

修士論文

炉心核特性の感度係数評価における
入力パラメータの自由度削減手法の開発

名古屋大学大学院
工学研究科（前期課程）
マテリアル理工学専攻
量子エネルギー工学分野
量子エネルギーシステム工学講座
エネルギー量子制御工学グループ
方野 量太
平成 28 年 2 月

目次

第 1 章	序論	1
1.1.	背景・目的	1
1.2.	本論文の構成	4
第 2 章	従来の感度係数評価手法	5
2.1.	感度係数	5
2.2.	感度係数の応用	6
2.2.1.	不確かさ定量評価	6
2.2.2.	断面積調整法	8
2.3.	感度係数評価手法	11
2.3.1.	直接法	11
2.3.2.	一般化摂動論	12
2.3.3.	GPT-free	16
2.4.	軽水炉炉心解析への適用の課題	20
2.5.	本章のまとめ	21
第 3 章	入力パラメータの自由度削減手法	22
3.1.	集合体計算結果を利用した Active Subspace 基底の構築	22
3.2.	近似集合体計算による計算コストの低減	26
3.3.	感度係数の差異ノルム	28
3.4.	本章のまとめ	29
第 4 章	簡易炉心での検証計算	30
4.1.	計算体系	30
4.1.1.	集合体体系	30
4.1.2.	簡易炉心体系	31
4.1.3.	使用した核計算コード	32
4.2.	計算条件	32
4.2.1.	入力パラメータ	32
4.2.2.	集合体計算条件	33
4.2.3.	集合体核特性相対感度係数行列評価	34
4.2.4.	炉心計算	34
4.2.5.	提案手法による炉心核特性感度解析	34
4.3.	結果・考察	34
4.3.1.	燃焼なし・熱水カフィードバックなし	35
4.3.2.	燃焼あり・熱水カフィードバックあり	40
4.3.3.	近似集合体計算の適用性	47

4.4.	本章のまとめ.....	49
第 5 章	PWR 平衡炉心解析への適用.....	50
5.1.	計算体系.....	50
5.2.	計算条件.....	51
5.2.1.	入力パラメータ.....	51
5.2.2.	近似集合体核特性感度係数評価.....	51
5.2.3.	炉心計算.....	52
5.2.4.	提案手法による炉心核特性感度解析.....	52
5.3.	結果・考察.....	53
5.4.	本章のまとめ.....	62
第 6 章	結論.....	63
6.1.	結論.....	63
6.2.	今後の課題.....	64
	謝辞.....	66
	参考文献.....	67
Appendix A	簡易炉心体系の CASMO-4 の入力ファイル.....	70
A.1	4.3wt%-f MOX 燃料集合体（詳細計算条件）.....	70
A.2	4.3wt%-f MOX 燃料集合体（近似計算条件）.....	71
A.3	2.0wt% UO ₂ 燃料集合体（詳細計算条件）.....	72
A.4	2.0wt% UO ₂ 燃料集合体（近似計算条件）.....	73
A.5	4.0wt% UO ₂ 燃料集合体（詳細計算条件）.....	75
A.6	4.0wt% UO ₂ 燃料集合体（近似計算条件）.....	76
Appendix B	簡易炉心体系の SIMULATE-3 の入力ファイル.....	77
B.1	燃焼なし・熱水カフィードバックなし.....	77
B.2	燃焼あり・熱水カフィードバックあり.....	79
Appendix C	PWR 平衡炉心の CASMO-4 入力ファイル.....	82
C.1	UO ₂ 燃料集合体の入力ファイル.....	82
C.2	UO ₂ 燃料集合体（可燃性毒物棒）の入力ファイル.....	83
C.3	Gd 入り燃料集合体の入力ファイル.....	85
C.4	Gd 入り燃料集合体（可燃性毒物棒）の入力ファイル.....	86
C.5	MOX 燃料集合体の入力ファイル.....	88
C.6	MOX 燃料集合体（可燃性毒物棒）の入力ファイル.....	89
Appendix D	CASMO-4 のみを用いた検討.....	92
D.1	計算体系.....	92
D.2	計算条件.....	92
D.3	結果・考察.....	92

D.3.1	実効増倍率の感度係数.....	92
D.3.2	原子数密度の感度係数.....	94
D.4	まとめ.....	96
	公刊論文.....	97

第1章 序論

1.1. 背景・目的

原子炉の運転を安全に行うためには、炉心解析と呼ばれる数値シミュレーションが必要である。炉心解析では、炉内の中性子の挙動を計算し、この結果を元に炉内出力分布、制御棒価値、反応度係数など原子炉の運転上重要な核特性を予測する。原子炉運転前段階において炉心解析を行い、これら安全性に関わる核特性を予測し、それらが安全性や経済性に基き設定された制限値を満足するように炉心の設計が行われる[1]。一方、数値シミュレーションには数理モデルの不確かさ、数値解析手法の不確かさ、および入力パラメータの不確かさなど多くの不確かさが存在し、これらの不確かさが伝播することで、シミュレーション結果にも不確かさが生じる。したがって、炉心解析結果には不確かさが含まれており、確実な安全性の担保のために、核特性に対しては不確かさを見込んで安全裕度を設けた制限値が設定される。このため、不確かさの定量評価は安全性の観点から重要である。また、炉心の安全性は炉心解析に依存しているため、不確かさを低減し核特性の予測精度・信頼性を向上させることは重要である。

炉心解析における入力パラメータには、炉内構造物やペレット組成のほかに、核反応断面積などの核データがある。炉心解析は、中性子と原子核との衝突という微視的な現象から、原子炉という巨大な系の挙動を予測する。したがって、炉心解析の精度は核データの精度に大きく依存する。このため、核データ起因の不確かさ定量評価や不確かさ低減が注目され、研究が進められている[2]-[4]。断面積の不確かさの情報は、共分散データにまとめられており、例えば2010年に公開されたJENDL-4.0評価済み核データファイルでは95核種について共分散データが評価されている[5]。

不確かさを評価する方法の一つに感度係数を用いる手法がある。感度係数とは、何らかのシミュレーションにおいて、入力パラメータの変動に対する計算結果の変動の割合であり、一次微分係数に対応する。断面積起因の核特性不確かさ評価には、断面積摂動に対する核特性の感度係数を用いて不確かさの伝播を計算する方法が一般的に用いられている[6][7]。感度係数を用いることで、断面積データの不確かさがどのように核特性に伝播しているか評価することが可能となり、不確かさの定量評価だけでなく、不確かさの主要因を特定することも出来る。

不確かさの低減手法として、断面積調整法(炉定数調整法)がある[8]。断面積調整法は、臨界実験や実機運転などで得られる核特性の測定値とその解析値を用い、それらの差異が小さくなるように解析の入力である断面積の値をベイズの定理から導出される理論を元に調整し、その調整された断面積を別の設計炉心解析に用いることで、設計炉心の核特性予測精度の向上を図る手法である[9]。断面積調整法は高速炉の分野で発達した手法であり、すでにその利用が進められている[10]。断面積調整法における断面積更新式中には感度係数があらわれる。

上述したとおり、炉心核特性の不確かさ評価および不確かさ低減には感度係数が非常に重要である。炉心解析における核特性の感度係数を得ることが出来れば、解析値の不確かさの定量評価および低減が可能となり、その結果炉心設計の安全性・信頼性が向上される。

感度係数を評価する方法は、直接法(Forward 法)と摂動論・一般化摂動論に基づく手法(Adjoint 法)の2つに大別できる。直接法は、個々の入力パラメータに対して微小な摂動を与えて通常のシミュレーション(Forward 計算)を行い、出力の摂動量を評価することで感度係数を評価する手法である。この手法は実行が容易であるが、入力パラメータの数だけシミュレーションを行う必要がある。炉心解析における入力パラメータは、様々な核種、様々な反応の多群微視的断面積であり、その数は膨大である。このため、炉心解析において直接法を適用することは計算時間の観点で実用的でない。

摂動論・一般化摂動論に基づく手法では、随伴演算子の性質を利用し、Adjoint 計算(核特性毎に定義される随伴方程式を解くこと)で得られる随伴関数を用いて感度係数を評価する手法である[11]。この手法については2章で簡単に述べるが、この手法の計算量は感度係数を評価したい核特性の数に比例する。一般的に、炉心解析では断面積数に比べて核特性の数は少なく、そのため計算コストを低減するために、この方法は核特性解析に適した手法であり、高速炉の分野で従来よく用いられてきた。

しかしながら、摂動論・一般化摂動論による感度係数評価も、複雑な解析フローをもつ軽水炉炉心解析への適用は困難である。軽水炉は、燃料温度や減速材の温度変化によるフィードバックが大きい。このため軽水炉炉心解析では、炉内の中性子束分布や反応率などを計算する核計算と、その結果から熱流動等の計算を行う熱水力計算の計算を繰り返し行い、巨視的断面積を燃料や減速材の温度に応じた値に更新しながら計算が収束するまで反復計算される。このような互いの計算結果が互いの入力値になる2つの計算による反復計算に対して、一般化摂動論に基づく感度係数の評価手法は現時点で確立されていない。さらに、通常、軽水炉炉心解析は燃料集合体計算と炉心計算という多段的な計算を行う。これは大規模な炉心体系において空間やエネルギーを詳細に取り扱った計算が困難であることから、計算コスト削減のため、小規模な領域である集合体毎に均質化・エネルギー群縮約断面積といった集合体核特性を温度や燃焼度などに応じてテーブル化して炉心計算を行うためである。このような多段的な計算を行う場合、炉心核特性の感度係数を評価するには集合体核特性の感度係数を計算する必要があり、たとえ理論的に適用可能であっても、摂動論・一般化摂動論も計算コストの点で困難さがある。

上述の理由から、軽水炉における感度係数評価は困難であるが、近年、この課題への取り組みの一つとして **Generalized Perturbation Theory-free (GPT-free)** と呼ばれる新しい感度係数評価手法が開発された[12]。この手法では、着目体系の実効増倍率の感度係数の情報を用いて断面積が実効増倍率に感度を有する部分空間 (Active Subspace, AS) 基底を構築する。構築した AS 基底で入力パラメータの摂動を展開し、展開係数を新しい入力パラメータとすることで、感度係数評価における入力パラメータの自由度を削減する。この手法では、炉心の

様々な核特性のうち実効増倍率に対してのみ摂動論により感度係数を評価し、自由度を削減された新しい入力パラメータに対して直接摂動法を用いて感度係数を評価する。つまり、多数の炉心核特性のうち実効増倍率に対する感度係数の情報が得られれば、展開係数の次元数に比例した回数だけ通常の炉心解析を行うことで感度係数を評価することが可能となる。展開係数の次元数が元の入力パラメータ数より十分小さければ、感度係数評価の計算コストが大幅に削減される。燃焼計算に対する発展手法も提案されており、一般化摂動論を用いずに感度係数を評価する手法として注目されている[13]。しかし、GPT-free では基底構築の際に実効増倍率の感度係数の情報が必要であり、実効増倍率に対して Adjoint 法による感度解析手法が必要であるという欠点がある。

複数の入力パラメータに対する感度係数を並べてベクトルと見立てると、直接法による感度係数評価は、このベクトルの各要素を求めることに対応する。図 1.1 は入力パラメータが 3 つ、炉心核特性が 2 つの場合における感度係数ベクトルを図示している。入力パラメータが 3 つで、炉心核特性数が 2 つであるので、3 次元の感度係数ベクトルが 2 本となる。このとき、感度係数ベクトルの要素は 3 つであり、したがって直接法では 3 回の摂動計算が必要となる。ここで、もしこの 2 本のベクトルが張る部分空間（図 1.1 の楕円平面）上の直交基底が得られたとすると、これらの感度係数ベクトルは 2 つの直交基底の線形結合で与えられるため、座標系をこの平面上に取れば、実効的な要素数 2 つとなる。したがって、このような部分空間は AS となり、AS 基底を構築することが出来れば、計算コストを入力パラメータ数から、部分空間の次元数まで削減できる。しかし、図 1.1 の平面は感度係数ベクトルが既知の状態でなければ求められない。そのため、GPT-free では着目体系の実効増倍率の感度係数の情報から、このような AS 基底を構築するが、Adjoint 法による感度係数評価が必要であるという欠点がある。このため、別のアプローチにより、Forward 計算のみで AS 基底を構築することが望ましい。

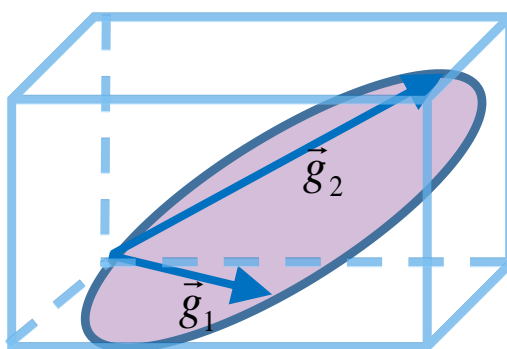


図 1.1 感度係数ベクトルと AS

炉心核特性の不確かさの定量評価および低減には感度係数評価が重要であるが、軽水炉

炉心核特性に対して実用的な感度係数評価手法の開発が望まれる。そこで本研究では、軽水炉炉心核特性の感度係数評価を見据え、Forward 計算のみを用いて感度係数評価における入力パラメータの自由度削減手法の開発を目的とする。本研究で提案する手法は、基底を用いて入力パラメータの自由度(次元数)を削減するという基本的なアイデアは GPT-free を参考にし、温度点や燃焼度点を粗く取った近似集合体計算から得られる近似集合体核特性の感度係数行列を用いて AS 基底を構築することを試みる。近似集合体計算は、詳細集合体計算に比較して大幅に計算コストが削減されているため、直接法による近似集合体核特性の感度係数評価が容易である。得られた AS 基底を用いて入力パラメータを展開して自由度を削減するため、感度係数評価に必要な炉心解析の回数が低減される。このため、本研究で提案する自由度削減手法は、GPT-free の欠点を解決し、軽水炉炉心核特性の感度係数評価への適用が期待できる。

1.2. 本論文の構成

本論文は全 6 章で構成されている。本章では、本研究の背景として感度係数の重要性および軽水炉における感度係数評価の困難さについて説明し、本研究の目的を述べた。2 章では、まず従来の感度係数評価手法について、理論や計算量について述べる。3 章では、本研究で提案する入力パラメータ自由度削減手法の理論について述べる。4 章では、簡易な小規模炉心体系の核特性感度係数評価において、燃焼・熱水力フィードバックの有無などいくつかの条件における提案手法の妥当性を検証した。5 章では、より現実的な PWR 炉心体系を用いた検証により、提案手法の PWR 炉心解析への適用性を評価した。最後に 6 章において本論文をまとめ、結論を述べる。

第2章 従来の感度係数評価手法

本章では、感度係数とその応用、および従来用いられてきた感度係数評価手法について述べる。2.1節では感度係数および相対感度係数を説明し、2.2節では感度係数を用いた不確かさ評価手法および不確かさ低減手法の一つである断面積調整法について説明する。2.3節では従来用いられてきた感度係数評価手法として、直接法、摂動論・一般化摂動論に基づく手法を説明し、そして本研究で参考とした GPT-free について説明する。2.4節において従来手法の軽水炉炉心解析への適用の課題について述べ、最後に 2.5節で本章のまとめを述べる。

2.1. 感度係数

本節では、感度係数と相対感度係数について説明する。

感度係数とは、炉心解析においては微視的多群断面積などの入力パラメータの変化量に対する炉心核特性の変化量の割合で定義され、次式のように一次微分係数で与えられる。

$$S = \frac{dR}{d\sigma} \quad (2.1)$$

ここで R は炉心核特性、 σ は微視的多群断面積などの入力パラメータ、 S は感度係数である。

相対感度係数は、入力パラメータが単位パーセント変化したときの炉心核特性のパーセント変化を示す無次元量であり、次式で与えられる。

$$g = \frac{dR}{R} \bigg/ \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{\sigma}{R} \frac{dR}{d\sigma} \quad (2.2)$$

ここで、 g は相対感度係数である。(2.1)式および(2.2)式から明らかな通り、感度係数および相対感度係数は、入力パラメータの摂動に対する炉心核特性への影響の大きさを示す指標となることがわかる。このため、不確かさの伝播を考える際には感度係数または相対感度係数が用いられる。

m 種類の炉心核特性 $\vec{R} = (R_1, \dots, R_m)^T$ が、 n 種類の入力パラメータ $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)^T$ により計算されるとする。入力パラメータの摂動を $\Delta\vec{\sigma}$ とし、炉心核特性の変化 $\Delta\vec{R}$ をとする。このとき両者の関係は、 j 番目の入力パラメータに対する i 番目の炉心核特性の感度係数を i 行 j 列の要素に持つ m 行 n 列の行列 \mathbf{G} を用いて、2次以降の微分係数を無視すると次式で与えられる。

$$\Delta \vec{R} = \mathbf{G} \Delta \vec{\sigma} \quad (2.3)$$

\mathbf{G} の要素が相対感度係数の場合には、 $\Delta \vec{\sigma}$ および $\Delta \vec{R}$ は相対変化量で与える。複数の入力パラメータおよび炉心核特性を考慮する場合には、(2.3)式のように行列形式で取り扱うと便利である。

2.2. 感度係数の応用

前節では感度係数の定義および感度係数行列について説明した。本節では、炉心解析における感度係数を用いた不確かさ定量評価手法と、不確かさ低減手法の一つである断面積調整法について述べる。

2.2.1. 不確かさ定量評価

従来、断面積起因の核特性不確かさ評価には、感度係数を用いて不確かさの伝播を計算する方法が一般的に用いられている。本項ではこの手法について述べる。

入力パラメータの不確かさの範囲では十分一次近似が成り立つと仮定すると、(2.3)式が成り立つ。この条件の下、(2.3)式の両辺に自身の転置ベクトルを右からかけると、次式で示す行列に関する等式が得られる。

$$\Delta \vec{R} \Delta \vec{R}^T = \mathbf{G} \Delta \vec{\sigma} \Delta \vec{\sigma}^T \mathbf{G}^T \quad (2.4)$$

今、入力パラメータおよび炉心核特性が統計的に平均値の周りで揺らいでいるとする。このとき、(2.4)式左辺の期待値を取ると次式のような炉心核特性の分散共分散行列を得る。

$$\mathbf{E}[\Delta \vec{R} \Delta \vec{R}^T] = \begin{pmatrix} \text{var}(R_1) & \text{cov}(R_1, R_2) & \cdots & \text{cov}(R_1, R_m) \\ \text{cov}(R_1, R_2) & \text{var}(R_2) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(R_1, R_m) & \cdots & \cdots & \text{var}(R_m) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

同様に右辺の期待値を取ると次式を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\mathbf{G}\Delta\bar{\sigma}\Delta\bar{\sigma}^T\mathbf{G}^T] &= \mathbf{G} \cdot \mathbf{E}[\Delta\bar{\sigma}\Delta\bar{\sigma}^T] \cdot \mathbf{G}^T \\ &= \mathbf{G} \begin{pmatrix} \text{var}(\sigma_1) & \text{cov}(\sigma_1, \sigma_2) & \cdots & \text{cov}(\sigma_1, \sigma_n) \\ \text{cov}(\sigma_1, \sigma_2) & \text{var}(\sigma_2) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\sigma_1, \sigma_n) & \cdots & \cdots & \text{var}(\sigma_n) \end{pmatrix} \mathbf{G}^T \end{aligned} \quad (2.6)$$

以上より、炉心核特性の分散共分散行列を $\mathbf{M}_{R,R}$ 、入力パラメータの分散共分散行列を $\mathbf{M}_{\sigma,\sigma}$ とすると、炉心核特性の分散共分散行列は入力パラメータの分散共分散行列と感度係数行列 \mathbf{G} を用いて次式のように評価することが可能であることがわかる。

$$\mathbf{M}_{R,R} = \mathbf{G}\mathbf{M}_{\sigma,\sigma}\mathbf{G}^T \quad (2.7)$$

(2.7)式は誤差伝播法則を多次元に拡張した式である。一度感度係数行列を得ることが出来れば、あらかじめ評価されている入力パラメータの分散共分散行列に感度係数行列を作用させることで、炉心核特性の不確かさの情報である分散共分散行列を得ることが出来る。第一章でも触れたが、例えば JENDL-4.0 評価済み核データファイルには 95 核種について共分散データが評価されており、実際に感度係数を用いて断面積起因の炉心核特性不確かさを評価した例もある[7],[14]。

入力パラメータの分散共分散行列と感度係数行列を用いて、不確かさの要因を特定し、その影響を定量評価する手法が提案されている[15]。この手法では、どの入力パラメータが解析結果の不確かさに対して支配的であるかを特定することが可能であるため、例えばどの核反応断面積を精度向上させるかの優先度を決定することが可能である。

他の不確かさ定量評価手法に、ランダムサンプリング法がある。ランダムサンプリング法とは、ある解析の入力パラメータに不確かさの分布（確率分布）が与えられたときに、乱数を用いてその確率分布を保存するようばらつきが与えられた入力パラメータセットを多数作成し、それぞれの入力パラメータセットに対して得られる解析結果を統計処理することで、解析値の不確かさを評価する手法である。ランダムサンプリング法は、実行が非常に簡単であり、実際に軽水炉炉心解析に適用された研究もある[3],[16]。しかしこの手法は不確かさにさらに統計的な不確かさが付随する。また、ランダムサンプリング法の結果から感度係数を推定する手法も提案されているが、統計的な不確かさのため、例えば本来感度を持たない入力パラメータに対しても、あたかも感度があるように評価されるため、不確かさの原因を正確に特定するにはある程度大きなサンプル数が必要となる[17]。

2.2.2. 断面積調整法

断面積調整法は、臨界実験等で得られる核特性の測定値と解析値との差異が小さくなるように断面積データをもっともらしい値に調整することにより、新たに設計された炉心の核特性の予測精度の向上を図る手法である。断面積調整法の理論はベイズの定理に基づいている。本項では、参考文献[9],[18],[19]を基に断面積調整法の基礎式の導出を示す。

断面積調整法は、条件付き確率に関する定理であるベイズの定理を基本原理とする。2つの事象 A と B に関して、事前確率と事後確率を以下のように定義する。

$P(A)$: 事象 A の事前確率

$P(B)$: 事象 B の事前確率

$P(A|B)$: 事象 B が起きた後での事象 A の確率 (事後確率)

$P(B|A)$: 事象 A が起きた後での事象 B の確率 (事後確率)

このとき、事象 B の事後確率について以下の等式が成り立つ。

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} \quad (2.8)$$

(2.8)式は2つの事象に関するベイズの定理を示している。例えば、事象 A を何らかの実験の測定結果、事象 B をその原因とすると、(2.8)式は測定結果 A が得られたとき、その原因が B である確率を与える。ベイズの定理は確率分布に対しても成り立つ定理である。

ここで、ベイズの定理を炉心解析に適用すると、事象 A を核特性の測定値 (積分実験データ)、原因 B を入力となる断面積と見なすことが出来る。核特性の測定値が \bar{R}_e と与えられたとき、断面積セット $\bar{\sigma}$ の確率密度関数は次式で与えられる。

$$p(\bar{\sigma} | \bar{R}_e) = \frac{p(\bar{R}_e | \bar{\sigma})p(\bar{\sigma})}{p(\bar{R}_e)} \quad (2.9)$$

ここで、 $p(\bar{\sigma})$ は断面積セット $\bar{\sigma}$ の確率密度関数、 $p(\bar{R}_e)$ は核特性の測定値 \bar{R}_e の確率密度関数、 $p(\bar{R}_e | \bar{\sigma})$ はある断面積セットが与えられた際の核特性の測定値の確率密度関数である。断面積調整法では、断面積セット $\bar{\sigma}$ を確率変数とみなし、 $p(\bar{\sigma} | \bar{R}_e)$ が最大値を取る $\bar{\sigma}$ が積分実験の測定結果を反映したもっともらしい断面積の値であるとする。つまり断面積の測定と直接関係のない積分実験結果を巧妙に利用し、断面積の精度向上を図る。 $p(\bar{\sigma} | \bar{R}_e)$ は(2.9)式の右辺から求められる。以下に式導出を示す。

まず、 $p(\bar{\sigma})$ を考える。断面積調整法において断面積セット $\bar{\sigma}$ は正規分布で分布していると仮定する。すなわち、次式が成り立つとする。

$$p(\vec{\sigma}) \propto \exp\left(-\frac{(\vec{\sigma} - \vec{\sigma}_0)^T \mathbf{M}^{-1}(\vec{\sigma} - \vec{\sigma}_0)}{2}\right) \quad (2.10)$$

ここで、 $\vec{\sigma}_0$ は経験的に得られている断面積セット（断面積評価値）であり、 \mathbf{M} は断面積の分散共分散行列である。(2.10)式は多変量正規分布の同時密度関数であり、断面積セット $\vec{\sigma}$ が、断面積の評価値のまわりに正規分布していることを表している。つまり、積分実験結果を利用しない場合、断面積評価値により近い断面積セットほど、確率密度関数の値を大きくするという観点でもっともらしいということになる。

核特性の測定値 \bar{R}_e も同様に、正規分布に従うと仮定する。核特性の測定値の真値を \bar{R}_t 、実験手法に起因する共分散を \mathbf{V}_e として、測定値の確率分布は次式で表される。

$$p(\bar{R}_e) \propto \exp\left(-\frac{(\bar{R}_e - \bar{R}_t)^T \mathbf{V}_e^{-1}(\bar{R}_e - \bar{R}_t)}{2}\right) \quad (2.11)$$

$p(\bar{R}_e | \vec{\sigma})$ は、核特性の測定値 \bar{R}_e が、断面積セットを $\vec{\sigma}$ として与えた際の積分実験の解析値 $\bar{R}_c(\vec{\sigma})$ を平均値、共分散を実験手法に起因する共分散 \mathbf{V}_e と解析手法に起因する共分散 \mathbf{V}_c の和 $\mathbf{V}_e + \mathbf{V}_c$ とした正規分布に従うと仮定することにより、次式のように表される。

$$p(\bar{R}_e | \vec{\sigma}) \propto \exp\left(-\frac{(\bar{R}_e - \bar{R}_c(\vec{\sigma}))^T (\mathbf{V}_e + \mathbf{V}_c)^{-1}(\bar{R}_e - \bar{R}_c(\vec{\sigma}))}{2}\right) \quad (2.12)$$

