

修士論文

空間とエネルギーの効果を陽的に考慮した
共鳴計算手法に関する研究

名古屋大学大学院工学研究科

博士課程(前期課程)

マテリアル理工学専攻

量子エネルギー工学分野

量子エネルギーシステム工学講座

エネルギー量子制御工学グループ

小池啓基

2009年2月

目次

第1章 序論.....	1
第2章 共鳴計算の概要と本研究の方向性.....	7
2.1 本章の概要.....	8
2.2 中性子輸送方程式.....	9
2.3 炉心解析.....	14
2.4 多群方程式と実効断面積.....	16
2.5 共鳴計算.....	18
2.6 本研究で提起する共鳴計算の方向性.....	24
2.7 本章のまとめ.....	26
第3章 不連続エネルギー群構造に基づく微積分型輸送方程式の数学的導出.....	27
3.1 本章の概要.....	28
3.2 不連続エネルギー領域を包括するエネルギー群の概念.....	30
3.3 不連続エネルギー領域を積分する演算子.....	33
3.4 不連続多群輸送方程式.....	36
3.5 空間とエネルギーの効果を陽的に考慮した断面積.....	43
3.6 断面積評価誤差を顕在化させない不連続エネルギー群構造.....	46
3.7 本章のまとめ.....	51
第4章 空間的中性子減衰特性に基づく積分型輸送方程式の直感的導出.....	52
4.1 本章の概要.....	53
4.2 着目燃料領域と減速材領域の中性子バランス.....	55
4.3 燃料表面から燃料内への中性子衝突確率.....	60
4.4 減速材中性子スペクトルの中間自己遮蔽近似.....	66
4.5 燃料内径方向核的非均質効果を考慮した減速方程式.....	68

4.6 衝突確率法からCharacteristics法への転換	72
4.7 本章のまとめ	74
第5章 実効断面積の等価性に基づく新たな共鳴計算理論の構築	75
5.1 本章の概要	76
5.2 実効断面積の等価性	78
5.3 本共鳴計算手法の基礎的な流れ	81
5.4 共鳴計算手法の高度化図式	85
5.5 中性子源近似評価	89
5.6 共鳴計算と格子計算の結合	91
5.7 本章のまとめ	95
第6章 検証計算	96
6.1 本章の概要	97
6.2 共鳴計算における炉物理的効果	98
6.3 ベンチマーク問題	105
6.4 計算条件	112
6.5 計算結果	114
6.6 計算結果の解析	117
6.7 本章のまとめ	138
第7章 結論	139
参考文献	146
謝辞	151
公刊論文リスト	153

第1章 序論

原子力発電技術の質を向上させるためには、より信頼性のある炉心解析技術の開発が必要であり、その中で共鳴計算手法の高度化が果たす役割は大きい。本章では、今日、原子力発電需要が急速に高まる中で、原子力技術開発の信頼性を高めていくことがより一層重要になるとともに、原子炉の心臓部である炉心の解析技術の高度化、とりわけ共鳴計算手法の高度化が急務となっている背景を明らかにし、本研究の目的を述べる。

21世紀を迎え、世界のエネルギー需要はますます高まりつつある。生活水準の向上や人口増加にともない、先進諸国に加え、発展途上国においても自前のエネルギー源を十分に確保することが大きな課題となっている。

エネルギーが他の消費財と比較してもっとも大きく異なるのは、その需要が経済状況などに大きく左右されない、人類存続の生命線であるという点である。また、その運用方法が地球規模の環境に大きな影響を与えるということを見逃すことはできない。

エネルギーをわれわれの生活産業基盤に供給する方法は多数あり、その中で発電が果たす役割は大きい。その方法は、化石燃料を主体とする火力発電を中心とし、原子燃料を主体とした原子力発電、太陽光、水力、風力等を主体とした自然エネルギー発電などより構成されている。特に近年は、環境問題や需給関係の不安定性などの観点から、火力発電の優位性が弱まるとともに、自然エネルギーの利用が大きな関心を集めている。特に自然エネルギーに関しては、小規模発電を目的とした場合に現実的なコストのもとで発電環境を整備することが可能となりつつある。しかしながら、前述のように、人々の生活水準の向上、世界的な人口増加、環境問題などを踏まえた大局的視点に立った場合、このような局所的積み上げ方式の取り組みだけでなく、根本的なエネルギー安全保障および環境負荷低減につながるような大型発電の技術開発が必要不可欠となる。原子力発電は、このようなエネルギー需要に対し、正面から応えうる唯一の発電方式である。

原子力発電はそのエネルギー密度の高さから、他の発電方式と比較して経済性や運用効率の観点からは非常に優れた発電方式であるといえる。しかし、多数の原子力事故を通して、安全性や信頼性の観点からは必ずしも最良の発電方法であるとはいえないことも示され、その重要性が注視されることはなかった。このため、原子力発電の運用主体であった米国を中心とし、20世紀終盤はその技術開発が停滞していたということができる。このような停滞期の裏で積み上げられた地道な技術開発を経て、原子力発電の経済性・安全性・信頼性は向上し、現在では原子力発電を発電方式の主力として位置づけ

る動きが急速に高まっている。このように、われわれの生活基盤・産業基盤に対する原子力発電の影響が強まる中で、原子力発電技術の質の向上は、単にその経済性や安全性を高めるのみならず、公衆に対する信頼性の向上という視点からもますます重要な位置を占めるものになると予想される。したがって、今後の原子力需要拡大に合わせ、必要十分な原子力技術開発の集積および高度化が必要不可欠となる。

原子力発電を特徴づけるもっとも重要なコンポーネントは、原子燃料が稠密に装荷された炉心部である。炉心に装荷される燃料の運用方法は、原子力発電の経済性を大きく決定づけるものであり、核分裂反応の根幹をなす中性子を制御することは、原子力発電の安全性を確保する上で不可欠となる。このような原子炉炉心の経済性や安全性を、十分な技術的信頼性を以って高めていくために重要な役割を果たすのが、原子炉の炉心解析技術^{[8][9][10][11][12]}である。

炉心解析とは、原子炉物理学^{[1][2][3][4][5][6][7]}の理論に基づき、種々の炉心特性を主として計算により求めることである。原子炉物理の理論からは、ボルツマンの中性子輸送方程式^[10]を解くことにより厳密な中性子の挙動を予測できるが、この方程式を実際の炉心に対して解析的に解くことはできないため、計算機を用いて数値的に解くための手法が数多く考案・改良され、炉心解析に適用されてきた。炉心解析は実際の炉心の設計解析に適用されるものであるから、限られた時間の中で要求された精度を満足する解を求められるものでなければならない。すなわち、炉心解析技術を構築する上で、計算精度と計算速度は等価な位置づけとなる^[12]ことに注意しなければならない。このため、炉心解析手法は一般に、実用化される時点における計算機能力や計算機資源を勘案し、それらに対する適用性が良好となるようなボルツマン方程式の近似式を導入し、それを効率的に解くという形で体系立てられてきた。

ボルツマン方程式で解かれるのは中性子束であり、中性子束は中性子の空間位置、エ

エネルギーおよび飛行方向に依存する。これらの変数依存性を効率的に取り扱うため、従来の炉心解析手法では、各変数間の相関は弱いものと仮定し、ボルツマン方程式を多段階に解くという方法が基礎におかれてきた^[11]。その大枠は共鳴計算、格子計算および炉心計算からなる。各計算過程に対する計算手法はこれまで、 UO_2 燃料を主体とした炉心の解析に対して優れた実績を挙げてきたが、近年、高燃焼度燃料の導入や燃料構造の複雑化等にもなう炉心の核的非均質性の増大により、その適用性に限界が生じつつある^{[8][9]}。

