパラメータを考慮することでより適切な推定が行われているといえる。

計算誤差とパラメータの相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致しているか確認する。

2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系について、計算誤差とパラメータの結果をそれぞれ示すと図 3.5.9 のようになる。ただし、2x2 集合体体系の結果から推定される推定値の範囲を $\varepsilon_a \pm 2\sigma_a$ (または $P2_a \pm 2\sigma_{a,P2}$)の直線で表している。

また、一部のパラメータの組み合わせは 3.4.4.1 目及び 3.5.4.4 目で既に推定を行ったので、3.4.4.1 目及び 3.5.4.4 目で示した結果と同じものもある。

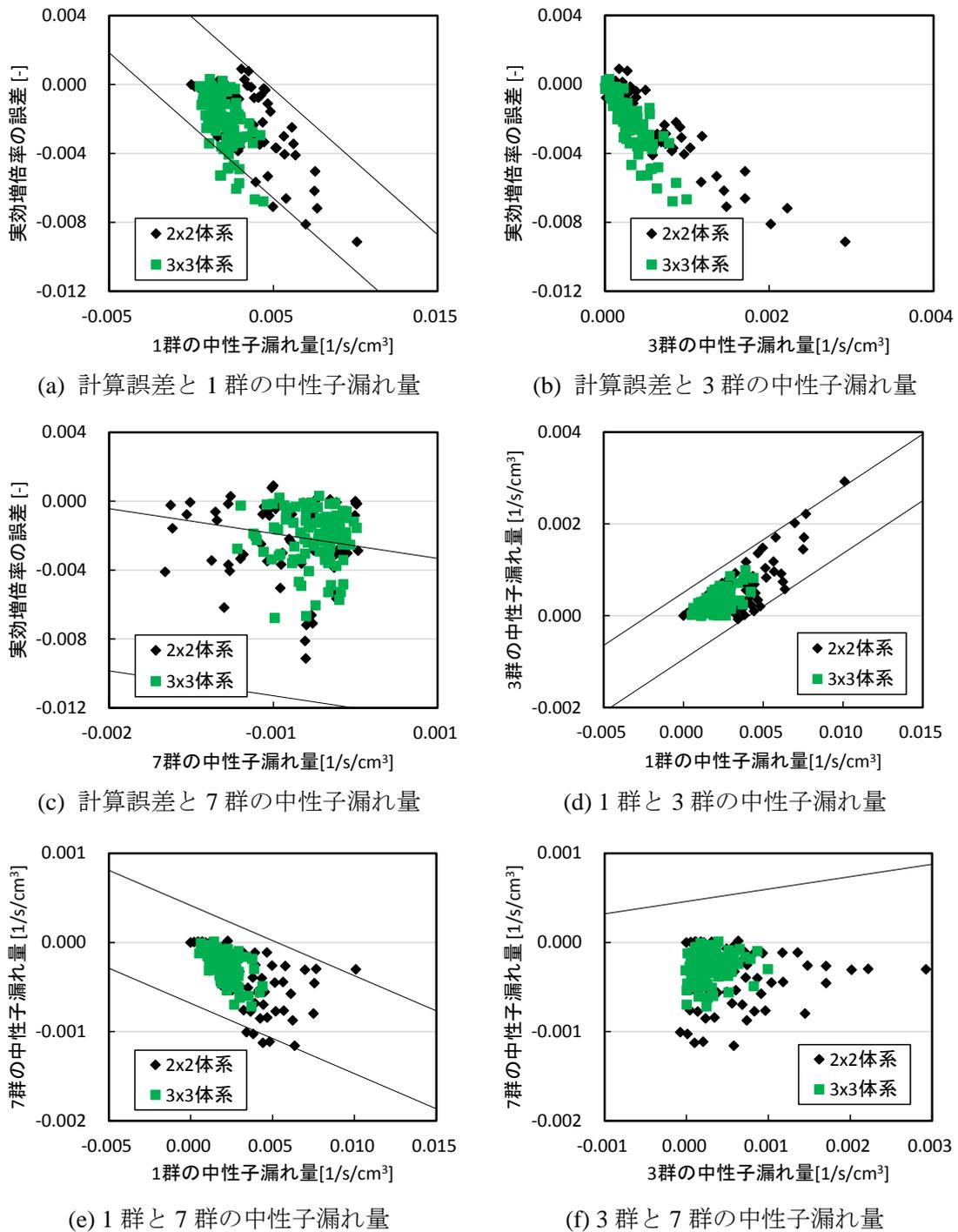


図 3.5.9 計算誤差とパラメータの相関関係(2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系)

図 3.5.9 の結果から、それぞれの計算誤差とパラメータの相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致しているという仮定は概ね成り立っているといえる。

以上から、この検討では、計算誤差とパラメータの相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致していると仮定が概ね成立している。このため、理論的考察と同様に、複数

のパラメータを用いることで、概ねもっともらしく推定が行われている。

3.5.4.5 異なる集合体の中性子漏れ量を用いた実効増倍率の推定

次に、異なる燃料集合体の中性子漏れ量をパラメータとした場合について検討する。ここでは、UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量を用いて推定を行った結果を示す。3.5.4.5 目では、UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量をそれぞれ P1 及び P2 と表す。各パラメータと計算誤差の相関($\rho_{\varepsilon P1}$, $\rho_{\varepsilon P2}$)及びパラメータ間(ρ_{P1P2})は、3.5.3 項の表 3.5.2 の結果から、それぞれ $\rho_{\varepsilon P1} = -0.03$, $\rho_{\varepsilon P2} = -0.95$, $\rho_{P1P2} = 0.33$ となる。

まず、2x2 集合体体系の結果から、実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)及び、UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量の平均値及び分散共分散は次のようになった。ただし、実効増倍率の誤差については、2x2 集合体体系に UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体のどちらかが含まれる体系の結果から評価した。

表 3.5.16 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の平均値(2x2 集合体体系)

	中性子漏れ量 (UOX-2(CR))	中性子漏れ量 (MOX-1)	実効増倍率の誤差
平均値	-1.40452E-03	5.87818E-04	-2.81040E-03

表 3.5.17 中性子漏れ量と実効増倍率の誤差の分散共分散(2x2 集合体体系)

		A	B	C
A	中性子漏れ量(UOX-2(CR))	7.33980E-08	5.33015E-08	-1.60007E-08
B	中性子漏れ量(MOX-1)	5.33015E-08	3.57837E-07	-1.31769E-06
C	実効増倍率の誤差	-1.60007E-08	-1.31769E-06	5.70657E-06

次に、3x3 集合体体系 62 ケースに対して、UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量を用いて非均質輸送計算による実効増倍率の推定を行った。3.5.4.4 目までの検討では 3x3 集合体体系が 100 ケースだったが、本検討では 62 ケースとなっているのは、MOX-1 と UOX-2(CR)燃料集合体の両方が含まれている 3x3 集合体体系に対して、推定を行ったからである。

均質拡散計算結果と推定値について、体系番号(Case Number)に対する実効増倍率の誤差(計算誤差)の形でまとめると、図 3.5.10 のようになった。ただし、図中のエラーバーは推定値の不確かさを $\pm 2\sigma_a$ で表した。

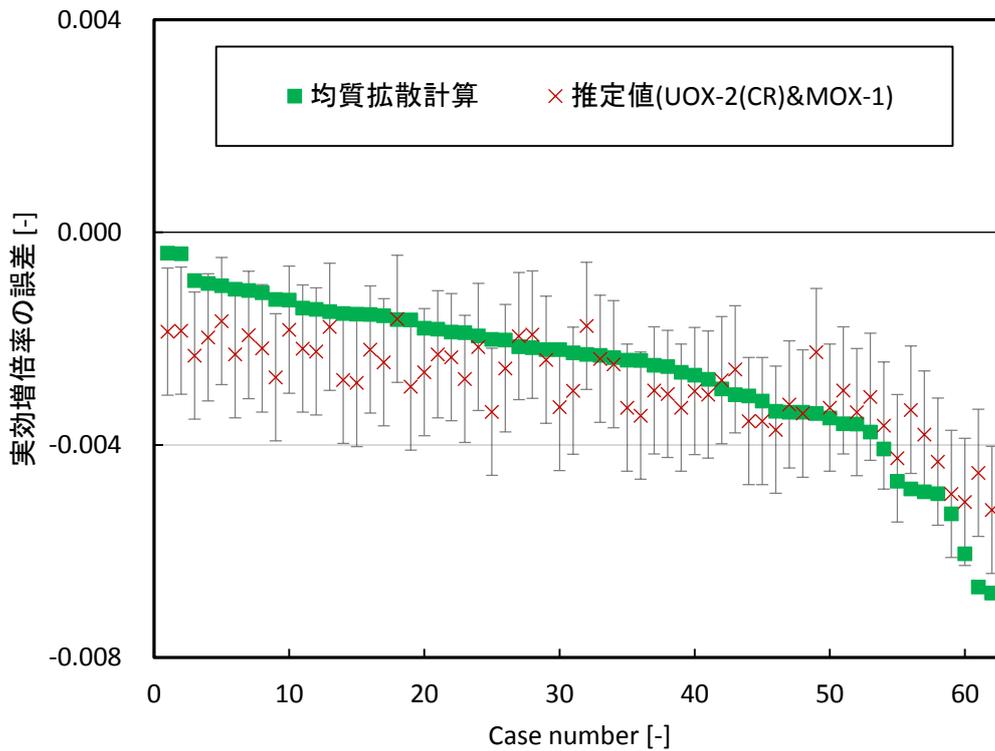


図 3.5.10 均質拡散計算結果と推定値の実効増倍率の誤差

また、図 3.5.10 から、均質拡散計算結果の誤差と推定値の誤差について、62 ケースの平均値・標準偏差及び、絶対値の平均をとると次のようになった。あわせて、UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量をそれぞれ一つのパラメータとして用いて推定を行った結果も示す。

表 3.5.18 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差

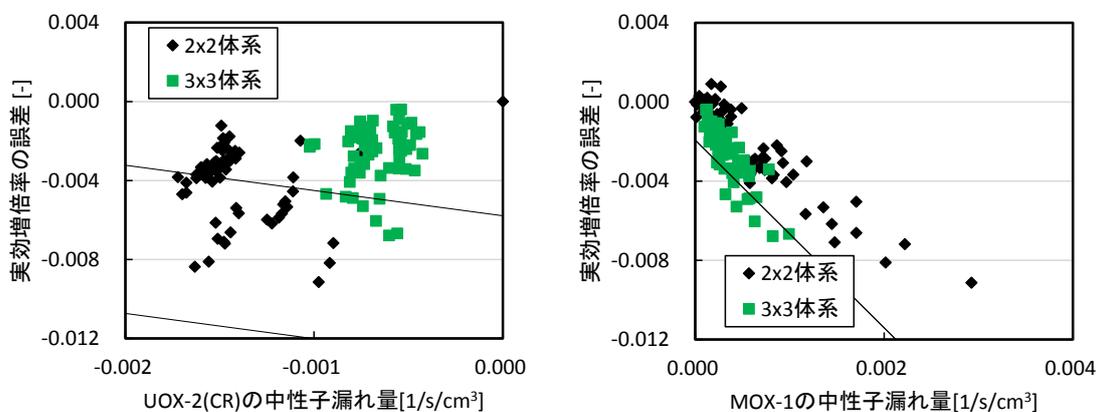
	均質拡散計算結果 の誤差	推定値の誤差 (UOX-2(CR)&MOX-1)	推定値の誤差 (UOX-2(CR))	推定値の誤差 (MOX-1)
平均値	-0.00213	-0.00287	0.00169	-0.00137
標準偏差	0.00155	0.00085	0.00144	0.00093
絶対値の平均	0.00214	0.00287	0.00201	0.00138

図 3.5.10 と表 3.5.18 から、二つのパラメータを利用した推定値(UOX-2(CR)&MOX-1)について、均質拡散計算結果の誤差と比べて、推定値の誤差($k_a - k_{het}$)の平均値は 0 からのずれが大きくなっており、推定値の不確かさ($\pm 2\sigma_a$)の範囲で 0 と一致していない。つまり、二つのパラメータを利用した推定値(k_a)は参照解(k_{het})を再現できていない。一方、それぞれ一つのパラメータを用いた推定値の誤差は、表 3.5.18 から、均質拡散計算結果の誤差と比

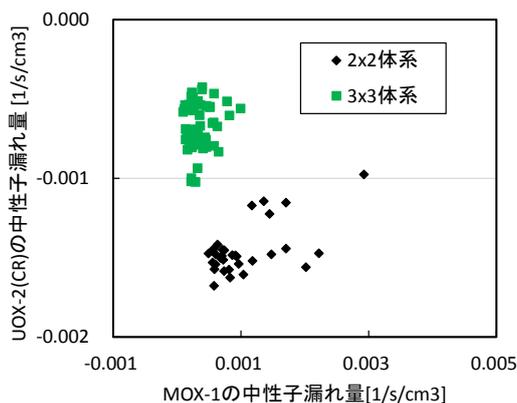
べて標準偏差や絶対値の平均が小さくなっている。よって、各パラメータを一つのみ用いた推定では、概ね妥当な推定が行われている。したがって、二つのパラメータを利用した推定値(UOX-2(CR)&MOX-1)の誤差が0と一致しない要因としては、パラメータ自体に問題があるのではなく、パラメータを組み合わせた時に問題が生じると考えられる。