以上の仮定のもとでは、 $p(\vec{\sigma} | \bar{R}_e)$ は(2.10)式～(2.12)式のように指数関数で与えられ、 $p(\vec{\sigma} | \bar{R}_e)$ を最大にする断面積セット $\vec{\sigma}$ は(2.10)式～(2.12)式を(2.9)式に代入して得られる指数関数の指数部 $J(\vec{\sigma})$ を最小化するように決まる。すなわち、

$$\frac{dJ(\vec{\sigma})}{d\vec{\sigma}} = 0 \quad (2.13)$$

となるような $\vec{\sigma}$ を求め、この断面積セットを、積分実験結果を反映して調整されたもっともらしい断面積セットとする。

(2.13)式の微分を行うには、さらに核特性の解析値 $\bar{R}_c(\vec{\sigma})$ が次式のようにテイラー展開の一次近似を用いて表されると仮定する。

$$\vec{R}_c(\vec{\sigma}) = \vec{R}_c(\vec{\sigma}_0) + \mathbf{G}(\vec{\sigma} - \vec{\sigma}_0) \quad (2.14)$$

ここで、 $\vec{R}_c(\vec{\sigma}_0)$ は断面積の評価値を用いて得られる核特性の解析値、行列 \mathbf{G} は断面積に対する測定体系の核特性の感度係数行列である。(2.14)式を(2.12)式に代入することで、 $J(\vec{\sigma})$ は微分可能となり、(2.13)式を満たす調整後断面積セット $\vec{\sigma}_{adj}$ は、次式で求められる。

$$\vec{\sigma}_{adj} = \vec{\sigma}_0 + \mathbf{M}\mathbf{G}^T(\mathbf{G}\mathbf{M}\mathbf{G}^T + \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_c)^{-1}(\vec{R}_e - \vec{R}_c(\vec{\sigma}_0)) \quad (2.15)$$

また、調整後断面積セット $\vec{\sigma}_{adj}$ の分散共分散行列 \mathbf{M}_{adj} は $\vec{\sigma}_{adj} - \vec{\sigma}_0$ の分散を計算することにより、次式のように求められる。

$$\mathbf{M}_{adj} = \mathbf{M} - \mathbf{M}\mathbf{G}^T(\mathbf{G}\mathbf{M}\mathbf{G}^T + \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_c)^{-1}\mathbf{G}\mathbf{M} \quad (2.16)$$

(2.16)式の右辺第二項は、断面積調整による断面積の不確かさの減少量に相当する。

(2.15)式および(2.16)式が断面積調整法の基礎式である。断面積調整法の基礎式には感度係数行列が含まれており、断面積調整法により積分実験結果を利用して断面積の精度向上を図る上で感度係数の評価は非常に重要である。

軽水炉炉心体系への適用に向けて、ランダムサンプリング法による断面積調整法が提案されている[2]。この手法では感度係数を必要とせず、計算コストもサンプルの数に限定することが可能であり、非常に優れた手法である。しかし、統計誤差により、本来調整されるべきでない断面積に関しても調整されるなど、不適切な調整が行われることがある。

ちなみに、設計体系の核特性の断面積起因の不確かさは、調整後断面積の分散共分散行列 \mathbf{M}_{adj} に設計体系の感度係数行列 \mathbf{G}_{target} を作用させることにより、(2.7)式を用いて次のように評価することが出来る。

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{target} \mathbf{M}_{adj} \mathbf{G}_{target}^T &= \mathbf{G}_{target} \mathbf{M} \mathbf{G}_{target}^T \\ &\quad - \mathbf{G}_{target} \mathbf{M} \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{M} \mathbf{G}^T + \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_c)^{-1} \mathbf{G} \mathbf{M} \mathbf{G}_{target}^T \end{aligned} \quad (2.17)$$

(2.17)式において実験および解析の不確かさが仮に0である場合、 $\mathbf{G} \propto \mathbf{G}_{target}$ であれば設計体系の断面積起因の不確かさを0にすることができる。すなわち、測定体系の感度係数と設計体系の感度係数の傾向は似ているほうが良く、目的に応じた実験施設の検討が重要と

なる。例えば、設計対象が加速器駆動未臨界炉の場合、軽水炉や従来の高速炉で得られた測定結果では効果的な断面積調整が行われないため、新しく核データの精度向上を目的とした実験施設が検討されている[20]。

2.3. 感度係数評価手法

前節では感度係数を利用した不確かさの定量評価手法および断面積調整法について説明した。本節では感度係数を評価する従来手法について説明する。

2.3.1. 直接法

直接法は、感度係数評価手法のうち最も簡単な手法の一つである。各入力パラメータに対して摂動を与えたシミュレーションを実施し、解析値の摂動量を評価して、差分近似により感度係数を求める手法である。

前進差分近似による感度係数評価手法は次式で与えられる。

$$\frac{\partial R_i}{\partial \sigma_j} = \frac{\Delta R_i}{\Delta \sigma_j} = \frac{R_i(\vec{\sigma}_0 + \Delta \sigma_j \vec{e}_j) - R_i(\vec{\sigma}_0)}{\Delta \sigma_j} \quad (2.18)$$

ここで、 $\vec{\sigma}_0$ は入力パラメータセット、 R_i は*i*番目の解析値、 $\Delta \sigma_j$ は*j*番目の入力パラメータに与える摂動量、 \vec{e}_j は*j*番目の要素が1の単位ベクトルである。

(2.18)式を全ての入力パラメータについて実施することで、全ての入力パラメータに対する解析値の感度係数を評価することが可能となる。したがって、直接法による感度係数行列評価に必要なシミュレーション回数は、入力パラメータの数を*n*とすると*n*+1回となり、おおむね入力パラメータの数に比例することとなる。

直接法では、入力パラメータに摂動を与えたら後は通常通りシミュレーションを行えばよく、その他の特殊な操作は必要でないため実行が容易である。しかし、通常炉心解析では入力パラメータとして微視的多群断面積を考慮する。微視的多群断面積の数は、核種数、エネルギー群数、および考慮する反応の種類数の積に比例し、非常に膨大な数となる。したがって、炉心解析における感度係数評価に対して直接法は実用的でない。また、差分法による近似を適用する場合、摂動量が大きい場合には非線形項の影響が現れたり、逆に小さい場合には数値誤差に埋もれてしまうなど、適切な感度係数評価が行えない場合がある。

2.3.2. 一般化摂動論

一般化摂動論は、中性子輸送方程式または中性子拡散方程式の随伴演算子の性質を利用して感度係数を評価する手法である。本節では参考文献[21],[22]を基に、一般化摂動論による感度係数評価手法を説明する。

まず、炉心解析で評価される核特性は、通常次のような中性子束の重み付け積分値の比で与えられる。

$$R = \frac{\langle \Sigma_1 \phi \rangle}{\langle \Sigma_2 \phi \rangle} \quad (2.19)$$

ここで、ブラケットは全位相空間に対する積分、 ϕ は角度中性子束、 Σ_1 および Σ_2 は位相空間内の着目領域における重み（あるエネルギー群、ある空間領域での巨視的反応断面積など）である。核特性が(2.19)式で与えられるとして、何らかの摂動が生じたとき、核特性の相対摂動量の一次近似は、次式で与えられる。

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\langle \Delta \Sigma_1 \phi \rangle}{\langle \Sigma_1 \phi \rangle} - \frac{\langle \Delta \Sigma_2 \phi \rangle}{\langle \Sigma_2 \phi \rangle} + \frac{\langle \Sigma_1 \Delta \phi \rangle}{\langle \Sigma_1 \phi \rangle} - \frac{\langle \Sigma_2 \Delta \phi \rangle}{\langle \Sigma_2 \phi \rangle} \quad (2.20)$$

ここで、 Δ は各値の摂動量を意味している。(2.20)式の右辺のうち、第一項および第二項は重みの摂動による変化量を表すため、直接効果と呼ばれる。通常、微視的断面積の変化に起因する重みの変化量は容易に求めることができ、直接項は容易に求めることが出来る。対して、第三項および第四項には中性子束の変化量が含まれており、中性子束の変化を介した間接的な効果を表すため、間接効果と呼ばれる。間接効果を求めるために中性子束の摂動量を陽に評価する場合、断面積に摂動を与えた系における中性子束分布を再計算する必要があり、入力となる全ての断面積に対して再計算の必要があるため、計算コストが増大する。

一方、中性子輸送方程式は以下のように与えられる[21]。

$$\begin{aligned} & \bar{\Omega} \nabla \phi(\bar{\mathbf{r}}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma_t(\bar{\mathbf{r}}, E) \phi(\bar{\mathbf{r}}, E, \bar{\Omega}) \\ &= \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_s(\bar{\mathbf{r}}, E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \phi(\bar{\mathbf{r}}, E', \bar{\Omega}') \\ &+ \frac{\chi(\bar{\mathbf{r}}, E)}{4\pi k_{eff}} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \nu \Sigma_f(\bar{\mathbf{r}}, E') \phi(\bar{\mathbf{r}}, E', \bar{\Omega}') \end{aligned} \quad (2.21)$$

ここで、 $\bar{\Omega}$ は中性子の飛行方向を表す単位ベクトル、 \bar{r} は空間座標、 E はエネルギー、 Σ_t は全断面積、 Σ_s は散乱断面積、 χ は核分裂スペクトル、 $\nu\Sigma_f$ は生成断面積、 k_{eff} は実効増倍率（固有値）を示している。輸送方程式は、演算子 \mathbf{B} を導入することで次のように表せる。

$$\begin{aligned}\mathbf{B}\phi &= \left(\mathbf{A} - \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{F} \right) \phi = 0 \\ \mathbf{A} &= \bar{\Omega} \nabla + \Sigma_t(\bar{\mathbf{r}}, E) - \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_s(\bar{\mathbf{r}}, E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \\ \mathbf{F} &= \frac{\chi(\bar{\mathbf{r}}, E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \nu\Sigma_f(\bar{\mathbf{r}}, E')\end{aligned}\tag{2.22}$$

ここで、 \mathbf{A} は消滅演算子、 \mathbf{F} は生成演算子であり、適当な方法で離散化した場合には、各演算子は行列で、中性子束はベクトルで与えられる。(2.22)式において何らかの摂動が生じたとき、演算子と中性子束の摂動量の一次近似は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\mathbf{B}\Delta\phi + \Delta\mathbf{B}\phi &= 0 \\ \therefore \mathbf{B}\Delta\phi &= -\Delta\mathbf{B}\phi\end{aligned}\tag{2.23}$$

(2.23)式は、角度中性子束の摂動量に演算子 \mathbf{B} を作用させたものが、演算子 \mathbf{B} の摂動量と摂動前の中性子束で与えられることを意味している。(2.23)式の性質を利用して(2.20)式の間接効果の中性子束の摂動量を消去することが出来れば、中性子束摂動量を陽に評価することなく核特性の摂動量を評価することが出来る。これを実現するために、随伴演算子の性質を利用する。

輸送方程式に対する随伴方程式は以下のように定義される。

$$\begin{aligned}\mathbf{B}^\dagger\phi^\dagger &= \left(\mathbf{A}^\dagger - \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{F}^\dagger \right) \phi^\dagger = 0 \\ \mathbf{A}^\dagger &= -\bar{\Omega} \nabla + \Sigma_t(\bar{\mathbf{r}}, E) - \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_s(\bar{\mathbf{r}}, E \rightarrow E', \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}') \\ \mathbf{F}^\dagger &= \nu\Sigma_f(\bar{\mathbf{r}}, E) \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \frac{\chi(\bar{\mathbf{r}}, E')}{4\pi}\end{aligned}\tag{2.24}$$

ここでは随伴演算子または随伴関数を示しており、 ϕ^\dagger は随伴中性子束と呼ばれる。随伴演算子は次のような性質を持つ。

$$\langle u, \mathbf{B}v \rangle = \langle \mathbf{B}^\dagger u, v \rangle \quad (2.25)$$

ここで u および v は任意のベクトルである。離散化により演算子が行列で与えられている場合、随伴演算子は転置行列で与えられる。(2.25)式の性質を利用することで、内積に関してどちらのベクトルに演算子を作用させるかを入れ替えることが出来る。

何らかの重み Γ^\dagger を導入し、(2.23)式に Γ^\dagger を左から掛けて全位相空間で積分し、(2.25)式の性質を利用すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \langle \Gamma^\dagger, \mathbf{B}\Delta\phi \rangle &= -\langle \Gamma^\dagger, \Delta\mathbf{B}\phi \rangle \\ \therefore \langle \mathbf{B}^\dagger\Gamma^\dagger, \Delta\phi \rangle &= -\langle \Gamma^\dagger, \Delta\mathbf{B}\phi \rangle \end{aligned} \quad (2.26)$$

(2.20)式と(2.26)式を見比べると、もし次式が成り立っていれば、中性子束の摂動量の項は、重み Γ^\dagger 、演算子 \mathbf{B} の摂動量、および摂動前の中性子束で表現できることがわかる。

$$\mathbf{B}^\dagger\Gamma^\dagger = s^\dagger = \frac{\Sigma_1}{\langle \Sigma_1\phi \rangle} - \frac{\Sigma_2}{\langle \Sigma_2\phi \rangle} \quad (2.27)$$

(2.27)式は一般化随伴方程式と呼ばれ、先ほど導入した重み Γ^\dagger は一般化随伴中性子束、 s^\dagger は一般化随伴中性子源と呼ばれる。(2.27)式で定義される一般化随伴中性子束を用いれば、(2.20)式は次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} &= \frac{\langle \Delta\Sigma_1\phi \rangle}{\langle \Sigma_1\phi \rangle} - \frac{\langle \Delta\Sigma_2\phi \rangle}{\langle \Sigma_2\phi \rangle} + \frac{\langle \Sigma_1\Delta\phi \rangle}{\langle \Sigma_1\phi \rangle} - \frac{\langle \Sigma_2\Delta\phi \rangle}{\langle \Sigma_2\phi \rangle} \\ &= \frac{\langle \Delta\Sigma_1\phi \rangle}{\langle \Sigma_1\phi \rangle} - \frac{\langle \Delta\Sigma_2\phi \rangle}{\langle \Sigma_2\phi \rangle} + \langle s^\dagger\Delta\phi \rangle \\ &= \frac{\langle \Delta\Sigma_1\phi \rangle}{\langle \Sigma_1\phi \rangle} - \frac{\langle \Delta\Sigma_2\phi \rangle}{\langle \Sigma_2\phi \rangle} + \langle \mathbf{B}^\dagger\Gamma^\dagger, \Delta\phi \rangle \\ &= \frac{\langle \Delta\Sigma_1\phi \rangle}{\langle \Sigma_1\phi \rangle} - \frac{\langle \Delta\Sigma_2\phi \rangle}{\langle \Sigma_2\phi \rangle} - \langle \Gamma^\dagger, \Delta\mathbf{B}\phi \rangle \end{aligned} \quad (2.28)$$

したがって、任意の入力パラメータに対する核特性の感度係数は次式で求めることが出来る。

$$\frac{\partial R}{\partial \sigma} = \frac{\left\langle \frac{\partial \Sigma_1}{\partial \sigma} \phi \right\rangle}{\langle \Sigma_1 \phi \rangle} - \frac{\left\langle \frac{\partial \Sigma_2}{\partial \sigma} \phi \right\rangle}{\langle \Sigma_2 \phi \rangle} - \left\langle \Gamma^\dagger, \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \sigma} \phi \right\rangle \quad (2.29)$$

(2.29)式右辺の Σ_1 および Σ_2 の感度係数、および演算子 \mathbf{B} の感度係数は、計算体系が決まり演算子が定義されれば容易に評価することが出来る。また、一般化随伴方程式はノイマン級数による方法やホテリング法により解く事ができ、その計算コストは輸送方程式を解くことと同程度である。したがって、(2.29)式に基づいて、ある核特性の感度係数を評価するには、入力パラメータを摂動させる前の体系において中性子束を計算し、着目核特性毎に定義された一般化随伴中性子源に対する一般化随伴中性子束を一度ずつ計算すればよいことがわかる。つまり、計算コストは着目する核特性の数に比例する。通常、入力パラメータの数に比較して核特性の数は少なく、以上の一般化摂動論に基づく感度係数評価手法は計算コストの観点から有利である。

固有値（実効増倍率）の感度係数を求める場合には、一般化随伴方程式を解く必要はない。理由を以下に説明する。実効増倍率を、(2.24)式を解いて得られる随伴中性子束を重みに次式のように求めるとする。

$$k_{eff} = \frac{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F} \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{A} \phi \rangle} \quad (2.30)$$

(2.20)式と同様に(2.30)式の一次の摂動は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta k_{eff}}{k_{eff}} &= \frac{\langle \phi^\dagger, \Delta \mathbf{F} \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F} \phi \rangle} - \frac{\langle \phi^\dagger, \Delta \mathbf{A} \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{A} \phi \rangle} \\ &+ \frac{\langle \Delta \phi^\dagger, \mathbf{F} \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F} \phi \rangle} - \frac{\langle \Delta \phi^\dagger, \mathbf{A} \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{A} \phi \rangle} \\ &+ \frac{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F} \Delta \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F} \phi \rangle} - \frac{\langle \phi^\dagger, \mathbf{A} \Delta \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{A} \phi \rangle} \end{aligned} \quad (2.31)$$

(2.31)式右辺の第三項と第四項は随伴中性子束の摂動による間接効果を、第五項と第六項は中性子束の摂動による間接効果を表している。ここで、(2.22)式と(2.24)式の関係と随伴演算子の性質を用いて、(2.31)式の間接効果を次のように消去できる。

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta k_{eff}}{k_{eff}} &= -\frac{k_{eff}}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F}\phi \rangle} \left\langle \phi^\dagger, \left(\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{k_{eff}} \Delta \mathbf{F} \right) \phi \right\rangle \\
&\quad - \frac{k_{eff}}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F}\phi \rangle} \left\langle \Delta \phi^\dagger, \left(\mathbf{A} - \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{F} \right) \phi \right\rangle \\
&\quad - \frac{k_{eff}}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F}\phi \rangle} \left\langle \left(\mathbf{A}^\dagger - \frac{1}{k_{eff}} \mathbf{F}^\dagger \right) \phi^\dagger, \Delta \phi \right\rangle \\
&\quad \therefore \frac{\Delta k_{eff}}{k_{eff}} = -k_{eff} \frac{\langle \phi^\dagger, \Delta \mathbf{B}\phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, \mathbf{F}\phi \rangle}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

(2.32)式のとおり、実効増倍率の摂動量は、摂動前体系において中性子束と随伴中性子束一度ずつ求めれば、後は演算子の摂動のみ考慮することで求めることが出来る。したがって、実効増倍率に対しては(2.27)式のような一般化随伴方程式を解く必要がなく、実効増倍率の摂動量評価においては、一般化摂動論ではなく、単に摂動論と呼ばれる。

一般化摂動論では、一般化随伴方程式を解く必要がある。一般化随伴中性子源は中性子束と直交してなければならないという制約があり、このため適用は反応率比などに限られる。また、通常の中性子束や随伴中性子束と異なり、一般化随伴中性子束は負の値を取ることがある。加えて一般化随伴中性子束を反復法で求める際には通常の中性子束成分を除去する必要がある。このため、一般化随伴中性子束を計算するためには特殊な機能を実装する必要がある。対して随伴中性子束は、通常が多群輸送方程式を解くことの出来る計算コードであれば断面積転置法を利用することで比較的簡単に求めることができ、連続エネルギーモンテカルロ法においても **Iterated Fission Probability** と呼ばれる随伴中性子束に比例する量を求めることで随伴中性子束を計算することが可能である[23]。

以上では、未燃焼体系における一般化摂動論に基づく感度係数評価について説明した。燃料の燃焼を考慮する場合には、原子数密度の変化を表す燃焼方程式およびその随伴燃焼方程式を解く必要がある[11],[24]。

2.3.3. GPT-free

前項では、一般化摂動論による感度解析手法について説明した。一般化摂動論では、随伴演算子の性質を巧妙に利用することで中性子束の摂動量を陰的に取り入れることができ、非常に優れた手法である。しかし、前項で述べたとおり、一般化随伴中性子束を求めるためには特殊な計算機能が必要であり、そのような機能を有していない計算コードへは新しく実装する必要がある。一方、随伴中性子束は通常輸送方程式を解く事が出来る計算コードであれば、比較的簡単に求めることが出来るため、実効増倍率の感度係数は比較的容易に評

価できる。GPT-free では、一般化摂動論（Generalized Perturbation Theory: GPT）を用いず、実効増倍率に対する感度係数の情報を利用することで、入力パラメータの次元を圧縮する。

以下では、参考文献[12],[13]を基に、GPT-free の概要を説明する。

まず、核特性の摂動量は(2.3)式で与えられるため、感度係数行列の行ベクトルと直交する方向に、入力パラメータの摂動を与えても、核特性の摂動量は 0 である。したがって、次の図に示すように感度係数行列の行ベクトルが張る部分空間と直交する方向 $\Delta\bar{\sigma}_\perp$ に対して入力パラメータは感度を持たない。

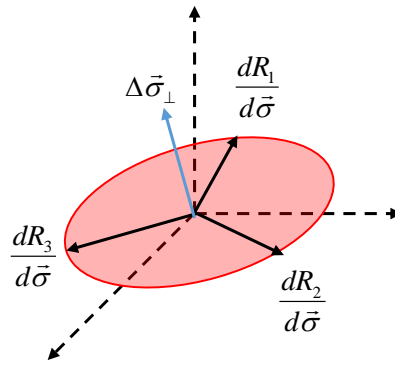


図 2.1 核特性の感度係数ベクトルの張る部分空間（楕円状の平面が部分空間）

本論分では、このような部分空間を Active Subspace (AS) と呼ぶ。このような AS の正規直交基底を並べた行列 \mathbf{Q} を用いると、(2.3)式の核特性の摂動量に関する式は次のように書きなおされる。

$$\begin{aligned}
 \Delta\bar{R} &= \mathbf{G}\Delta\bar{\sigma} \\
 &= \mathbf{G}(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\Delta\bar{\sigma} + (\mathbf{I} - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T)\Delta\bar{\sigma}) \\
 &= \mathbf{G}(\Delta\bar{\sigma}_\parallel + \Delta\bar{\sigma}_\perp) \\
 &= \mathbf{G}\Delta\bar{\sigma}_\parallel
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

ここで \mathbf{I} は n 行 n 列の単位行列で、正規直交基底の性質から部分空間に直交する成分は $\Delta\bar{\sigma}_\perp = (\mathbf{I} - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T)\Delta\bar{\sigma}$ となり、平行する成分は $\Delta\bar{\sigma}_\parallel = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\Delta\bar{\sigma}$ となる。(2.33)式は、核特性の摂動量は、入力パラメータの摂動のうち部分空間に平行する成分のみに依存するということを意味する。つまり、感度係数評価において、次式のように入力パラメータの摂動は部分空間基底の線形結合で与えればよく、自由度は入力パラメータの数から部分空間の基底の本数（次元数） r にまで削減される。

$$\Delta\vec{\sigma}_{//} = \mathbf{Q}\Delta\vec{\alpha} \quad (2.34)$$

展開係数 $\Delta\vec{\alpha}$ に対する感度係数行列は \mathbf{GQ} となる。また、任意の $\Delta\vec{\sigma}$ に対して $\Delta\vec{\sigma}_{\perp} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T)\Delta\vec{\sigma}$ は感度を持たないことから、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\mathbf{I} - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T)\Delta\vec{\sigma} &= 0 \\ \therefore \mathbf{G} &= \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T \end{aligned} \quad (2.35)$$

つまり、展開係数 $\Delta\vec{\alpha}$ に対して直接法のようにして感度係数行列 \mathbf{GQ} を求めた後、 \mathbf{Q} の転置行列を右から作用させれば求めたい感度係数行列を得ることが出来る。 \mathbf{GQ} は展開係数の次数 r 回だけ炉心解析をすれば求めることが出来るため、感度係数評価の計算コストは、直接法と比べると、入力パラメータ数から \mathbf{AS} 次元数に削減される。

一方で、実効増倍率は着目する体系の m 種類の核特性の関数であるとみなす。

$$k_{eff} = k_{eff}(R_1, \dots, R_m) \quad (2.36)$$

次に、微分チェーンルールを用いて(2.36)式の両辺を j 番目の入力パラメータ σ_j で微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial k_{eff}}{\partial \sigma_j} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial k_{eff}}{\partial R_i} \frac{\partial R_i}{\partial \sigma_j} \quad (2.37)$$

考慮する全ての入力パラメータについて(2.37)式を適用し、得られた感度係数を並べたベクトルを考えると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial k_{eff}}{\partial \vec{\sigma}} \right)^T &= \vec{g}_{k_{eff}}^T \\ &= \vec{g}_R^T \mathbf{G} \end{aligned} \quad (2.38)$$

ここで、 $\vec{g}_{k_{eff}}$ は実効増倍率の入力パラメータに対する感度係数ベクトル (n 次元の列ベクトル)

ル、 n : 入力パラメータ数)、 \bar{g}_k は実効増倍率の核特性に対する感度係数ベクトル (m 次元の列ベクトル、 m : 核特性数)、 \mathbf{G} は核特性の入力パラメータに対する感度係数行列 (n 行 m 列) である。

実効増倍率の感度係数が(2.38)式で与えられている場合、入力パラメータの摂動を核特性の AS に直交する方向に与えても、実効増倍率の摂動量は 0 となる。つまり、核特性の AS は実効増倍率の AS を含む。そこで、GPT-free では実効増倍率の AS が核特性の AS の良い近似を与えると仮定して、実効増倍率の AS 基底を求める。ただし、ある 1 組の入力パラメータセットに対して実効増倍率の感度係数はベクトルで与えられるため、このままでは AS は 1 次元となってしまう。

そこで GPT-free ではランダムサンプリングを利用する。まず、ランダムサンプリングにより r 個の入力パラメータセットを $\bar{\sigma}^{(1)}, \bar{\sigma}^{(2)}, \dots, \bar{\sigma}^{(r)}$ を得る。そして、その各々の入力パラメータセット $\bar{\sigma}^{(j)} (j=1, \dots, r)$ において、実効増倍率の感度係数を摂動論により評価する。

$$z_{ij} = \frac{\partial k_{eff}^{(j)}}{\partial \sigma_i^{(j)}} = -k_{eff}^{(j)2} \frac{\left\langle \phi^{\dagger(j)}, \left(\frac{\partial \mathbf{A}^{(j)}}{\partial \sigma_i^{(j)}} - \frac{1}{k_{eff}^{(j)}} \frac{\partial \mathbf{F}^{(j)}}{\partial \sigma_i^{(j)}} \right) \phi^{(j)} \right\rangle}{\left\langle \phi^{\dagger(j)}, \mathbf{F}^{(j)} \phi^{(j)} \right\rangle} \quad (2.39)$$