そのような中、幸いなことに、近年は大規模数値計算環境が整備されつつあり、複雑な幾何形状や非等方散乱の効果などを厳密に取り込んだ中性子輸送計算手法の適用が現実味を帯びつつある^{[13][14][15]}。こうした数値計算環境は格子計算手法や炉心計算手法の開発において精力的に活用され、急速にそれらの手法の質が高まってきている。それに対し、共鳴計算手法に関しては依然として炉物理研究の黎明期における近似理論^{[1][2][3][4][5]}が主体となっており、格子計算手法や炉心計算手法とバランスのとれたものであるとはいえない状況にある。共鳴計算により得られる核特性は格子計算や炉心計算の入力となるため、格子計算手法や炉心計算手法の質が向上したとしても、その大元となる共鳴計算手法に計算精度や計算速度に関する課題が多く残されていれば、それらは格子計算や炉心計算への誤差伝播をもたらすとともに、解析効率を大幅に低下させる要因となる。

炉心解析では、共鳴計算から格子計算、炉心計算へと移行するにしたがい、中性子のエネルギー的な挙動を徐々に粗く扱いつつ、取り扱う空間領域を広げていくという方法がとられる^[11]。したがって、格子計算手法や炉心計算手法は、炉心の幾何形状や中性子散乱の数学的取り扱いなど、大局的には数値計算上の取り扱い手法に帰着する。そのため、これらの計算手法に関しては、計算機能力の向上という時代の趨勢に対し、柔軟に対応することが可能となっている。それに対し、共鳴計算では、燃料の共鳴吸収特性に

基づく中性子のエネルギー的挙動や、燃料・減速材間の空間的挙動など、中性子の微視的な物理特性を正面から考察することが要求される。いいかえれば、原子力発電の存在意義を決定づける中性子の、炉心内におけるエネルギー的・空間的挙動に関する理論的取り扱いのおおよそすべては、共鳴計算に集約されているといえることができる。すなわち、共鳴計算は、炉心解析において、実事象に対するインターフェイスとなる核計算過程である。逆にいえば、このような共鳴計算の特異性が、炉心解析における共鳴計算手法を、煩雑かつ抜本的な技術革新を困難なものとしている要因であると見ることもできる。

本研究では、炉心解析における共鳴計算手法の問題点を整理し、今後の原子力技術開発において汎用的に適用可能であり、十分な理論的信頼性を担保することが可能となる共鳴計算理論の基礎を構築することを目的とする。

本論文は以下の7章から構成される。

第1章：本研究の背景と目的を、原子力技術開発の信頼性向上の重要性、および炉心解析技術における共鳴計算手法高度化の必要性という2つの観点より述べた。

第2章：現行の共鳴計算手法の概要を述べるとともに、その問題点を明らかにし、本研究における共鳴計算理論構築の方向性を示す。

第 3 章：サブグループ法^[16]の概念を基礎として、不連続エネルギー群構造に基づく輸送方程式を数学的に導出し、共鳴計算に対する中性子輸送計算の適用性を確立する。

第 4 章：超多群計算^[33]の概念を基礎として、中性子の空間的減衰特性に基づく減速方程式を直感的に導出し、輸送計算に適用する空間依存実効断面積の評価法を確立する。

第 5 章：等価原理^[11]の概念を基礎として、共通の中性子スペクトルに対する実効断面積の等価性を仮定することにより、3 章のサブグループ法と 4 章の超多群計算を結合し、新しい共鳴計算手法の枠組を確立する。

第 6 章：5 章で構築した共鳴計算手法を、共鳴計算において問題となる種々の炉物理的效果があらわになる体系に対して適用し、その妥当性と問題点を考察する。

第 7 章：本研究で得られた知見をまとめるとともに、今後の課題を示す。

第2章 共鳴計算の概要と本研究の方向性

共鳴計算は炉心解析において最上流に位置し、炉心内の中性子と物質の相互作用を物理的に考慮するための重要な核計算過程である。本章では、炉心解析において重要となる、輸送方程式の近似、多群化および実効断面積の概念について述べるとともに、現行の共鳴計算手法を概観し、本研究における共鳴計算手法の方向性を明らかにする。

2.1 本章の概要

炉心解析手法は原子炉物理学の理論に基づいて構築されている。その基礎はボルツマンの中性子輸送方程式^{[1][2][3][10][11][46][48][51]}におかれながらも、その時代の計算機資源の多寡を勘案し、輸送方程式をいかに適切な形で近似し、適用するかということが、炉心解析研究における恒常的な中心課題となっている。その背景を理解するため、まず輸送方程式の代表的な近似式である拡散方程式^[1]、減速方程式^[1]および Characteristics 法^{[1][15]}に基づく輸送方程式を取り上げ、このような近似式から重要な炉物理的知見が得られることを示す。

一般的な炉心解析では、計算精度と計算速度を両立するため、中性子輸送方程式を多段階に解くという方法が採用されている^[11]。各計算過程の目的に応じて輸送方程式が近似され、巧妙に適用されていることを示し、その中で共鳴計算が果たす役割を考察する。そのために重要となるのが、中性子輸送方程式多群化の概念である。中性子エネルギーを多数のエネルギー群に分割し、群内で断面積や中性子束を一定であるとみなす。そのためには、群平均の反応断面積、すなわち実効断面積^[11]を求めることが必要となり、それが共鳴計算手法に関する研究における本質的課題となることを指摘する。

最後に、主要な共鳴計算手法である超多群計算^{[32][33]}、等価原理^[1]およびサブグループ法^[2]について概説し、その利点と欠点を明らかにしていく中で、本研究における共鳴計算手法構築の方向性を定める。

2.2 中性子輸送方程式

原子炉の炉心解析に関する研究では、中性子束や実効増倍率等の核特性を精度よく効率的に求めることを目指して、種々の計算手法が開発されている。原子炉物理学のもっとも基礎的な理論背景に立ち返れば、その原点はボルツマンの中性子輸送方程式を理工学的観点から、いかに適切に解くかという点に帰着する。

ボルツマン方程式は元来、気体分子の速度分布を記述するために導出された方程式である。中性子は電荷をもたず、炉心内で衝突反応を起こす中性子の実効的な粒子数密度は炉内燃料媒質や減速材媒質の核種数密度と比較して十分に小さいため、中性子の挙動を気体分子のそれと同様、巨視的な確率の場の中で取り扱うことができる^[10]。

気体分子の運動を考える場合には、古典力学にしたがい、位置と速度からなる位相空間 (\vec{r}, \vec{v}) を規定することにより、気体分子の粒子数密度分布を記述することができる。炉心内の中性子数密度分布に関しても同様に表現することができるが、中性子の挙動を考える上では、速度ベクトル \vec{v} を中性子エネルギー E および単位飛行方向ベクトル $\vec{\Omega}$ に分離して取り扱うことが慣例となっている。このとき、定常状態におけるボルツマンの中性子輸送方程式を次のように導出することができる^[1]。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.1.a)$$

$$\begin{aligned} Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = & \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ & + \frac{\chi(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ & + S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (2.1.b)$$

本方程式の記号説明は3.4節で行うため、ここではその詳細に立ち入らない。中性子輸送方程式(2.1)を解くことにより求められるのは、中性子の密度分布を表す物理量、すなわち角度中性子束 $\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ である。炉心解析では、独立変数 $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ の依存性を考

慮することにより、正確な中性子束を求める必要があるが、式(2.1)より表される微積分方程式を、これら各変数の依存性を同時に考慮して解析的に解くことはできない。そこで一般的には、各独立変数 $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ の中性子束におよぼす影響は独立している、すなわち、変数間の物理的影響の相関は弱いものと仮定する。この仮定により、種々の解析目的に対応した中性子輸送方程式の近似式を導出することができ、数値計算を基軸としながらも、方程式の半解析的な取り扱いが可能となる。以下では、種々の近似式の中で代表的なものについて、その数学的な厳密性を切り捨てた上で説明する。

炉心内の中性子の空間的挙動を予測する場合、中性子の非等方性の効果を近似的に取り扱うことにより、次の二階微分方程式を得る。

$$-D(\vec{r})\nabla^2\phi(\vec{r})+\Sigma_t(\vec{r})\phi(\vec{r})=Q(\vec{r}) \quad (2.2)$$