二つのパラメータを用いた推定値の誤差が0と一致しない原因について考察する。2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で、計算誤差とパラメータの相関関係が一致していないことが考えられる。

2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系について、計算誤差とパラメータの結果をそれぞれ示すと図 3.5.11 のようになる。ただし、2x2 集合体体系の結果から推定される推定値の範囲を $\varepsilon_a \pm 2\sigma_a$ (または $P2_a \pm 2\sigma_{a,P2}$)の直線で表している。



(a) 計算誤差と UOX-2(CR) の中性子漏れ量 (b) 計算誤差と MOX-1 の中性子漏れ量



(c) UOX-2(CR) と MOX-1 の中性子漏れ量

図 3.5.11 計算誤差とパラメータの相関関係(2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系)

図 3.5.11 (a)及び(b)の結果から、それぞれの計算誤差と UOX-2(CR)燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量の相関関係及び、計算誤差と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量の相関関係は、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致しているという仮定は概ね成り立っていると

いえる。しかし、図 3.5.11 (c)から、UOX-2(CR) と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量の相関関係については、2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致しているという仮定は成り立っていない。

図 3.5.11 (c)においてパラメータ間の相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致していない理由としては、相関を評価する際にサンプル数が少ないことが考えられる。UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量の相関を評価するときは、2x2 集合体体系に UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の両方の集合体が含まれていないと、パラメータ間の相関を評価することが出来ない。2x2 集合体体系で UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の両方の集合体が含まれている体系の数は 31 である。サンプル数が少ないことでパラメータ間の相関を適切に予測することが出来なかった可能性がある。分散共分散の統計誤差については、今後の課題である。また、パラメータ間の相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致していない理由として、パラメータが体系に依存している可能性がある。本研究の推定に適したパラメータの検討は今後の課題である。

以上から、この検討では、パラメータ間の相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致していないため、複数のパラメータを用いることで推定に悪影響が出た。

3.5.4.6 全ての中性子漏れ量を用いた実効増倍率の推定

最後に、全ての燃料集合体の中性子漏れ量をパラメータとした場合について推定結果を示す。パラメータは、5 種類の燃料集合体の全エネルギー群の中性子漏れ量であり、パラメータの数としては、35(5 種類×エネルギー群 7 群)である。

まず、2x2 集合体体系の結果から、実効増倍率の誤差($k_{hom} - k_{het}$)及び 5 種類の燃料集合体の全エネルギー群の中性子漏れ量について、平均値及び不偏分散を求めると次のようになった。ただし、表中の L1 や L7 は 1 群や 7 群の中性子漏れ量を表している。例えば、L1_uox-1 は UOX-1 燃料集合体の 1 群の中性子漏れ量を表している。

表 3.5.19 (a) 各中性子漏れ量と計算誤差の平均値及び不偏分散(2x2 集合体体系)

	L1_uox-1	L2_uox-1	L3_uox-1	L4_uox-1	L5_uox-1	L6_uox-1	L7_uox-1
平均値	-1.20E-03	-8.12E-04	4.66E-04	3.47E-04	9.16E-04	7.60E-04	2.75E-04
不偏分散	2.71E-06	1.39E-06	2.73E-07	2.62E-08	1.23E-07	6.87E-08	8.51E-09

表 3.5.19 (b) 各中性子漏れ量と計算誤差の平均値及び不偏分散

	L1_uox2(CR)	L2_uox2(CR)	L3_uox2(CR)	L4_uox2(CR)	L5_uox2(CR)	L6_uox2(CR)	L7_uox2(CR)
平均値	-3.42E-03	-2.47E-03	-1.40E-03	-2.01E-04	-8.60E-05	-1.03E-04	-4.26E-05
不偏分散	1.14E-06	5.55E-07	7.34E-08	2.39E-08	1.41E-07	8.25E-08	1.05E-08

表 3.5.19 (c) 各中性子漏れ量と計算誤差の平均値及び不偏分散

	L1_uox2(BA)	L2_uox2(BA)	L3_uox2(BA)	L4_uox2(BA)	L5_uox2(BA)	L6_uox2(BA)	L7_uox2(BA)
平均値	-1.04E-03	-7.64E-04	1.01E-04	2.17E-04	3.10E-04	1.56E-04	4.74E-05
不偏分散	2.58E-06	1.31E-06	2.40E-07	2.71E-08	1.60E-07	9.75E-08	1.24E-08

表 3.5.19 (d) 各中性子漏れ量と計算誤差の平均値及び不偏分散

	L1_mox-1	L2_mox-1	L3_mox-1	L4_mox-1	L5_mox-1	L6_mox-1	L7_mox-1
平均値	3.50E-03	2.53E-03	5.88E-04	-1.69E-04	-5.78E-04	-4.09E-04	-1.41E-04
不偏分散	4.28E-06	2.26E-06	3.58E-07	2.98E-08	1.71E-07	1.02E-07	1.28E-08

表 3.5.19 (e) 各中性子漏れ量と計算誤差の平均値及び不偏分散

	L1_uox-1(BA)	L2_uox-1(BA)	L3_uox-1(BA)	L4_uox-1(BA)	L5_uox-1(BA)	L6_uox-1(BA)	L7_uox-1(BA)	実効増倍率の誤差
平均値	2.58E-03	1.83E-03	3.65E-04	-1.88E-04	-5.78E-04	-4.15E-04	-1.42E-04	-2.45E-03
不偏分散	4.06E-06	2.13E-06	3.29E-07	2.87E-08	1.68E-07	9.96E-08	1.25E-08	5.43E-06