そして(2.39)式で得られる感度係数を要素に持つ n 行 r 列の行列 \mathbf{Z} を以下のように定義する。

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1r} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nr} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

\mathbf{Z} を特異値分解や QR 分解して得られる正規直交基底は、実効増倍率の感度係数ベクトルが張る部分空間、すなわち実効増倍率の AS となる。

GPT-free では、実効増倍率の感度係数の情報から AS を求め、入力パラメータの自由度を部分空間の次元にまで削減する。実効増倍率の感度係数は摂動論により比較的容易に求められる。したがって、GPT-free では、一般化摂動論を用いることなく、感度係数評価の計算コストを削減する。

GPT-free における適切な次元の見積もり方や、燃焼計算への発展手法については参考文献 [12],[13]が詳しい。

2.4. 軽水炉炉心解析への適用の課題

前節では、従来の感度係数評価手法として直接法と一般化摂動論、および GPT-free について説明した。これらの手法の長所と短所をまとめると以下ようになる。

表 2.1 感度係数評価手法の比較

	計算コスト	長所	短所
直接法	入力パラメータ数に比例	実行が容易	炉心解析に適さない
一般化摂動論	核特性数に比例	計算コストが 入力パラメータ数に非依存	計算機能を追加する必要がある フィードバック効果を考慮できない
GPT-free	サンプル数に比例	実行が比較的容易	随伴方程式を解く必要がある

直接法は、各入力パラメータに摂動を与えた炉心解析を行うだけで感度係数を評価することができ、実行が非常に容易である。しかし、計算コストが入力パラメータ数に比例し、微視的多群断面積のような膨大な数の入力パラメータに対しては計算時間の観点で実用的でない。

一般化摂動論は、計算コストが入力パラメータに非依存であるという長所を持つが、その理論は複雑で、特殊な計算機能を追加する必要がある。また、軽水炉炉心解析では、中性子輸送方程式を解く核計算以外に、熱水力計算を行う必要がある。軽水炉炉心解析では、核計算で求めた中性子束を入力として温度分布や減速材密度を熱水力計算で求め、その結果から断面積を更新して再び核計算を行う。このような反復計算において一般化摂動論は確立されておらず、したがって一般化摂動論の軽水炉炉心解析への適用は困難である。

GPT-free は、一般化摂動論を用いることなく、実効増倍率の感度係数の情報から巧妙に入力パラメータの自由度を削減し、後は削減された自由度の数だけ炉心解析を行えば感度係数を評価することが出来る。したがって、他の2つの手法と比較すると軽水炉炉心解析への適用性が期待できる。しかし、実効増倍率の感度係数を摂動論によって求めている。軽水炉炉心解析では、集合体計算で少数群均質化定数などの集合体核特性を求め、その集合体核特性を用いて炉心計算を行う。したがって、炉心体系における演算子の摂動を評価するには、集合体核特性の摂動を評価する必要があり、結果微視的多群断面積に対する摂動論の適用は軽水炉炉心解析では困難になる。

2.5. 本章のまとめ

本章では、まず感度係数と相対感度係数について述べ、感度係数行列について述べた。感度係数は、何らかのシミュレーションにおいて、入力パラメータの変動量とシミュレーション結果の変動量の比で与えられる。相対感度係数は、入力パラメータが単位パーセント変化量とシミュレーション結果のパーセント変化量の比で与えられる。感度係数行列は、感度係数を並べた行列で与えられる。感度係数行列を用いると、入力パラメータとシミュレーション結果が複数あるときに、表記が簡単になる。

感度係数の応用について述べた。炉心核特性の不確かさ定量評価手法として、入力パラメータの分散共分散行列に感度係数行列を作用させて求める手法について述べた。また炉心核特性の不確かさ低減手法として、断面積調整法について述べた。断面積調整法の基礎式中にも感度係数行列が現れ、感度係数の評価は不確かさ定量評価と不確かさ低減において非常に重要である。

感度係数評価手法として、直接法、一般化摂動論、**GPT-free** について述べた。直接法は、入力パラメータに摂動を与え、通常の炉心解析を行うことで感度係数を評価する手法である。一般化摂動論は、随伴演算子の性質を巧妙に利用することで、中性子束の変化を陰的に扱う手法である。**GPT-free** は、実効増倍率の感度係数の情報から **AS** を求め、入力パラメータの摂動を **AS** に圧縮することで、感度係数評価の計算コストを削減する。

最後に、従来の感度解析手法の特徴をまとめ、軽水炉炉心解析への適用の難しさについて述べた。

第3章 入力パラメータの自由度削減手法

前章では従来の感度係数評価法を述べた。直接法は、実行は容易だが、膨大な入力パラメータに対して実用的でなく、一般化摂動論は軽水炉炉心解析への適用は困難である。GPT-free は、Active Subspace 基底を用いて入力パラメータの摂動ベクトルを展開し、後は Forward 計算を AS 次元数だけ繰り返せばよく、AS が得られていれば実行が容易かつ計算コストも少ないため、他の2つ手法と比較すると軽水炉炉心解析への適用性が期待できる。しかし、GPT-free では AS の構築のために、実効増倍率に対して Adjoint 計算を必要とし、やはり軽水炉炉心解析へ適用が困難である。

そこで本研究では、入力パラメータを AS 基底で展開することで自由度（次元数）を削減するという基本的なアイデアは参考にし、温度点や燃焼度点を粗く取った近似集合体計算から得られる近似集合体核特性の感度係数行列を用いて AS 基底を構築すること提案する。近似集合体計算は計算コストが小さく、直接法により近似集合体核特性の感度係数を評価することは容易である。したがって、提案手法は一切の Adjoint 計算を必要とせず AS 基底を構築し、炉心核特性の感度係数評価における入力パラメータの自由度を削減する。このため、提案手法は軽水炉炉心解析への適用性が期待できる。

本章では、本研究で提案する手法として、集合体計算結果の感度係数行列を用いて AS 基底を構築する手法について説明し、さらに近似集合体計算結果の利用による計算コスト低減法について説明する。さらに、直接法による感度係数を参照値として、提案する自由度削減手法による感度係数の相対差異ノルムの定義について述べる。最後に本章のまとめを述べる。

3.1. 集合体計算結果を利用した Active Subspace 基底の構築

本節では、本研究で提案する、集合体計算結果を利用した Active Subspace 基底の構築法について述べる。

まず、入力パラメータに対する炉心核特性の相対感度係数は以下の式で与えられる。

$$g_{c,ij} = \frac{\sigma_j}{R_{c,i}} \frac{\partial R_{c,i}}{\partial \sigma_j} \quad (3.1)$$

ここで、 $R_{c,i}$ は i 番目の炉心核特性、 σ_j は j 番目の入力パラメータで、 $g_{c,ij}$ は感度係数行列の i 行 j 列の要素となる。

次に、(3.1)式の偏微分項を、集合体核特性を中間パラメータとして、微分のチェーンルールを用いて展開可能であると仮定して、炉心核特性の相対感度係数を次式のように展開す

る。

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_j}{R_{c,i}} \frac{\partial R_{c,i}}{\partial \sigma_j} &= \frac{\sigma_j}{R_{c,i}} \sum_{k=1}^l \frac{\partial R_{c,i}}{\partial R_{a,k}} \frac{\partial R_{a,k}}{\partial \sigma_j} \\ &= \sum_{k=1}^l \left(\frac{R_{a,k}}{R_{c,i}} \frac{\partial R_{c,i}}{\partial R_{a,k}} \right) \left(\frac{\sigma_j}{R_{a,k}} \frac{\partial R_{a,k}}{\partial \sigma_j} \right)\end{aligned}\quad (3.2)$$

ここで、 k 番目の集合体核特性であり、 l は展開に用いる集合体核特性の総数である。(3.2) 式の展開は、入力パラメータの摂動により集合体核特性が摂動し、その集合体核特性の摂動が炉心核特性に伝播することで、炉心核特性が摂動する場合に成り立つ。軽水炉炉心解析では、集合体計算を行って得られる均質化少数群断面積等の集合体核特性を用いて炉心計算を行っているため、(3.2) 式の展開は自然である。

(3.2) 式を良く見ると、入力パラメータに対する炉心核特性の相対感度係数は、集合体核特性に対する炉心核特性の相対感度係数と入力パラメータに対する集合体核特性の相対感度係数の積和で与えられている。したがって、入力パラメータの相対感度係数行列は、次式のように行列積によって与えることができる。

$$\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\sigma}) = \mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{R}_a) \mathbf{G}(\bar{R}_a \leftarrow \bar{\sigma}) \quad (3.3)$$

ここで、 $\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\sigma})$ は入力パラメータに対する炉心核特性の相対感度係数行列、 $\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{R}_a)$ は集合体核特性に対する炉心核特性の相対感度係数行列、 $\mathbf{G}(\bar{R}_a \leftarrow \bar{\sigma})$ は入力パラメータに対する集合体核特性の相対感度係数行列である。炉心核特性数を m 、集合体核特性数を l 、入力パラメータ数を n とすると、これらの行列はそれぞれ m 行 n 列、 m 行 l 列、 l 行 n 列の行列となる。 $\mathbf{G}(\bar{R}_a \leftarrow \bar{\sigma})$ は、炉心計算に先立って行われる集合体計算における集合体核特性の感度係数評価により得られる。

次に、 $\mathbf{G}(\bar{R}_a \leftarrow \bar{\sigma})$ に対して次式のように特異値分解を行う[25]。

$$\mathbf{G}(\bar{R}_a \leftarrow \bar{\sigma}) = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T \quad (3.4)$$

ここで、 \mathbf{U} は l 行 l 列のユニタリ行列、 \mathbf{V} は n 行 n 列のユニタリ行列、 \mathbf{D} は l 行 n 列の行列で、対角成分に特異値と呼ばれる正の値を持つ。特異値分解は、行列の低ランク近似や一般化逆行列の計算などへ応用される[26]。

(3.4) 式の特異値分解によって現れる行列 \mathbf{V} はユニタリ行列、つまり正規直交基底が各

列に並んだ行列である。この正規直交基底を用いて n 次元の入力パラメータの摂動ベクトルを、次式のように展開する。

$$\Delta\vec{\sigma} = \mathbf{V}\Delta\vec{\alpha} \quad (3.5)$$

ここで、 $\Delta\vec{\alpha}$ は展開係数であり、ここでは入力パラメータ数と同じ n 次元である。(2.3)式に(3.3)式～(3.5)を代入すると、炉心核特性の摂動量は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \Delta\vec{R}_c &= \mathbf{G}(\vec{R}_c \leftarrow \vec{\sigma})\Delta\vec{\sigma} \\ &= \mathbf{G}(\vec{R}_c \leftarrow \vec{R}_a)\mathbf{G}(\vec{R}_a \leftarrow \vec{\sigma})\mathbf{V}\Delta\vec{\alpha} \\ &= \mathbf{G}(\vec{R}_c \leftarrow \vec{R}_a)\mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T\mathbf{V}\Delta\vec{\alpha} \\ &= \mathbf{G}(\vec{R}_c \leftarrow \vec{R}_a)\mathbf{U}\mathbf{D}\Delta\vec{\alpha} \end{aligned} \quad (3.6)$$

ただし式変形において、 \mathbf{V} は n 行 n 列のユニタリ行列なので、 $\mathbf{V}^T\mathbf{V}$ は n 行 n 列の単位行列となることを利用した。

ここで次式のように、行列 \mathbf{D} について、 r 個の大きな特異値からなる対角行列 \mathbf{D}_r とそれ以外の小さな特異値からなる対角行列 \mathbf{D}_2 に分割する。

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_2 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

ここで、対角行列 \mathbf{D}_2 の特異値が対角行列 \mathbf{D}_r の特異値と比較して十分小さければ、対角行列 \mathbf{D}_2 はゼロ行列とみなすことができる。このとき、次式が成り立つ。

$$\mathbf{D}\Delta\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} d_1\Delta\alpha_1 \\ \vdots \\ d_r\Delta\alpha_r \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

ここで、 d は特異値である。

(3.8)式を(3.6)式に代入すれば、展開係数 $\Delta\vec{\alpha}$ の最初の r 個の要素以外は炉心核特性の摂動

に影響しないことがわかる。つまり、正規直交基底列 \mathbf{V} の初からの r 列目までの基底の方向には、炉心核特性は感度を持つが、それらに直交する方向に感度係数を持たない。つまり、 \mathbf{V} の r 列目までを取り出した n 行 r 列の行列 \mathbf{V}_r は、(2.33)式における行列 \mathbf{Q} に相当し、AS 基底であることがわかる。入力パラメータの摂動を、 r 個の展開係数を用いて $\Delta\bar{\sigma} = \mathbf{V}_r \Delta\bar{\alpha}_r$ と展開すると、展開係数に対する炉心核特性の感度係数行列は次式のように与えられる。

$$\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\alpha}_r) = \mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\sigma}) \mathbf{V}_r \quad (3.9)$$

展開係数は r 個であるので、展開係数に対する炉心核特性の感度係数行列は m 行 r 列となる。(2.35)式の \mathbf{Q} を \mathbf{V}_r に置き換えた上で、(2.35)式に(3.9)式を代入すれば、次式が得られる。なお、 $\mathbf{V}_r^T \mathbf{V}_r$ は r 行 r 列の単位行列となることを利用した。

$$\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\sigma}) = \mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\alpha}_r) \mathbf{V}_r^T \quad (3.10)$$

したがって、 $\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\alpha}_r)$ を評価することが出来れば、後は右から AS 基底ベクトル列の転置行列を作用させることで、炉心核特性の感度係数行列が評価できる。 $\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\alpha}_r)$ は、展開係数に対して r 回の炉心計算によって直接法のように感度係数を評価することで求めることができる。以上より、集合体核特性の感度係数行列から AS 基底を構築すれば、求めたい入力パラメータに対する炉心核特性の感度係数行列の計算コストを削減することが出来る。なお、(3.10)式では(3.3)式を仮定しているほか、(3.7)式において特異値を一部無視できるという仮定を置いている。このため、(3.10)式は厳密には近似式であり、AS の次元数 r をどの程度取るかによって近似精度が変化する。

以上が集合体核特性の感度係数行列を利用した炉心核特性の感度係数行列評価の入力パラメータの自由度削減手法と、それを用いた感度係数評価手法である。計算手順をまとめると以下のようなになる。

- 1) 集合体核特性の感度係数行列 $\mathbf{G}(\bar{R}_a \leftarrow \bar{\sigma})$ を評価する。
- 2) $\mathbf{G}(\bar{R}_a \leftarrow \bar{\sigma})$ を特異値分解し、 r 次元の AS 基底 \mathbf{V}_r を得る。
- 3) 入力パラメータを $\Delta\bar{\sigma} = \mathbf{V}_r \Delta\bar{\alpha}_r$ と展開し、展開係数に対する炉心核特性の感度係数行列 $\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\alpha}_r)$ を評価する。
- 4) (3.10)式によって炉心核特性の感度係数行列 $\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{\sigma})$ を評価する。

なお、集合体核特性には原子数密度や種々の均質化断面積など様々あり、どの集合体核特性を利用するかによって、着目する炉心核特性に対して(3.3)式の近似が成り立つかどうかが変わる。このため、手順 1)においてどの集合体核特性を考慮するということにも注意が必要である。

以上の手順を全て Forward 計算のみで行う場合、手順 1)は直接法によって入力パラメータに対する集合体核特性の感度係数行列評価が必要となり、手順 3)では展開係数に対する炉心核特性の感度係数行列評価が必要となる。つまり、手順 1)では n 回の集合体計算を、手順 3)では r 回の集合体計算と炉心計算が必要となる。したがって、ある一つ炉心における感度係数行列評価に必要な集合体計算回数は $n + r$ 回、炉心計算回数は r 回となる。つまり、上記の手順では、炉心解析のうち、炉心計算回数のみ低減されていることとなる。

3.2. 近似集合体計算による計算コストの低減

前節で述べたとおり、集合体核特性の感度係数行列を利用した自由度削減手法では、炉心計算回数は低減されるものの、集合体計算回数は低減されない。集合体核特性は、燃焼度、燃料温度、減速材温度、ボイド率、ホウ素濃度、制御棒の挿入・引き抜きなどの様々な条件を考慮してテーブル化される。考慮する条件が増えたり詳細化されたりすると、テーブル点が多くなり、その分集合体計算コストが増大する。一般的な軽水炉解析では集合体計算に要するコストは比較的大きいことから、前節で提案した手法では炉心核特性の感度係数評価の計算効率の著しい向上は図れない。

そこで、本研究では(3.3)式の仮定を導入するほかに、集合体核特性の感度係数行列を用いる代わりに、燃焼度や温度点を粗く取った近似集合体計算によって得られる近似集合体核特性の感度係数行列を用いる手法を提案する。本節では、その概要について述べる。

まず、簡単のため集合体核特性を燃焼度に対してのみテーブル化するとする。ある入力パラメータに対して摂動前と摂動後の集合体核特性の燃焼度依存性が次の図のようになっているとする。

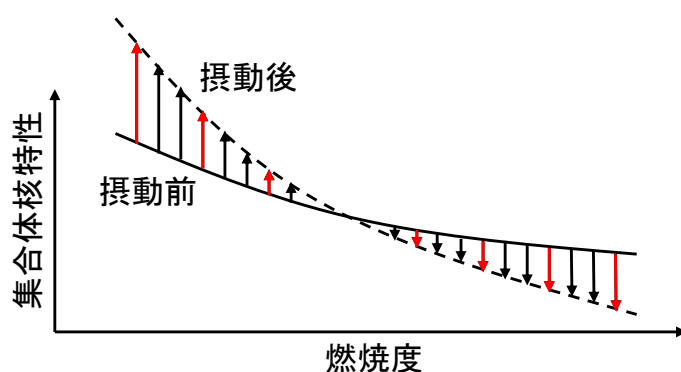


図 3.1 集合体核特性の摂動前後の燃焼度依存性の概念図

上図で、実線は摂動前の集合体核特性の燃焼度依存性を、破線は摂動後の集合体核特性を示している。また、黒矢印は詳細燃焼度テーブル点での集合体核特性の摂動の方向とその大きさを示しており、赤矢印は粗燃焼度テーブル点での集合体核特性の摂動の方向とその大きさを示している。

さを示している。上図では入力パラメータの軸を示していないため二次元的な図になっているが、各矢印はこの集合体核特性の入力パラメータに対する感度係数ベクトルに対応する。

ここで、ある粗燃焼度テーブル点について、隣り合う粗燃焼度テーブル点の幅が十分小さい時について考える。このとき、ある粗燃焼度テーブル点の周りでは、隣り合う粗燃焼度テーブル点まで、燃焼度に対して集合体核特性は線形に変化するとみなせる。したがって、粗燃焼度テーブル点間の詳細燃焼度テーブル点での集合体核特性の値は、粗燃焼度点における集合体核特性の線形結合で与えられる。つまり、詳細燃焼度テーブル点における集合体核特性の感度係数ベクトルは、その点をはさむ粗燃焼度テーブル点における集合体核特性の感度係数ベクトルの線形結合で与えられる。このため、粗燃焼度テーブル点における集合体核特性の感度係数ベクトルが張る部分空間 \mathbf{V}_c は、詳細燃焼度テーブル点における集合体核特性の感度係数ベクトルが張る部分空間 \mathbf{V}_f を良く近似することができる。

$$\mathbf{V}_f \approx \mathbf{V}_c \quad (3.11)$$

(3.11)式は、粗燃焼度点における集合体核特性の感度係数行列から得られる AS 基底は、詳細燃焼度点における集合体核特性の感度係数行列から得られる AS 基底を含むことを意味しており、AS 基底構築には粗燃焼度点における感度係数ベクトルの情報があれば十分であるということの意味している。

しかし、上記の議論では詳細燃焼ステップで集合体計算を行うことを仮定している。詳細燃焼ステップでの集合体計算から得られた結果のうち、粗燃焼ステップでの集合体核特性の感度係数行列を用いるだけでは、集合体計算の計算コストは変わらず、結果 AS 基底構築の計算コストは低減されない。そこで本研究では、燃焼ステップそのものを粗くした粗燃焼ステップを用いた集合体計算から得られる近似集合体核特性の感度係数行列を代用することを提案する。

集合体計算は、中性子束を求める中性子輸送計算と、中性子束から核種毎の微視的反応率を求め原子数密度変化を計算する燃焼計算を交互に繰り返す。燃焼計算では、ある期間では中性子束（中性子スペクトル）が一定であると仮定して燃焼方程式を解くが、中性子束は原子数密度に依存する。このため、集合体核特性の燃焼度依存性を正確に求めるには、詳細な燃焼ステップを考慮する必要がある。しかし、本研究では、集合体核特性値の正確な評価ではなく、AS 基底の構築が目的である。粗燃焼ステップで得られる近似集合体核特性の感度係数が、詳細燃焼ステップで得られる集合体核特性の感度係数の良い近似となれば、粗燃焼ステップ計算で得られる近似集合体核特性の感度係数行列で十分良い AS 基底を構築することが可能となる。文献[28]では燃焼後の燃料集合体の実効増倍率の感度係数について、粗燃焼ステップによる感度係数ベクトルは、詳細燃焼ステップによる感度係数ベクトルを良

く再現できることが示されており、粗燃焼ステップを用いた近似集合体計算によって得られる近似集合体核特性の感度係数行列を用いて AS 基底を構築することが出来ると考えられる。

以上では燃焼度点についてのみ述べたが、本研究では、他のテーブル点についても同様に粗テーブル点における近似集合体核特性で代用可能であるとする。近似集合体核特性の感度係数行列を得るために必要な近似集合体計算の回数は入力パラメータ数 n に依然として比例しているが、テーブル点を粗く取るため、近似集合体計算では中性子輸送計算を行う回数大幅に削減され、結果近似集合体核特性の感度係数評価の計算コストは大幅に低減される。つまり、Forward 計算のみで AS 基底を構築し、この点が GPT-free と異なる。計算手順は、前節で示した手順について、詳細計算で得られる集合体核特性の感度係数行列を、近似計算で得られる近似集合体核特性の感度係数行列に置き換えればよい。

なお、(3.11)式では線形補間が可能であることが仮定されており、近似集合体核特性の代用は、詳細計算による集合体核特性の感度係数行列を良く再現する場合にのみ限られる。このため、例えば可燃性毒物入りの集合体では実効増倍率が燃焼度に対して変化が大きく、特に燃焼初期において燃焼ステップを粗く取ると可燃性毒物の減少量を過小評価し、結果感度係数を上手く再現できないことがあり、粗テーブル点の設定には注意を要する場合がある。

3.3. 感度係数の差異ノルム

本研究で提案する入力パラメータの自由度削減手法では、次の仮定を用いている。

- 1) (3.3)式のように、集合体核特性感度係数行列を用いて炉心核特性感度係数行列を分解することができる。
- 2) 集合体感度係数行列の特異値のうち、 $r+1$ 番目以降の小さい特異値は 0 とみなせる。
- 3) 詳細テーブル点での集合体核特性が、粗テーブル点での集合体核特性で線形補間可能であり、(3.11)式が成り立つ。
- 4) 詳細集合体計算で得られる集合体核特性の感度係数行列を、近似集合体計算で得られる近似集合体核特性の感度係数行列は良く再現できる。

したがって、本手法によって得られる炉心集合体核特性感度係数行列は近似的なものである。

目標精度や許容可能な計算コストはどの程度であるかは、どのような目的で感度係数行列を利用するかによって変わる。そこで本研究では、AS の次元数 r に対して近似の精度がどの程度であるかを定量評価し、計算コストと近似精度との関係について知見を得ることとする。本研究では、感度係数行列の行ベクトルについて、直接法で得られた結果を参照値として、以下のように相対差異ノルムを定義する。

$$e_r = \frac{\|\bar{\mathbf{g}}_r - \bar{\mathbf{g}}_{ref}\|}{\|\bar{\mathbf{g}}_{ref}\|} \quad (3.12)$$

ここで、 r はAS次元数、 $\bar{\mathbf{g}}_r$ は r 次元のASを用いて得られる感度係数行列の行ベクトル、 $\bar{\mathbf{g}}_{ref}$ は直接法によって得られる感度係数行列の行ベクトル、 $\|\bar{\mathbf{a}}\|$ はベクトル $\bar{\mathbf{a}}$ に対するL2ノルムを与える。提案手法で得られる感度係数行列が、直接法で得られる感度係数行列と等しければ、(3.12)式で与えられる相対差異ノルムは0に近くなる。このため、本研究では(3.12)式を用いて近似精度を定量評価する。

提案手法では、AS基底で入力パラメータを展開したのち、展開係数に対して差分近似を適用して感度係数行列を評価する。このため、線形性が成り立つ場合にはある次元で感度係数行列を完全に再現できるASが得られていたとしても、非線形効果や数値誤差のために再現性が低下することがある。したがって、(3.12)式による相対差異ノルムが大きい時に、その原因が非線形効果や数値誤差にあるのか、あるいはAS基底自体にあるのかを特定することが出来ない。そこで、次式でも相対差異ノルムを評価する。

$$e_{theory,r} = \frac{\|\mathbf{V}_r \mathbf{V}_r^T \bar{\mathbf{g}}_{ref} - \bar{\mathbf{g}}_{ref}\|}{\|\bar{\mathbf{g}}_{ref}\|} = \frac{\|(\mathbf{I} - \mathbf{V}_r \mathbf{V}_r^T) \bar{\mathbf{g}}_{ref}\|}{\|\bar{\mathbf{g}}_{ref}\|} \quad (3.13)$$

(3.13)式右辺の分子は、直接法で得られた感度係数行列の行ベクトルのASに対して直交する成分を表しており、非線形効果や数値誤差を除いた、AS基底による感度係数行列の再現性の理論値を与える。実際には直接法の結果にも同様に非線形効果や数値誤差が含まれるが、本研究では直接法を参照値として(3.12)式および(3.13)式を用いて、近似精度について議論する。

3.4. 本章のまとめ

本章では、Active Subspace基底を構築する手法として、(3.3)式を仮定して集合体核特性の感度係数行列に特異値分解を適用する手法を提案し、その理論を説明した。また、Forward計算のみを用いたAS基底構築の計算コスト削減のために、近似集合体核特性感度係数行列を利用する手法を提案し、理論について説明した。この手法により、GPT-freeとは異なり、Forward計算のみでAS基底を構築することが可能である。