式(2.2)は拡散方程式^{[1][11][52]}とよばれ、主として炉心解析における全炉心計算に適用される。物理的には、工学の分野で幅広く用いられている拡散方程式と同様の意味をもち、炉内中性子密度が高い領域から低い領域に向けて中性子の流れが生じるという現象を表した方程式となっている。

炉心内の中性子のエネルギー的挙動を予測する場合は、中性子の弾性散乱反応^{[1][5]}を解析的に取り扱うことにより、次の積分方程式を得る。

$$\Sigma_t(E)\phi(E)=\int_E^{E/\alpha}\frac{\Sigma_{es}(E')\phi(E')dE'}{(1-\alpha)E'} \quad (2.3)$$

式(2.3)は減速方程式^{[1][32][33][48]}とよばれ、主として炉心解析における共鳴計算に適用される。物理的には、核分裂反応で生じた高速中性子が、炉内媒質中の原子核との散乱衝突により、低エネルギー領域に減速されていく現象を表した方程式となっている。

一方、炉心内の中性子の飛行方向に関する挙動を予測する場合、飛行方向に沿った 1

次元座標上で輸送方程式を記述することにより、次の一階微分方程式を得る。

$$\frac{d\psi(\vec{\Omega})}{ds} + \Sigma_t(\vec{\Omega})\psi(\vec{\Omega}) = Q(\vec{\Omega}) \quad (2.4)$$

式(2.4)は Characteristics 法で運用される輸送方程式^{[1][14][15]}であり、主として炉心解析における格子計算に適用される。物理的には、着目する中性子飛行方向に沿った中性子の生成と消滅のバランスを表した方程式となっている。

ここで、簡単化した炉心体系に対し、式(2.2)～式(2.4)をやや詳細化した上で解いた結果をそれぞれ図 2.1、図 2.2 および図 2.3 に示す。

式(2.2)の解は、反射体つき炉心における熱群中性子束の径方向 1 次元空間分布を表している。炉心部の中性子束が余弦分布をとること、および、反射体領域において中性子の漏れと反射の効果により熱中性子がたまるという炉物理的特性を知ることができる^[6]。なお、図中の中性子束は、炉心と反射体からなる 2 領域体系において、その炉物理的特性を考慮するいくつかの近似を導入した 1 次元 2 群拡散方程式を解析的に解くことにより評価している^[52]。

一方、式(2.3)の解は、燃料と減速材の混合無限媒質における中性子束エネルギー分布、すなわち中性子スペクトルを表している。核分裂により発生する高速中性子が減速され、中速中性子領域では燃料の共鳴吸収により中性子が消費され、熱中性子領域では Maxwell 分布に基づき、中性子と原子核が熱平衡に達する^{[1][5]}という炉物理的特性を知ることができる^[45]。図中の中性子束は、散乱中性子源のほか、核分裂スペクトルと熱中性子 Maxwell 分布を固定源として考慮した 1 点炉超多群減速方程式を数値的に解くことにより評価している。

式(2.4)の解は、燃料棒と減速材の 2 領域体系における燃料中心部の熱群中性子束方位角分布を表している。中性子束の分布は等方的ではなく、減速材領域の占める領域が大きな方向に対しては中性子が効果的に減速され、熱中性子密度が大きくなる一方で、隣

接燃料の共鳴吸収の影響も受けるという炉物理的特性を知ることができる^[25]。ここで、図中の中性子束は、多数の中性子飛行方向に対し、Characteristics 法に基づいて解析的に評価される微分型輸送方程式を2次元少数群で数値的に解くことにより評価している。

実際の炉心解析では、さらに詳細な中性子輸送方程式近似モデルが適用される^[1]が、このように単純化した方程式を用いた場合でも、空間位置、エネルギーおよび角度に依存した中性子束に関する炉物理的挙動の本質を理解することができる。炉心解析に関する研究は、このような原子炉物理学の基礎を正確に理解した上で、解析目的に応じて中性子輸送方程式を適切に変形し、運用することであるということができる。

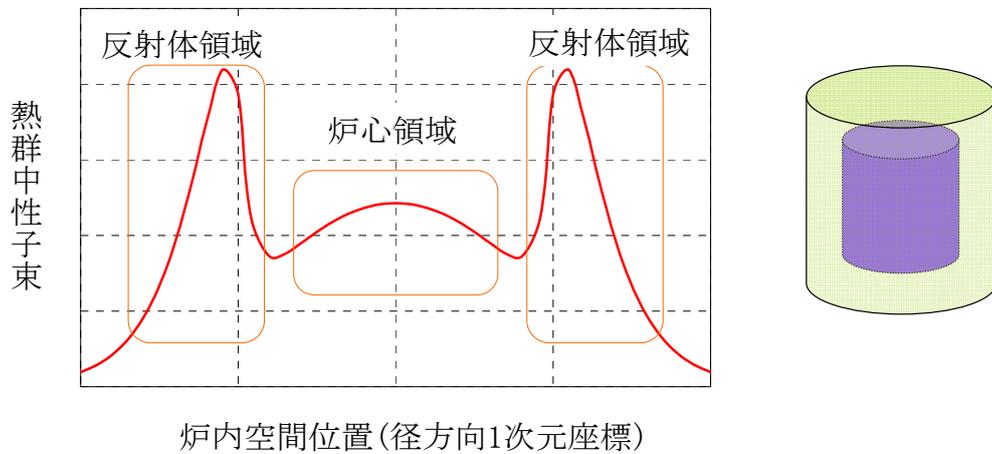


図 2.1 炉心・反射体2領域体系における2群拡散方程式計算例(空間分布)

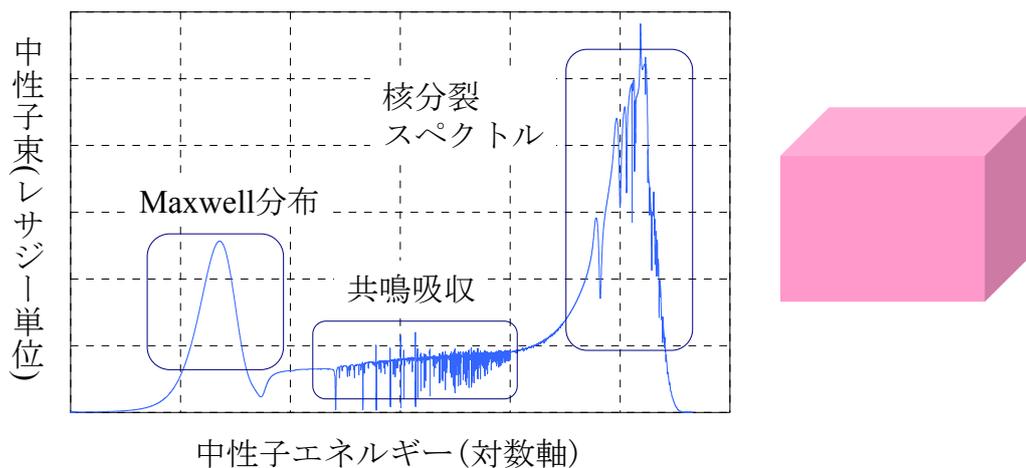


図 2.2 燃料・減速材無限均質体系における減速方程式計算例(エネルギー分布)