また、5種類の燃料集合体の全エネルギー群の中性子漏れ量と計算誤差の相関係数は次のようになった。

表 3.5.20 各中性子漏れ量と計算誤差の相関係数(2x2 集合体体系)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ
A L1_uox-1	1.00	1.00	0.78	-0.19	-0.49	-0.42	-0.38	0.69	0.70	0.30	-0.41	-0.51	-0.49	-0.48	0.64	0.64	0.47	-0.14	-0.37	-0.35	-0.34	0.34	0.34	0.35	0.05	-0.07	-0.03	-0.02	0.40	0.40	0.39	0.01	-0.13	-0.09	-0.08	-0.67
B L2_uox-1	1.00	1.00	0.79	-0.17	-0.47	-0.39	-0.36	0.68	0.69	0.33	-0.39	-0.49	-0.46	-0.45	0.65	0.65	0.48	-0.14	-0.37	-0.35	-0.34	0.33	0.34	0.34	0.04	-0.08	-0.05	-0.04	0.40	0.40	0.39	0.00	-0.14	-0.11	-0.09	-0.67
C L3_uox-1	0.78	0.79	1.00	0.46	0.14	0.21	0.24	0.57	0.58	0.44	-0.18	-0.30	-0.28	-0.28	0.48	0.49	0.60	0.21	-0.01	0.02	0.04	0.36	0.37	0.42	0.13	-0.04	-0.02	-0.01	0.42	0.42	0.47	0.12	-0.07	-0.04	-0.03	-0.86
D L4_uox-1	-0.19	-0.17	0.46	1.00	0.92	0.91	0.90	-0.06	-0.07	0.33	0.33	0.28	0.29	0.29	-0.14	-0.15	0.28	0.52	0.50	0.53	0.54	0.05	0.05	0.09	0.09	0.01	-0.01	-0.02	0.07	0.06	0.13	0.12	0.03	0.01	0.00	-0.37
E L5_uox-1	-0.49	-0.47	0.14	0.92	1.00	0.99	0.98	-0.30	-0.31	0.21	0.44	0.46	0.47	0.48	-0.29	-0.29	0.08	0.43	0.49	0.51	0.51	-0.07	-0.08	-0.06	0.03	0.02	-0.01	-0.02	-0.07	-0.07	-0.04	0.06	0.04	0.02	0.01	-0.08
F L6_uox-1	-0.42	-0.39	0.21	0.91	0.99	1.00	1.00	-0.25	-0.26	0.23	0.40	0.43	0.45	0.45	-0.21	-0.22	0.12	0.40	0.44	0.46	0.46	-0.04	-0.04	-0.02	0.04	0.02	0.00	0.00	-0.03	-0.03	0.01	0.06	0.04	0.03	0.02	-0.14
G L7_uox-1	-0.38	-0.36	0.24	0.90	0.98	1.00	1.00	-0.22	-0.23	0.24	0.38	0.40	0.42	0.43	-0.18	-0.19	0.14	0.39	0.42	0.44	0.44	-0.02	-0.02	0.00	0.04	0.02	0.01	0.00	-0.01	-0.01	0.03	0.07	0.04	0.03	0.03	-0.17
H L1_uox2(CR)	0.69	0.68	0.57	-0.06	-0.30	-0.25	-0.22	1.00	1.00	0.39	-0.68	-0.80	-0.75	-0.74	0.69	0.69	0.54	-0.10	-0.33	-0.30	-0.29	0.37	0.38	0.14	-0.23	-0.30	-0.30	-0.30	0.44	0.45	0.22	-0.23	-0.32	-0.32	-0.32	-0.06
I L2_uox2(CR)	0.70	0.69	0.58	-0.07	-0.31	-0.26	-0.23	1.00	1.00	0.39	-0.68	-0.79	-0.75	-0.73	0.70	0.71	0.56	-0.10	-0.33	-0.30	-0.29	0.36	0.38	0.15	-0.22	-0.29	-0.29	-0.29	0.44	0.45	0.23	-0.22	-0.32	-0.31	-0.31	-0.06
J L3_uox2(CR)	0.30	0.33	0.44	0.33	0.21	0.23	0.24	0.39	0.39	1.00	0.38	0.22	0.27	0.29	0.37	0.39	0.55	0.35	0.17	0.19	0.19	0.20	0.21	0.33	0.26	0.15	0.17	0.17	0.25	0.26	0.40	0.28	0.15	0.17	0.17	-0.03
K L4_uox2(CR)	-0.41	-0.39	-0.18	0.33	0.44	0.40	0.38	-0.68	-0.68	0.38	1.00	0.96	0.94	0.94	-0.38	-0.37	-0.10	0.37	0.45	0.43	0.42	-0.25	-0.26	0.10	0.45	0.44	0.45	0.45	-0.26	-0.28	0.10	0.47	0.45	0.46	0.46	0.02
L L5_uox2(CR)	-0.51	-0.49	-0.30	0.28	0.46	0.43	0.40	-0.80	-0.79	0.22	0.96	1.00	0.99	0.99	-0.44	-0.44	-0.15	0.34	0.45	0.45	0.44	-0.29	-0.30	0.04	0.41	0.44	0.45	0.45	-0.31	-0.32	0.03	0.42	0.45	0.46	0.46	0.09
M L6_uox2(CR)	-0.49	-0.46	-0.28	0.29	0.47	0.45	0.42	-0.75	-0.75	0.27	0.94	0.99	1.00	1.00	-0.40	-0.40	-0.10	0.35	0.46	0.46	0.46	-0.27	-0.28	0.06	0.41	0.43	0.45	0.45	-0.28	-0.29	0.05	0.42	0.45	0.46	0.47	0.13
N L7_uox2(CR)	-0.48	-0.45	-0.28	0.29	0.48	0.45	0.43	-0.74	-0.73	0.29	0.94	0.99	1.00	1.00	-0.39	-0.38	-0.08	0.35	0.46	0.46	0.46	-0.26	-0.27	0.06	0.40	0.43	0.45	0.45	-0.27	-0.28	0.06	0.41	0.44	0.46	0.47	0.13
O L1_uox2(BA)	0.64	0.65	0.48	-0.14	-0.29	-0.21	-0.18	0.69	0.70	0.37	-0.38	-0.44	-0.40	-0.39	1.00	1.00	0.73	-0.26	-0.58	-0.54	-0.52	0.38	0.38	0.34	0.00	-0.18	-0.17	-0.17	0.44	0.45	0.39	-0.04	-0.22	-0.21	-0.20	-0.47
P L2_uox2(BA)	0.64	0.65	0.49	-0.15	-0.29	-0.22	-0.19	0.69	0.71	0.39	-0.37	-0.44	-0.40	-0.38	1.00	1.00	0.74	-0.24	-0.56	-0.53	-0.51	0.37	0.37	0.33	-0.01	-0.18	-0.17	-0.17	0.44	0.44	0.38	-0.04	-0.22	-0.21	-0.20	-0.46
Q L3_uox2(BA)	0.47	0.48	0.60	0.28	0.08	0.12	0.14	0.54	0.56	0.55	-0.10	-0.15	-0.10	-0.08	0.73	0.74	1.00	0.46	0.12	0.16	0.18	0.36	0.36	0.44	0.18	0.02	0.06	0.07	0.41	0.42	0.50	0.17	0.00	0.03	0.05	-0.47
R L4_uox2(BA)	-0.14	-0.14	0.21	0.52	0.43	0.40	0.39	-0.10	-0.10	0.35	0.37	0.34	0.35	0.35	-0.26	-0.24	0.46	1.00	0.92	0.91	0.91	-0.04	-0.04	0.12	0.21	0.26	0.30	0.31	-0.02	-0.02	0.15	0.23	0.26	0.30	0.31	-0.01
S L5_uox2(BA)	-0.37	-0.37	-0.01	0.50	0.49	0.44	0.42	-0.33	-0.33	0.17	0.45	0.45	0.46	0.46	-0.58	-0.56	0.12	0.92	1.00	0.99	0.99	-0.19	-0.19	-0.03	0.18	0.30	0.33	0.34	-0.19	-0.19	-0.02	0.20	0.31	0.34	0.35	0.21
T L6_uox2(BA)	-0.35	-0.35	0.02	0.53	0.51	0.46	0.44	-0.30	-0.30	0.19	0.43	0.45	0.46	0.46	-0.54	-0.53	0.16	0.91	0.99	1.00	1.00	-0.17	-0.16	0.00	0.21	0.31	0.34	0.35	-0.17	-0.16	0.01	0.22	0.32	0.35	0.36	0.20
U L7_uox2(BA)	-0.34	-0.34	0.04	0.54	0.51	0.46	0.44	-0.29	-0.29	0.19	0.42	0.44	0.46	0.46	-0.52	-0.51	0.18	0.91	0.99	1.00	1.00	-0.16	-0.15	0.01	0.21	0.31	0.34	0.35	-0.16	-0.15	0.02	0.23	0.32	0.35	0.36	0.19
V L1_mox-1	0.34	0.33	0.36	0.05	-0.07	-0.04	-0.02	0.37	0.36	0.20	-0.25	-0.29	-0.27	-0.26	0.38	0.37	0.36	-0.04	-0.19	-0.17	-0.16	1.00	1.00	0.80	-0.22	-0.57	-0.51	-0.49	0.36	0.35	0.29	-0.14	-0.26	-0.23	-0.22	-0.75
W L2_mox-1	0.34	0.34	0.37	0.05	-0.08	-0.04	-0.02	0.38	0.38	0.21	-0.26	-0.30	-0.28	-0.27	0.38	0.37	0.36	-0.04	-0.19	-0.16	-0.15	1.00	1.00	0.80	-0.21	-0.55	-0.50	-0.47	0.35	0.34	0.29	-0.13	-0.25	-0.21	-0.20	-0.75
X L3_mox-1	0.35	0.34	0.42	0.09	-0.06	-0.02	0.00	0.14	0.15	0.33	0.10	0.04	0.06	0.06	0.34	0.33	0.44	0.12	-0.03	0.00	0.01	0.80	0.80	1.00	0.40	0.03	0.09	0.11	0.28	0.28	0.39	0.16	0.02	0.05	0.06	-0.95
Y L4_mox-1	0.05	0.04	0.13	0.09	0.03	0.04	0.04	-0.23	-0.22	0.26	0.45	0.41	0.41	0.40	0.00	-0.01	0.18	0.21	0.18	0.21	0.21	-0.22	-0.21	0.40	1.00	0.90	0.90	0.90	-0.12	-0.11	0.19	0.51	0.46	0.45	0.45	-0.40
Z L5_mox-1	-0.07	-0.08	-0.04	0.01	0.02	0.02	0.02	-0.30	-0.29	0.15	0.44	0.44	0.43	0.43	-0.18	-0.18	0.02	0.26	0.30	0.31	0.31	-0.57	-0.55	0.03	0.90	1.00	0.99	0.99	-0.24	-0.23	0.04	0.47	0.49	0.48	0.47	0.00
AA L6_mox-1	-0.03	-0.05	-0.02	-0.01	-0.01	0.00	0.01	-0.30	-0.29	0.17	0.45	0.45	0.45	0.45	-0.17	-0.17	0.06	0.30	0.33	0.34	0.34	-0.51	-0.50	0.09	0.90	0.99	1.00	1.00	-0.21	-0.20	0.07	0.46	0.48	0.47	0.47	-0.03
AB L7_mox-1	-0.02	-0.04	-0.01	-0.02	-0.02	0.00	0.00	-0.30	-0.29	0.17	0.45	0.45	0.45	0.45	-0.17	-0.17	0.07	0.31	0.34	0.35	0.35	-0.49	-0.47	0.11	0.90	0.99	1.00	1.00	-0.20	-0.19	0.08	0.46	0.48	0.47	0.47	-0.05
AC L1_uox-1(BA)	0.40	0.40	0.42	0.07	-0.07	-0.03	-0.01	0.44	0.44	0.25	-0.26	-0.31	-0.28	-0.27	0.44	0.44	0.41	-0.02	-0.19	-0.17	-0.16	0.36	0.35	0.28	-0.12	-0.24	-0.21	-0.20	1.00	1.00	0.79	-0.26	-0.59	-0.53	-0.51	-0.61
AD L2_uox-1(BA)	0.40	0.40	0.42	0.06	-0.07	-0.03	-0.01	0.45	0.45	0.26	-0.28	-0.32	-0.29	-0.28	0.45	0.44	0.42	-0.02	-0.19	-0.16	-0.15	0.35	0.34	0.28	-0.11	-0.23	-0.20	-0.19	1.00	1.00	0.79	-0.24	-0.58	-0.52	-0.50	-0.61
AE L3_uox-1(BA)	0.39	0.39	0.47	0.13	-0.04	0.01	0.03	0.22	0.23	0.40	0.10	0.03	0.05	0.06	0.39	0.38	0.50	0.15	-0.02	0.01	0.02	0.29	0.29	0.39	0.19	0.04	0.07	0.08	0.79	0.79	1.00	0.38	0.02	0.08	0.10	-0.75
AF L4_uox-1(BA)	0.01	0.00	0.12	0.12	0.06	0.06	0.07	-0.23	-0.22	0.28	0.47	0.42	0.42	0.41	-0.04	-0.04	0.17	0.23	0.20	0.22	0.23	-0.14	-0.13	0.16	0.51	0.47	0.46	0.46	-0.26	-0.24	0.38	1.00	0.91	0.90	0.90	-0.26
AG L5_uox-1(BA)	-0.13	-0.14	-0.07	0.03	0.04	0.04	0.04	-0.32	-0.32	0.15	0.45	0.45	0.45	0.44	-0.22	-0.22	0.00	0.26	0.31	0.32	0.32	-0.26	-0.25	0.02	0.46	0.49	0.48	0.48	-0.59	-0.58	0.02	0.91	1.00	0.99	0.99	0.08
AH L6_uox-1(BA)	-0.09	-0.11	-0.04	0.01	0.02	0.03	0.03	-0.32	-0.31	0.17	0.46	0.46	0.46	0.46	-0.21	-0.21	0.03	0.30	0.34	0.35	0.35	-0.23	-0.21	0.05	0.45	0.48	0.47	0.47	-0.53	-0.52	0.08	0.90	0.99	1.00	1.00	0.06
AI L7_uox-1(BA)	-0.08	-0.09	-0.03	0.00	0.01	0.02	0.03	-0.32	-0.31	0.17	0.46	0.46	0.47	0.47	-0.20	-0.20	0.05	0.31	0.35	0.36	0.36	-0.22	-0.20	0.06	0.45	0.47	0.47	0.47	-0.51	-0.50	0.10	0.90	0.99	1.00	1.00	0.05
AJ 実効増倍率の誤差	-0.67	-0.67	-0.86	-0.37	-0.08	-0.14	-0.17	-0.06	-0.06	-0.03	0.02	0.09																								

次に、3x3 集合体体系 44 ケースに対して、全ての中性子漏れ量(5 種類×エネルギー7 群=35 パラメータ)を用いて非均質輸送計算による実効増倍率の推定を行った。3.5.4.4 目までの検討では3x3 集合体体系が 100 ケースだったが、本検討では 44 ケースとなっているのは、5 種類の燃料集合体(UOX-1、UOX-2(BA16)、UOX-2(CR)、MOX-1、MOX-1(BA8))の全てが含まれている 3x3 集合体体系に対して推定を行ったからである。

また、パラメータの分散共分散(Σ_{PP})によって、行列式の値が非常に小さくなってしまい、推定式である(2.4.20)式及び(2.4.21)式の計算が出来なかった。そこで、推定式を修正する。まず、行列式がゼロにならないように、行列 Σ_{PP} の各要素を定数 m 倍した Σ_{PP}' について考える。 Σ_{PP}' は次式で表される。

$$\Sigma_{PP}' = m\Sigma_{PP} \quad (3.5.3)$$

このとき、パラメータの数を n とすると、 Σ_{PP}' の行列式は元の m^n 倍となる。

次に、 Σ_{PP}' の逆行列を考えると次のようになる。

$$\begin{aligned} (\Sigma_{PP}')^{-1}\Sigma_{PP}' &= \mathbf{E} \\ (\Sigma_{PP}')^{-1}(m\Sigma_{PP}) &= \mathbf{E} \\ m(\Sigma_{PP}')^{-1}\Sigma_{PP}(\Sigma_{PP})^{-1} &= \mathbf{E}(\Sigma_{PP})^{-1} \\ \therefore (\Sigma_{PP}')^{-1} &= \frac{1}{m}(\Sigma_{PP})^{-1} \end{aligned} \quad (3.5.4)$$

したがって、(2.4.20)式及び(2.4.21)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_a &= \mathbf{k}_{hom} - \bar{\epsilon} - \Sigma_{\epsilon P}(\Sigma_{PP})^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) \\ &= \mathbf{k}_{hom} - \bar{\epsilon} - \Sigma_{\epsilon P}(m(\Sigma_{PP}')^{-1})(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) \\ &= \mathbf{k}_{hom} - \bar{\epsilon} - m\Sigma_{\epsilon P}(\Sigma_{PP}')^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) \end{aligned} \quad (3.5.5)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_a &= \Sigma_{\epsilon\epsilon} - \Sigma_{\epsilon P}(\Sigma_{PP})^{-1}\Sigma_{P\epsilon} \\ &= \Sigma_{\epsilon\epsilon} - \Sigma_{\epsilon P}(m(\Sigma_{PP}')^{-1})\Sigma_{P\epsilon} \\ &= \Sigma_{\epsilon\epsilon} - m\Sigma_{\epsilon P}(\Sigma_{PP}')^{-1}\Sigma_{P\epsilon} \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

全ての中性子漏れ量を用いた推定では、 $m = 10^9$ として、(3.5.5)式及び(3.5.6)式から推定を行った。

均質拡散計算結果と推定値について、体系番号(Case Number)に対する実効増倍率の誤差(計算誤差)の形でまとめると、図 3.5.12 のようになった。

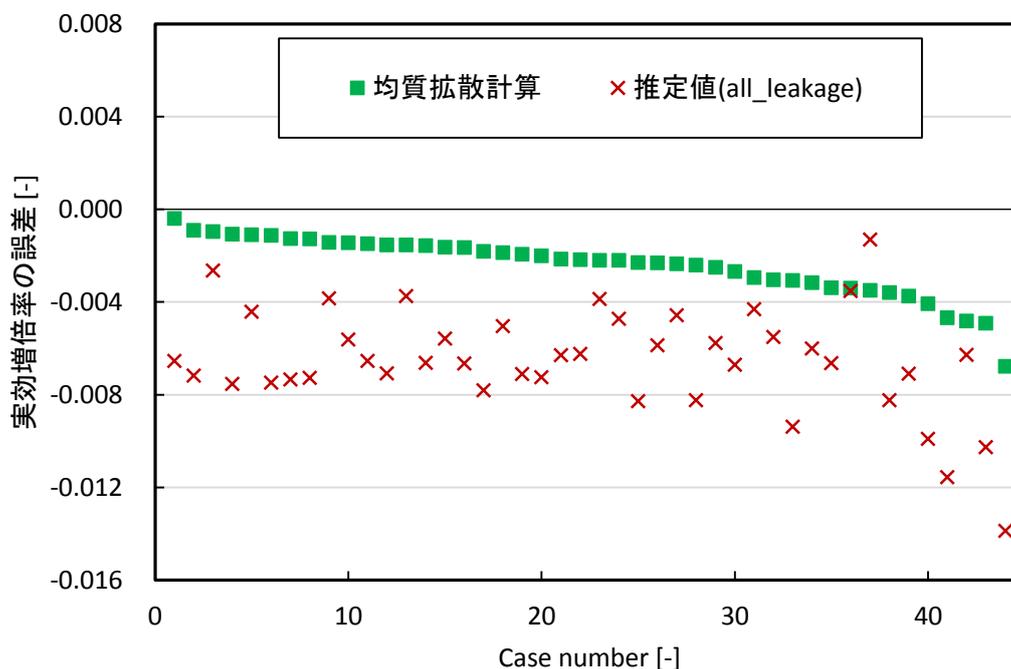


図 3.5.12 均質拡散計算結果と推定値の実効増倍率の誤差

図 3.5.12 において、推定値の不確かさ(エラーバー)を示していないのは、3.5.2 項で説明した分散共分散の評価方法で求めた $\Sigma_{\epsilon\epsilon}$ 、 $\Sigma_{\epsilon P}$ 、 $\Sigma_{P\epsilon}$ 、 Σ_{PP} を用いて、(2.4.21)式から計算した推定値の分散(σ_a^2)が負になったからである。