最後に直接法を参照値として、相対差異ノルムを定義した。定義した相対差異ノルムを用いて、提案手法による感度係数行列の近似精度の定量評価が可能となる。

第4章 簡易炉心での検証計算

本章では、3章で提案したAS基底構築法を適用した感度係数評価法の妥当性確認のための検証計算について述べる。検証計算は、小規模な簡易炉心体系の解析を対象とし、詳細テーブル点による集合体核特性を用いる場合と、粗テーブル点による近似集合体核特性を用いる場合について行なう。4.1節では、集合体の種類と簡易炉心体系についての説明を述べる。4.2節では、詳細集合体計算と近似集合体計算について燃焼ステップ幅等の条件を示し、炉心計算条件について述べる。4.3節で計算結果と考察を述べる。

4.1. 計算体系

本節では検証計算に用いた3種類の集合体と、それらの集合体からなる2次元の簡易炉心体系について述べる。

4.1.1. 集合体体系

以下の3種類の燃料集合体を用いた。

- ・ PWR用 2.0wt% UO₂ 燃料
- ・ PWR用 4.0wt% UO₂ 燃料
- ・ PWR用 4.3wt%-f MOX 燃料

これら3種類の燃料集合体は、燃料棒の組成のみ異なり、幾何形状は表4.1に示す値を共有している。表4.1の値は文献[29]を参考にした。この検討で用いた集合体は、炉内計装案内管および制御棒案内管は同じ形状を持ち、被覆管内径と燃料棒外径は等しいとしている。

表 4.1 燃料集合体の幾何形状

燃料棒配列	17×17
燃料棒数	264
制御棒案内管数	24
計装案内管	1
案内管外径[mm]	12.20
案内管内径[mm]	11.40
被覆管外径[mm]	9.50
燃料棒直径[mm]	8.56
燃料棒ピッチ[mm]	12.6
燃料集合体ピッチ[mm]	214.2

また、燃料密度および集合体平均重核種重量比は以下の表のようになっている。UO₂ 燃料

の燃料密度は、濃縮度によらず理論密度の約 95%であるとした[30]。MOX 燃料の Pu 同位体重量比は文献[31]を参考にした。

表 4.2 燃料密度および集合体平均重核種重量比

集合体タイプ	燃料密度 [g/cm ³]	集合体平均重核種比 [wt%]
UO ₂ 2.0wt%	10.40	U-234: 0.0160, U-235: 2.0000, U-238: 97.9840
UO ₂ 4.0wt%		U-234: 0.0320, U-235: 4.0000, U-238: 95.9680
MOX 4.3wt%-f	10.41	U-234: 0.0150, U-235: 0.1908, U-238: 95.2219, Pu239: 4.2923, Pu240: 0.2706, Pu-241:0.0183, Pu-242: 0.0046

4.1.2. 簡易炉心体系

簡易炉心体系は、次の図に示すように、水のみからなる水反射体と前項に記載した 3 種類の集合体からなる 2 次元炉心とした。

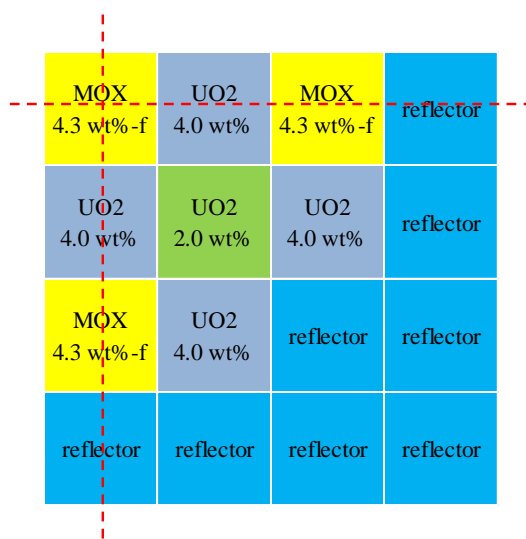


図 4.1 簡易炉心体系 (1/4 炉心、reflector は水反射体)

なお、炉心は図中の赤破線に関して対称であり、外周部は完全反射境界としている。燃料集合体は全て未燃焼である。

4.1.3. 使用した核計算コード

本検証では、炉心解析コードとして CASMO-4 および SIMULATE-3 を用いた[32],[33]。CASMO-4 は、Characteristics 法に基づいた 2 次元多群輸送計算コードであり、軽水炉の集合体体系に対して燃焼を含めた核計算を行い、均質化断面積テーブルを作成することができる。CASMO-4 にはエネルギー群数 70 の微視的多群断面積ライブラリである L-library が用意されており、本研究では L-library の断面積を入力パラメータとした。SIMULATE-3 は、近代ノード法に基づく 2 群 3 次元炉心計算コードであり、CASMO-4 で得られた均質化断面積テーブルを用いることで燃焼や熱水力フィードバックを考慮した炉心計算が可能である。

本検証では、L-library の断面積に摂動を与えて CASMO-4 で集合体計算を行うことで、摂動後集合体核特性を評価し、集合体核特性感度係数行列を評価する。さらに、L-library の断面積に摂動を与えて CASMO-4/SIMULATE-3 という一連の解析を行うことで、炉心核特性の感度係数行列を評価する。

4.2. 計算条件

本節では着目する入力パラメータについて述べ、詳細・近似集合体計算条件と AS 基底構築に用いる集合体核特性について述べる。また、炉心計算条件について述べる。

4.2.1. 入力パラメータ

着目する入力パラメータは、表 4.3 に示すような L-library の 18 の重核種、4 つの反応に対する 70 群微視的多群断面積、計 5040 種類とした。表中の整数は断面積の番号を意味している。表の上から i 行目の核種の、 j 列目の反応の g 群の断面積の番号 N は、次式のように与えられる。

$$N = 280 \times (i - 1) + 70 \times (j - 1) + g \quad (4.1)$$

例えば U-238 の 27 群捕獲断面積は、4 行目の核種の 1 列目の 27 群の断面積であるので、867 番となる。

表 4.3 着目入力パラメータ

Nuclide	Capture	Fission	Scattering	ν
U-234	1-70	71-140	141-210	211-280
U-235	281-350	351-420	421-490	491-560
U-236	561-630	631-700	701-770	771-840
U-238	841-910	911-980	981-1050	1051-1120
Np-237	1121-1190	1191-1260	1261-1330	1331-1400
Pu-238	1401-1470	1471-1540	1541-1610	1611-1680
Pu-239	1681-1750	1751-1820	1821-1890	1891-1960
Pu-240	1961-2030	2031-2100	2101-2170	2171-2240
Pu-241	2241-2310	2311-2380	2381-2450	2451-2520
Pu-242	2521-2590	2591-2660	2661-2730	2731-2800
Am-241	2801-2870	2871-2940	2941-3010	3011-3080
Am-242	3081-3150	3151-3220	3221-3290	3291-3360
Am-243	3361-3430	3431-3500	3501-3570	3571-3640
Cm-242	3641-3710	3711-3780	3781-3850	3851-3920
Cm-243	3921-3990	3991-4060	4061-4130	4131-4200
Cm-244	4201-4270	4271-4340	4341-4410	4411-4480
Cm-245	4481-4550	4551-4620	4621-4690	4691-4760
Cm-246	4761-4830	4831-4900	4901-4970	4971-5040

4.2.2. 集合体計算条件

ホウ素濃度は 600 ppm、燃料温度は 900.0 K、減速材温度は 581.0 K、被覆管温度は 619.3K とした。燃焼は 0.0 GWd/t~70.0 GWd/t を考慮した。

AS 基底について比較を行うため、詳細テーブル点による集合体計算と、粗テーブル点による近似集合体計算を行った。詳細燃焼度点の設定は CASMO-4 のデフォルトの値を使用し、38 点とした[34]。粗燃焼度点は、0.0, 0.1, 1.0, 5.0, 35.0, 70.0 GWd/t の 6 点とした。粗燃焼度点は、燃焼度が大きくなるごとに幅を大きく設定しているが、これは実効増倍率が燃焼初期の方が急峻に変化することを考慮したためである。ホウ素濃度等の他のテーブル点は以下の値を用いた。

ホウ素濃度 : 0.0, 1200.0, 2400.0 ppm

燃料温度 : 556 K

減速材温度 : 556 K

3 種類の集合体に対する詳細集合体計算および近似集合体計算の CASMO-4 の入力ファイルは Appendix.A に記載する。近似集合体計算の粗テーブル点の設定は、入力ファイル中の COE カードに記載されている。この入力ファイルを用いて、3 種類の集合体について近似集合体計算を 1 回ずつ行うのに要する計算時間は、詳細集合体計算を 1 回ずつ行うのに要する計算時間と比較して、約 10 分の 1 程度であった。

4.2.3. 集合体核特性相対感度係数行列評価

AS 基底を構築するために使用する集合体核特性は、3 種類の集合体の各燃焼度点における巨視的 2 群均質化断面積（拡散係数、捕獲断面積、核分裂断面積、生成断面積、除去断面積、 ν 値）とした。SIMULATE-3 では炉内の中性子束分布を、巨視的均質化断面積を用いて計算するため、巨視的均質化断面積は AS 基底を得る上で重要な集合体核特性である。集合体核特性数は、詳細集合体計算で 5640 個、近似集合体計算で 1080 個である。

詳細集合体計算条件と近似集合体計算条件のそれぞれについて、表 4.3 の各断面積に 10% 摂動を与え、3 種類の集合体について 5040 回の集合体計算（計 $3 \times 5040 = 15120$ 回）を行い、着目集合体核特性の相対感度係数行列を評価した。詳細集合体計算によって得られる集合体核特性の相対感度係数行列は 5640 行 5040 列で、近似集合体計算によって得られる近似集合体核特性の相対感度係数行列は 1080 行 5040 列である。

4.2.4. 炉心計算

炉心計算は以下の条件について行った。

- イ) 燃焼なし、熱水カフィードバックなし
- ロ) 燃焼あり、熱水カフィードバックあり

これらの条件において、提案手法によって炉心核特性の感度係数を求め、相対差異ノルムを評価することによって、様々な条件における提案手法の妥当性を確認することが出来る。

各条件に対する SIMULATE-3 の入力ファイルを Appendix B に記載する。燃焼度点の区切り方や収束条件は入力ファイルに記載している。

4.2.5. 提案手法による炉心核特性感度解析

集合体核特性の相対感度係数行列を特異値分解して得られる右特異ベクトル列を AS 基底とし、展開係数の摂動量を 0.1 として展開係数に対する相対感度係数行列を求め、(3.10) 式により炉心核特性の相対感度係数行列を評価した。AS 次元数 r は、1, 5, 10, 20, 50, 100, 200 と変化させ、(3.12)式および(3.13)式によって相対差異ノルムを評価した。

感度係数の参照値は各入力パラメータに 10% 摂動を与え、5040 回の炉心計算を行い直接法により評価した。

4.3. 結果・考察

本節では、4.3.1～4.3.2 項にて、各条件における炉心核特性の感度係数について、詳細集合体計算を用いた提案手法によって得られた結果を示し、直接法で得られた参照値と比較を行う。この検証を通じて、(3.3)式のような、炉心核特性感度係数行列が集合体核特性感度係数行列によって分解できるという仮定の妥当性を確認することが出来る。4.3.3 項において、詳細集合体計算を用いた際の相対差異ノルムの次元依存性と、近似集合体計算を用いた際の相対差異ノルムの次元依存性ととの比較を行う。この比較を通じて、提案手法における近

似集合体計算の利用の妥当性を確認することが出来る。

4.3.1. 燃焼なし・熱水力フィードバックなし

本項では、条件イ) における炉心計算で得られる実効増倍率および炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の相対出力の相対感度係数について述べる。この集合体に着目した理由は、無限体系を仮定する集合体計算とは異なる、燃料配置の効果について検討するためである。未燃焼の UO₂ 燃料集合体の集合体計算は、一切 Pu 同位体を含まないものとして計算する。したがって、UO₂ 燃料集合体の集合体核特性は Pu 同位体に対する感度は持たない。しかし、図 4.1 に示す簡易炉心では、4.0wt% の UO₂ 燃料集合体は Pu 同位体を含む MOX 燃料と隣接しており、結果この 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の相対出力も Pu 同位体に対して感度を持つ。したがって、MOX 燃料集合体に隣接する UO₂ 燃料集合体に着目することで、燃料集合体の配置が影響する場合での、提案手法の妥当性を検討できる。

まず、以下に実効増倍率の相対感度係数を示す。ただし、横軸は表 4.3 の番号を取っている。実効増倍率は、体系全体の核分裂による中性子の発生数と漏れや吸収による中性子の消滅数との比で与えられる。このため、核分裂断面積や ν 値に対しては正の感度を、捕獲断面積に対しては負の感度を持つ。図 4.2A および図 4.2B を見ると、提案手法により感度を持つ断面積とその大小関係が、おおむね一致していることがわかる。これは、均質化断面積を用いた実効増倍率の(3.3)式の展開の仮定が妥当であることを示している。炉心体系の実効増倍率は、炉心計算における演算子（均質化断面積など）と炉心計算で得られた少数群中性子束との内積で与えられる。また、炉心計算は均質化断面積を入力として行われる。したがって、均質化断面積の AS を用いることで、実効増倍率の相対感度係数を良く再現できる。

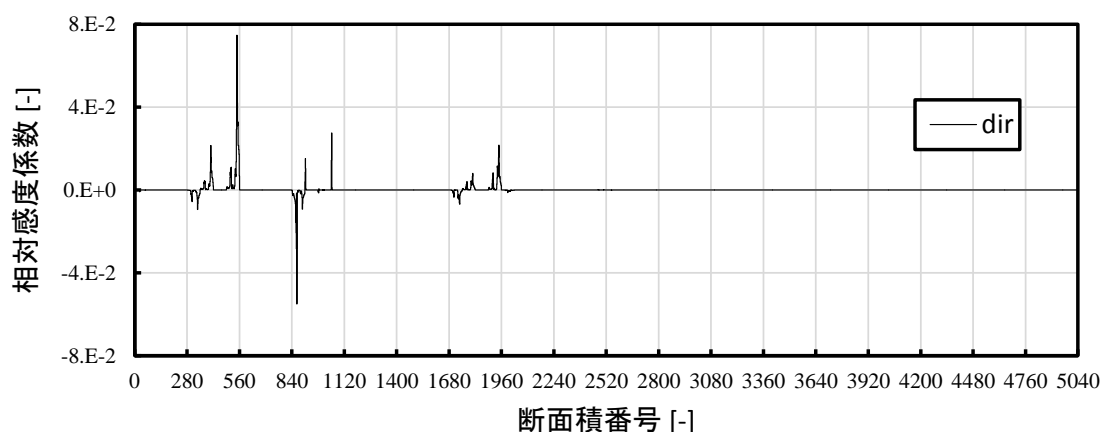


図 4.2A 実効増倍率の相対感度係数（直接法）

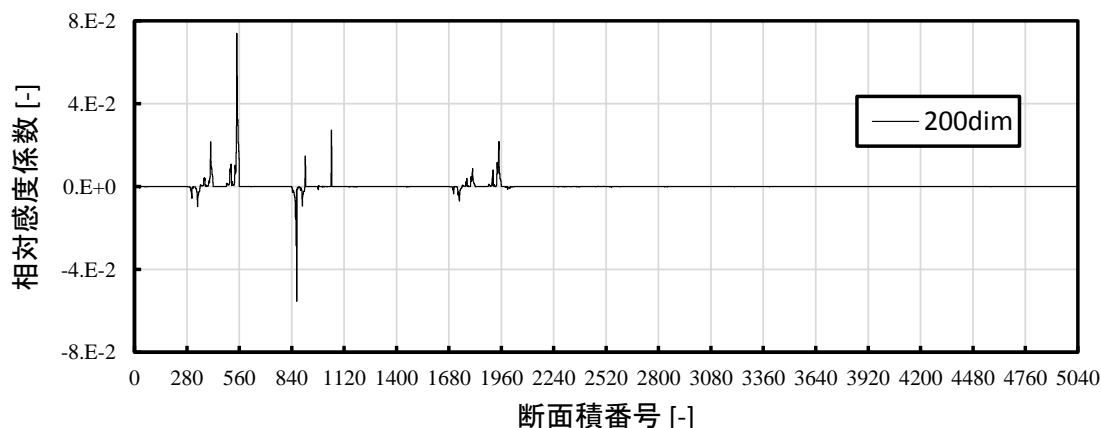


図 4.2B 実効増倍率の相対感度係数（提案手法 200 次元）

次に、条件イ)における実効増倍率の相対感度係数について、横軸に参照値を、縦軸に提案手法によって得られた値をプロットした図を示す(図 4.3)。この図は、プロット点が斜め 45 度線に近いほど両者が一致していることを示す図である。図中の dim は AS の次元数を意味し、図には 1 次元、5 次元、20 次元の結果を示している。この図から、次元を増やすごとにプロット点が斜め 45 度線に近づき、再現性が向上していることがわかる。

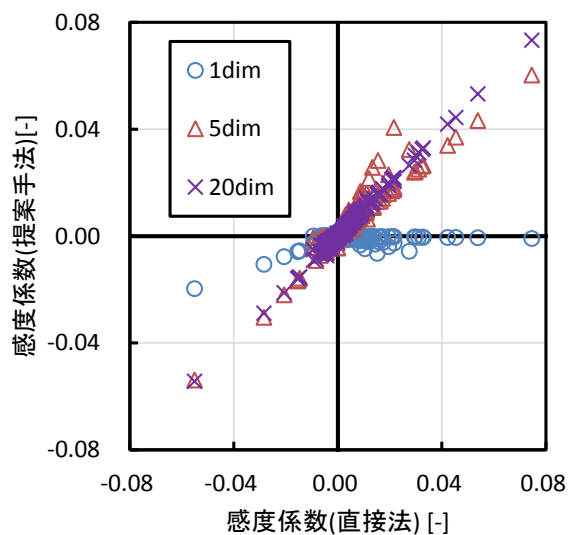


図 4.3 実効増倍率の相対感度係数の比較

次に、条件イ)の実効増倍率の感度係数について、(3.12)式による相対差異ノルム（実験値）と、(3.13)式による相対差異ノルム（理論値）の次元依存性を示す(図 4.4)。図 4.4 から、相対差異ノルムは次元を増やすごとに減少し、実験値および理論値共に 50 次元（すなわち 50 回の炉心計算）で 2%程度の相対差異ノルムにまで減少することがわかる。

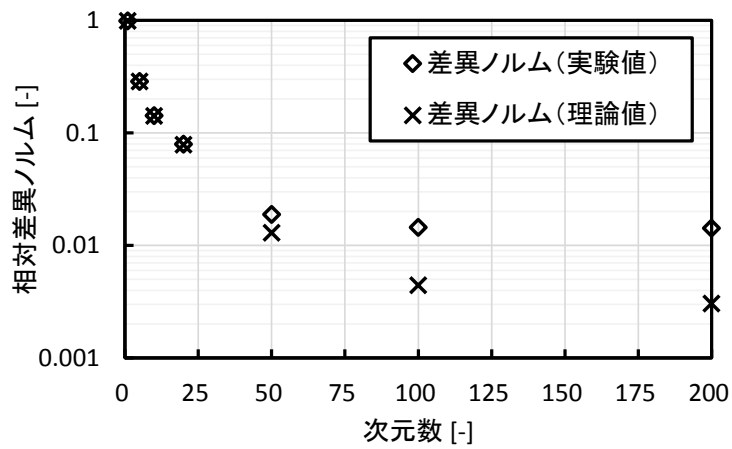


図 4.4 実効増倍率の相対感度係数の相対差異ノルム

また、図 4.4 からわかるとおり、AS 次元数が増えるごとに、相対差異ノルムの実験値と理論値の差が広がり、実験値の方が理論値に比べ大きい値となっている。この原因について考察するため、展開係数に対する相対感度係数について、差分近似で得られる値(実験値)と、(3.9)式のように参照値に AS 基底を作用させて得られる理論値を比較した。

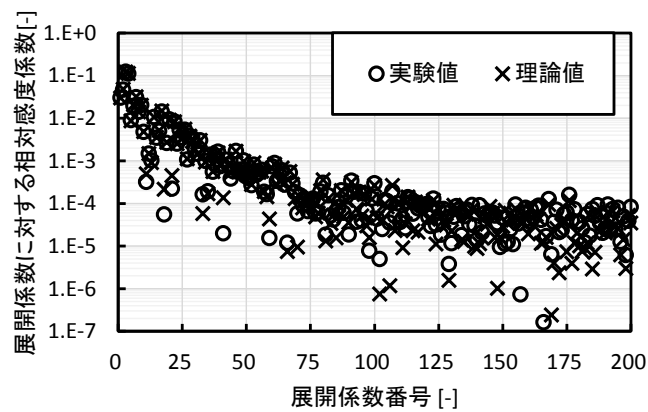


図 4.5 展開係数に対する実効増倍率の相対感度係数

図 4.5 の横軸は、展開係数の番号を示しており、例えば横軸が 25 の位置のプロット点は、AS 基底の 25 番目の展開係数に対する相対感度係数の絶対値を示している。展開係数に対する条件イ) の実効増倍率の相対感度係数は、展開係数番号が大きくなる毎に小さくなっているが、実験値と理論値の値が異なる部分がある。展開係数に対する相対感度係数の、実験値と理論値の相対差異の絶対値をプロットすると次の図のようになる。

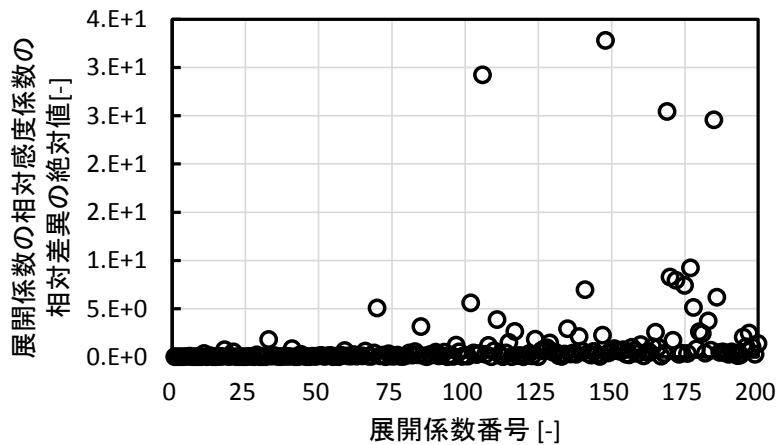


図 4.6 展開係数に対する実効増倍率の相対感度係数の
実験値と理論値の相対差異の絶対値

この図から、展開係数番号が大きいところで相対差異が大きくなっていることがわかる。したがって、展開係数番号が大きくなると差分近似誤差が大きくなり、結果次元数を増やしても近似精度が向上しないため、条件イ)の実効増倍率の感度係数の相対差異ノルムの実験値は、理論値と比較して次元数を大きくしても減少しないこととなる。

CASMO-4の収束条件は1pcm (0.001%)であり、またSIMULATE-3は単精度で計算を行っている。図4.5を見ると、100次元以上の展開係数に対する相対感度係数は $10^{-6} \sim 10^{-7}$ 程度であり、実効増倍率の相対差異ノルムの実験値と理論値が一致しない理由は、摂動量が小さく数値誤差が発生したためといえる。

次に、炉心外周部の4.0wt% UO₂燃料集合体の相対出力についても、同様に結果を示す。

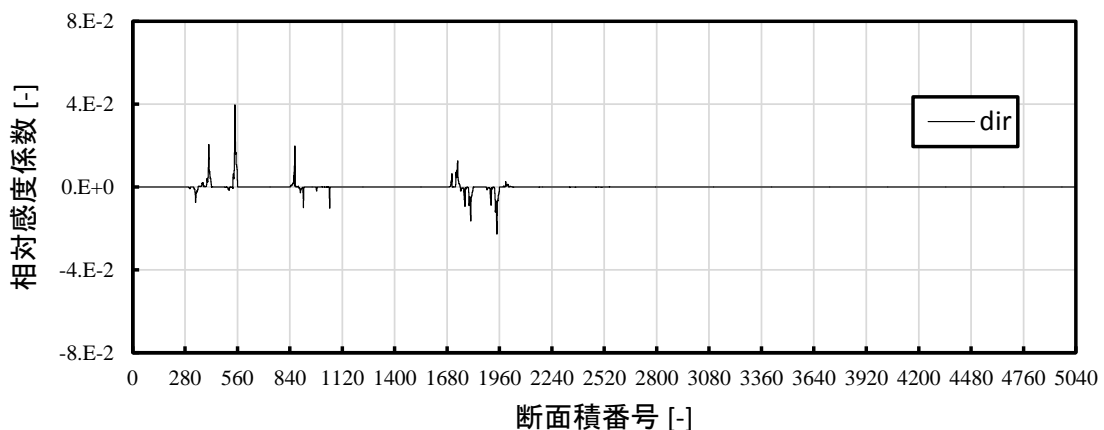


図 4.7A 炉心外周部の4.0wt% UO₂燃料集合体の
相対出力の相対感度係数 (直接法)

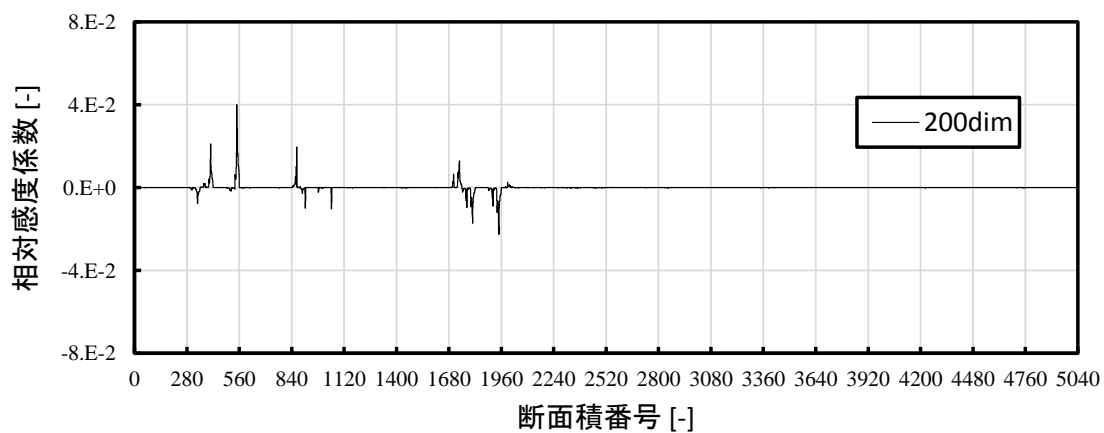


図 4.7B 炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
相対出力の相対感度係数 (提案手法 200 次元)