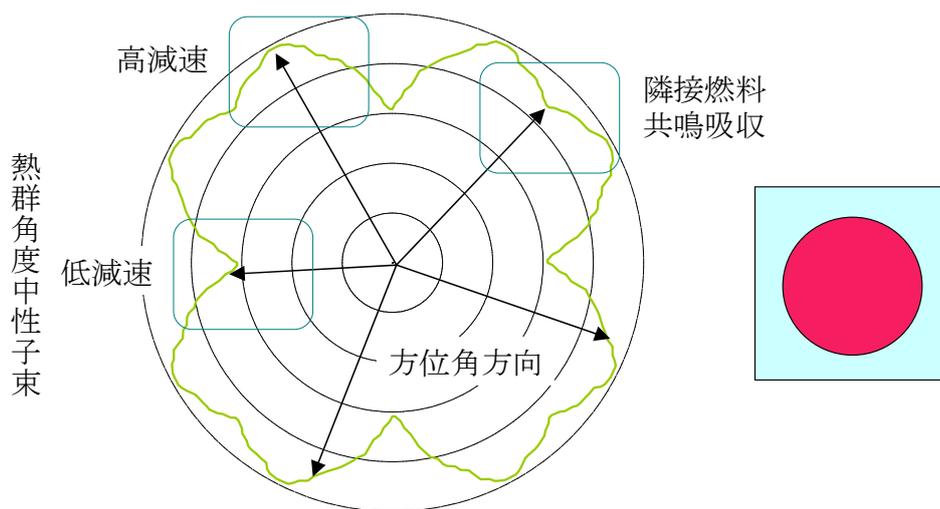


図 2.3 単位格子体系における Characteristics 法型輸送方程式計算例(角度分布)

2.3 炉心解析

ボルツマンの中性子輸送方程式を厳密に解くためには、中性子の空間位置、エネルギーおよび飛行方向依存性を同時に取り扱う必要がある。中性子輸送理論は、中性子をこのような確率的位相空間の場におき、巨視的にその挙動を予測するものである。すなわち、中性子の挙動は集団運動という形で確率的に規定されるものであり、モンテカルロ法^{[1][10][46]}を導入すれば炉心内の中性子の挙動を正確に評価することができる。これを確率論的輸送計算手法とよぶ。しかし、この方法では、中性子の生成から消滅までの過程を十分に多く追跡する必要があり、計算結果に付随する統計誤差を炉心解析上の不確定性として見積もらなければならない。このことから、確率論的手法では計算時間が一般に膨大なものとなり、炉心解析手法に要求される、計算精度と計算速度の両立を保証することができない。そこで、一般的には、中性子の空間位置、エネルギーおよび飛行方向に関する位相空間を多数の領域に分割することにより、炉心解析が実行される。この方法を決定論的輸送計算手法とよぶ。

炉心解析における核計算により最終的に求める必要があるのは、炉内中性子束空間分布である。このことから、決定論的手法に基づく一般的な炉心解析では、図 2.4 に示すように、燃料棒と減速材からなる小領域においてエネルギー依存性を詳細に考慮する計算から出発し、徐々に領域範囲を広げていく一方でエネルギー依存性を粗く取り扱う方法がとられている^{[10][11]}。その計算過程は、共鳴計算、格子計算および炉心計算の3つに分類することができる。

共鳴計算では、燃料棒と減速材からなる単純な体系において、複雑な共鳴断面積のエネルギー依存性を考慮した 10 万群程度の連続エネルギー相当の中性子輸送計算が実行される^{[32][33][34]}。2.2 節で示したように、ここでの輸送計算は一般に減速方程式に基づいたものとなっている。

共鳴計算終了後、得られた中性子束の詳細なエネルギー分布の情報を用いて、50~200

群程度の各エネルギー群に対する群平均断面積を得る^[48]。格子計算では、この断面積を用いて、燃料・被覆管・減速材からなる単位格子および燃料集合体単位の中性子輸送計算が実行される。ここでは、2.2節で示した Characteristics 法に基づく方程式が一般的に適用される。

最後に、格子計算で得られた中性子束の空間・エネルギー分布の情報を用いて、2～10群程度のエネルギー群に対する領域依存の平均断面積を得る^[7]。この断面積を用いて、単位格子、あるいは集合体を最小単位とする全炉心輸送計算が実行される。ここでは、2.2節における拡散方程式に基づいた方程式が導入され、各単位格子、あるいは集合体領域に依存した炉内中性子束空間分布を得る。

図 2.4 でイメージとして示したように、炉心解析では断面積を介した空間とエネルギーに関する情報圧縮に基づく多段階の輸送計算方法が採用されている。

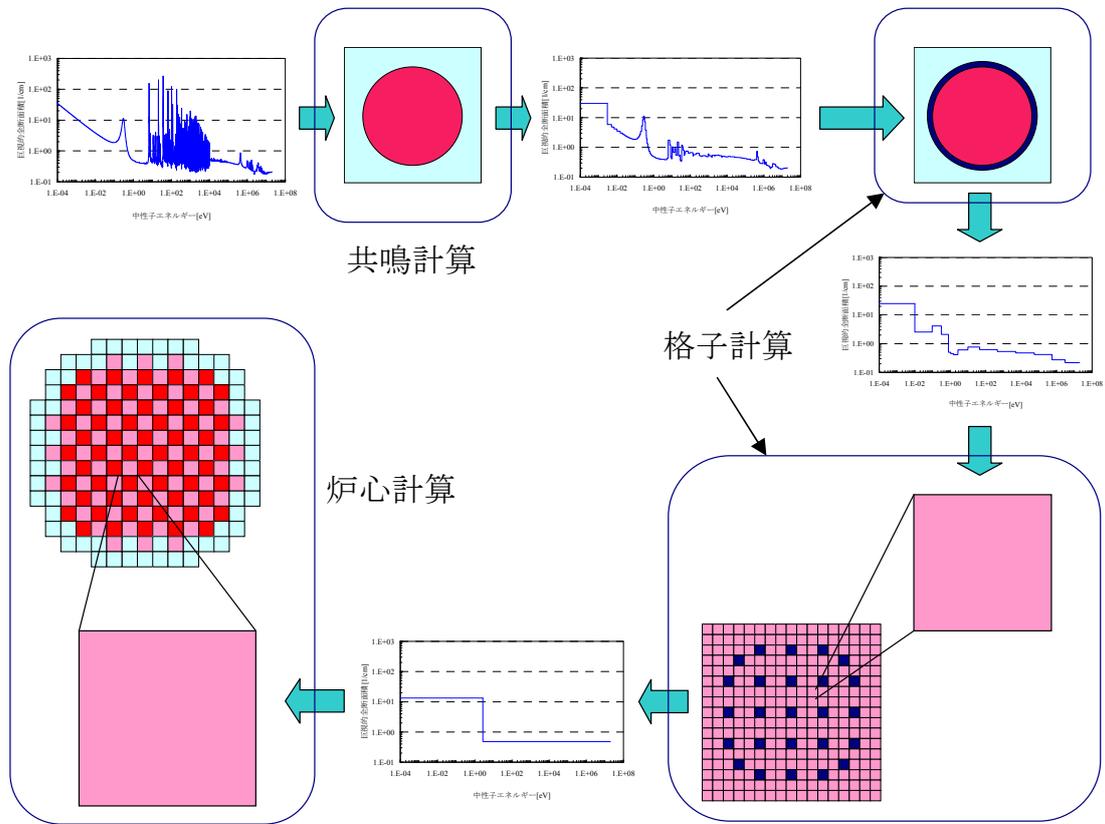


図 2.4 炉心解析における核計算の一般的な方法

2.4 多群方程式と実効断面積

炉心解析の各計算過程においては、断面積や中性子束に対し、どのようにして空間とエネルギーの情報を組み込み、圧縮するかということが重要となる。本節では、共鳴計算の必要性を理解する上で重要となるエネルギー情報の圧縮、すなわち中性子輸送方程式の多群化^[5]について説明する。

輸送方程式の多群化においては、図 2.5 に示すように、中性子エネルギー領域を G 個のエネルギー群に離散化する。着目エネルギー群 g に対するエネルギー範囲を $E_g \leq E \leq E_{g-1}$ とするとき、中性子輸送方程式(2.1)をこのエネルギー範囲で積分することにより、次の多群輸送方程式を得る。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (2.5)$$