分散共分散($\Sigma_{\epsilon\epsilon}$ 、 $\Sigma_{\epsilon P}$ 、 $\Sigma_{P\epsilon}$ 、 Σ_{PP})を評価する際に、全ての 2x2 集合体体系で、パラメータと計算誤差がそれぞれ評価できれば、理論的に負になることはない。しかしながら、2x2 集合体体系で含まれていない集合体のパラメータは、その 2x2 集合体体系では評価できないため、本研究では省いている。これにより、 $\Sigma_{\epsilon\epsilon}$ と $\Sigma_{\epsilon P}$ 、 Σ_{PP} を評価する際に、2x2 集合体体系の配置パターンの整合性が取れなくなり、推定値の分散が負になったと考えられる。

同一燃料集合体のパラメータを用いた推定では、該当する燃料集合体が含まれる 2x2 集合体体系では、計算誤差とパラメータが全て評価することが出来る。ゆえに、推定値の分散が負になることはない。

一方、異なる燃料集合体のパラメータを用いた推定の場合は、必ずパラメータが評価できるわけではない。例えば、UOX-1 と MOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量をパラメータ(P1, P2)とした場合について考える。例として、図 3.5.1 (b)を再掲する。

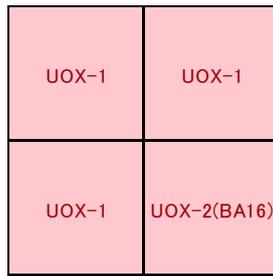


図 3.5.1 (b) UOX-1 を含むが MOX-1 を含まない体系 (再掲)

図 3.5.1 (b)の体系では、UOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量(P1)は求められるが、MOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量(P2)は求められない。本研究では、実効増倍率と UOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量に関する分散共分散($\sigma_{\epsilon P1}$, σ_{P1}^2 , σ_{ϵ}^2)を評価する際には、図 3.5.1 の体系の結果を考慮している。しかし、MOX-1 燃料集合体の中性子漏れ量に関する分散共分散($\sigma_{\epsilon P2}$, σ_{P2}^2)を評価する際には、図 3.5.1 の体系の結果を考慮しない。

以上から、 $\Sigma_{\epsilon\epsilon}$ と $\Sigma_{\epsilon P}$ 、 Σ_{PP} を評価する際に、2x2 集合体体系の集合体の組み合わせによって、パラメータの結果を考慮しない場合があるので、推定値の分散が負になる可能性がある。適切な計算誤差とパラメータの分散共分散($\Sigma_{\epsilon\epsilon}$ 、 $\Sigma_{\epsilon P}$ 、 $\Sigma_{P\epsilon}$ 、 Σ_{PP})の評価については今後の課題である。

また、図 3.5.12 から均質拡散計算結果の誤差と推定値の誤差について、44 ケースの平均値・標準偏差及び、絶対値の平均をとると表 3.5.21 に示すようになった。

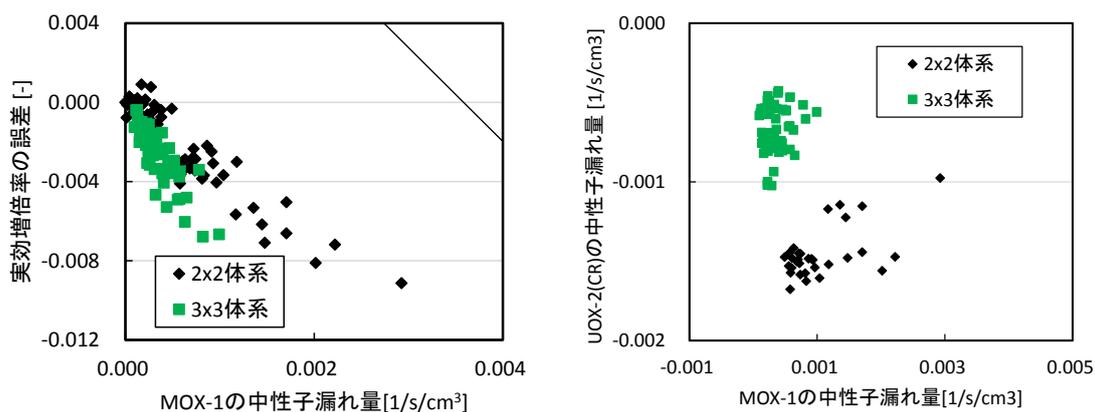
表 3.5.21 均質拡散計算及び推定結果の実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果 の誤差	推定値(all_leakage) の誤差
平均値	-0.00213	-0.00654
標準偏差	0.00155	0.00229
絶対値の平均	0.00214	0.00654

以上の結果から、全ての中性子漏れ量をパラメータとして用いた推定について、誤差の平均値がゼロから大きくずれており、推定値(k_a)が参照解(k_{het})を再現できていないことがわかる。

このように、推定値が非均質輸送計算結果を推定できなかった要因については、パラメータ及び計算誤差の相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で同じでないことが考えられる。具体的には、3.5.4.5 目における異なる集合体の中性子漏れ量を用いた実効増倍率の推定で示したように、①パラメータ間の相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致していない場合があることが考えられる。例えば、図 3.5.11 (c)のように、3x3 集合体体系の

相関関係が 2x2 集合体体系の結果から予想される範囲に収まっていない場合である。また、②パラメータと計算誤差との相関関係についても、完全には一致していない場合があることが考えられる。例えば、図 3.5.11 (b)のように、中性子漏れ量が大きいときに 2x2 集合体体系の結果から予想される範囲に収まっていない場合である。数多くのパラメータを考慮することで、上記のような誤差が推定値に蓄積されたと考えられる。参考のために、図 3.5.11 (b)及び(c)を再掲する。



(b) 計算誤差と MOX-1 の中性子漏れ量 (c) UOX-2(CR)と MOX-1 の中性子漏れ量

図 3.5.11 計算誤差とパラメータの相関関係(2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系) (再掲)

以上から、この検討では、パラメータ間の相関関係が 2x2 集合体体系と 3x3 集合体体系で一致していないため、数多くのパラメータを用いることで推定結果に誤差が蓄積され、悪影響が出た。よって、推定に用いるパラメータを適切に選ぶ必要がある。適切なパラメータについては今後の課題である。または、相関を評価する体系と推定体系で相関関係が一致するような、実験体系(相関を評価する体系)を設定する必要がある。これについても今後の課題である。

3.5.5 本節のまとめ

本章では、複数のパラメータを用いた場合について、非均質輸送計算結果(実効増倍率)を推定した。パラメータの組み合わせを変えて、検討を行った。

まず、MOX-1 燃料集合体の 1 群と 2 群の中性子漏れ量をパラメータとして実効増倍率の推定を行った。二つのパラメータ間の相関が強い場合の推定では、一つのパラメータと同じ推定結果が得られることが確認できた。

次に、MOX-1 燃料集合体の 3 群と 7 群の中性子漏れ量をパラメータとして実効増倍率の推定を行った。計算誤差との相関が弱くパラメータ間の相関が弱い場合の推定では、一つのパラメータと同じ推定結果が得られることが確認できた。

また、MOX-1 燃料集合体の 1 群と 7 群の中性子漏れ量をパラメータとして実効増倍率の

推定を行った。計算誤差との相関が弱くパラメータ間の相関がある場合の推定を行った。その結果、計算誤差とパラメータの相関関係が計算誤差とパラメータの相関等の評価する体系と推定体系で一致している場合は、計算誤差との相関が弱いパラメータを用いた推定は悪影響を与えていないことを示した。

さらに、MOX-1 燃料集合体の 1 群、3 群、7 群の中性子漏れ量をパラメータとして実効増倍率の推定を行った。その結果、計算誤差とパラメータの相関関係が計算誤差とパラメータの相関等の評価する体系と推定体系で一致しているという仮定が成立する場合は、複数のパラメータを用いることで、より適切に推定可能であることを示した。ただし、相関を評価する体系と推定体系で、計算誤差とパラメータの相関関係やパラメータ間の相関関係が一致していないこともある。例えば、3.5.4.5 目の検討で用いた UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量をパラメータとした場合はパラメータ間の相関関係が一致していなかった。UOX-2(CR)と MOX-1 燃料集合体の 3 群の中性子漏れ量をパラメータとして実効増倍率の推定を行った。その結果、計算誤差とパラメータの相関関係が、計算誤差とパラメータの相関等の評価する体系と推定体系で一致しているという仮定が成立しない場合は、妥当な推定が出来ないことを示した。

さらに、全てのパラメータを用いて推定を行った。その結果、多くのパラメータを用いて推定を行うと、本検討では相関を評価する体系と推定体系で相関関係が一致していないことによる誤差が蓄積されて、推定結果に悪影響が表れることを示した。

3.6 本章のまとめ

本章では、2 章で導出した推定式を用いて、非均質輸送計算により得られる実効増倍率を推定した。まず、相関パラメータ分析を行い、様々なパラメータと計算誤差の相関を評価した。次に、一つのパラメータを用いた場合と複数のパラメータを用いた場合について、それぞれ実効増倍率の推定を行った。その結果から、もっともらしい値を推定するために、①計算誤差とパラメータに強い相関があること②計算誤差とパラメータの相関等の評価する体系と推定体系で相関関係が同じであることの必要性について述べた。また、計算誤差とパラメータの相関等の評価する体系と推定体系で相関関係が同じであれば、複数のパラメータを用いることでより適切な推定が可能であることを示した。ただし、計算誤差とパラメータの相関等の評価する体系と推定体系で相関関係が同じでない場合は、相関関係が一致していないことによる誤差が、複数のパラメータを用いることで蓄積されて推定結果が悪化することが示された。

第4章 結論

4.1 結論

原子炉の安全性は、数値シミュレーションを利用した炉心解析により炉心特性を予測することで評価されている。しかし、数値シミュレーションを利用して得られる炉心解析結果は必ず不確かさが存在する。この炉心解析結果の不確かさを定量的に評価することは、炉心解析結果の信頼性の観点から重要である。

炉心解析における不確かさは、計算手法に起因するものと入力データ(特に核反応断面積)の不確かさに起因するものが存在する。軽水炉の炉心解析において、計算手法起因の不確かさ評価は、これまでにあまり研究の対象とされてきていない。一般的には、詳細な計算(非均質輸送計算)を実施することで計算手法起因誤差が評価されるが、炉心設計などにおいては、全ての計算ケースについて詳細な計算を行うことは非現実的である。そこで、本研究では、計算誤差推定対象の体系で詳細な非均質輸送計算行わずに、計算手法起因の不確かさを評価する手法について検討を行った。

第二章では、データ同化を用いた計算手法起因誤差の推定理論について説明した。まず、データ同化の一般的な説明を行い、それを基に詳細な計算結果を推定する式を導出した。本研究における推定は、計算誤差と相関があり均質拡散計算で計算できるパラメータ(核特性など)を利用した推定である。本研究のデータ同化を用いた推定について、主な特徴は以下の点である。

- 計算誤差を推定する体系で、詳細な計算を必要としない。
- ただし、より簡易な別の体系で、計算誤差とパラメータの相関を評価する必要がある
- 計算誤差と相関が強いパラメータを用いることで、より適切な推定が可能である。
- 理論的には、計算誤差との相関が弱いパラメータやパラメータ間の相関が強いパラメータでも、推定結果に悪影響を与えない。
- 妥当な推定のためには、相関を評価した体系と推定体系で計算誤差とパラメータの相関関係が一致する必要がある。

第三章では、実際に第二章で導出した推定式を用いて、実効増倍率の推定を行った。2x2 集合体体系で、実効増倍率の誤差(詳細な非均質輸送計算結果と軽水炉心解析で一般的に使われている均質拡散計算の差異)とパラメータ(中性子漏れ量・感度係数)の相関を評価し、その結果を利用して、3x3 集合体体系での詳細な計算による実効増倍率を推定した。一つのパラメータを用いた検討から、もっともらしい値を推定するために、①計算誤差とパラメータに強い相関があること②計算誤差とパラメータの相関等を評価する体系と推定体系で相関関係が同じであることの必要性について述べた。また、複数のパラメータを用いた検討から、もっともらしい値を推定するために、①計算誤差とパラメータに強い相関があること、②パラメータ間の相関が弱いこと、③相関を評価した体系と推定体系で計算誤差とパラメータ

の相関関係が同じであることの必要性について述べた。また、相関を評価した体系と推定体系で計算誤差とパラメータの相関関係が同じであれば、複数のパラメータを用いることでよりもっともらしい推定が可能であることを示した。ただし、計算誤差とパラメータの相関等々を評価する体系と推定体系で相関関係が同じでない場合もあり、その場合は多くのパラメータを用いることで、相関関係が一致していないことによる誤差が蓄積され、推定結果が悪化することを示した。

4.2 今後の課題

今後の課題として、以下の点が挙げられる。

1. データ同化を用いた計算手法起因誤差の推定に適切なパラメータの検討

本研究では、パラメータとして中性子漏れ量と実効増倍率に対する断面積の感度係数に注目した。しかし、今回の検討から、中性子漏れ量と感度係数をパラメータとしたときに、相関を評価した体系と推定体系で計算誤差とパラメータの相関関係が一致しない場合があった。