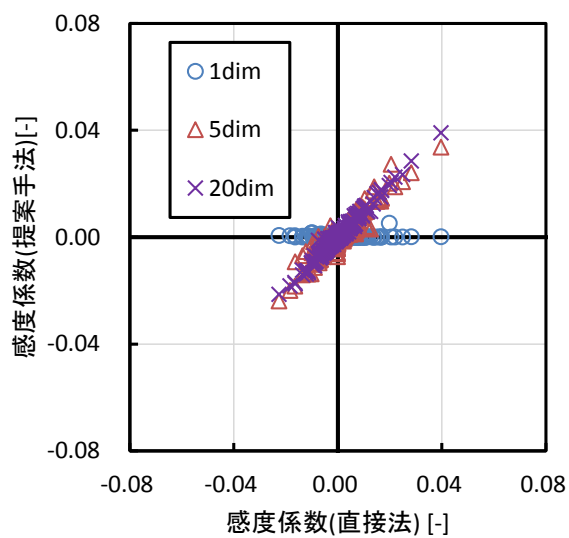


図 4.8 炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
相対出力の相対感度係数の比較

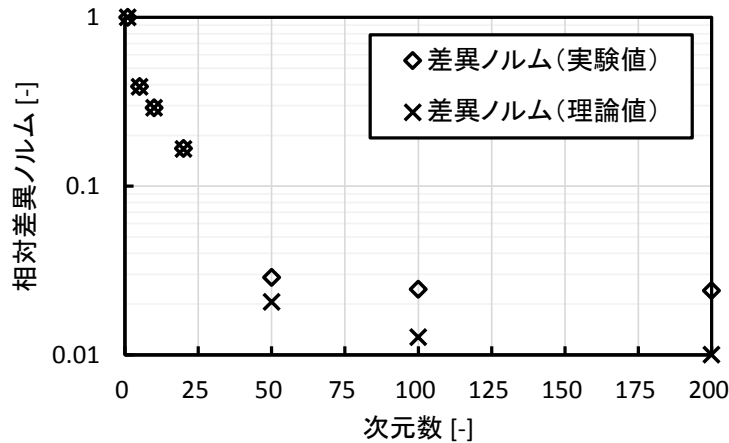


図 4.9 炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
 相対出力の相対感度係数の相対差異ノルム

以上の結果から、炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の相対出力の相対感度係数についても、実効増倍率と同様の結果が得られた。また図 4.7 より、横軸の番号 1680~1960 の Pu-239 の断面積に対する相対感度係数が良く再現されており、燃料の配置による影響を上手く考慮できていることがわかった。これは、炉心計算が集合体計算で得られる均質化断面積を用いて行われるため、相対出力のような燃料集合体の配置によって影響される炉心核特性に対しても(3.3)式の仮定が良く成り立つためであるといえる。

以上では、未燃焼・フィードバックなしの条件において、体系全体の積分値である実効増倍率と、空間分布を持つ相対出力について、相対感度係数を評価した。提案手法は、直接法と比較して、次元数を大きく取るごとに直接法の結果に近づき、50 次元で数%程度の差異ノルムを達成できることを確認した。次元が大きくなると、展開係数に対する相対感度係数評価時に数値誤差が生じ、差異ノルムが減少しなくなることも確認した。また集合体の相対出力の相対感度係数の評価結果から、出力分布に対しても(3.3)式の仮定が妥当であることを確認した。

4.3.2. 燃焼あり・熱水力フィードバックあり

前項では、熱水力フィードバックなしの場合の未燃焼時の実効増倍率および相対出力の相対感度について結果と考察を述べた。本項では、熱水力フィードバックを考慮した際の、燃焼度 20GWd/t における実効増倍率および相対出力の相対感度係数について結果を示す。軽水炉炉心解析では、燃焼および熱水力フィードバックが考慮されるため、本項の検証を通じて、軽水炉炉心解析における提案手法の妥当性を検討できる。着目する集合体は前項の検討と同様、炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料とする。

まず、燃焼度 20GWd/t における実効増倍率の相対感度係数の評価結果を図 4.10 に示す。20GWd/t における実効増倍率は、主に U-235 (281~560 番)、U-238 (841~1120 番)、Pu-239 (1681~1960 番) の断面積に対して感度を有しており、Pu-241 (2241~2520 番) の断面積に対しても感度を有している。提案手法は感度を有する断面積と、感度係数の大小関係を良く再現している。本検討では、AS 基底を構築する際に、各テーブル点での均質化断面積を用いている。炉心計算は、巨視的断面積を燃焼度や温度に応じて各テーブル点から内外挿して行われる。したがって、燃焼やフィードバックを考慮しても、(3.3)式の仮定が成り立つため、相対感度係数を良く再現できたといえる。

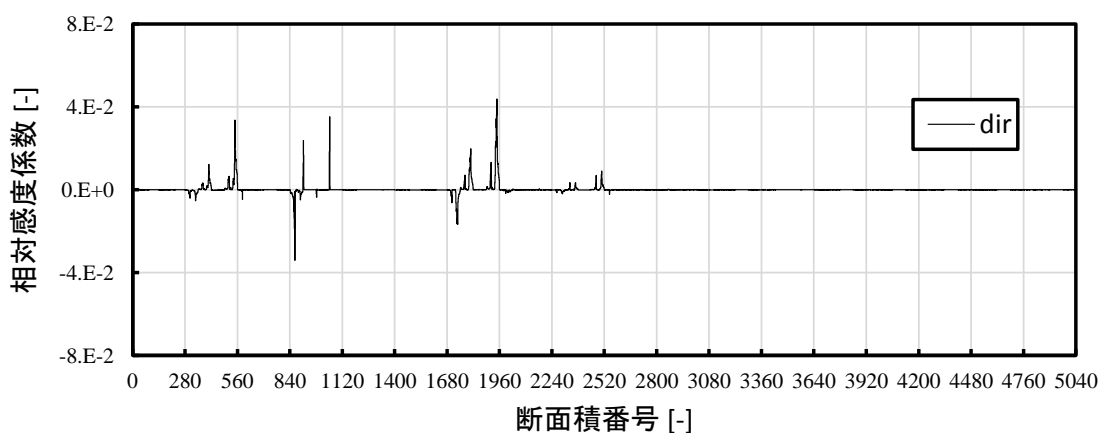


図 4.10A 20GWd/t における実効増倍率の相対感度係数 (直接法)

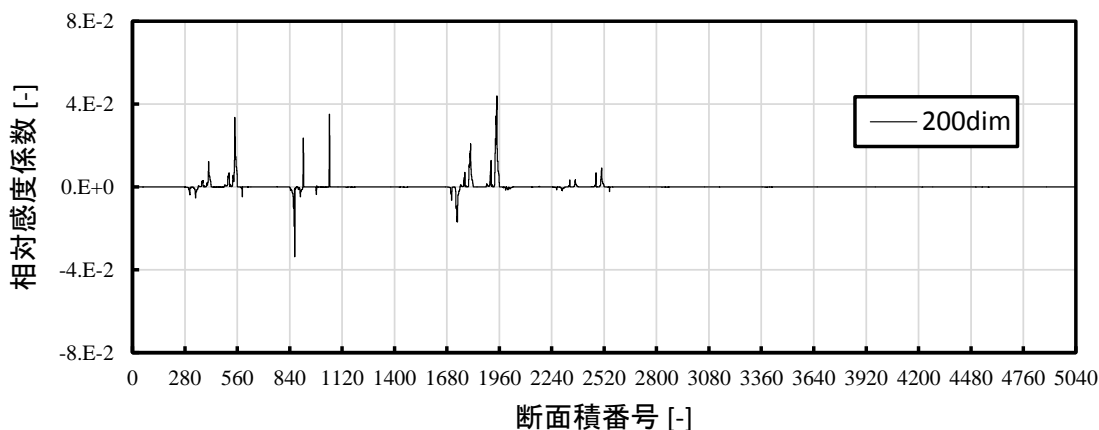


図 4.10B 20GWd/t における実効増倍率の相対感度係数 (提案手法 200 次元)

また、実効増倍率の相対感度係数について、直接法による結果と提案手法による結果を比較した図を示す (図 4.11)。前項の結果と同様に、次元を増やすごとに提案手法による結果が直接法による結果に近づいていることがわかる

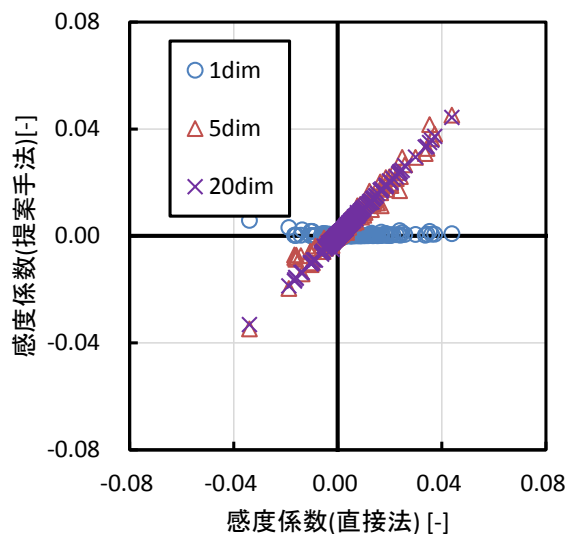


図 4.11 20GWd/t における実効増倍率の相対感度係数の比較

次に、20.0GWd/t における実効増倍率の相対感度係数の相対差異ノルムを示す（図 4.12）。フィードバックと燃焼を考慮する場合において、相対差異ノルムの実験値は数%程度であり、次元数が大きくなると、理論値と比較して大きくなることがわかる。これは、フィードバックなし・未燃焼時の結果と同様の傾向である。

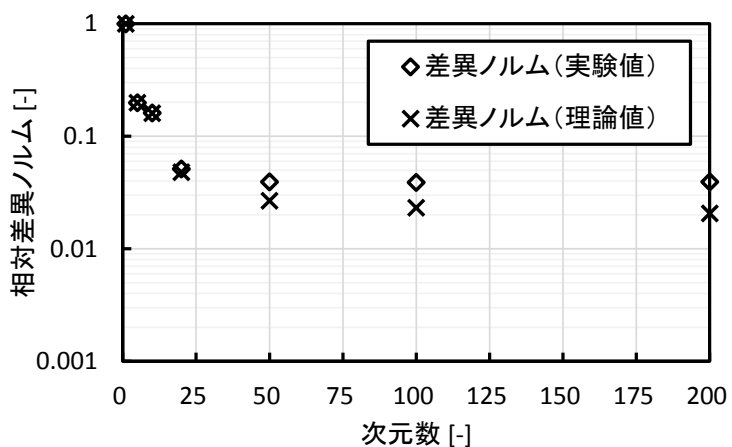


図 4.12 20.0GWd/t における実効増倍率の相対感度係数の相対差異ノルム

同様に、炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の相対出力の相対感度係数について結果を示す。

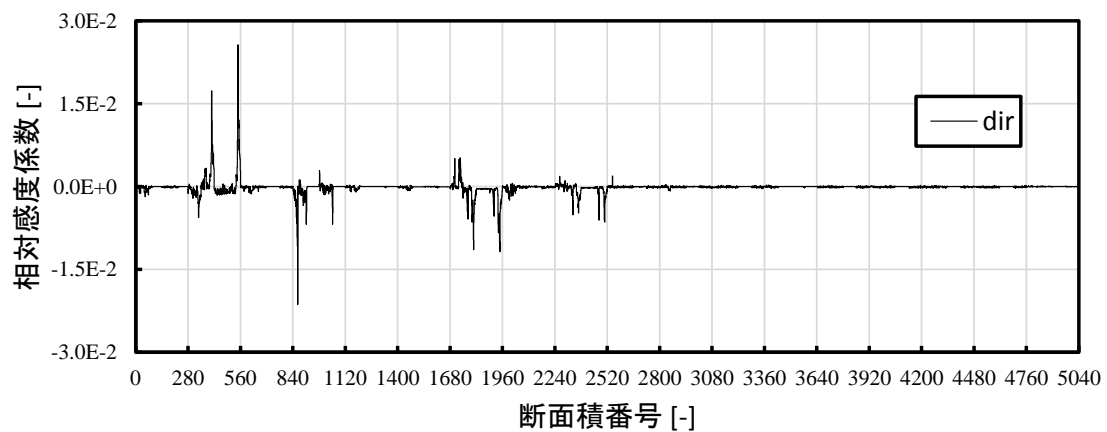


図 4.13A 20.0GWd/tにおける炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
 相対出力の相対感度係数（直接法）

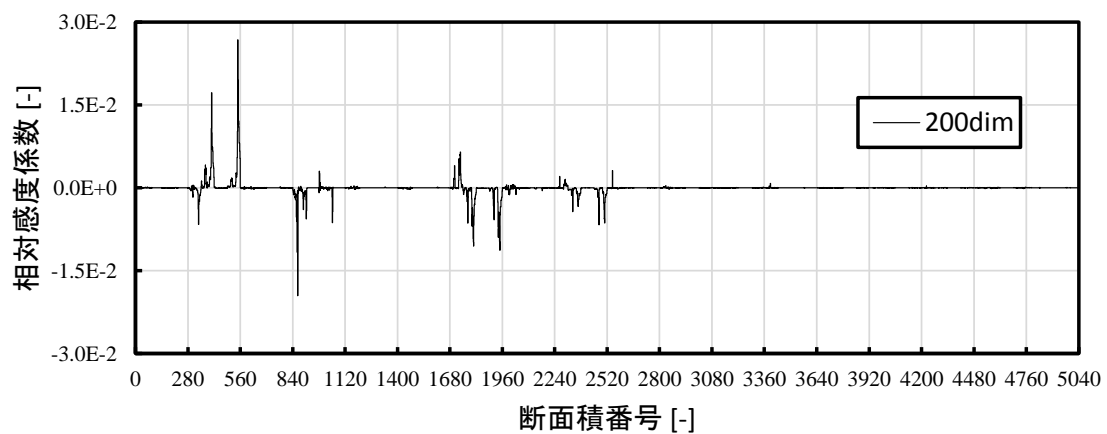


図 4.13B 20.0GWd/tにおける炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
 相対出力の相対感度係数（提案手法 200 次元）

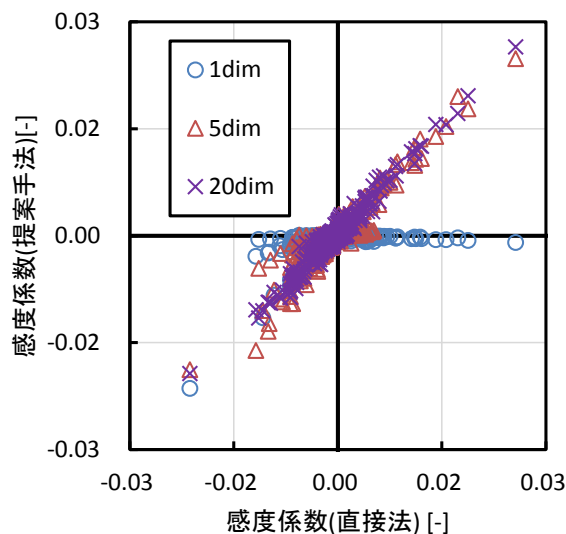


図 4.14 20.0GWd/t における炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
相対出力の相対感度係数の比較

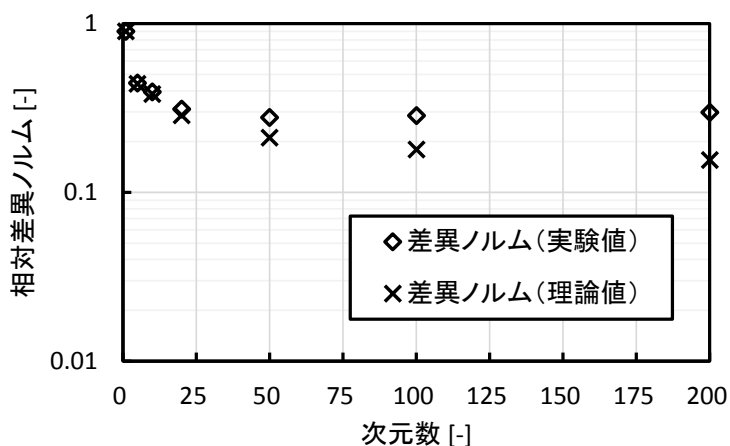


図 4.15 20.0GWd/t における炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
相対出力の相対感度係数の相対差異ノルム

図 4.13 から、感度を有する断面積とその大小関係はおおむね再現されていることがわかるが、図 4.15 を見ると相対差異ノルムの理論値は 10% 以上と、フィードバックなし・未燃焼時と比較して 10 倍近く大きな値となっている。実効増倍率に対しては数%であったことを考えると、直感的ではあるが、相対差異ノルムが大きすぎると考えた。この原因の一つに、参照値の数値誤差を考えた。以下の図に、図 4.13 の縦軸を拡大した図を示す。

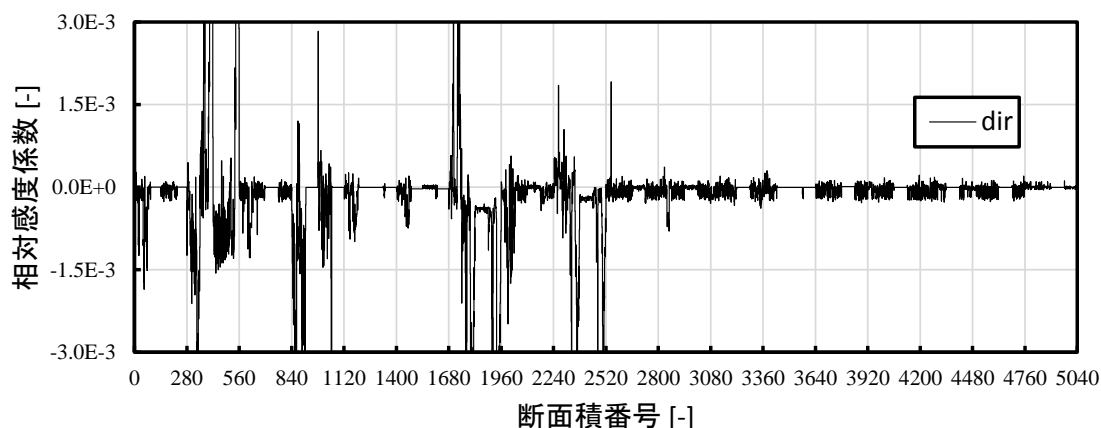


図 4.16 20.0GWd/t における炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
 相対出力の相対感度係数（直接法、拡大図）

この図から、Am-242（3080～3360 番目）などのマイナーアクチニド（MA）核種の断面積に対して、感度係数がノイズのように評価されていることがわかる。20GWd/t では MA 核種の原子数密度は小さく、実効増倍率は MA 核種の断面積に対して感度を持たないことから、数値誤差であると考えた。そこで、50%摂動の直接法による感度係数評価を実施した。50%摂動の直接法による、炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の相対出力の相対感度係数を次の図に示す。

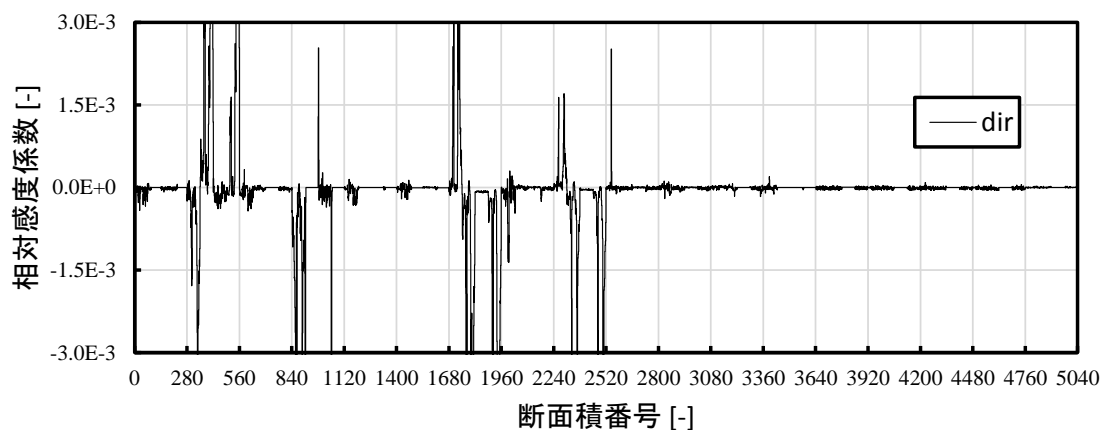


図 4.17 20.0GWd/t における炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
 相対出力の相対感度係数（50%の直接法、拡大図）

この図から、50%摂動の直接法では MA 核種に対してほとんど感度がないと評価されたことわかる。したがって、10%摂動の直接法で得られた参照値には丸め誤差や桁落ちによる数値誤差が含まれていたといえる。

参照値を 50% 摂動の直接法で得られた結果に差し替えて相対差異ノルムを評価すると次の図のようになった。図 4.18 では、図 4.15 と比較して相対差異ノルムの理論値は 3 分の 1 程度にまで小さくなっている。これは MA 核種の断面積に対する感度係数の数値誤差が低減されたためである。直接法によって参照値を得る際に、数値誤差を低減するためには摂動量を大きくするとよいことがわかったが、摂動量が大きすぎると非線形項の影響が現れるため、摂動量の設定には注意が必要である。これは展開係数に対する感度係数を差分近似で評価する時にも同様のことが言える。

フィードバックなし・未燃焼時の結果と比較すると、相対差異ノルムは大きく、フィードバックや燃焼を考慮することで相対差異ノルムの理論値が 0.1% 程度から数% に大きくなることがわかった。

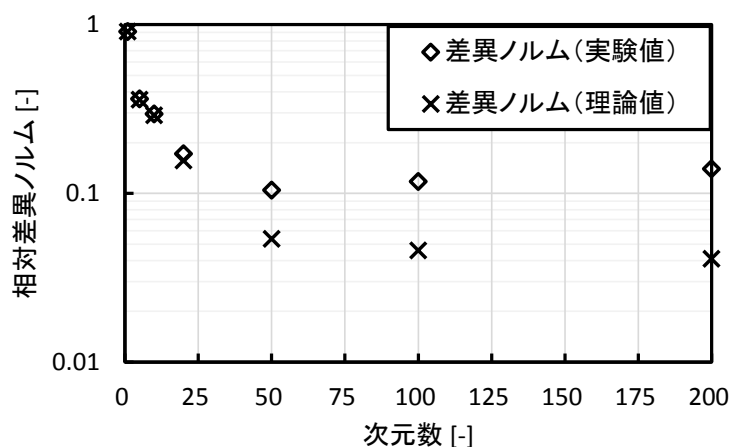


図 4.18 20.0GWd/t における炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の相対出力の相対感度係数の相対差異ノルム (50% 摂動の直接法の結果を参照値とした)

以上の結果から、燃焼あり・フィードバックありの条件においては、提案手法による相対感度係数の参照値との相対差異ノルムの実験値は、実効増倍率で数% 程度、相対出力で 10% 程度であることがわかった。感度の傾向が再現できたのは、AS 基底構築において各テーブル点での均質化少数群断面積を考慮したため、(3.3) 式の仮定が成り立っているためであるといえる。また、直接法での摂動量が小さいと、感度係数に丸め誤差や桁落ちによる数値誤差が生じることがわかった。このことから、展開係数に対する感度係数を差分近似で求める際に、展開係数の摂動量の大きさについても注意が必要であるといえる。フィードバックなし・未燃焼の結果と比較して、相対差異ノルムが大きくなることがわかった。

4.3.3. 近似集合体計算の適用性

前項までの検討では、詳細集合体計算による集合体核特性感度係数行列を利用して AS 基底を求めていた。これは、主に(3.3)式の仮定の妥当性について議論するためである。

詳細集合体計算の計算コストは比較的大きいため、計算コスト削減のために、第3章にて近似集合体計算で得られる近似集合体核特性の感度係数を利用することを提案した。本項では、熱水力フィードバックを考慮した際の、燃焼度 20GWd/t における実効増倍率および相対出力の相対感度係数の相対差異ノルムについて、詳細集合体計算を適用して得られる値と、近似集合体計算を適用して得られる値を比較する。相対差異ノルムの次元依存性が一致する場合には、近似集合体計算によって得られる AS は、詳細集合体計算によって得られる AS を良く近似することが言え、近似集合体計算の適用は妥当であるといえる。

本項では、参照値は 10% 摂動の直接法で得られた相対感度係数とする。

まず、燃焼あり・フィードバックありの条件における、簡易炉心の 20GWd/t の実効増倍率の相対感度係数について、詳細集合体計算結果から得られた AS と近似集合体計算で得られた AS のそれぞれについて、相対感度係数を評価し相対差異ノルムの実験値を(3.12)式で、理論値を(3.13)式を用いて評価した。相対差異ノルムの実験値の次元依存性を図 4.19 に、理論値の次元依存性を図 4.20 に示す。ただし、これらの図中の“詳細”は詳細集合体計算による結果を、“近似”は近似集合体計算による結果を示している。これらの図から、相対差異ノルムについて、50 次元以上で相対差異ノルムが数%と同程度となる。