このようにして、解くべき輸送方程式の数は G 個に増えることとなるが、式(2.1)はエネルギー領域を詳細に分割しなければ正しく解くことができないため、多群化によって輸送計算の効率は上がることとなる。ここで、式(2.1)から式(2.5)を厳密に導出するためには、 g 群の平均断面積を次のように定義する必要がある。

$$\sigma_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \sigma(E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \quad (2.6)$$

式(2.6)で定義される、連続エネルギー相当の詳細な中性子束を用いて平均化された断面積は、着目エネルギー群 g における実効的な反応断面積を表すことから、実効断面積とよばれる。 g 群における中性子束のエネルギー積分 $\psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ を用いると、式(2.6)を次のように書き換えることができる。

$$\sigma_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \sigma(E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.7)$$

式(2.7)は、群内で反応率が保存されることを表す。詳細な中性子束を用いて平均化

された断面積、すなわち実効断面積を求める演算操作を縮約とよぶが、炉心解析における中性子のエネルギー的挙動に関する情報圧縮とは、このように反応率を縮約前後で保存することを意味する。同様に、中性子の空間的挙動に関する情報圧縮、すなわち均質化^[5]においても反応率を保存するように平均断面積 $\sigma_{i,g}(\bar{\Omega})$ を定義する。

$$\sigma_{i,g}(\bar{\Omega})\psi_{i,g}(\bar{\Omega})V_i = \int_{V_i} d\vec{r} \sigma_g(\vec{r}, \bar{\Omega})\psi_g(\vec{r}, \bar{\Omega}) \quad (2.8)$$

格子計算、あるいは炉心計算で解かれるのは多群輸送方程式(2.5)であり、この方程式において定数とみなされるべき実効断面積(2.6)を評価するのが共鳴計算の一般的な役割である。ここで、実効断面積の積分演算の中に含まれる詳細な中性子束 $\psi(\vec{r}, E, \bar{\Omega})$ は未知量であることに注意しなければならない。なぜなら、中性子束は輸送方程式を用いて解かれるべき物理量そのものであるためである。したがって、解析体系の空間位置に依存した実効断面積を正確に求めることは一般に非常に難しい問題となる。この問題を正面から取り扱うのが共鳴計算に関する研究の本質であり、その抜本的な解決方法はいまだに見出されていない。

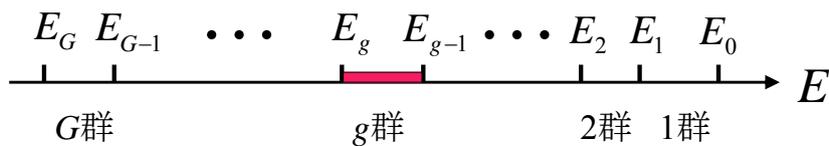


図 2.5 中性子エネルギーの離散化

2.5 共鳴計算

格子計算において定数として取り扱われる実効断面積を求める炉心解析過程を共鳴計算^[11]とよぶ。その名称は、実効断面積を求める際に必要となるのが中性子束の詳細なエネルギー分布であり、この分布形状が、燃料の共鳴断面積に依存した複雑なエネルギー的挙動を示すことに由来する。図 2.6 に示すように、断面積の共鳴ピークに対応したエネルギー領域では、燃料による中性子の共鳴吸収が生じ、このエネルギー領域における中性子束は急激に落ち込むこととなる。燃料断面積の共鳴は、当該エネルギー領域で中性子との反応確率が上昇することを表すが、この共鳴そのものが、共鳴ピークに対応するエネルギー領域への中性子のエネルギー的入射を遮蔽することにより、反応率を低下させてしまう。この炉物理特性を、共鳴のエネルギー自己遮蔽効果^[5]とよぶ。また、図 2.7 に示すように、減速材領域から燃料内に入射する減速中性子は、燃料表面付近でそのほとんどが共鳴吸収されるため、燃料の深部にまで中性子が行き渡らなくなり、燃料棒中心に向かうにつれ、中性子束は空間的に急激に落ち込む。この炉物理特性を、共鳴の空間自己遮蔽効果^[5]とよぶ。共鳴計算とは、共鳴断面積に起因する、このような炉物理特性を正確かつ効率的に考慮して実効断面積を求めることにほかならない。

共鳴計算を実現するための計算手法は数多く存在するが、それらは超多群計算^{[32][33][34][48]}、等価原理^{[1][11][35][36][37]}およびサブグループ法^{[2][16][21][23]}の3つに大別することができる。いずれの計算手法も本研究の基礎となるため、以下ではそれぞれの概要を説明する。

超多群計算とは、連続エネルギー相当の非常に多数のエネルギー群のもとで輸送計算を実行する共鳴計算手法である。これは図 2.8 に示すような中性子束の詳細なエネルギー分布を直接計算することにより実効断面積を評価する方法であり、理論的にもっとも厳密である。しかし、この手法を全炉心規模で適用する場合、炉心解析を多段階輸送計

算のもとで構築するという概念に反することとなるため、実際には計算精度と計算速度の両立という観点から、単位格子体系などの小規模体系への適用に限られる。一般に衝突確率法^{[1][48]}に基づいており、散乱中性子源を減速方程式のそれと同様の形で評価し、固定源問題として輸送方程式が解かれる。

等価原理は、現行の共鳴計算手法の中でもっとも広く適用されている方法である。詳細な中性子束エネルギー分布を評価する点は超多群計算と同様であるが、空間依存性を陽に取り扱わず、背景断面積^{[1][23][44][50]}に基づくバイアスとして陰に取り扱う点が超多群計算と大きく異なる。燃料内の中性子束エネルギー分布の形状は、その落ち込みの程度が空間領域に依存することはあっても、その形状自体はおおよそ燃料の共鳴断面積の形のみ依存するといえることができる。この性質を利用し、燃料内の中性子束エネルギー分布の空間依存性を、背景断面積という1つのパラメータを用いて間接的に評価する。すなわち、図2.9に示すように、あらかじめ均質体系において実効断面積を背景断面積の関数としてテーブル化しておいた上で、実際の解析体系における背景断面積を評価することにより、テーブルより当該解析領域の実効断面積を内挿する。この方法では、自己遮蔽状態の値を背景断面積の大きさに置換し、背景断面積の大きさが等しければ、等価な自己遮蔽効果を有すると仮定する。等価原理は非常に簡易な共鳴計算を実現するが、中性子輸送理論から大きく乖離した近似理論に基づくため、解析炉心の核的非均質性が增大する場合には、計算精度の観点から適用限界が生じる。

一方、サブグループ法は、共鳴断面積のもつ性質を巧妙に利用することにより、計算精度と計算速度を両立する共鳴計算手法である。着目エネルギー群をさらに詳細な群に分割する点は超多群計算と同様であるが、連続するエネルギー領域ではなく、図2.10に示すように、共鳴断面積の大きさに応じた不連続なエネルギー領域を1つの群(サブグループ)とする^[2]点が大きく異なる。各サブグループに対する実効断面積は自己遮蔽状態の変化に対して緩慢に変化するため、詳細な中性子スペクトルを評価することなく、

サブグループに対する実効断面積を適切に評価することができる。そして、この実効断面積を用いて輸送計算を実行し、得られた中性子束を用いて実効断面積を縮約することにより、着目エネルギー群における実効断面積を計算することができる。超多群計算の場合とは異なり、サブグループが数群であっても良好な精度を得ることができる^{[9][30]}。以上の説明は、物理的なエネルギー構造を陽に規定したサブグループ法に基づいているが、もっとも基礎的なサブグループ法では、サブグループの存在をバンド確率^[2]という形で確率的に規定する。また、各サブグループに対する実効断面積は自己遮蔽状態、あるいは解析体系に依存しないように評価され、バンド断面積とよばれる。バンド断面積とバンド確率のセットをバンドパラメータ^{[26][27][29]}とよび、これらを適切に評価することがサブグループ法の研究における本質的な論点となっている。バンドパラメータは一般に NR 近似^{[1][2][5][11]}に基づいて評価されること、また各サブグループが再現するエネルギー領域は一意的に規定されないことなどから、本手法は中性子輸送理論を厳密に保存するものではなく、核的非均質性の高い解析体系においては十分な計算精度を得ることができない場合がある。