適切なパラメータとしては、相関を評価した体系と推定体系で計算誤差とパラメータの相関関係が一致する必要があるため、体系に依存しないパラメータが望ましい。均質拡散計算で計算可能な核特性は全てパラメータとして利用できる可能性があるため、様々なパラメータについて相関パラメータ分析を行い、適切なパラメータについて検討する必要がある。

2. 推定対象の体系と相関関係が一致するような実験体系(相関を評価する体系)の設定に関する検討

適切なパラメータとしては、相関を評価した体系と推定体系で計算誤差とパラメータの相関関係が一致する必要がある。上記の検討のように、体系に依存しないパラメータに関する検討も必要だが、推定対象となる体系と相関関係が一致するような実験体系(相関を評価する体系)の設定についても検討する必要がある。

3. 軽水炉炉心解析への適用性の検討

本研究では、2x2 集合体体系の相関を利用して、3x3 集合体体系の実効増倍率を推定しているが、実際の軽水炉解析では、約 200 体からなる炉心体系に対して、均質拡散計算を行っている。このような大型の体系に対する、本手法の適用性について検討する必要がある。

4. より高度なデータ同化手法を用いた計算手法起因誤差の推定に関する検討

本研究では、非常に基礎的なデータ同化手法を応用して、非均質輸送計算結果を推定している。参考文献[16]によると、より高度な手法として、時間的な誤差の情報を考慮したカルマンフィルターやアジョイント法などがある。これらの手法は、時間発展を追跡する場合に

適用される手法である。例えば、燃焼計算や過渡計算に対して計算誤差を推定する場合は、これらの手法を応用することで、より適切な計算手法起因誤差の推定ができる可能性がある。よって、高度なデータ同化手法を用いた、計算誤差推定式の改良についても検討する価値があると考えている。

参考文献

- [1] 岡芳明ほか, *原子炉設計*, オーム社, 東京, (2010), ISBN 9784274208928.
- [2] 岩本修, *断面積評価と断面積共分散*, 第 45 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, pp. 21-42 (2013).
- [3] H. S. Abdel-Khalik, "Adaptive Core Simulation", Ph.D. Dissertation, North Carolina State University, (2004).
- [4] 渡辺友章, “ランダムサンプリング法を用いた炉心特性の不確かさ評価”, 卒業論文, 名古屋大学, (2013).
- [5] A. Yamamoto, K. Kinoshita, T. Watanabe, E. Endo, Y. Kodama, T. Ohoka, T. Ushio, H. Nagano, "Uncertainty Quantification of LWR Core Characteristics using Random Sampling Method", *Nucl. Sci. Eng.*, 181, pp. 160-174 (2015).
- [6] T. Takeda and Y. Yoshimura, “Prediction uncertainty evaluation methods to core performance parameters in large liquid-metal fast breeder reactors”, *Nucl. Sci. Eng.*, 103, pp. 157-165 (1989).
- [7] 渡辺友章, “ランダムサンプリング法を用いた断面積調整法に関する研究”, 修士論文, 名古屋大学, (2015).
- [8] 石川眞, *核設計への応用: 炉定数調整法*, 第 45 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, pp. 136-157 (2013).
- [9] 核データニュース No.97 (2)Subgroup33 「炉定数調整法」会合に参加して, “<http://www.ndc.jaea.go.jp/JNDC/ND-news/pdf97/No97-05.pdf>” (参照 2016/1/21)
- [10] K. Sugino, M. Ishikawa, K. Yokoyama, Y. Nagaya, G. Chiba, T. Hazama, T. Kugo, K. Numata, T. Iwai and T. Jin, “Development of a Unified Cross-section Set ADJ2010 Based on Adjustment Technique for Fast Reactor Core Design”, *Journal of the Korean Physical Society*, 59, 2, pp. 1357-1360 (2011).
- [11] T. Mori, Y. Nagaya, “Comparison of resonance elastic scattering models newly implemented in MVP continuous-energy Monte Carlo code”, *J. Nucl. Sci. Technol.*, 46, pp. 793-798 (2009).
- [12] 坂田光太郎, “高次モード展開によるモンテカルロ計算の統計誤差評価に関する検討”, 名古屋大学, (2013).
- [13] 林幸司, “炉心解析におけるモンテカルロ法の統計誤差過小評価に関する研究”, 名古屋大学, (2015).
- [14] H. S. Abdel-Khalik, A. I. Hawari, C. Wang, “Physics-guided Covered Mapping: A new Approach for Quantifying Experimental Coverage and Bias Scaling”, *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 112, pp. 704-707 (2015)
- [15] H. S. Abdel-Khalik, A. I. Hawari, C. Wang, “Mapping of Biases and Uncertainties from Fresh Fuel Experiments to Depleted Fuel”, *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 113, pp. 1075-1078 (2015)

- [16] 淡路敏之, 蒲池政文, 池田元美, 石川洋一, データ同化 観測・実験とモデルを融合するイノベーション, 京都大学学術出版会, 日本 (2012), ISBN 978-4-87698-797-9.
- [17] P. Athe, H. S. Abdel-Khalik, “Are Modeling Uncertainties Properly considered in Neutronics Data Assimilation Analysis?”, *Proc. PHYSOR2014*, Kyoto, Japan, Sep.28-Oct.3, 2014, (2014) (CD-ROM).
- [18] K. Yokoyama and A. Yamamoto, “Cross Section Adjustment Methods Based on Minimum Variance Unbiased Estimation”, *J. Nucl. Sci. Technol.*, [submitted].
- [19] 臨界実験装置と KUCA の特徴, “<http://www.rri.kyoto-u.ac.jp/CAD/HOAN/ca-tokuchou.htm>” (参照:2016/1/2)
- [20] Benchmark Problems in Reactor and Particle Transport Physics, “http://nurapt.kaist.ac.kr/benchmark/kaist_ben2a.pdf”, (参照:2016/1/2) .
- [21] A. Yamamoto, T. Endo, M. Tabuchi, *et al.*, “AEGIS: an advanced lattice physics code for light water reactor analyses,” *Nucl. Eng. Technol.*, 42[5], pp.500-519 (2010).
- [22] T. Endo, A. Yamamoto, Y. Yamane, *et al.*, “Development of Interactive Core simulator for Education (ICE),” *Proc. 2006 fall meeting of AESJ*, E63, (2005) (CD-ROM).
- [23] 山本章夫, 拡散方程式の数値解法の基礎, 第 36 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, pp. 47-80 (2004).
- [24] 加藤慎也, “軽水炉炉心解析における炉心特性予測値の不確かさ低減に関する研究”, 修士論文, 名古屋大学, (2013).
- [25] T. Endo, T. Watanabe, A. Yamamoto, “Confidence interval estimation by bootstrap method for uncertainty quantification using random sampling method”, *J. Nucl. Sci. Technol.*, 52, pp. 993-999 (2015). <http://dx.doi.org/10.1080/00223131.2015.1034216>.
- [26] 汪金芳, 桜井裕仁, *R で学ぶデータサイエンス 4 ブートストラップ入門*, 共立出版株式会社, 日本 (2011), ISBN 978-4-320-11013-7.

Appendix A 最小分散法によるパラメータの推定値

パラメータ $P1$ により推定されるパラメータ $P2$ の値を考える。

2章の計算誤差の推定式の導出と同様に考え、次式のようにパラメータ $P2$ が推定されるとする。

$$P2_a = \beta + \alpha(P1 - P1_0) \quad (\text{A-1})$$

ここで、 $P2_a$ はパラメータ $P2$ を推定した値であり、 $P1$ はパラメータ $P1$ の値である。また、 α と β 及び $P1_0$ は定数である。

①パラメータ $P2$ の推定値とパラメータ $P2$ で平均に等しく、②パラメータ $P2$ が平均値をとるときにパラメータ $P1$ も平均値をとるとし、かつ、③パラメータ $P2$ の推定値の分散 $\sigma_{a,P2}^2$ が最小になるように、 α と β を決定する。この条件は次式のように表される。

$$\langle P2_a \rangle = \overline{P2} \quad (\text{A-2})$$

$$\langle P2_a \rangle = \beta + \alpha(\langle P1 \rangle - P1_0) \quad (\text{A-3})$$

$$\frac{\partial \sigma_{a,P2}^2}{\partial \alpha} = \frac{\partial \langle (P2_a - P2)^2 \rangle}{\partial \alpha} = 0 \quad (\text{A-4})$$

これを2章の推定式の導出と同様に解く。

(A-3)式から、 β について整理すると、次のようになる。

$$\beta = \langle P2_a \rangle - \alpha(\langle P1 \rangle - P1_0) \quad (\text{A-5})$$

これを(A-1)式に代入すると、次のようになる。

$$P2_a = \langle P2_a \rangle - \alpha(\langle P1 \rangle - P1_0) + \alpha(P1 - P1_0) \\ = \overline{P2} + \alpha(P1 - \overline{P1}) \quad (\text{A-6})$$

次に、パラメータ $P2$ の推定値の分散 $\sigma_{a,P2}^2$ を計算すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_{a,P2}^2 &= \langle (P2_a - P2)^2 \rangle \\ &= \langle (\overline{P2} + \alpha(P1 - \overline{P1}) - P2)^2 \rangle \\ &= \langle (\alpha(P1 - \overline{P1}) - (P2 - \overline{P2}))^2 \rangle \\ &= \langle \alpha^2(P1 - \overline{P1})^2 - 2\alpha(P1 - \overline{P1})(P2 - \overline{P2}) + (P2 - \overline{P2})^2 \rangle \\ &= \alpha^2 \langle (P1 - \overline{P1})^2 \rangle - 2\alpha \langle (P1 - \overline{P1})(P2 - \overline{P2}) \rangle + \langle (P2 - \overline{P2})^2 \rangle \\ &= \alpha^2 \sigma_{P1}^2 - 2\alpha \sigma_{P1P2} + \sigma_{P2}^2 \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

ここで、分散共分散が次のように変形できることを利用した。

$$\langle (P1 - \overline{P1})^2 \rangle = \sigma_{P1}^2 \quad (\text{A-8})$$

$$\langle (P2 - \overline{P2})^2 \rangle = \sigma_{P2}^2 \quad (\text{A-9})$$

$$\langle (P1 - \overline{P1})(P2 - \overline{P2}) \rangle = \sigma_{P1P2} \quad (\text{A-10})$$

(A-4)式から、 α は次のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{a,P2}^2}{\partial \alpha} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} (\alpha^2 \sigma_{P1}^2 - 2\alpha \sigma_{P1P2} + \sigma_{P2}^2) \\ &= 2\alpha \cdot \sigma_{P1}^2 - 2\sigma_{P1P2} \\ &= 0 \\ \therefore \alpha &= \frac{\sigma_{P1P2}}{\sigma_{P1}^2}\end{aligned}\tag{A-11}$$

したがって、パラメータ $P2$ の推定値 $P2_a$ 及び推定値の分散 $\sigma_{a,P2}^2$ は次のようになる。

$$P2_a = \overline{P2} + \frac{\sigma_{P1P2}}{\sigma_{P1}} (P1 - \overline{P1})\tag{A-12}$$

$$\sigma_{a,P2}^2 = \sigma_{P1}^2 - \frac{\sigma_{P1P2}^2}{\sigma_{P1}^2}\tag{A-13}$$

Appendix C 空間均質化と拡散近似による核特性の不確かさ評価手法に関する検討

C.1 概要

軽水炉解析では、一般的に集合体計算と炉心計算の二段階に分けて解析を行っている。まず、集合体計算で、エネルギー群を縮約し、集合体毎に空間均質化を行うことで、均質化定数(巨視的断面積など)を作成する。そして、得られた均質化定数を用いて炉心計算で核特性を評価している。

Appendix C では、軽水炉解析における計算手法起因の不確かさとして、集合体計算と拡散計算による計算手法起因の不確かさについてそれぞれ検討を行う。本検討では、集合体計算に関して空間均質化による炉心解析結果への影響に注目する。炉心計算に関しては、拡散近似による炉心解析結果の核特性への影響に注目する。

本検討では、まず簡易な条件での検討として、2x2 集合体体系を炉心体系として、集合体計算(空間均質化)と炉心計算(拡散近似)による、実効増倍率の不確かさ評価を行った。

C.2 節で集合体計算と炉心計算の不確かさ評価方法について説明する。次に、C.3 節で計算体系及び計算条件について述べる。C.4 節では、不確かさ評価手順について述べる。C.5 節では、集合体計算と炉心計算における計算手法起因の不確かさ評価結果を示す。C.6 節でまとめを述べる。

C.2 不確かさ評価方法

前節で述べたように、軽水炉解析では、一般的に集合体計算と炉心計算の二段階に分けて解析を行っている。まず、集合体計算で、エネルギー群を縮約し、集合体毎に空間均質化を行うことで、均質化定数(巨視的断面積など)を作成する。そして、得られた均質化定数を用いて炉心計算で核特性を評価している。