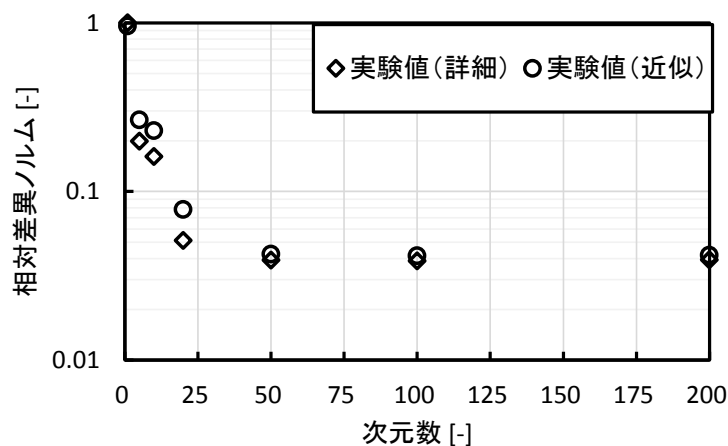


図 4.19 20GWd/t における実効増倍率の相対感度係数の相対差異ノルムの実験値

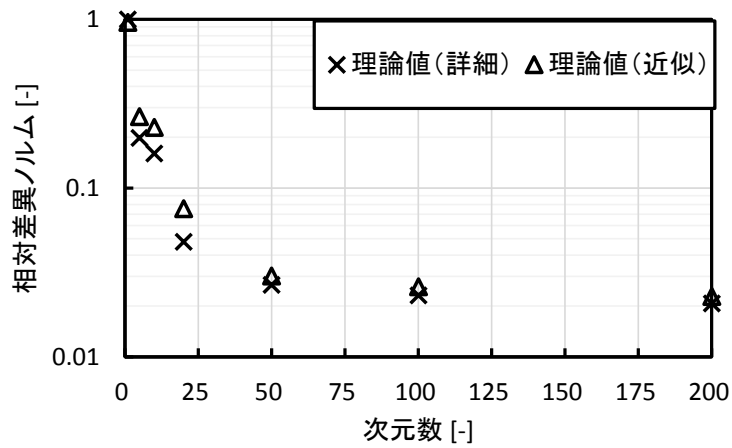


図 4.20 20GWd/t における実効増倍率の相対感度係数の相対差異ノルムの理論値

同様に、20GWd/t における炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の相対出力の相対感度係数についても、相対差異ノルムの次元依存性を示す (図 4.21、図 4.22)。これらの図より、相対差異ノルムの実験値は、詳細集合体計算による結果も近似集合体計算による結果も、50 次元以上でおよそ 30%と同程度であり、理論値についてもおよそ 20%の同程度の値となった。

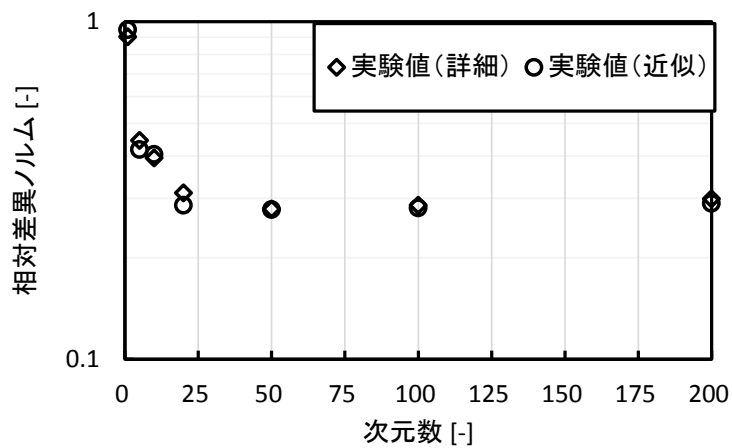


図 4.21 20GWd/t における炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の相対出力の相対感度係数の相対差異ノルムの実験値

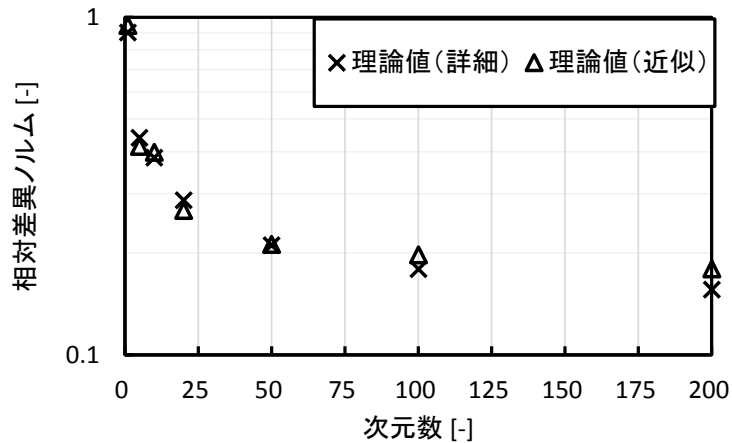


図 4.22 20GWd/t における炉心外周部の 4.0wt% UO₂ 燃料集合体の
相対出力の相対感度係数の相対差異ノルムの理論値

以上より、相対差異ノルムが同程度となったことから、近似集合体計算から得られる AS は詳細集合体計算から得られる AS を良く近似していることを確認した。本検討では、近似集合体計算の計算時間は、詳細集合体計算の計算時間に比べ約 10 分の 1 程度であり、AS 基底構築の計算コストは 10 分の 1 程度に低減されており、近似集合体計算を利用した AS 基底の構築は、実用的である。

4.4. 本章のまとめ

本章では、2 次元の簡易炉心体系の炉心核特性の感度係数について、第 3 章で述べた提案手法の適用の妥当性を検証した。

4.3.1 項および 4.3.2 項の検証を通じて、提案手法における(3.3)式の仮定の妥当性を確認した。AS 次元数を増やすと、相対差異ノルムは低減されるが、差分近似に起因する数値誤差により、相対差異ノルムが低減されないことがあることを確認した。また、燃焼および熱水力フィードバックを考慮する場合は、考慮しない場合に比べ相対差異ノルムの低減量が小さくなることを確認した。

4.3.3 項の検証を通じて、近似集合体計算で得られる AS は、詳細集合体計算で得られる AS を良く近似することを確認した。近似集合体計算の計算コストは、詳細集合体計算コストと比べて小さく、AS 基底構築における近似集合体計算の利用は、より実用的であるといえる。

第5章 PWR 平衡炉心解析への適用

本章では、提案する自由度削減手法の、PWR 平衡炉心の炉心核特性感度係数評価への適用性について検証結果を示す。PWR 平衡炉心の解析では、燃焼計算、熱水力フィードバック計算、ちょうど臨界となるホウ素濃度を求めるボロンサーチなど、様々な計算を反復して行う。本検証では、PWR 平衡炉心解析で得られるいくつかの炉心核特性の感度係数評価に対して提案手法を適用することで、より現実的な PWR 炉心解析における提案手法の適用性を検証する。

5.1. 計算体系

4 ループ PWR 炉心を対象として、同一の燃料配置を仮定した 20 サイクルの燃焼計算を行い、平衡炉心を作成した。図 5.1 にサイクル初期における燃料配置を、図 5.2 にはサイクル初期における燃焼度分布を示す。ただし、この図に示す燃焼度の値は、入力パラメータに全く摂動を与えない無摂動時の値である。

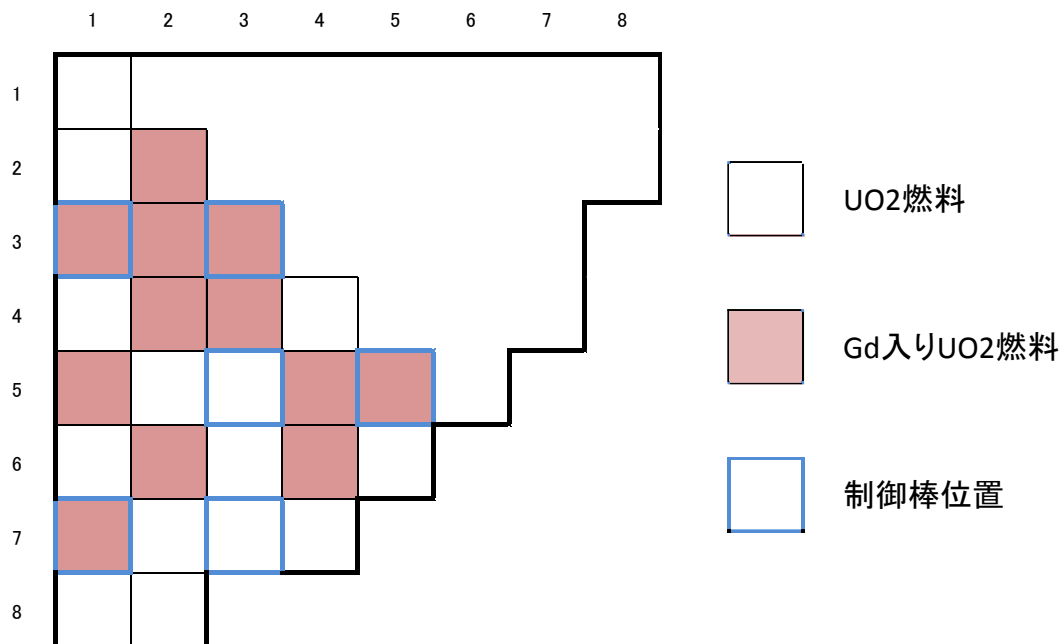


図 5.1 サイクル初期炉心燃料配置 (1/8 炉心)

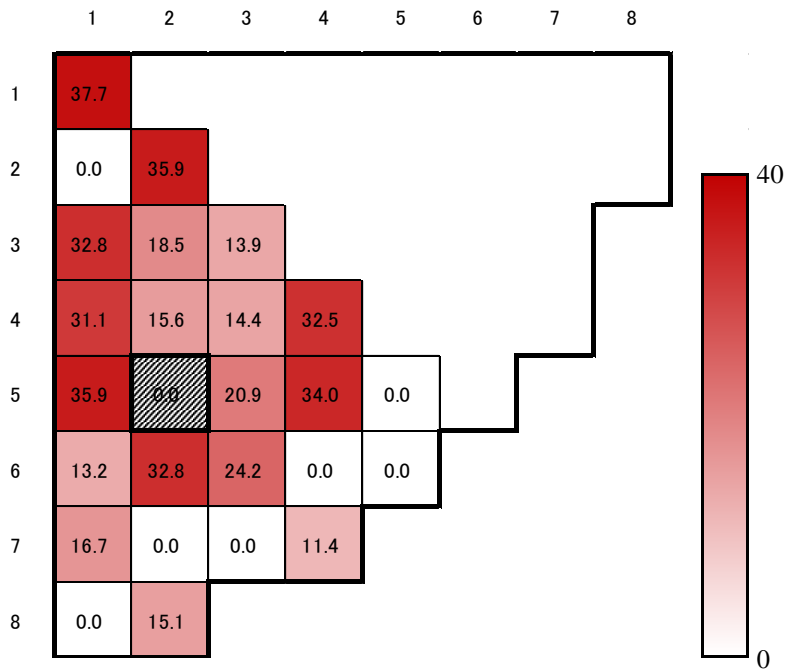


図 5.2 サイクル初期炉心燃焼度分布 (1/8 炉心、単位は GWd/t)

図 5.1 に示すように、考慮した燃料集合体は UO₂ 燃料集合体とガドリニア (Gd) 入り燃料集合体の二種類である。これらの集合体の燃料棒配置や組成は、Appendix C の CASMO-4 の入力ファイルに記載している。

5.2. 計算条件

5.2.1. 入力パラメータ

前章の検討と同様に、L-library の 18 種類の重核種、4 種の反応、70 群の微視的反応断面積を着目入力パラメータとした。各断面積には、表 4.3 と同じ番号を割り振っている。

5.2.2. 近似集合体核特性感度係数評価

考慮する燃料集合体は、上記の UO₂ 燃料集合体および Gd 入り燃料集合体以外に、これらの燃料集合体に可燃性毒物棒(Burnable Poison rod, BP)を制御棒案内管位置に配置したもの、および MOX 燃料集合体と、MOX 燃料集合体に BP を制御棒案内管位置に配置したものを考慮し、計 6 種類とした。これは柔軟な炉心設計を見据え、上記の平衡炉心だけでなく、様々な炉心に対して包括的に適用できる AS 基底を構築するためである。これらの燃料集合体の幾何形状や組成は、Appendix C の CASMO-4 の入力ファイルに記載している。

集合体計算燃焼におけるホウ素濃度は 600 ppm、燃料温度は 900 K、減速材温度は 581 K とした。燃焼は 0.0 GWd/t~70.0 GWd/t を考慮した。

近似集合体計算における粗燃焼度点は前章の検討と同様に、0.0, 0.1, 1.0, 5.0, 35.0, 70.0

GWdt/の6点とした。その他のテーブル点も前章の検討と同様に以下の値を用いた。

ホウ素濃度：0.0, 1200.0, 2400.0 ppm

燃料温度：556 K

減速材温度：556 K

具体的な粗テーブル点の設定は、Appendix A に記載した近似計算条件の CASMO-4 入力ファイル中の COE カードに記載した値と同じ値とした。

AS 基底を構築するために使用する集合体核特性は、6 種類の集合体の各粗テーブル点における巨視的 2 群均質化断面積（拡散係数、捕獲断面積、核分裂断面積、生成断面積、除去断面積、 ν 値）とした。近似集合体核特性数は 3460 個である。表 4.3 の各断面積に 10% 摂動を与え、6 種類の集合体について 5040 回の集合体計算（計 $6 \times 5040 = 30240$ 回）を行い、着目近似集合体核特性の相対感度係数行列を評価した。近似集合体計算によって得られる近似集合体核特性の相対感度係数行列は 3460 行 5040 列である。

また、炉心体系に含まれていない集合体を考慮した場合と比較するために、炉心体系に含まれる UO_2 燃料集合体および Gd 入り燃料集合体のみを考慮した場合についても同様の検討を行った。このときの近似集合体核特性数は 1300 個である。

5.2.3. 炉心計算

20 サイクル目において、サイクル燃焼度 15GWd/t まで 100% 出力を仮定して燃焼させた。 k_{eff} の収束条件は以下の通りに設定した。

k_{eff} : 10^{-6} , 源分布: 10^{-5}

着目する炉心核特性は、サイクル末期炉心平均燃焼度、サイクル末期ホウ素濃度、サイクル末期相対出力とした。ただし、相対出力について、図 5.2 において網掛けされた 5 行 2 列目の燃料集合体 (0.0GWd/t) に着目した。サイクル末期炉心平均燃焼度は、その炉心を構成する燃料集合体から、どれだけエネルギーを取り出せたかを示すため、経済性の指標となる。サイクル末期ホウ素濃度は、サイクル長を決定する指標となる。相対出力について、この集合体に着目した理由は、断面積に対して摂動を加えていない計算のサイクル末期においてこの集合体の相対出力が最大であったためである。

5.2.4. 提案手法による炉心核特性感度解析

近似集合体核特性の相対感度係数行列を特異値分解して得られる右特異ベクトル列を AS 基底とし、展開係数の摂動量を 0.1 として展開係数に対する相対感度係数行列を求め、(3.10) 式により炉心核特性の相対感度係数行列を評価した。AS 次元数 r は、1, 5, 10, 20, 50, 100, 200 と変化させ、(3.12) 式および (3.13) 式によって相対差異ノルムを評価した。

感度係数の参照値は各入力パラメータに 10% 摂動を与え、5040 回の一連の炉心計算を 20 サイクル行い、5040 通りの平衡炉心について着目炉心核特性の相対感度係数を評価した。

5.3. 結果・考察

本節では、平衡炉心のサイクル末期炉心平均燃焼度、サイクル末期ホウ素濃度、図 5.2 の 5 行 2 列目の集合体のサイクル末期相対出力の相対感度係数と、相対誤差ノルムについて結果を示す。

サイクル末期平均燃焼度の相対感度係数の結果を以下の図に示す。図 5.3 より、提案手法による相対感度係数は、感度を有する断面積およびその大小関係を再現していることがわかる。また、直接法による相対感度係数と提案手法による相対感度係数を比較した図 5.4 から、次元を増やすごとに両者が一致することがわかる。これはいくつものサイクルを経て平衡に達した炉心であっても、炉心計算は集合体計算で得られた均質化断面積を用いて行われており提案手法の適用が妥当であるといえる。また、AS 基底を炉心に含まれていない集合体も考慮して構築しても感度を有する断面積と大小関係を再現しているが、これは(3.3)式のような分解において、集合体核特性に対する炉心核特性の感度係数行列 $\mathbf{G}(\bar{R}_c \leftarrow \bar{R}_a)$ の要素の一部が 0 になるだけであり、本質的に(3.3)式の仮定が崩れることはないためである。

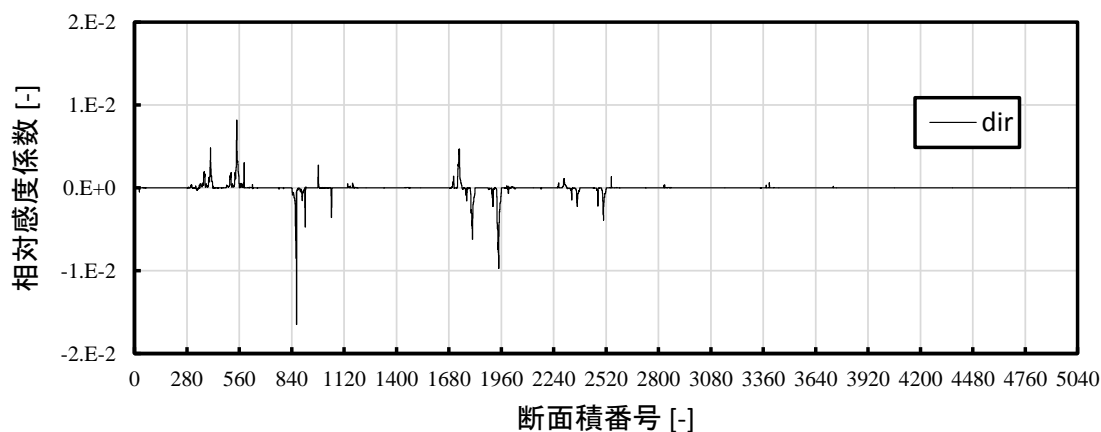


図 5.3A サイクル末期炉心平均燃焼度の相対感度係数 (直接法)

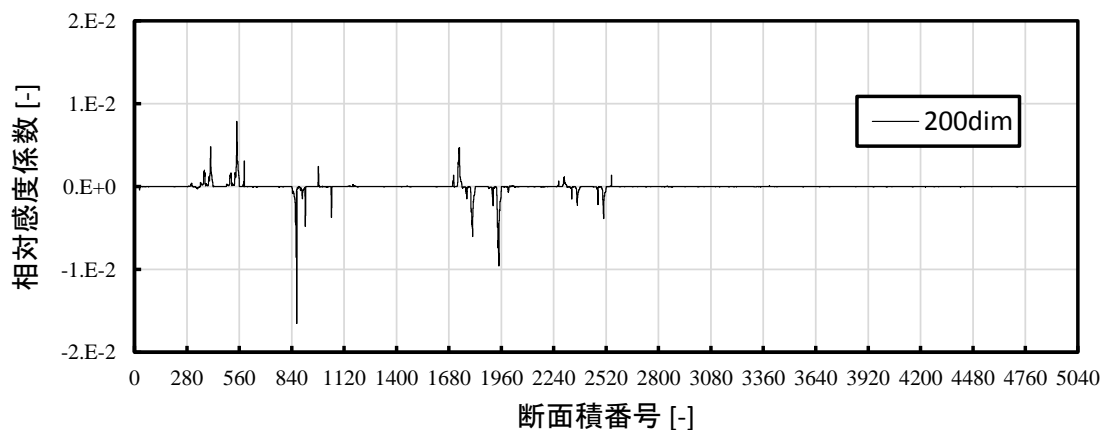


図 5.3B サイクル末期炉心平均燃焼度の相対感度係数（提案手法 200 次元）

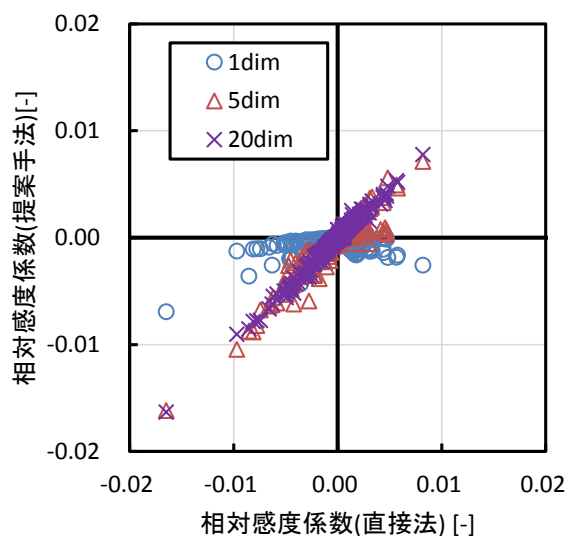


図 5.4 サイクル末期炉心平均燃焼度の相対感度係数の比較

以下の図 5.5 には、サイクル末期平均炉心燃焼度の相対感度係数の相対誤差ノルムを示す。この図から、50 次元以上で 10% 未満の相対差異ノルムとなった。実験値について 50 次元以上は次元を増やしても相対ノルムは低減されないことがわかる。これは前節での検討と同様の結果であり、差分近似に起因するものといえる。

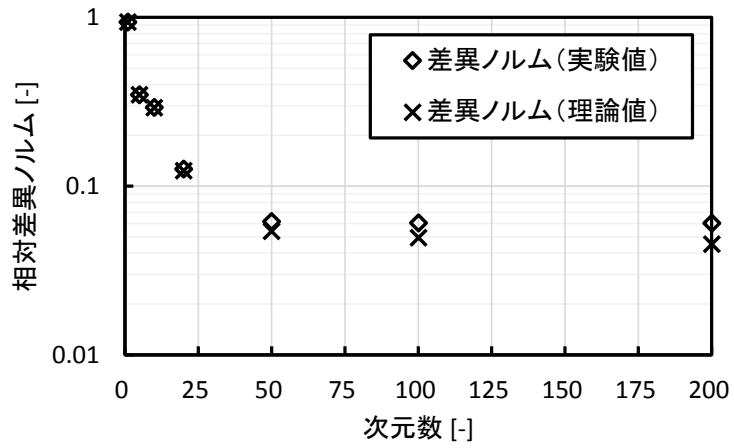


図 5.5 サイクル末期炉心平均燃焼度の相対感度係数の相対差異ノルム

次に、サイクル末期ホウ素濃度についても同様に結果を図 5.6～図 5.8 に示す。サイクル末期ホウ素濃度も、サイクル末期炉心平均燃焼度と同様の結果であることがわかる。

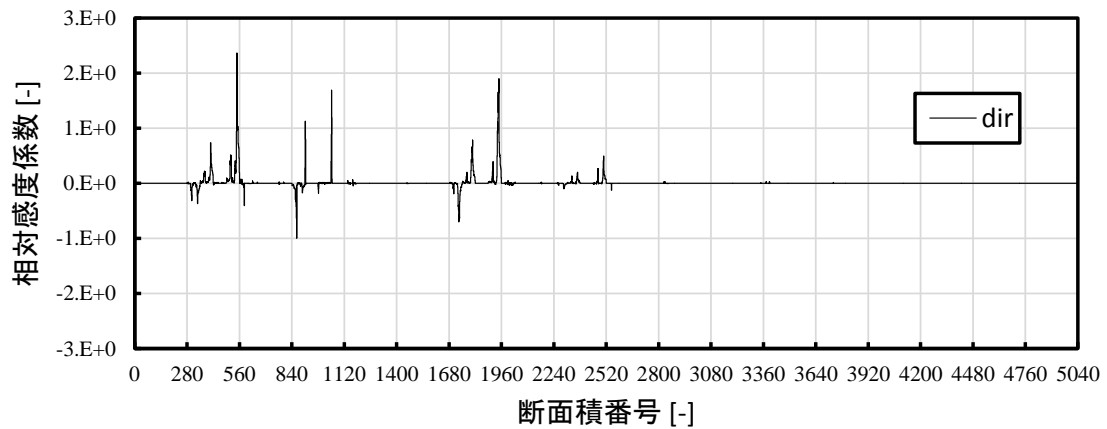


図 5.6A サイクル末期ホウ素濃度の相対感度係数 (直接法)

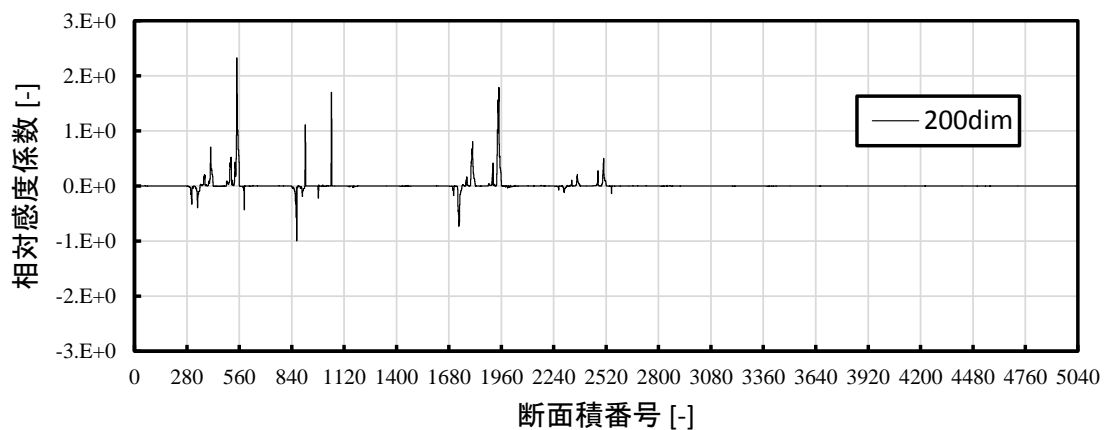


図 5.6B サイクル末期ホウ素濃度の相対感度係数 (提案手法 200 次元)