以上の考察を踏まえ、各共鳴計算手法の利点と欠点、および計算精度と計算速度の観点からの各手法の適用性を表 2.1 にまとめる。

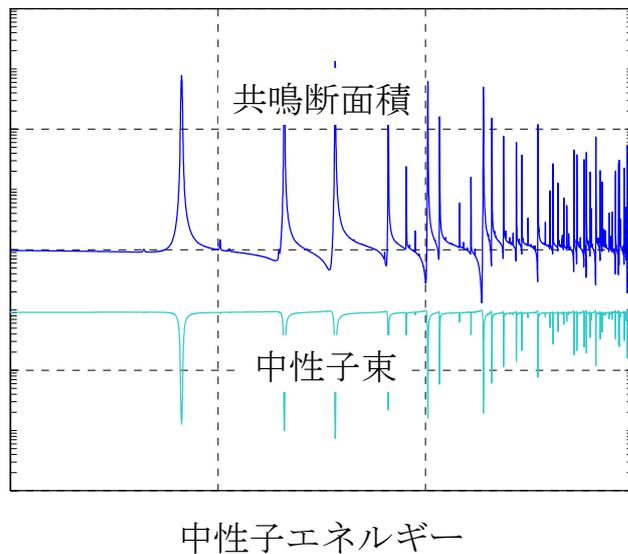


図 2.6 エネルギー自己遮蔽効果

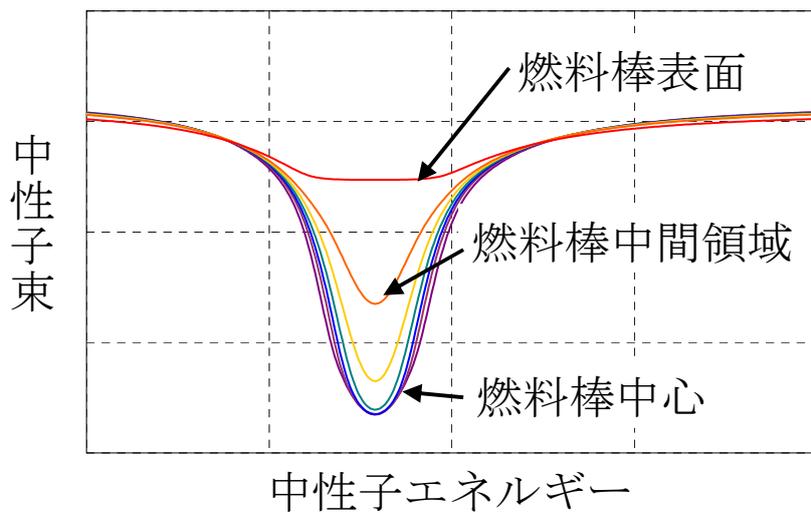


図 2.7 空間自己遮蔽効果

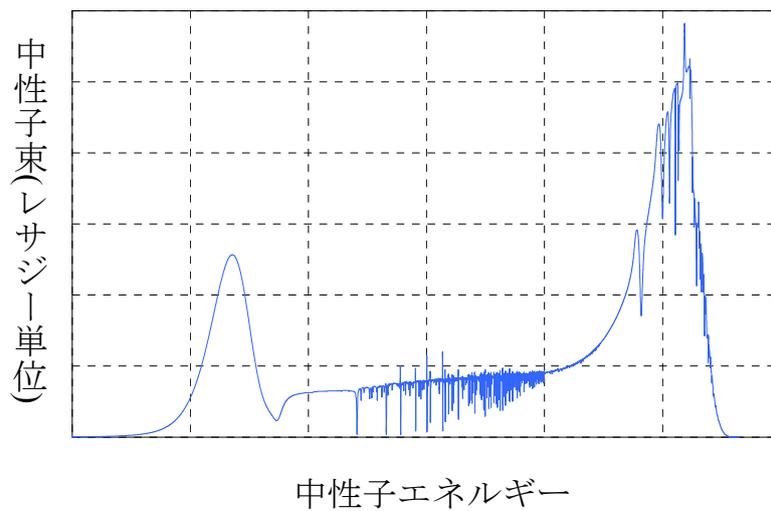


図 2.8 超多群計算の概念

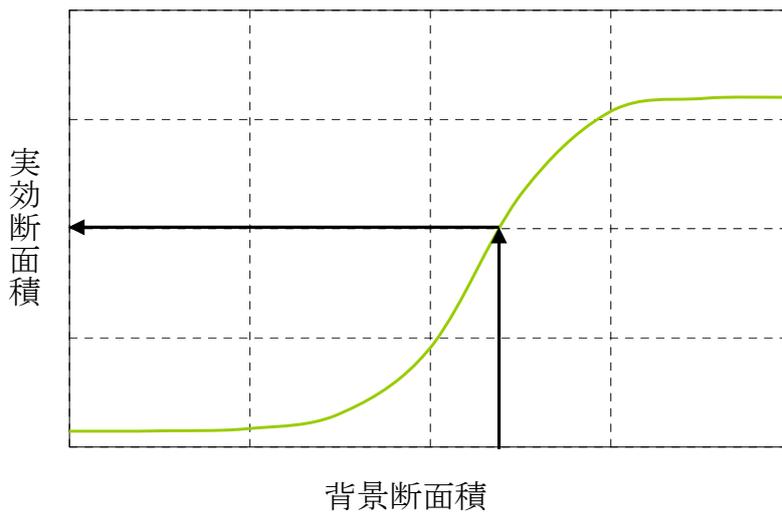


図 2.9 等価原理の概念

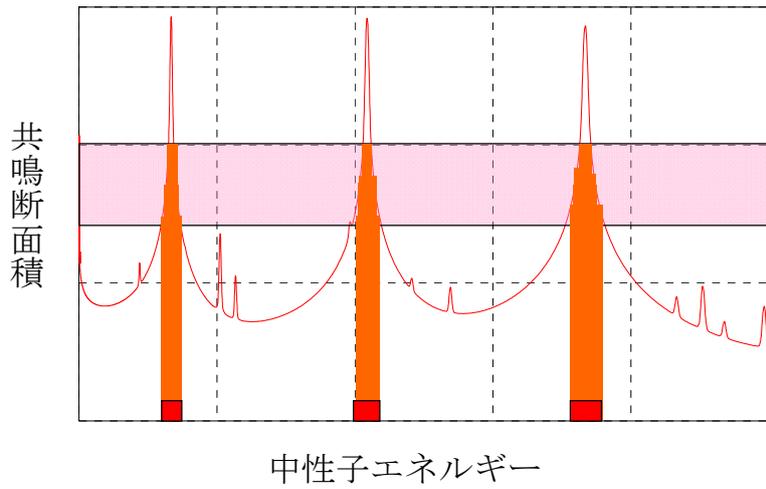


図 2.10 サブグループ法 の概念

表 2.1 各共鳴計算手法の利点と欠点

計算手法	利点	欠点	精度	速度
超多群計算	実効断面積をほぼ厳密に評価可能	大規模非均質体系への適用性低	◎	△
等価原理	共鳴自己遮蔽効果を簡易に評価可能	核的非均質性の大きな体系で理論的適用限界	△	◎
サブグループ法	断面積の共鳴構造を効率的に評価可能	輸送理論の厳密な保存が困難	○	○