集合体計算における不確かさとして、均質化断面積の不確かさ(バラツキ)を評価し、ランダムサンプリング法を用いて均質化断面積の不確かさに起因した炉心解析結果の不確かさを評価した。次に、炉心計算における不確かさとして、一般的に用いられている拡散近似による影響を考え、拡散計算と輸送計算の比較を行うことで計算手法起因の不確かさを評価した。軽水炉解析における計算手法起因の不確かさとしては、集合体計算に起因する不確かさと炉心計算に起因する不確かさを合成したものとなる。

集合体計算における計算手法起因の不確かさ評価について C.2.1 項で説明する。次に、炉心計算における計算手法起因の不確かさ評価について C.2.2 項で説明する。

C.2.1 集合体計算に起因する不確かさ評価方法

ここでは、集合体計算に起因する不確かさの評価方法について述べる。集合体計算に起因する不確かさは均質化定数の不確かさとして表すことができる。なぜなら、炉心計算をする

際の入力として均質化定数が与えられるからである。

一般的に軽水炉解析では、炉心計算で使用される均質化定数を単一集合体計算の結果から求めている。ここで、単一集合体計算とは、図 C.2.1 に示すような体系の計算である。

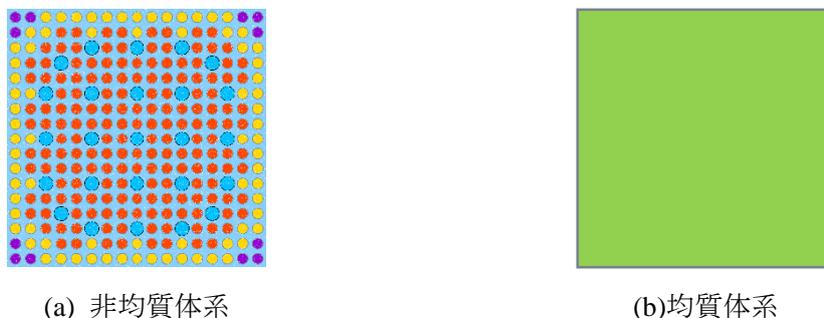


図 C.2.1 単一集合体体系の例 (完全反射境界条件)

図 C.2.1 (a)に示すような、非均質の単一集合体体系について、非均質輸送計算を行い、均質化定数を作成する。均質化断面積 Σ^{homo} は次式で計算した。

$$\Sigma^{homo} = \frac{\sum_i \Sigma_i^{het} \phi_i^{het} V_i}{\sum_i \phi_i^{het} V_i} \quad (C-1)$$

ここで、 Σ_i^{het} と ϕ_i^{het} は非均質な体系の領域*i* における断面積と中性子束である。また、 V_i は領域*i* の体積である。

一般的な解析で用いられる均質化定数は、単一集合体体系の結果から作成される。しかし、実際に炉心解析を行うときには、均質化定数を作成した体系と炉心解析を行う体系は違うために、空間均質化による計算誤差が生じる。また、空間均質化による計算誤差の要因としては、空間均質化を行う体系と解析を行う体系の違いによる誤差だけでなく、中性子漏れ量が保存されないことによる誤差も存在する[25]。中性子漏れ量が保存されないことによる誤差については、本検討では考慮していない。

本検討では、均質化定数の不確かさを評価するため、複数の体系に対して非均質輸送計算を実施し、各燃料集合体について均質化定数を作成した。ここで、作成した均質化定数は、中性子束の分布が異なるため、単一集合体計算から得られた均質化定数とはことなる結果が得られる。

また、複数の体系としては、図 C.2.2 (a)に示すような 2x2 集合体体系で燃料集合体の組み合わせを変えた配置とした。

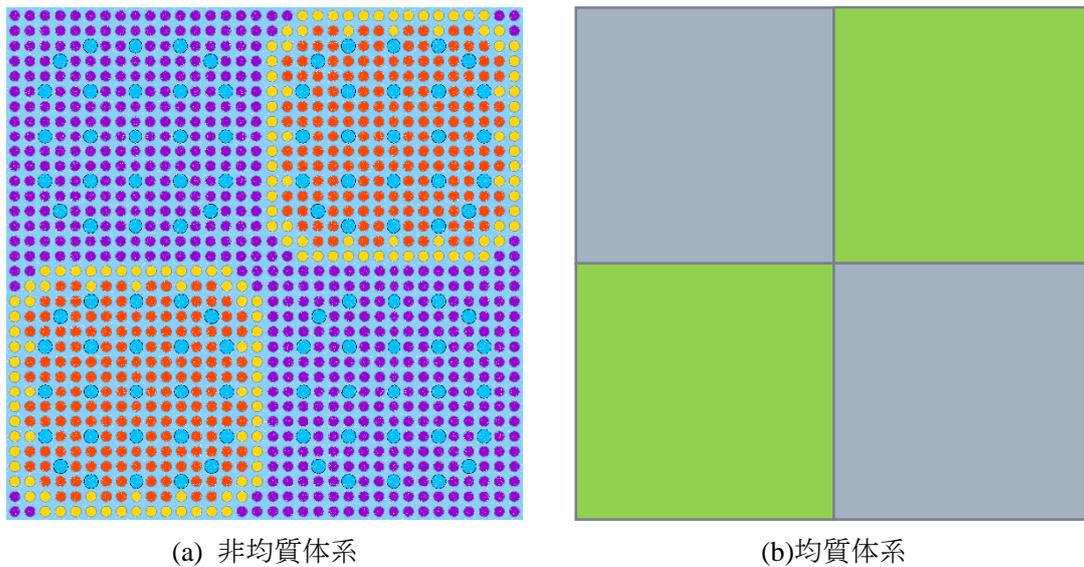


図 C.2.2 2x2 集合体体系の例 (完全反射境界条件)

複数の配置(2x2 で考えられる全ての組み合わせの配置)について、2x2 体系の集合体計算を実施する。この結果を統計処理することで各燃料集合体の均質化定数のバラツキを評価する。得られた均質化定数のバラツキをランダムサンプリング法によって炉心計算に伝播することにより、炉心特性の不確かさを評価する。

ここで、ランダムサンプリング法とは、入力パラメータに起因する核特性の不確かさの評価方法の一つである[4,5]。本検討におけるランダムサンプリング法の概要を図 C.2.3 に示す。

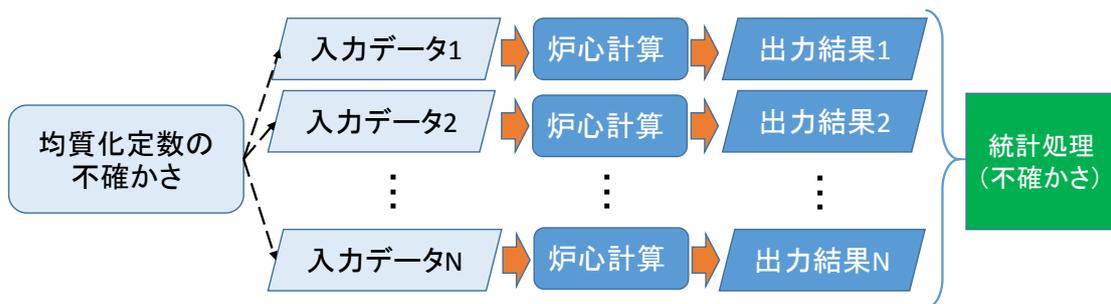


図 C.2.3 本検討におけるランダムサンプリング法の概要

ランダムサンプリング法では、まず、2x2 体系で得られた均質化定数に基づき、ランダムに入力データとなる各燃料集合体の均質化定数をサンプリングする。次に、各入力データに対して炉心計算を行い複数の出力結果(炉心特性)を得る。最後に、得られた複数の出力結果(炉心特性)を統計処理することで、出力結果(炉心特性)の不確かさを評価するという方法である。

参考文献[4,5]では、断面積の共分散に基づきサンプリングを行う際は、断面積の不確かさが正規分布に従うと仮定している。しかしながら、複数の 2x2 集合体体系で得られた均質化定数が正規分布に従っていない。そこで、本検討でサンプリングを行う際は、頻度分布や相関を考慮するために、ブートストラップ法のように、2x2 体系で得られた結果を復元抽出してサンプリングを行った[26,27]。

今回のサンプリング方法の概要を図 C.2.4 に示す。

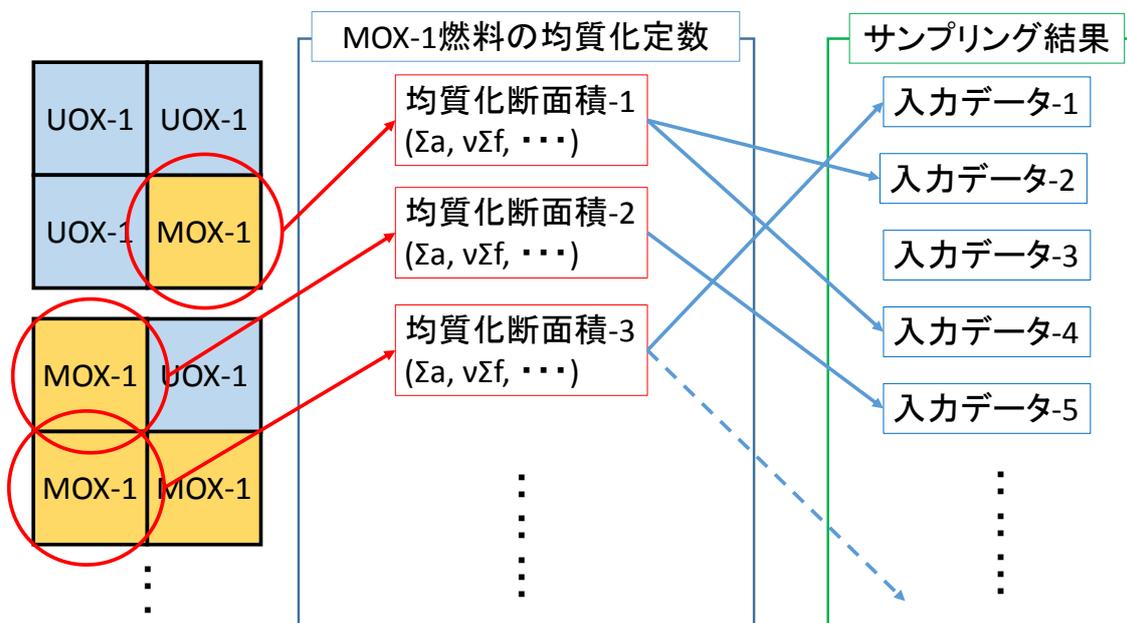


図 C.2.4 均質化定数のサンプリング法の概要

図 C.2.4 は、MOX 燃料集合体の均質化定数をサンプリングする際の例を示している。まず、全配置の中で MOX 燃料の均質化定数が評価されている結果を保存する。ここで、均質化定数は、散乱断面積や生成断面積など複数存在するので、評価された均質化定数をまとめて保存する。均質化定数をセットにして、セット単位でまとめてランダムに復元抽出を行う。このようにセット単位でまとめてサンプリングすることで、相関関係や頻度分布の形を保ったままにサンプリングすることができる。

C.2.2 炉心計算に起因する不確かさ評価方法

炉心計算では、一般的に拡散近似を導入している。そのため、仮に集合体核定数として「真の値」が求まっていたとしても、炉心計算を拡散計算で行うことで誤差が生じることになる。本検討では、炉心計算に起因する不確かさとして、拡散近似による炉心解析結果の影響を考える。これは、拡散近似を用いた拡散計算と拡散近似を用いない輸送計算の結果を比較する

ことで評価する。

C.3 計算体系・計算条件

計算体系としては、KAIST のベンチマーク問題 2A を参考にした[20]。燃料集合体は UOX-1、UOX-2(BA16)、UOX-2(CR)、MOX-1、MOX-1(BA8)の 5 種類である。燃料集合体の幾何形状については、3.2.1 項で示した。

本検討では、集合体計算(非均質輸送計算)コードとして AEGIS を用いる。また、炉心計算コードとして、拡散近似を適用した均質拡散計算コード ICE と拡散近似を適用していない均質輸送計算コード DANTSYS を用いる。不連続因子については考慮していない。

非均質輸送計算 AEGIS と ICE の計算条件については、データ同化を用いた計算手法起因誤差の推定の計算条件である、3.2.2.1 目及び 3.2.2.2 目で示したものと同一である。DANTSYS の計算条件について、C.3.1 項で示す。また、ランダムサンプリング法に関する計算条件について、C.3.2 項に示す。

C.3.1 DANTSYS の計算条件

DANTSYS の計算条件を簡単に示す。DANTSYS の計算条件の詳細は、APPENDIX B.3 のインプットに示す。

- ・ 空間分割に関して各集合体を 10 分割した。
- ・ エネルギー群縮約は行わず、7 群とした。
- ・ 2x2 体系は完全反射境界条件とした。
- ・ S_n のオーダーは 8 とした。
- ・ 角度分割方法は、Traditional built-in constants(level symmetric 分点)とした。
- ・ $\Sigma_{t,g} = \Sigma_{a,g} + \Sigma_{s,g}$ が成り立つように自群散乱を補正するという設定をした。

C.3.2 ランダムサンプリング法の計算条件

均質拡散コード ICE でランダムサンプリングを行うが、そのときのサンプル数は 1000 とした。また、2x2 集合体体系で同じ燃料集合体があった場合は、二つとも同じ均質化定数を入力として与えている。