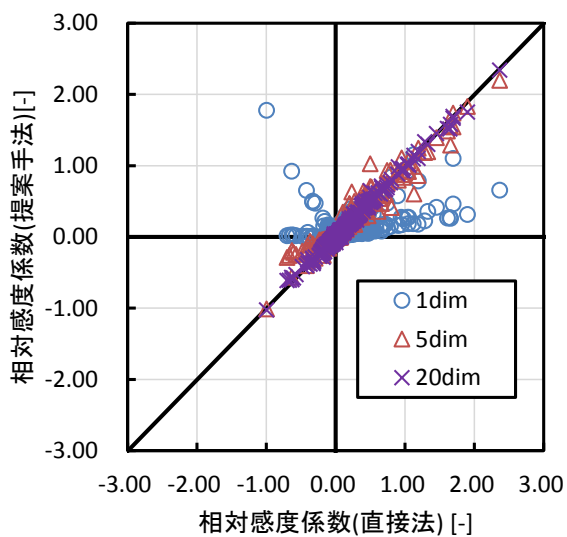


図 5.7 サイクル末期ホウ素濃度の相対感度係数の比較

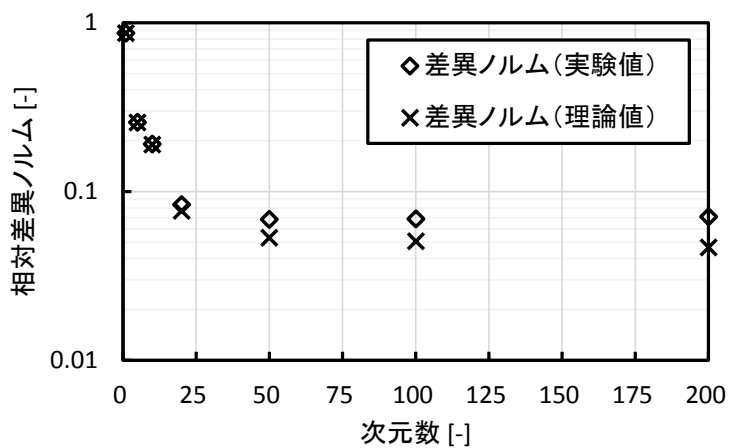


図 5.8 サイクル末期ホウ素濃度の相対感度係数の相対差異ノルム

次に、着目集合体の相対出力の相対感度係数について結果を図 5.9～図 5.11 に示す。

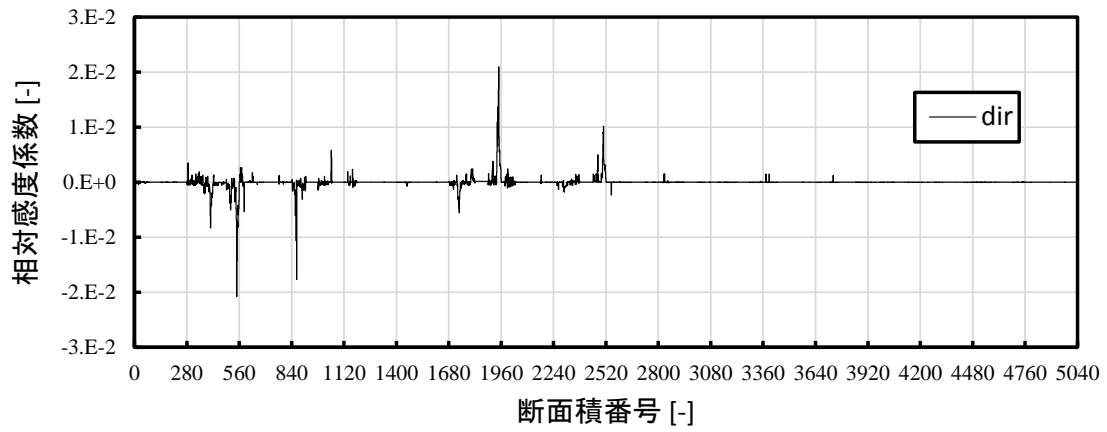


図 5.9A サイクル末期相対出力の相対感度係数（直接法）

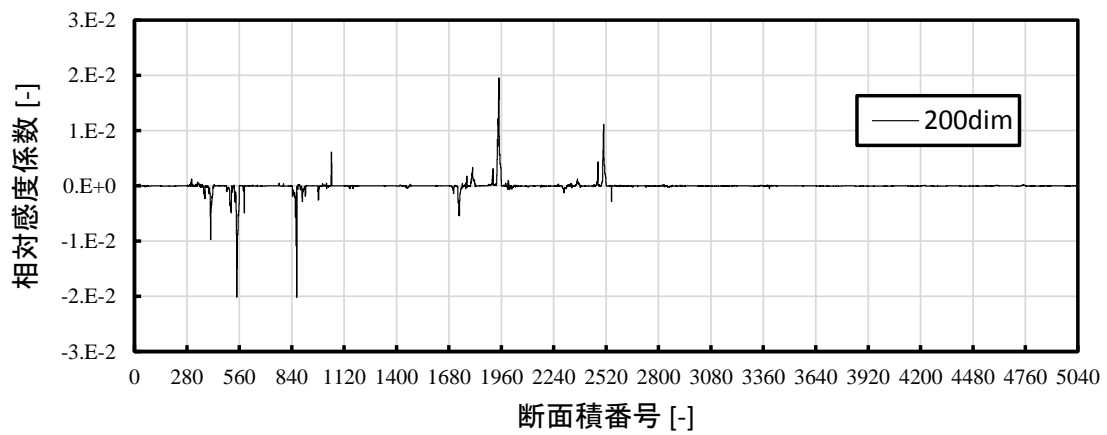


図 5.9B サイクル末期相対出力の相対感度係数（提案手法 200 次元）

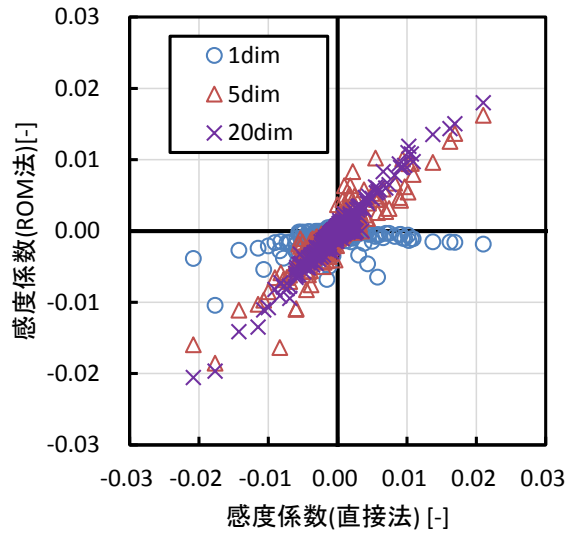


図 5.10 サイクル末期相対出力の相対感度係数の比較

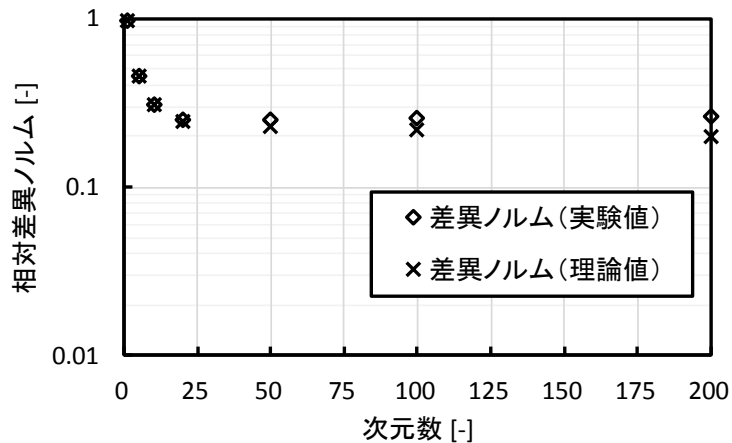


図 5.11 サイクル末期相対出力の相対感度係数の相対差異ノルム

集合体の相対出力の相対感度係数について、図 5.9 から、Np-237 (1120~1400 番) の核種の断面積など、提案手法では直接法の結果を再現できていない断面積があることがわかる。Np-237 の断面積に対して、炉心平均燃焼度やホウ素濃度はほとんど感度を持たないことから、前章での検討と同様に、参照値とした 10% 摂動の直接法に結果に丸め誤差や桁落ちによる数値誤差が含まれているためと考えた。そこで丸め誤差や桁落ちの影響を小さくするために摂動量を 50% 摂動に増やした直接法による感度係数評価を実施した。次の図 5.12 に 50% 摂動の直接法による相対感度係数を示す。この図から、50% 摂動の結果では Np-237 に対してほとんど感度がないことがわかる。したがって、10% 摂動の直接法には摂動量が小さいために丸め誤差が桁落ち等の数値誤差が含まれているといえる。展開係数に対する感度

係数評価も、差分近似を適用しているため、同様に丸め誤差や桁落ちによる数値誤差を含んでいるといえる。このため、展開係数の摂動量を、丸め誤差や桁落ちの影響を小さく保ちつつ、非線形項も小さくするように、適切に設定する必要があるが、これについては今後の課題とする。

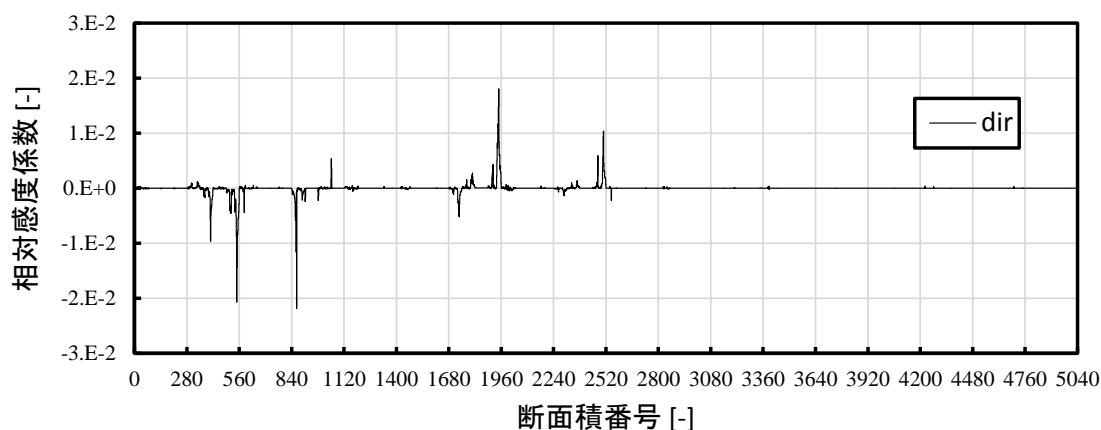


図 5.12 サイクル末期相対出力の相対感度係数（50%摂動の直接法）

上記の結果は、AS 基底構築の際に、平衡炉心内に含まれていない集合体も考慮し、計 6 種類の集合体を用いた。体系に含まれていない集合体を用いることの妥当性確認のため、平衡炉心内に含まれている 2 種類の集合体のみを考慮して AS 基底を構築して、サイクル末期炉心平均燃焼度、サイクル末期ホウ素濃度、およびサイクル末期集合体相対出力の相対感度係数について、相対差異ノルムを(3.12)式および(3.13)により評価した。相対差異ノルムの次元依存性について、6 種類の集合体による AS 基底の結果と、2 種類の集合体による AS 基底の結果とを比較した図を示す (図 5.13~図 5.18)。これらの図から、相対差異ノルムの実験値について、サイクル末期炉心平均燃焼度とサイクル末期集合体相対出力では、50 次元以上で 6 種の集合体による AS 基底の結果と 2 種の集合体による AS 基底の結果とは良く一致している。サイクル末期ホウ素濃度の感度係数の相対差異ノルムの実験値は、むしろ 6 種の結果の方が小さく評価されているが、理論値では 50 次元以上で両者は良く一致していることから、これは展開係数に対する感度係数を評価する際の差分近似に起因しているといえる。この検討から、体系内に含まれていない集合体を考慮することの妥当性を確認できた。

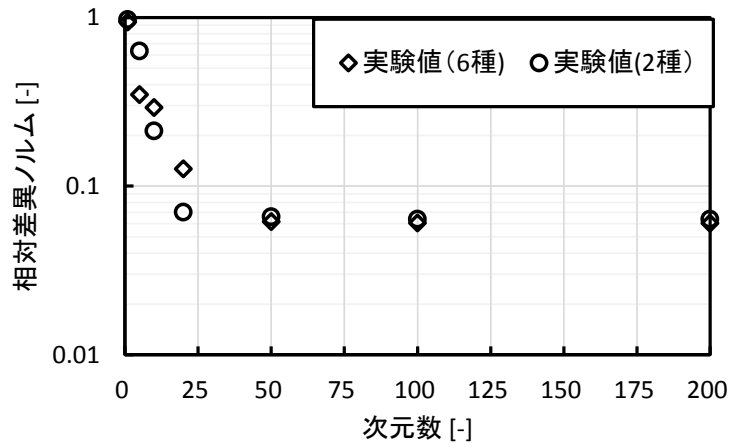


図 5.13 サイクル末期炉心平均燃焼度の相対感度係数の相対差異ノルムの比較（実験値）

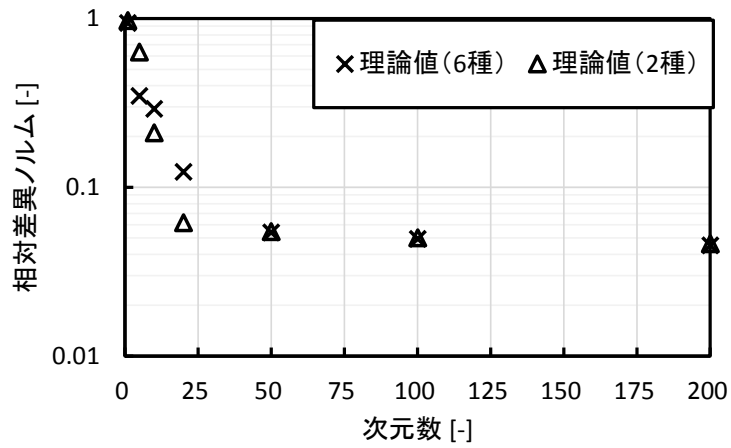


図 5.14 サイクル末期炉心平均燃焼度の相対感度係数の相対差異ノルムの比較（理論値）

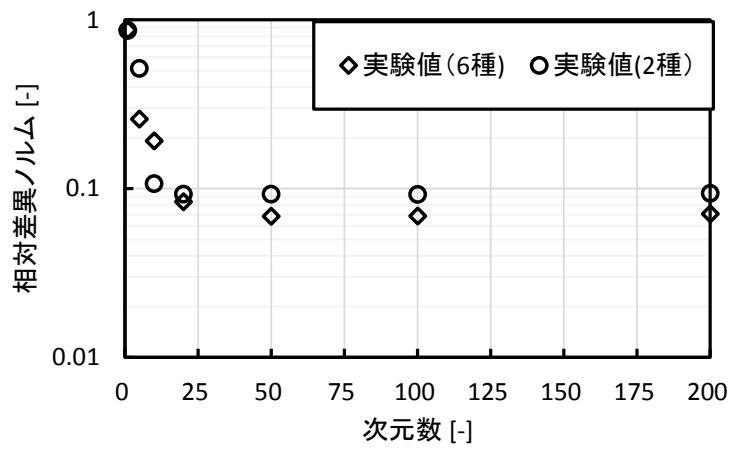


図 5.15 サイクル末期ホウ素濃度の相対感度係数の相対差異ノルムの比較（実験値）

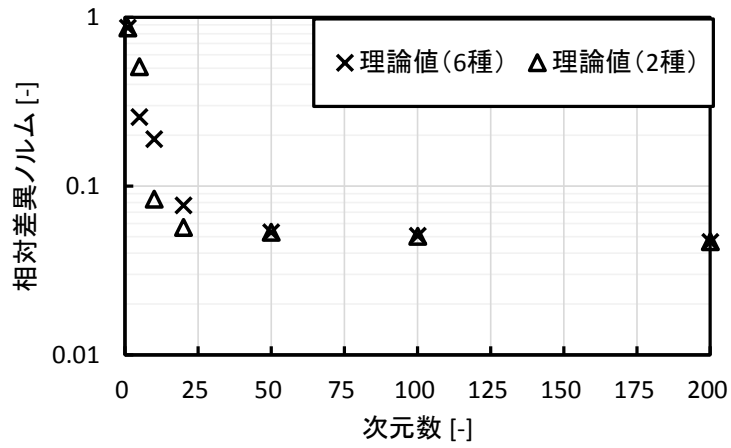


図 5.16 サイクル末期ホウ素濃度の相対感度係数の相対差異ノルムの比較（理論値）

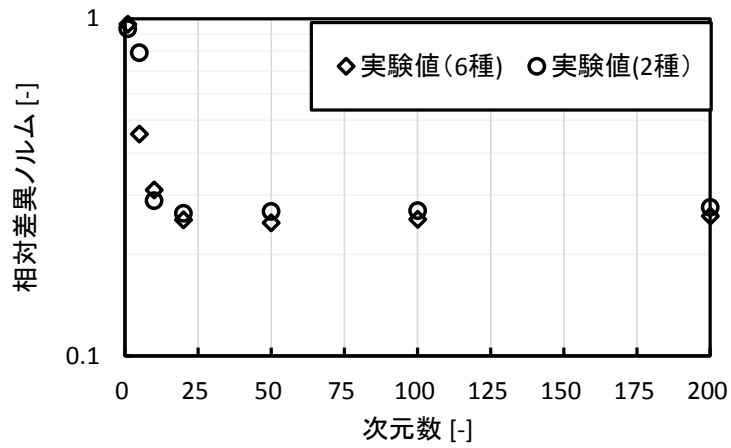


図 5.17 サイクル末期集合体相対出力の相対感度係数の相対差異ノルムの比較（実験値）

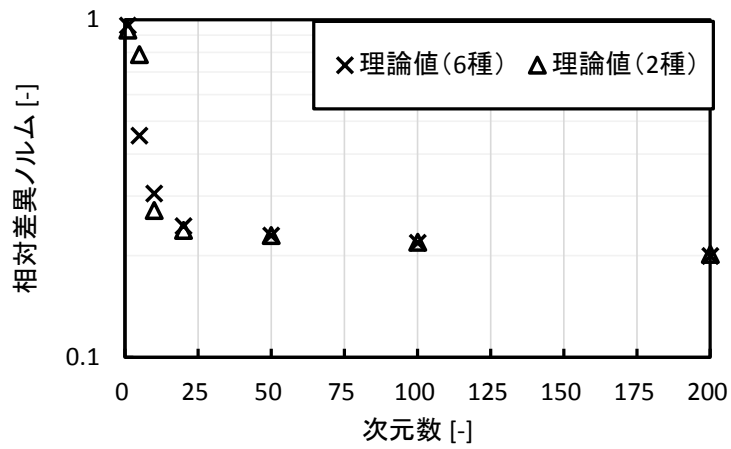


図 5.18 サイクル末期集合体相対出力の相対感度係数の相対差異ノルムの比較（理論値）

5.4. 本章のまとめ

本章では、平衡炉心の炉心核特性の感度係数評価を通じて、提案手法の軽水炉炉心解析への適用性について検討した。平衡炉心のサイクル末期炉心平均燃焼度およびサイクル末期ホウ素濃度の相対感度係数について、提案手法は感度を有する断面積とその大小関係を再現することがわかった。これは、PWR 炉心解析に対しても提案手法に適用性があることを示すものである。また AS 基底の構築に、体系に含まれていない集合体も考慮しても、感度を有する断面積とその大小関係が再現できることを確認した。相対差異ノルムは 50 次元以上で数%程度であったが、これは前章での検討と同様、丸め誤差や桁落ちの影響である。相対出力については、炉心平均燃焼度およびホウ素濃度と比較して再現性が劣ることがわかった。

第6章 結論

6.1. 結論

現行の軽水炉において、原子炉の安全性および経済性は炉心解析と呼ばれる数値シミュレーションの結果を基に行われる炉心設計の精度に大きく依存している。数値シミュレーションには数理モデルの不確かさ、数値解析手法の不確かさ、および入力パラメータの不確かさなど多くの不確かさが存在し、これらの不確かさが伝播することで、シミュレーション結果にも不確かさが生じる。核特性に対しては不確かさを見込んで安全裕度を設けた制限値が設定されるため、不確かさの定量評価は安全性の観点から重要である。また、炉心の安全性は炉心解析に依存しているため、不確かさを低減し核特性の予測精度・信頼性を向上させることは重要である。炉心解析における入力パラメータには、核反応断面積などの核データがあり、中性子と原子核との衝突という微視的な現象から、原子炉という巨大な系の挙動を予測する炉心解析の精度は核データの精度に大きく依存する。

核データ起因の不確かさの定量評価には、共分散データに感度係数行列を作用させる手法がよく用いられる。また不確かさの低減のために適用される断面積調整法の基礎式にも、感度係数行列は現れる。このため、感度係数評価は炉心解析結果の不確かさの定量評価および低減には感度係数の評価は非常に重要である。しかし、軽水炉炉心解析に対する従来の感度係数評価手法は実用的でない。直接法は、計算コストは入力パラメータ数に比例し、様々な核種、様々な反応の多群微視的断面積のような、膨大な数の入力パラメータに対しては計算コストの観点から適用が困難である。また、軽水炉炉心解析では、集合体計算と炉心計算といった多段的な計算フローを有し、熱水カフィードバック計算と核計算とを反復して行われるため、摂動論や一般化摂動論の適用が困難であり、一般化摂動論に基づく感度係数評価手法および GPT-free の適用が困難である。

本研究では、軽水炉炉心核特性の感度係数評価を見据え、Forward 計算のみを用いて感度係数評価における入力パラメータの自由度削減手法を提案した。本研究で提案する手法は、温度点や燃焼度点を粗く取った近似集合体計算から得られる近似集合体核特性の感度係数行列を用いて AS 基底を構築し、感度係数評価における入力パラメータの自由度を削減する。提案手法では、以下の2つを仮定している。

- 1) 炉心核特性の感度係数行列は、集合体核特性感度係数行列を用いて展開できる。
- 2) 粗テーブル点での近似集合体核特性の感度係数行列から得られる AS は、詳細テーブル点での集合体核特性の感度係数行列から得られる AS を良く近似する。

提案手法は、その特徴から軽水炉炉心解析への適用が期待できる。

小規模な簡易炉心の検討において、炉心核特性の相対感度係数について、提案手法により相対感度係数を求め、直接法による値を参照値として、AS 次元数と相対差異ノルムの関係を求めた。未燃焼・フィードバックなしの条件における感度係数の評価結果から、集合体核特性の感度係数行列から AS 基底を構築する手法の妥当性を確認した。また、10%摂動の直

接法による結果を参照値とした相対差異ノルムは、実効増倍率および集合体相対出力について 50 次元で数%程度となった。また、次元が増えるごとに相対差異ノルムの実験値と理論値の差は大きくなり、実験値の方が大きくなった。これは展開係数に対する相対感度係数が、次元が大きくなるほど小さくなり、結果差分近似を適用した際に丸め誤差や桁落ちによる数値誤差が発生するためである。燃焼・フィードバックありの条件においても、未燃焼・フィードバックありの条件と同様に、提案手法は 10% 摂動の直接法と比較して感度を有する断面積と感度係数の大小関係を良く再現することを確認した。また、集合体相対出力については丸め誤差や桁落ちの影響が大きいため、相対差異ノルムが実効増倍率と比較して大きいことを確認した。未燃焼・フィードバックなしの条件と比較して、実効増倍率および相対出力の相対感度係数の相対差異ノルムが大きいことがわかった。相対差異ノルムの比較を通じて、近似集合体核特性の感度係数行列から得られる AS は、詳細集合体核特性の感度係数行列から得られる AS を良く近似することを確認した。

また、PWR 炉心解析への適用性を検証するため、PWR 平衡炉心の解析に提案手法を適用した。炉心平均燃焼度およびホウ素濃度の感度係数については、提案手法は直接法と比較して数%の相対差異ノルムで評価可能であることがわかった。また、相対出力の感度係数については、提案手法では 10% 摂動の直接法と比較して数十%相対差異ノルムであった。これは、一部の断面積について 10%の摂動量が小さく、参照値に丸め誤差や桁落ちによる誤差が生じたためである。展開係数に対する感度係数評価においても差分近似を適用しており、摂動量が小さい場合には同様に丸め誤差や桁落ちの影響が現れることが考えられる。このため、展開係数の摂動量を適切に設定する必要があるが、これは今後の課題とする。

6.2. 今後の課題

今後の課題として、以下の点が挙げられる。

1) 適切な摂動量の設定についての検討

第 4 章の検討では、展開係数番号が大きくなると炉心核特性の相対感度係数が小さくなることを示した。また、第 5 章の相対出力の相対感度係数の直接法による結果から、摂動量が小さい場合には丸め誤差などにより感度係数に誤差が生じることを示した。

提案手法では、展開係数に対する相対感度係数評価において差分近似を適用する。展開係数番号が大きくなると相対感度係数が小さくなるため、展開係数の摂動量が同じ場合、次元を増やすごとに炉心核特性の摂動量は小さくなる。したがって、次元数が大きくなるほど丸め誤差や桁落ちによる影響を受けやすくなり、展開係数番号毎に適切な摂動量を設定しなければ、次元数を増やしても再現性が改善されないことが予想される。よって、適切な展開係数の摂動量の設定法について検討する必要がある。

2) 実際の不確かさ定量評価・低減手法への適用

本研究で提案する自由度削減手法を用いた感度係数評価手法で評価される感度係数には、差分近似による誤差や、次元削減に伴う近似誤差などが含まれる。このため、提案手法で得られる感度係数評価を用いて求められる炉心核特性不確かさや調整後断面積には誤差が含まれる。そのため、実際の適用に際しては、感度係数の精度がどの程度必要で、提案手法によってその精度が達成可能か検討する必要がある。

3) より多くの入力パラメータの考慮

本検証では、18の重核種について、計5040種類の微視的多群断面積についてのみ検討を行ったが、入力となりうるパラメータは他にも多数ある。断面積調整法においては、ある一部の入力パラメータのみしか考慮していない場合、仮にその他の入力パラメータに起因して解析値と測定値に差異が生じていても、考慮している一部の入力パラメータによって生じているとみなして調整を行ってしまう。したがって、断面積調整法においては、可能な限り解析に用いられている全ての入力パラメータを考慮することが望ましい。

入力パラメータが増えたときに、提案手法によって同じ相対差異ノルムを達成するのに必要な計算コストがどのように変わるかを検討することで、提案手法の断面積調整法への適用性を評価できる。

4) 展開に用いる集合体核特性の検討

本検証では、均質化断面積の感度係数行列を用いてAS基底を構築した。実効増倍率などの炉心核特性は、均質化断面積を用いて行われる炉心計算により求められるため、均質化断面積を用いてAS基底を構築することは妥当である。しかし、たとえば核種インベントリなど、実効増倍率などとは大きく感度係数の傾向が異なるような値に対しては、均質化断面積を用いた(3.3)式の展開が成り立たない可能性がある。そのため、どのような集合体核特性を用いるのがよいか、その集合体核特性を用いることで、相対差異ノルムの次元依存性がどのように変化するかを検討することが重要となる。

参考文献

- [1] 岡芳明ほか, *原子炉設計*, オーム社, 東京, (2010), ISBN 9784274208928.
- [2] T. Watanabe, T. Endo, A. Yamamoto, et al., “Cross Section Adjustment Method based on Random Sampling Technique,” *J. Nucl. Sci. Technol.* **51**, 590-599 (2014).
- [3] K. Kinoshita, A. Yamamoto, T. Endo, et al., “Uncertainty Quantification of BWR Core Characteristics using Latin Hypercube Sampling Method,” *Proc. PHYSOR2014*, Kyoto, Japan, Sep.28 – Oct. 3, 2014, (2014), [CD-ROM].
- [4] 加藤慎也, “軽水炉炉心解析における炉心核特性予測値の不確かさ低減に関する研究,” 修士論文, 名古屋大学, (2013).
- [5] K. Shibata, O. Iwamoto, T. Nakagawa, et al., “JENDL-4.0: A New Library for Nuclear Science and Engineering,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **48**, 1-30 (2011).
- [6] T. Aoyama, T. Suzuki, T. Takeda, et al., *Sensitivity coefficient of reactor parameters in fast critical assemblies and uncertainty analysis*, JAERI-M 86-004, Japan Atomic Energy Research Institute, (1977). [in Japanese].
- [7] H. Iwamoto, K. Nishihara, T. Sugawara, et al., “Sensitivity and Uncertainty Analysis for an Accelerator-Driven System with JENDL-4.0,” *J. Nucl. Sci. Technol.* **50**, 856-862, (2013).
- [8] T. Takeda and Y. Yoshimura, “Prediction Uncertainty Evaluation Methods to Core Performance Parameters in Large Liquid-metal Fast Breeder Reactor,” *Nucl. Sci. Eng.*, **103**, 157, (1989).
- [9] 渡辺友章, “ランダムサンプリング法を用いた断面積調整法に関する研究,” 修士論文, 名古屋大学, (2015).
- [10] K. Sugino, M. Ishikawa, K. Yokoyama, et al., “Development of a Unified Cross-section Set ADJ2010 Based on Adjustment Technique for Fast Reactor Core Design,” *Journal of the Korean Physical Society*, **59**, 1357-1360, (2011).
- [11] 千葉豪, *決定論的感度解析手法*, 第 44 回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, 101-120, (2012).
- [12] C. Kennedy, C. Rabiti, H. A. Khalik, “Generalized Perturbation Theory-free Sensitivity Analysis for Eigenvalue Problem,” *Nucl. Technol.*, **179**, 169-179, (2012).
- [13] C. Kennedy and H. A. Khalik, “Depletion GPT-free Sensitivity Analysis of the TMI Reactor Eigenvalue Model,” *Proc. PHYSOR2014*, Kyoto, Japan, Sep.28 – Oct. 3, 2014, (2014), [CD-ROM].
- [14] P. Tamagno, W. F. G van Rooijen, T. Takeda, et al., “Uncertainty Analysis of Monju using JENDL-4.0 Data,” *Proc. Annual Meetings of AESJ2012*, Fukui, Japan, Mar. 19-21, 2012, (2012), [CD-ROM].
- [15] G. Chiba, M. Tsuji, and T. Narabayashi, “Variance Reduction Factor of Nuclear Data for Integral Neutronics Parameters,” *Nuclear Data Sheets*, **123**, 62-67, (2015).