2.6 本研究で提起する共鳴計算の方向性

現行の共鳴計算手法、すなわち超多群計算、等価原理およびサブグループ法はいずれも、炉心解析への適用性の観点から利点と欠点をもっている。そこで、本研究では各手法を個別に改良するのではなく、巧妙に結合することにより、新たな共鳴計算手法の枠組を構築することを基本方針とする。各手法の独立性は比較的強く、現行の手法をそのまま組み合わせることはできない。そこで、各手法の利点を取り込みつつそれらの欠点を相補的に埋め合わせるような方向で、それぞれの理論構造を抜本的に見直す。その具体的内容は本論文の3章、4章および5章において詳細に説明する。

3章では、サブグループ法に基づき、中性子輸送理論に関する数学的考察を展開する。各サブグループの属するエネルギー領域を陽に規定することにより、中性子輸送方程式を厳密に保存する多群輸送方程式を導出し、本研究における共鳴計算理論の基軸を確立する。また、計算精度の観点から、サブグループに属するエネルギー構造の良好な構築方法を理論的に検討することにより、バンドパラメータに基づく確率論的サブグループ法からの脱却を目指す。計算精度と計算速度を両立するという、サブグループ法の利点を活かしつつ、サブグループを確率的に規定することにより問題となっていた、エネルギー構造の潜在的な不一致が解消される。

4章では、超多群計算の概念に基づき、中性子減速理論に関する物理的考察を展開する。3章で定義するサブグループに対する実効断面積を計算するための中性子スペクトルを評価するため、減速材から燃料への減速中性子入射特性を利用し、空間効果を考慮した減速方程式を導出する。これにより、サブグループ法に基づく多群輸送計算に適用する断面積の空間依存性を陽に考慮することが可能となる。この方程式は積分方程式であるが、衝突確率の評価を不要とし、数学的には均質体系の減速方程式とほぼ同等の計算負荷で解くことができる。共鳴干渉効果^{[32][33]}など、種々の炉物理的効果を厳密に評価

できるという、超多群計算の利点を活かしつつ、その計算負荷を大きく低減することが可能となる。

5章では、等価原理の概念に基づき、サブグループに対する実効断面積と通常の実効断面積の等価性について考察する。同一の中性子スペクトルを用いて評価された実効断面積であれば、それらは自己遮蔽状態に関して等価であるとみなす。4章で導出する減速方程式では、空間依存の中性子スペクトルを一意的に決定することができないが、この仮定を適用することでサブグループに対する実効断面積を規定することができ、3つの共鳴計算手法を結合した新しい共鳴計算理論の枠組が構築される。共鳴自己遮蔽効果を簡易に評価できるという、等価原理の利点を活かしつつ、本手法は、背景断面積を基礎とした従来の共鳴計算理論の枠組から解放されることとなる。

本研究において提唱する共鳴計算手法は、その構造的な観点からは3つの共鳴計算手法を改良し、結合したものとなる。また、理論的な観点からは、中性子の空間とエネルギーの効果を陽的に取り込む^[51]ことにより、中性子輸送理論をより直接的に考慮した共鳴計算理論であるといえることができる。

2.7 本章のまとめ

本章の要点を以下にまとめる。

- 炉心解析研究の本質は、解析目的に応じてボルツマンの中性子輸送方程式を近似し、計算精度と計算速度の両立という観点から炉心解析への適用性を高めることである。
- 炉心解析における共鳴計算とは、共鳴断面積の炉物理的特性を考慮して格子計算に適用する実効断面積を求めることであり、その汎用計算手法は確立されていない。
- 本研究では、現行の3つの共鳴計算手法を組み合わせ、中性子輸送理論をより直接的に取り込んだ共鳴計算手法の枠組を新たに構築することを基本方針とした。

第3章 不連続エネルギー群構造に基づく微積分型輸送方程式の数学的導出

体系内の中性子の空間的挙動を直接的に考慮した共鳴計算を実行するためには、ボルツマンの中性子輸送方程式を厳密に取り入れる必要がある。本章では、計算精度と計算速度を両立した共鳴計算理論の構築を目的とし、微積分型輸送方程式のエネルギー変数に関する新たな数学的演算理論を展開する。

3.1 本章の概要

決定論的に中性子輸送方程式を解く場合、通常は中性子エネルギー領域を多数のエネルギー群に離散化し、各エネルギー群に対して多群輸送方程式を適用する。中性子反応断面積のエネルギー依存性を詳細に考慮する共鳴計算への適用に際しては、非常に多くの空間領域とエネルギー群に対して輸送方程式を解かなければならない。一方、原子炉の炉心解析では計算精度と計算速度を両立することが求められる^[12]。このジレンマを解消するため、従来は中性子束の空間とエネルギーの相関が弱いと仮定することにより、反応断面積のエネルギー依存性を詳細に考慮する場合には、空間依存性の効果を背景断面積に基づくバイアスとして陰に取り扱い、中性子輸送方程式の近似式である中性子減速方程式を解くという方法が基礎におかれてきた。

本研究において、共鳴計算に直接輸送計算を導入する背景には、近年、大規模数値計算環境が整備される中で、微積分型多群輸送方程式の厳密解法である Characteristics 法の実炉心解析への適用性が現実味を帯びてきている^[14]点が挙げられる。実際、燃料集合体体系の核特性を、Characteristics 法に基づく多群輸送方程式を用いて解くことは十分可能である。しかし、この多群輸送方程式を共鳴計算に適用する場合、エネルギー群数をさらに増加させることを避けることができない。そこで、エネルギー群数の増加をできる限り抑えたいうえで、超多群輸送計算相当の解を得る方策を見出すことが重要となる。

以上のような中性子輸送計算の現状と共鳴計算に対する適用性をふまえ、本章では、複数の不連続な中性子エネルギー領域を 1 つの群とした不連続エネルギー群構造に基づく中性子輸送方程式を導出する。これは多群輸送方程式の拡張であり、断面積の複雑な共鳴構造を効率的に取り扱うための基礎となるものである。不連続エネルギー領域を積分するという概念を直感的にとらえることは非常に難しいが、これを数学的に表現することで、理論式の導出は非常に簡素なものとなる。導出される方程式は多群輸送方程式と同一の形式をとるが、断面積や中性子束に対して新たな定義が与えられる。

第3章 不連続エネルギー群構造に基づく微積分型輸送方程式の数学的導出

不連続エネルギー群の概念は、断面積の大きさに応じて不連続なエネルギー領域を1つの群とする^[2]サブグループ法のそれを起源とするが、実際に不連続なエネルギー領域が陽に取り扱われることはなく、各群はバンドパラメータに基づき、確率的に規定されるものであった。本章で導出する輸送方程式はエネルギー領域を陽に規定するものであり、中性子輸送方程式を数学的に厳密な形で保存する。一方、導出される方程式で定数として扱われる多群断面積を決定するためには、通常が多群輸送理論と同様、中性子束の詳細な空間とエネルギーの分布を近似的に求める必要がある。この近似に基づく誤差伝播を最小化するための不連続エネルギー群構築条件を理論的に導出することにより、不連続エネルギー群に基づく中性子輸送理論の導入意義を明確にするとともに、その理論的基盤を強固なものとする。

3.2 不連続エネルギー領域を包括するエネルギー群の概念

現行の多群輸送計算の枠組は、図 3.1 に示すように、中性子エネルギー領域を連続する複数のエネルギー群に離散化し、各群内で断面積や中性子束は一定であるとする方法を基礎としている^[5]。このような変数離散化の概念は、解析的に解くことが困難となる複雑系を対象にした場合の、自然科学における一般的な問題解決の方法論に準じたものとなっており、直感的にも非常にとらえやすいものとなっている。

決定論的中性子輸送理論の最大の特徴は、空間、エネルギーおよび角度変数を離散化することにある。このうち、角度変数に関しては、視覚的にとらえやすい純粋な離散化とは別に、関数展開法を適用されることも多い^[1]。これは中性子の飛行方向を非等方性に着目して数学的に離散化する方法であり、物理的にとらえにくい概念に基づいているにもかかわらず、大きな成功をおさめてきた。