C.4 不確かさ評価手順

本検討では、まず、簡易な条件での検討として、2x2 集合体体系を炉心体系として、集合体計算(空間均質化)と炉心計算(拡散近似)による、実効増倍率の不確かさ評価を行った。ただし、均質化定数のバラツキを 2x2 集合体体系で評価しているため、集合体計算と炉心計算の不確かさを評価する体系は、均質化定数のバラツキを評価する体系の一つであることに注意する必要がある。

ここでは、集合体計算と炉心計算における計算手法起因の不確かさ評価の手順について述べる。本検討では、均質拡散計算(ICE)と均質輸送計算(DANTSYS)、非均質輸送計算(AEGIS)で計算した実効増倍率をそれぞれ、 k_{ICE} 、 $k_{DANTSYS}$ 、 k_{AEGIS} と表すこととする。

[集合体計算に起因する不確かさ評価]

- 1) 炉心計算で使用される燃料集合体(UOX-1、UOX-2(BA16)、UOX-2(CR)、MOX-1、MOX-1(BA8))について、単一集合体計算を実施し、均質化定数を作成する。
- 2) 1)の燃料集合体を組み合わせた 2x2 の体系に対して集合体計算を実施し、各燃料集合体について均質化定数を作成する。
- 3) 2)と同様に、複数の配置(2x2 で考えられる全ての組み合わせの配置)について、集合体計算を実施する。

ここで、2x2 集合体体系で考えられる全ての組み合わせについては、3.3.3.1 目で示した。

- 4) 3)の結果で得られる均質化定数を基に、図 C.2.4 のように復元抽出をして、燃料集合体の相関を考慮したサンプリングを行う。
- 5) 4)のサンプリング結果の均質化定数を用いて、不確か評価系(2x2 集合体体系)に対して、均質拡散計算コード(ICE)を用いて実効増倍率を計算する。このとき、均質拡散計算はサンプル数回行うこととなる。
- 6) サンプル数回行った 5)の結果を統計処理することで、集合体計算(空間均質化)による実効増倍率の不確かさを評価する。

[炉心計算に起因する不確かさ評価]

- 7) 不確かさ評価体系(2x2 集合体体系)に対して、1)で作成した、単一集合体での均質化定数を用いて均質拡散計算コード(ICE)と均質輸送計算コード(DANTSYS)で実効増倍率(k_{ICE} 、 $k_{DANTSYS}$)を計算した。
- 8) 均質拡散計算と非均質輸送計算の実効増倍率(k_{ICE} 、 $k_{DANTSYS}$)の差異を、炉心計算(拡散近似)による不確かさとして評価する。

以上の結果から、集合体計算と炉心計算における計算手法起因の不確かさを評価した。また、参照解として、不確かさ評価体系(2x2 集合体体系)に対して、非均質輸送計算コード(AEGIS)で実効増倍率(k_{AEGIS})の計算を行った。

これらの結果から、集合体計算と炉心計算の不確かさを合成したものと、均質拡散計算の誤差($k_{ICE} - k_{AEGIS}$)を比較する。

C.5 集合体計算と炉心計算における計算手法起因の不確かさ評価

まず、例として、図 C.5.1 に示す 2x2 集合体体系について、集合体計算と炉心計算に起因する実効増倍率の不確かさを評価する。

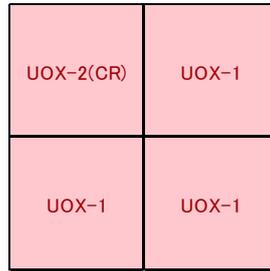


図 C.5.1 不確かさ評価体系(2x2 集合体体系)

まず、集合体計算による実効増倍率の不確かさについて、不確かさ評価結果を示す。

均質化定数を変化させて均質拡散コード(ICE)で計算した実効増倍率について、サンプル数 1000 ケースの平均値及び標準偏差は、それぞれ、1.0495 と 0.0009 となった。不確かさ評価結果について、他の計算結果もあわせてまとめると、次のようになる。

表 C.5.1 実効増倍率の不確かさ評価結果

不確かさ評価結果	1.0495±0.0009
ICE(基準)	1.0498
DANTSYS	1.0504
AEGIS	1.0536

表中の不確かさ評価結果は、均質化定数を変化させて均質拡散コード(ICE)で計算した実効増倍率について、サンプル数 1000 ケースの平均値±標準偏差で評価している。

また、ICE(基準)は、単一集合体で作成した均質化定数を入力とした均質拡散計算結果(k_{ICE})である。DANTSYS は、単一集合体で作成した均質化定数を入力とした均質輸送計算結果($k_{DANTSYS}$)である。AEGIS は、空間均質化・拡散近似を行わずに非均質輸送計算結果(k_{AEGIS})である。

ここで、集合体計算の不確かさと炉心計算の不確かさをそれぞれ $\sigma_{assembly}$ 、 σ_{core} と定義する。 $\sigma_{assembly}$ は、均質化定数を変化させて均質拡散コード(ICE)で計算した実効増倍率の標準偏差である。 σ_{core} は、均質拡散計算(ICE)と均質輸送計算(DANTSYS)の実効増倍率の差異である。よって、表 C.5.1 から、集合体計算(空間均質化)と炉心計算(拡散近似)による実効増倍率の不確かさは次のようになる。

表 C.5.2 集合体計算と炉心計算の不確かさ

集合体計算の不確かさ	0.0009
炉心計算の不確かさ	-0.0006

ここで、集合体計算の不確かさ($\sigma_{assembly}$)と炉心計算の不確かさ(σ_{core})を合成した不確かさ(σ_{com})を次式のように定義する。ただし、集合体計算と炉心計算の不確かさには相関がないと仮定した。

$$\sigma_{com}^2 = \sigma_{assembly}^2 + \sigma_{core}^2 \quad (C-2)$$

この集合体計算と炉心計算の不確かさの合成に関しては、適切な評価方法ではない可能性がある。なぜなら、①集合体計算と炉心計算の不確かさに相関がないか明らかになっていないこと、②炉心計算の不確かさは、バラツキではなく誤差(詳細な均質化計算との差)として評価しているからである。この集合体計算と炉心計算の不確かさの合成手法に関しては、今後の課題である。

集合体計算と炉心計算の不確かさ合成した不確かさ(σ_{com})を求めると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_{com} &= \sqrt{\sigma_{assembly}^2 + \sigma_{core}^2} \\ &= \sqrt{0.0009^2 + (-0.0006)^2} \\ &= 0.0011 \end{aligned} \quad (C-3)$$

一方、均質化拡散計算の誤差($k_{ICE} - k_{AEGIS}$)は、表 C.5.1 から-0.0038である。よって、本検討で評価した、集合体計算と炉心計算の不確かさを合成した不確かさ(σ_{com})は、均質化拡散計算の誤差($k_{ICE} - k_{AEGIS}$)の絶対値を3分の1以下に過小評価している。

次に、図 C.5.1 に示す体系以外の 2x2 集合体体系について、同様の不確かさ評価を行った。その結果を表 C.5.3 から表 C.5.5 に示す。

表中の AEGIS は、集合体均質化及び拡散近似を用いずに求めた、非均質輸送計算結果(参照解)である。DANTSYS は単一集合体で作成した均質化定数を用いて、均質輸送計算コード(DANTSYS)で計算した結果である。ICE(基準)とは、単一集合体で作成した均質化定数を用いて、均質拡散計算コード(ICE)で計算した結果である。

集合体計算の不確かさは、ランダムサンプリングを行うことで求めた標準偏差である。また、炉心計算の不確かさは DANTSYS と ICE(基準)の差異である。

表 C.5.3 各配置の計算結果

配置	AEGIS	DANTSYS	ICE(基準)	集合体計算の 不確かさ	炉心計算の 不確かさ	合成した 不確かさ
geo_3333	1.1757	1.1757	1.1757	0.0005	0.0000	0.0005
geo_4444	1.1361	1.1361	1.1361	0.0009	0.0000	0.0009
geo_0000	1.1011	1.1011	1.1011	0.0007	0.0000	0.0007
geo_2222	1.0464	1.0464	1.0464	0.0042	0.0000	0.0042
geo_1111	0.8264	0.8264	0.8264	0.0049	0.0000	0.0049
geo_3343	1.1665	1.1664	1.1664	0.0004	0.0000	0.0004
geo_3303	1.1627	1.1632	1.1626	0.0004	-0.0006	0.0007
geo_3323	1.1515	1.1522	1.1516	0.0008	-0.0007	0.0010
geo_3313	1.1251	1.1234	1.1220	0.0006	-0.0014	0.0015
geo_3003	1.1474	1.1486	1.1474	0.0004	-0.0013	0.0013
geo_3223	1.1205	1.1228	1.1214	0.0017	-0.0014	0.0022
geo_3113	1.0446	1.0408	1.0375	0.0016	-0.0032	0.0036
geo_4334	1.1565	1.1563	1.1563	0.0005	0.0000	0.0005
geo_4434	1.1467	1.1466	1.1466	0.0007	0.0000	0.0007
geo_4404	1.1310	1.1307	1.1303	0.0007	-0.0004	0.0008
geo_4424	1.1185	1.1192	1.1187	0.0010	-0.0005	0.0012
geo_4414	1.0894	1.0881	1.0869	0.0009	-0.0012	0.0015
geo_4004	1.1253	1.1247	1.1239	0.0006	-0.0009	0.0010
geo_4224	1.0972	1.0991	1.0981	0.0018	-0.0010	0.0021
geo_4114	1.0169	1.0140	1.0112	0.0017	-0.0027	0.0032
geo_0030	1.1270	1.1277	1.1268	0.0005	-0.0009	0.0010
geo_0040	1.1142	1.1139	1.1133	0.0006	-0.0005	0.0008
geo_0020	1.0888	1.0875	1.0876	0.0011	0.0000	0.0011
geo_0010	1.0536	1.0504	1.0498	0.0009	-0.0006	0.0011
geo_2002	1.0753	1.0728	1.0729	0.0021	0.0001	0.0021
geo_2232	1.0904	1.0912	1.0901	0.0025	-0.0011	0.0027
geo_2242	1.0752	1.0760	1.0753	0.0027	-0.0007	0.0028
geo_2202	1.0617	1.0602	1.0602	0.0030	0.0000	0.0030
geo_2212	1.0065	1.0058	1.0053	0.0036	-0.0005	0.0036
geo_2112	0.9499	0.9483	0.9474	0.0032	-0.0009	0.0033
geo_1001	0.9838	0.9764	0.9754	0.0021	-0.0010	0.0023
geo_1131	0.9929	0.9880	0.9837	0.0017	-0.0043	0.0046
geo_1141	0.9674	0.9639	0.9603	0.0019	-0.0036	0.0041
geo_1101	0.9354	0.9290	0.9273	0.0024	-0.0017	0.0030
geo_1121	0.9080	0.9068	0.9054	0.0032	-0.0014	0.0035
geo_3300	1.1466	1.1471	1.1463	0.0004	-0.0008	0.0009
geo_3322	1.1252	1.1257	1.1247	0.0014	-0.0010	0.0017
geo_3311	1.0755	1.0723	1.0698	0.0009	-0.0025	0.0027
geo_4433	1.1570	1.1569	1.1568	0.0005	0.0000	0.0005
geo_4400	1.1231	1.1228	1.1223	0.0006	-0.0005	0.0008

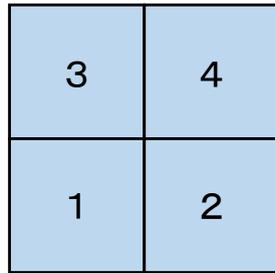
表 C.5.4 各配置の計算結果 (続き)