- [16] 渡辺友章, “ランダムサンプリング法を用いた炉心特性の不確かさ評価,” 卒業論文, 名古屋大学, (2013).
- [17] G. Chiba, M. Tsuji, T. Narabayashi, et al., “Cross Section Adjustment and Sensitivity Coefficient Estimation using Random Sampling Technique (3) Estimation of Sensitivity Coefficients,” *Proc. Annual Meetings of AESJ2014*, Tokyo, Japan, Mar. 26-28, 2014, (2014), [CD-ROM].
- [18] K. Yokoyama, M. Ishikawa, T. Kugo, “Extended Cross-section Adjustment Method to Improve the Prediction Accuracy of Core Parameters,” *J. Nuc. Sci. Technol.*, **49**, 1165-1174, (2012).
- [19] 石川眞, 沼田一幸, 佐藤若英, 杉野和輝, 高速炉用統合炉定数 ADJ2000 の作成, JNCTN9400 2001-071, 核燃料サイクル開発機構, (2001).
- [20] H. Iwamoto, K. Nishihara, R. Katano, et al., *Effect of Experiments Using Transmutation Physics Experimental Facility on the Reduction of Uncertainties in Reactor Physics Parameters of an Accelerator-Driven System*, JAEA-Research 2014-033, Japan Atomic Energy Agency, (2015).
- [21] 加藤慎也, “Characteristics 法による一般化随伴中性子束計算手法の研究,” 卒業論文, 名古屋大学, (2011).
- [22] A. Hara, T. Takeda, Y. Kikuchi, “SAGEP: Two-Dimensional Sensitivity Analysis Code Based on Generalized Perturbation Theory,” JAERI-M 84-027, Japan Atomic Energy Research Institute, (1984). [in Japanese].
- [23] 名内泰志, 連続エネルギーモンテカルロ法による随伴中性子束と動特性パラメータの評価法, 第46回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, 188-207, (2014).
- [24] M. Williams, “Development of Depletion Perturbation Theory for Coupled Neutron/Nuclide Fields,” *ORNL/TM-5958* (1978).
- [25] G. Golub, *Matrix Computations* (3rd ed.), John Hopkins, (1996).
- [26] 柳井晴夫, 竹内啓, 射影行列・一般化逆行列・特異値分解, 東京大学出版会, (1983).
- [27] Eigen3, <http://eigen.tuxfamily.org/dox>, (2015/12/28 参照).
- [28] R. Katano, A. Yamamoto, T. Endo, “Application of Partially-Converged Solution of Assembly Calculation for Core Sensitivity Analysis based on Reduced Order Modeling,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **113**, 1161-1164, (2015).
- [29] M. Q. Huda, M. M. Rahman, M. A. Imtiaz, et al., “Design Studies of a Typical PWR Core using Advanced Computational Tools and Techniques,” *Annals of Nuclear Energy*, **38**, 1939-1949, (2011).
- [30] N. Shirai, M. Inano, K. Fukuda, et al., *Criticality Safety Evaluation in Tokai Reprocessing Plant – High Burn up LWR UO₂ Spent Fuel and ATR MOX Spent Fuel-*, JAEA-Research 2011-005, Japan Atomic Energy Agency, (2011).
- [31] T. Kozlowski, T. J. Downar, *OECD/NEA and US NRC PWR MOX/UO₂ Core Transient Benchmark Final Specifications Revision 2*, NEA/NSC/DOC(2003)20, (2003).
- [32] K. Smith, J. Rhodes, “CASMO-4 Characteristic Methods for Two Dimensional PWR and BWR

Core Calculations,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **83**, 322, (2000).

[33] K. Smith, et al., “SIMULATE-3 Methodology,” Studsvik/SOA-95/18, (1995).

[34] *CASMO-4 A Fuel Assembly Burn-up Program. User’s Manual*, SSP-09/443-U Rev 0, Studsvik Scandpower, inc., (2009).

Appendix D CASMO-4 のみを用いた検討

第 4 章での簡易炉心体系について CASMO-4/SIMULATE-3 のコードシステムで検討を行った。本研究では第 4 章での検討に先立って、CASMO-4 のみを用いて熱水力フィードバックなしの条件で同様の検討を行った。Appendix D では、その検討について、計算体系、計算条件を述べた後、実効増倍率および原子数密度の感度係数について結果を示す。

D.1 計算体系

考慮した集合体体系および簡易炉心体系は第 4 章のものと同じである。ただし、ホウ素濃度のみ 0 ppm である。

D.2 計算条件

入力パラメータは表 4.3 に記載した 18 核種の微視的多群断面積計 5040 個とする。

CASMO-4 のみの計算では、第 4 章の検討とは異なり、非均質体系を直接計算するため、集合体計算で断面積のテーブルを作成することはない。しかし、AS 構築のために近似集合体計算を行い、近似集合体核特性感度係数行列を評価した。

近似集合体計算は、0, 0.1, 1.0, 5.0, 35.0, 70.0 GWd/t の粗燃焼ステップで行った。三種類の集合体について、10% 摂動 5040 回の近似集合体計算を行い、各燃焼度点の均質化 2 群断面積、無限増倍率、および集合体平均原子数密度の計 931 種類の近似集合体核特性の相対感度係数行列を評価した。相対感度係数行列は 931 行 5040 列となった。

炉心体系については、20.0GWd/t まで燃焼させる計算を行った。着目する炉心核特性は 20.0GWd/t における実効増倍率および U-234 の平均原子数密度とする。

D.3 結果・考察

D.3.1 実効増倍率の感度係数

20.0 GWd/t における実効増倍率の相対感度係数の結果を以下の図に示す (図 D.1、D.2)。図 D.1 から、提案手法による結果は、感度を持つ断面積とその大小関係を良く再現していることがわかる。提案手法は、集合体核特性の感度が炉心核特性に伝播する、すなわち炉心核特性の感度係数行列が集合体核特性の感度係数行列を用いて分解できると仮定している。CASMO-4 のみの計算では、集合体計算によって断面積をテーブル化するなどしていないため、厳密にはこの仮定は成り立たない。しかし、均質化断面積は詳細計算を再現するようにテーブル化され、したがって均質化断面積を用いて構築された AS は、詳細計算の AS を良く近似することが出来るといえる。

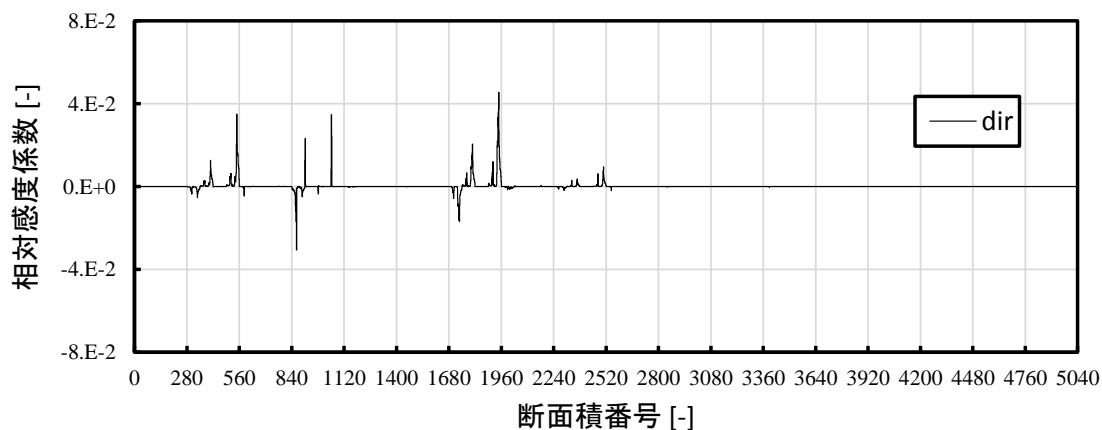


図 D.1A 20.0GWd/t における実効増倍率の相対感度係数 (直接法)

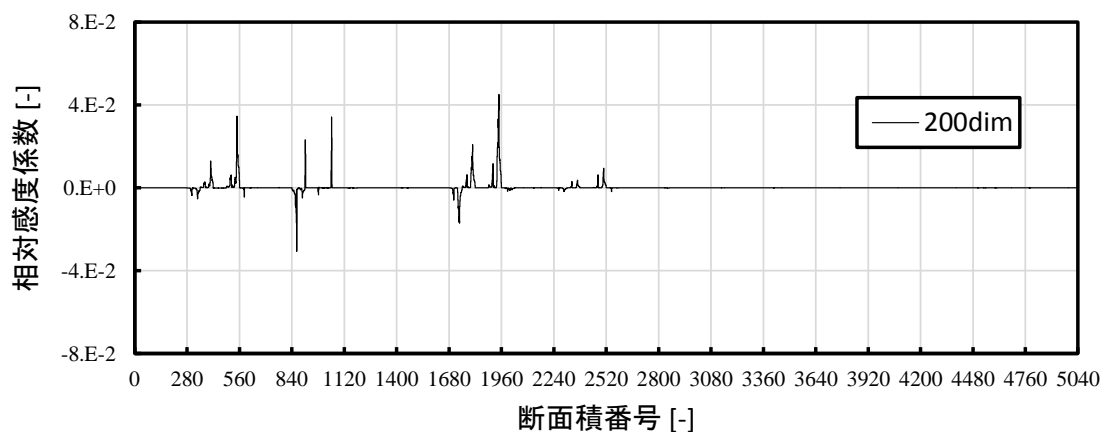


図 D.1B 20.0GWd/t における実効増倍率の相対感度係数 (提案手法 200 次元)

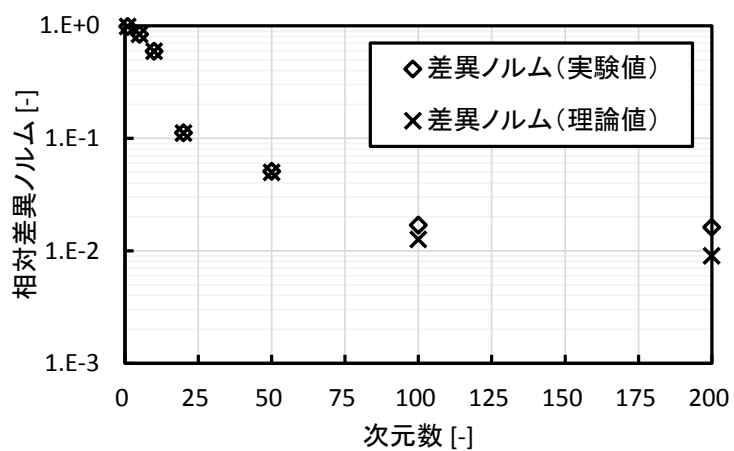


図 D.2 20.0GWd/t における実効増倍率の相対感度係数の相対差異ノルム

D.3.2 原子数密度の感度係数

20.0GWd/tにおけるU-234の平均原子数密度の相対感度係数について結果を示す(図D.3～図D.5)。図D.4は、図D.3の相対感度係数のうちU-234の断面積に対する相対感度係数を示している。U-234の原子数密度は、U-234自身の捕獲断面積に対して大きな感度を持ち、他の断面積に対して感度が小さい。この傾向は実効増倍率とは大きく異なる。しかし、提案手法は直接法の結果を良く再現している。これについてはAS基底構築に原子数密度を用いたからと考えている。原子数密度を除いて作成されたAS基底を用いた結果を図D.6に示す。図D.6の結果から、原子数密度を除いて作成されたAS基底では、直接法による感度係数の傾向を再現できていないことがわかる。このことから、AS基底を構築する際に考慮する集合体核特性の設定法も、着目炉心核特性の相対感度係数の再現性に大きく影響することがわかった。集合体核特性の設定法については、今後の課題とする。

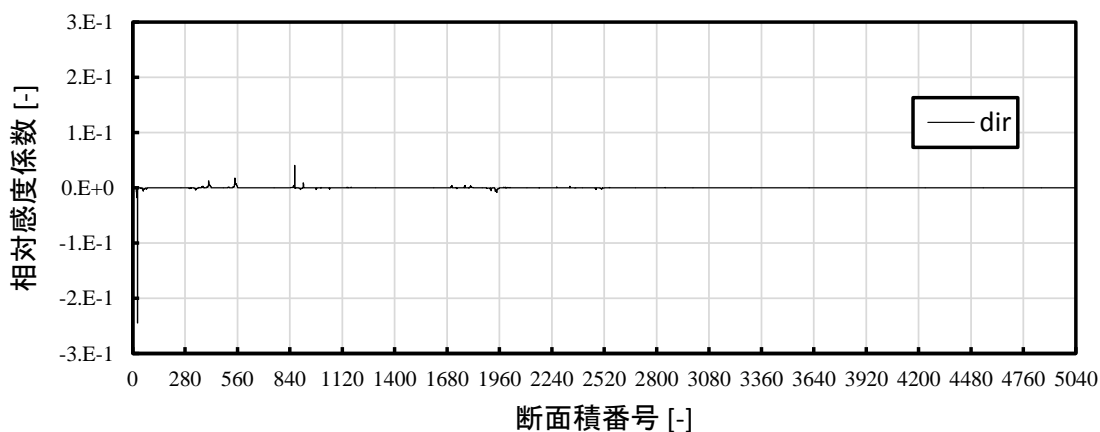


図 D.3A 20.0GWd/t における U-234 の平均原子数密度の相対感度係数 (直接法)

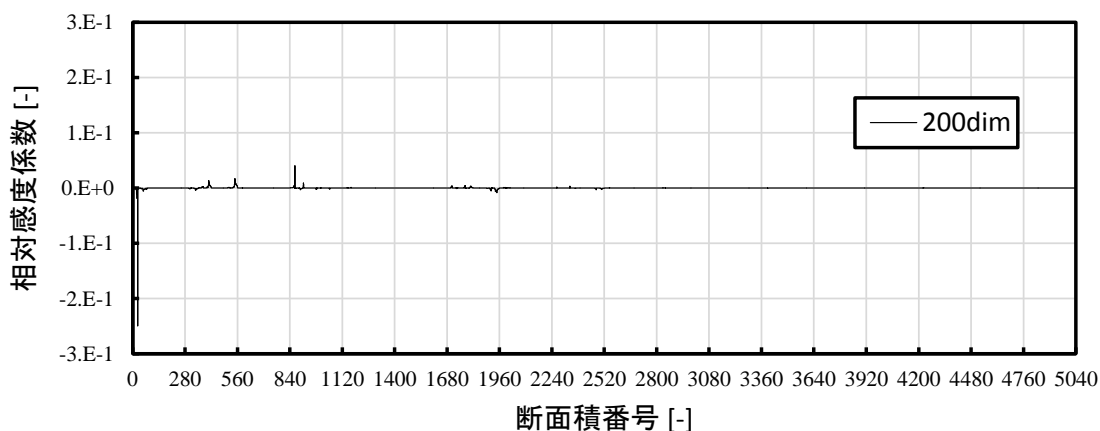


図 D.3A 20.0GWd/t における U-234 の平均原子数密度の相対感度係数 (提案手法 200 次元)

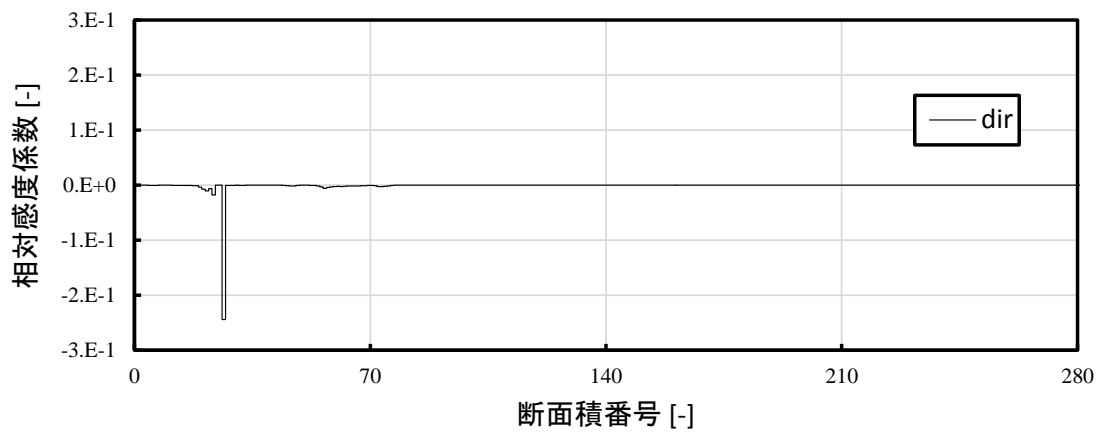


図 D.4A 20.0GWd/t における U-234 の平均原子数密度の
U-234 に対する相対感度係数 (直接法)

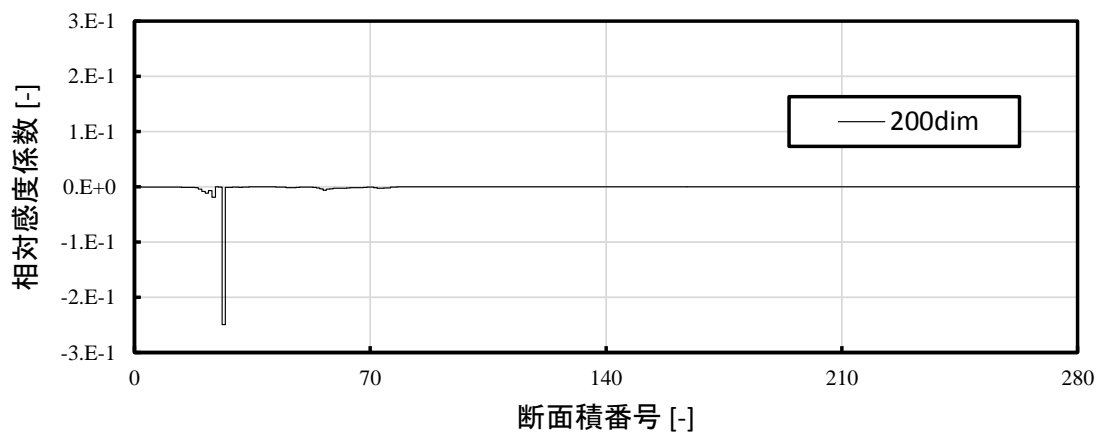


図 D.4B 20.0GWd/t における U-234 の平均原子数密度の
U-234 に対する相対感度係数 (提案手法 200 次元)

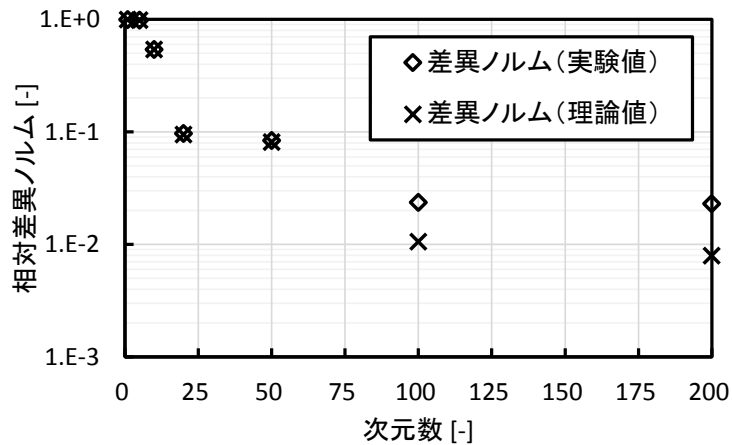


図 D.5 20.0GWd/t における U-234 の平均原子数密度の相対感度係数の相対差異ノルム

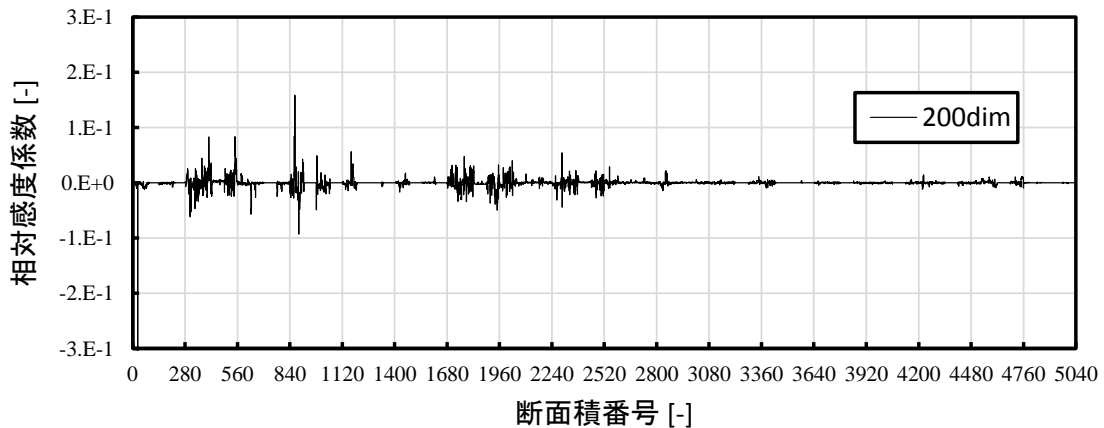


図 D.6 20.0GWd/t における U-234 の平均原子数密度の相対感度係数
(原子数密度を除いた AS 基底 200 次元)

D.4 まとめ

CASMO-4 のみを用いて、簡易炉心の感度係数評価を行った。20.0GWd/t における実効増倍率の結果から、提案手法の妥当性を確認した。CASMO-4 のみの計算では、断面積のテーブル化を行わないため、集合体核特性感度係数行列による分解は厳密には成り立たない。しかし、均質化断面積は詳細計算を再現するように求められるため、均質化断面積による AS 基底は炉心体系の AS 基底を良く再現できたといえる。また、20.0GWd/t における U-234 の平均原子数密度の結果から、AS 基底を構築する際にどの集合体核特性を用いるかによって、再現性が大きく影響されることがわかった。集合体核特性の設定法は今後の課題である。

公刊論文

1. R. Katano, T. Endo, A. Yamamoto, Y. Kamiyama, K. Kirimura, S. Kosaka, “Generation of Simplified Burnup Chain using Contribution Matrix of Nuclide Production,” *Proc. PHYSOR2014*, Kyoto, Japan, Sep. 28-Oct. 3, 2014, (2014).
2. 方野量太, 遠藤知弘, 山本章夫, “集合体計算結果を用いた Reduced Order Modeling による炉心感度解析手法の開発,” *KURRI-KR(CD)*, **50**, pp. 86-96, (2014).
3. 方野量太, 遠藤知弘, 山本章夫, “集合体計算結果を用いた Reduced Order Modeling による炉心感度解析手法の開発,” 日本原子力学会 2015 春の年会, 茨城大学, 3 月 20-22 日, 2015, J38, (2015).
4. R. Katano, T. Endo, A. Yamamoto, “Development of Core Sensitivity Analysis Based on Reduced-Order Modeling using Assembly Calculations,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **112**, pp. 715-718, (2015).
5. 方野量太, 遠藤知弘, 山本章夫, “Reduced Order Modeling に基づいた炉心感度解析への集合体計算未収束解の適用,” 日本原子力学会 2015 秋の大会, 静岡大学, 9 月 9-11 日, 2015, A46, (2015).
6. R. Katano, T. Endo, A. Yamamoto, “Application of Partially-Converged Solution of Assembly Calculation for Core Sensitivity Analysis based on Reduced Order Modeling,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **113**, pp. 1161-1164, (2015).