配置	AEGIS	DANTSYS	ICE(基準)	集合体計算の 不確かさ	炉心計算の 不確かさ	合成した 不確かさ
geo_4422	1.0992	1.0998	1.0991	0.0016	-0.0007	0.0018
geo_4411	1.0431	1.0407	1.0385	0.0011	-0.0022	0.0025
geo_2200	1.0760	1.0744	1.0744	0.0019	0.0000	0.0019
geo_2211	0.9670	0.9661	0.9651	0.0033	-0.0010	0.0034
geo_1100	1.0074	1.0026	1.0014	0.0013	-0.0012	0.0018
geo_3403	1.1521	1.1526	1.1520	0.0004	-0.0006	0.0007
geo_3423	1.1400	1.1408	1.1402	0.0008	-0.0007	0.0011
geo_3413	1.1112	1.1095	1.1082	0.0007	-0.0013	0.0015
geo_3203	1.1345	1.1361	1.1348	0.0008	-0.0013	0.0016
geo_3213	1.0866	1.0864	1.0843	0.0012	-0.0021	0.0025
geo_3103	1.1035	1.1025	1.1004	0.0007	-0.0021	0.0022
geo_4304	1.1423	1.1419	1.1415	0.0005	-0.0004	0.0007
geo_4324	1.1309	1.1313	1.1308	0.0008	-0.0006	0.0010
geo_4314	1.1046	1.1030	1.1017	0.0007	-0.0013	0.0014
geo_4204	1.1119	1.1124	1.1114	0.0010	-0.0009	0.0014
geo_4214	1.0620	1.0619	1.0602	0.0014	-0.0017	0.0022
geo_4104	1.0800	1.0783	1.0766	0.0008	-0.0017	0.0019
geo_0320	1.1172	1.1166	1.1156	0.0008	-0.0010	0.0013
geo_0310	1.0898	1.0875	1.0857	0.0007	-0.0018	0.0020
geo_0430	1.1369	1.1372	1.1361	0.0004	-0.0011	0.0012
geo_0420	1.1032	1.1017	1.1011	0.0010	-0.0006	0.0011
geo_0410	1.0726	1.0693	1.0679	0.0008	-0.0014	0.0016
geo_0210	1.0362	1.0319	1.0315	0.0016	-0.0005	0.0017
geo_2302	1.1009	1.1011	1.1001	0.0018	-0.0009	0.0021
geo_2312	1.0643	1.0639	1.0618	0.0018	-0.0021	0.0027
geo_2432	1.1096	1.1116	1.1103	0.0017	-0.0012	0.0021
geo_2402	1.0871	1.0871	1.0865	0.0019	-0.0006	0.0020
geo_2412	1.0454	1.0451	1.0435	0.0019	-0.0016	0.0025
geo_2102	1.0267	1.0237	1.0232	0.0022	-0.0006	0.0023
geo_1301	1.0211	1.0157	1.0129	0.0017	-0.0028	0.0033
geo_1321	1.0119	1.0078	1.0047	0.0017	-0.0031	0.0036
geo_1431	1.0321	1.0285	1.0255	0.0016	-0.0031	0.0035
geo_1401	1.0027	0.9979	0.9957	0.0018	-0.0022	0.0028
geo_1421	0.9912	0.9882	0.9858	0.0019	-0.0024	0.0031
geo_1201	0.9685	0.9634	0.9624	0.0023	-0.0010	0.0025
geo_3400	1.1351	1.1352	1.1345	0.0004	-0.0007	0.0008
geo_3422	1.1126	1.1130	1.1122	0.0015	-0.0009	0.0017
geo_3411	1.0602	1.0572	1.0548	0.0010	-0.0024	0.0026
geo_0344	1.1420	1.1421	1.1416	0.0005	-0.0005	0.0007
geo_0322	1.1044	1.1043	1.1033	0.0016	-0.0011	0.0019

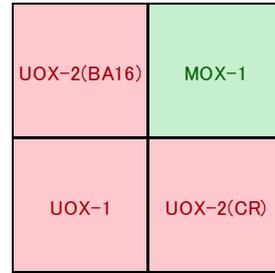
表 C.5.5 各配置の計算結果 (続き)

配置	AEGIS	DANTSYS	ICE(基準)	集合体計算の 不確かさ	炉心計算の 不確かさ	合成した 不確かさ
geo_0311	1.0484	1.0450	1.0422	0.0010	-0.0028	0.0030
geo_0433	1.1530	1.1530	1.1525	0.0004	-0.0005	0.0007
geo_0422	1.0899	1.0893	1.0887	0.0017	-0.0007	0.0018
geo_0411	1.0292	1.0255	1.0233	0.0011	-0.0023	0.0025
geo_0233	1.1360	1.1361	1.1352	0.0008	-0.0009	0.0012
geo_0244	1.1113	1.1110	1.1104	0.0010	-0.0006	0.0011
geo_0211	0.9886	0.9845	0.9834	0.0019	-0.0011	0.0022
geo_0133	1.1093	1.1073	1.1056	0.0006	-0.0016	0.0017
geo_0144	1.0816	1.0793	1.0780	0.0008	-0.0013	0.0015
geo_0122	1.0224	1.0196	1.0190	0.0025	-0.0005	0.0025
geo_2344	1.1298	1.1305	1.1299	0.0009	-0.0006	0.0011
geo_2300	1.1145	1.1148	1.1139	0.0009	-0.0009	0.0013
geo_2311	1.0323	1.0302	1.0272	0.0015	-0.0029	0.0033
geo_2433	1.1417	1.1422	1.1416	0.0008	-0.0006	0.0010
geo_2400	1.1013	1.1009	1.1004	0.0010	-0.0006	0.0011
geo_2411	1.0113	1.0098	1.0075	0.0016	-0.0024	0.0029
geo_1344	1.1009	1.0993	1.0981	0.0008	-0.0013	0.0015
geo_1300	1.0822	1.0802	1.0785	0.0007	-0.0017	0.0018
geo_1322	1.0555	1.0545	1.0525	0.0019	-0.0019	0.0027
geo_1433	1.1153	1.1136	1.1123	0.0006	-0.0013	0.0015
geo_1400	1.0681	1.0656	1.0644	0.0008	-0.0013	0.0015
geo_1422	1.0387	1.0381	1.0366	0.0021	-0.0014	0.0026
geo_1233	1.0992	1.0977	1.0960	0.0009	-0.0017	0.0020
geo_1244	1.0700	1.0689	1.0675	0.0011	-0.0014	0.0018
geo_1200	1.0410	1.0377	1.0371	0.0012	-0.0006	0.0014
geo_0342	1.1238	1.1248	1.1237	0.0009	-0.0012	0.0014
geo_0341	1.0925	1.0911	1.0891	0.0007	-0.0019	0.0020
geo_0234	1.1244	1.1244	1.1236	0.0008	-0.0008	0.0011
geo_0231	1.0727	1.0705	1.0686	0.0010	-0.0018	0.0021
geo_0243	1.1235	1.1233	1.1226	0.0008	-0.0007	0.0011
geo_0241	1.0571	1.0547	1.0533	0.0011	-0.0014	0.0018
geo_0134	1.0976	1.0957	1.0941	0.0006	-0.0016	0.0017
geo_0132	1.0776	1.0761	1.0742	0.0010	-0.0019	0.0022
geo_0143	1.0942	1.0918	1.0903	0.0007	-0.0014	0.0016
geo_0142	1.0597	1.0577	1.0562	0.0011	-0.0015	0.0018
geo_0123	1.0655	1.0635	1.0618	0.0014	-0.0017	0.0022
geo_0124	1.0504	1.0484	1.0472	0.0014	-0.0013	0.0019
geo_1342	1.0752	1.0750	1.0730	0.0013	-0.0020	0.0024
geo_1234	1.0838	1.0824	1.0808	0.0009	-0.0016	0.0018
geo_1243	1.0865	1.0853	1.0836	0.0009	-0.0017	0.0019

表中の配置における数字は集合体の種類を示しており、UOX-1、UOX-2(BA16)、UOX-2(CR)、MOX-1、MOX-1(BA8)集合体がそれぞれ0, 1, 2, 3, 4の集合体の番号を表している。またその順番は、集合体の配置を表しており、次図(a)に示す順番で配置している。例えば、geo_0123であれば、次図(b)のようになる。



(a) 集合体の配置順



(b) 2x2 集合体体系の例

図 C.5.2 2x2 集合体体系における集合体の配置順と例

表 C.5.3 から表 C.5.5 の結果から、集合体計算と炉心計算の不確かさを合成した不確かさ (σ_{com}) と均質化拡散計算の誤差 ($k_{ICE} - k_{AEGIS}$) の関係を図 C.5.3 に示す。

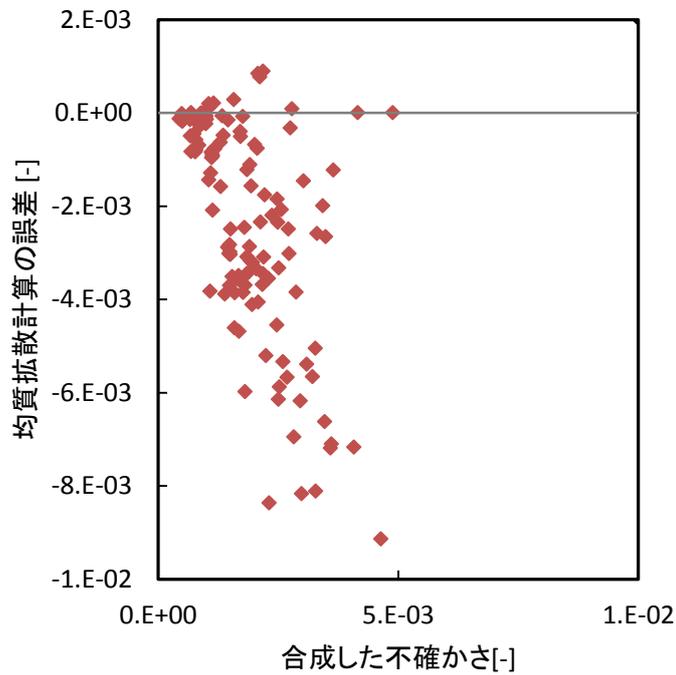


図 C.5.3 合成した不確かさと均質化拡散計算の誤差の関係

図中の点線は、右肩下がりの45度線である。これは、均質拡散計算の誤差が負であったので、合成した不確かさ(σ_{com})と均質拡散計算の誤差($k_{ICE} - k_{AEGIS}$)の絶対値が比較できるように、右肩下がりの45度線とした。

図 C.5.3 から、合成した不確かさ(σ_{com})は、 5.0×10^{-3} 以下で、均質拡散計算の誤差($k_{ICE} - k_{AEGIS}$)は、 -1.0×10^{-2} から 2.0×10^{-3} の間でばらついていることが分かる。また、均質拡散計算の誤差の絶対値($|k_{ICE} - k_{AEGIS}|$)が小さい場合は、合成した不確かさは均質拡散計算の誤差を過大評価しており、均質拡散計算の誤差の絶対値($|k_{ICE} - k_{AEGIS}|$)が大きい場合は、合成した不確かさは均質拡散計算の誤差を過小評価している。

このことから、本検討で評価した集合体計算と炉心計算の不確かさを合成した不確かさ(σ_{com})は、均質化拡散計算の誤差($k_{ICE} - k_{AEGIS}$)を適切に評価できないことがわかる。

今回検討した不確かさ評価手法で、均質化拡散計算の誤差が適切に評価できなかった要因として、均質化定数のバラツキから集合体計算の不確かさを評価したことが考えられる。本検討では、集合体計算の不確かさとして、空間均質化による影響を本検討では考えたが、空間均質化による計算誤差は、集合体の配置によって一意に定まることから、本来は、不確かさ(計算誤差のバラツキ)ではなく、誤差として取り扱う方が適切である。

C.6 まとめ

Appendix C では、集合体計算に関して空間均質化による炉心解析結果への影響に注目し、炉心計算に関しては、拡散近似による炉心解析結果の核特性への影響に注目した。

まず、集合体計算と炉心計算の不確かさ評価方法について説明した。集合体計算の不確かさは、2x2 集合体体系で集合体の配置を変えて均質化定数を求めることで、均質化定数のバラツキを評価し、その均質化定数のバラツキを不確かさ評価体系に対してランダムサンプリング法で伝播させることで求めている。また、炉心計算の不確かさは、均質拡散計算と均質輸送計算の解析結果の差異として評価している。

次に、計算体系・計算条件および不確かさ評価手順について説明し、簡易な条件での検討として、2x2 集合体体系を炉心体系として、集合体計算(空間均質化)と炉心計算(拡散近似)による、実効増倍率の不確かさ(影響)評価を行った。その結果、今回検討した不確かさ評価手法で、均質化拡散計算の誤差を適切に評価することができなかった。これは、空間均質化による計算誤差は、集合体の配置によって一意に定まることから、不確かさ(計算誤差のバラツキ)ではなく、誤差として取り扱う方が適切だからである。

公刊論文

1. K. Kinoshita, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kodama, Y. Ohoka, T. Ushio, H. Nagano, "Uncertainty quantification of neutronics characteristics using latin hypercube sampling method," *Proc. PHYSOR2014*, Kyoto, Japan, Sep. 28-Oct. 3, 2014, (2014).
2. K. Kinoshita, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kodama, Y. Ohoka, T. Ushio, H. Nagano, "Uncertainty quantification of BWR core characteristics using latin hypercube sampling method," *Proc. PHYSOR2014*, Kyoto, Japan, Sep. 28-Oct. 3, 2014, (2014).
3. 木下国治, 遠藤知弘, 山本章夫, "計算手法起因の不確かさ評価 (1) 計算誤差推定のための相関パラメータ分析", 日本原子力学会 2015 年秋の大会, 静岡大学, 9 月 9-11 日, 2015, A58 (2015)..
4. A. Yamamoto, K. Kinoshita, T. Watanabe, E. Endo, Y. Kodama, T. Ohoka, T. Ushio, H. Nagano, "Uncertainty Quantification of LWR Core Characteristics using Random Sampling Method," *Nucl. Sci. Eng.*, 181, pp. 160-174 (2015).
5. K. Kinoshita, T. Endo, A. Yamamoto, "Uncertainty Estimation of Analysis Model using the Data Assimilation Method," *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 113, pp. 1141-1143 (2015).
6. 木下国治, 遠藤知弘, 山本章夫, "データ同化を用いた計算手法起因の不確かさ評価", *KURRI-EKR*, 2, pp. 37-53, (2015).