それに対し、エネルギー変数の取り扱いに関しては、もっぱら物理的に純粋な離散化方法が採用されている。厳密に評価された少数群断面積が用意されているという前提のもとでは、エネルギー変数の離散化に関して格別な取り扱いが必要となることはない。しかし、少数群断面積計算の大元となる共鳴計算において、断面積のエネルギーに関する共鳴構造が非常に複雑であるという事実は、エネルギー変数を連続的な領域で離散化する従来の概念が必ずしも最適な方法とはならないことを示唆している。

そこで、本章では、複数の不連続なエネルギー領域を1つの群とする多群輸送計算の新たな枠組を提唱する。その概念を図 3.2 に示す。

不連続エネルギー群の概念は、散乱反応の取り扱いにおいて特徴的な物理的意味を帯びることとなる。図 3.3 にその概念を示す。通常が多群輸送計算では、中性子が減速されて低いエネルギー領域に落ちていく様子を物理的に模擬し、高いエネルギー群から順に中性子束が計算される。一方、不連続なエネルギー領域を1つの群とする概念のもとでは、群間の物理的なエネルギーの高低が規定されないため、物理的には下方散乱が支

配的なエネルギー領域であっても、数学的には上方散乱が生じることとなる。このような不連続エネルギー群の概念を導入する意義は、次節以降で明らかになる。

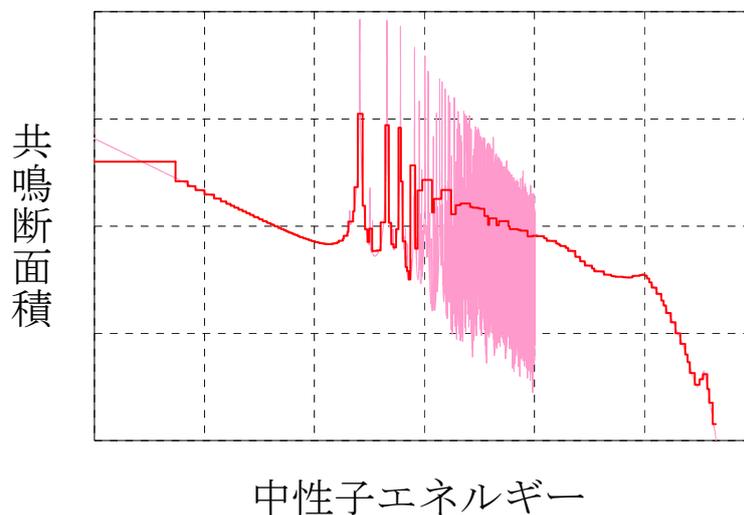


図 3.1 中性子エネルギーの離散化と群平均断面積

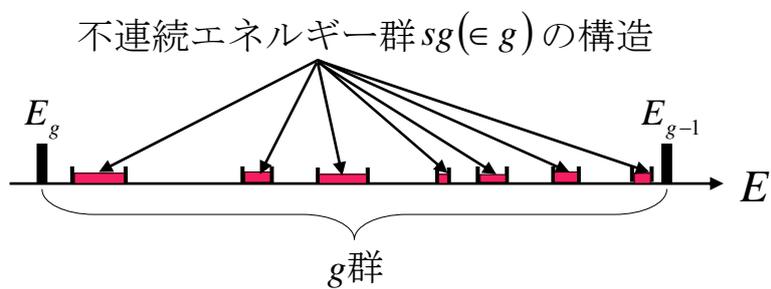


図 3.2 不連続な中性子エネルギー領域のグループ化

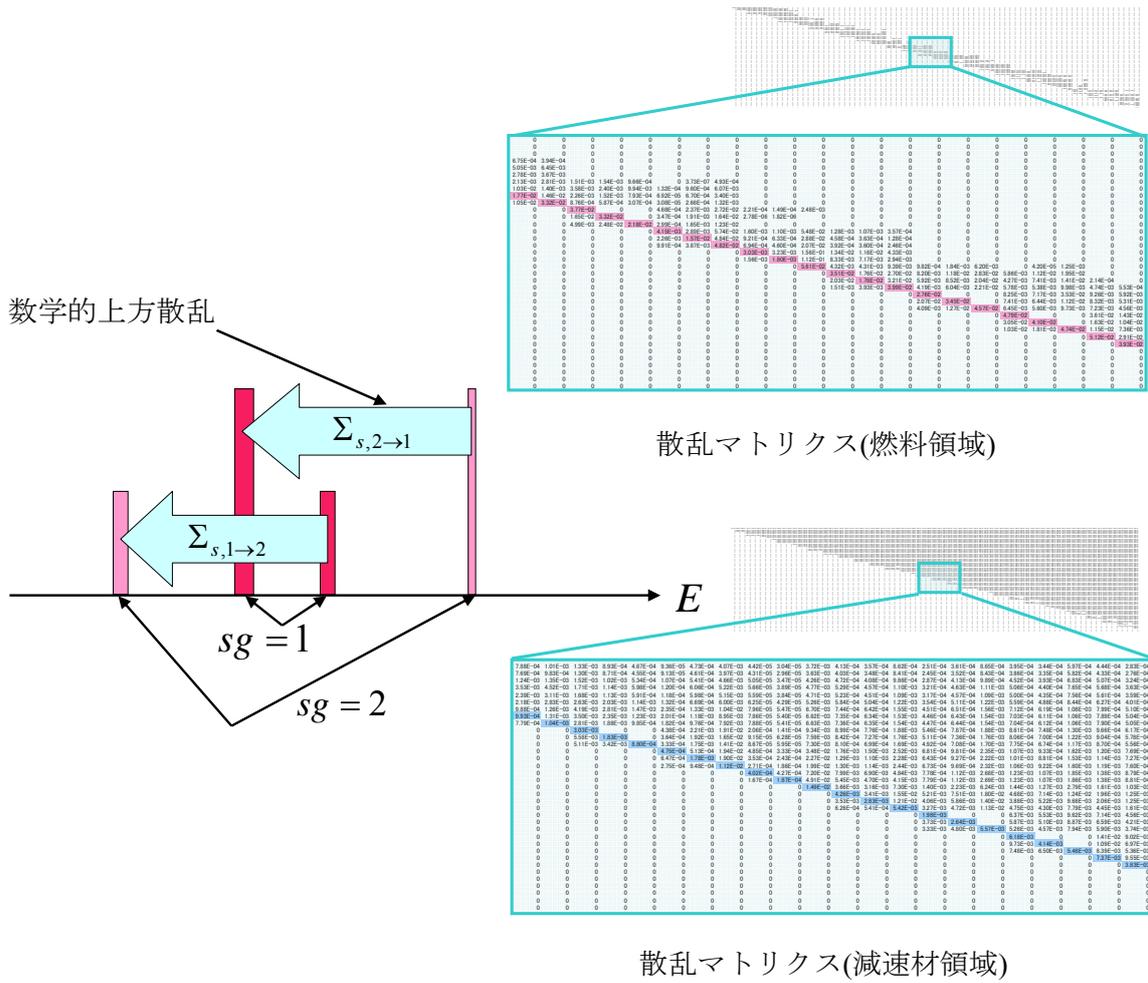


図 3.3 散乱反応における数学的上方散乱の効果

3.3 不連続エネルギー領域を積分する演算子

不連続なエネルギー領域を 1 つの群とする概念を物理的な考察のみに基づいて定量的に表現することは非常に難しい。これは角度変数の関数展開法である P_n 法^{[1][13][25]}を物理的にとらえようとする場合、 P_1 法を拡散方程式に基づいて説明する^[11]ことは比較的容易であっても、2次以上の理論式中中性子の輸送現象から考察することが困難であることと似ている。このような場合、具体的な解析対象をいったん抽象化し、より俯瞰的な立場から対象を考察し、再度具体化するという、具体化→抽象化→再具体化の方法論を導入すると便利である。

ここでは、任意の実エネルギー関数 $f(E)$ に対し、次のような変換演算子 $\mathcal{D}[f](sg)$ を導入することで、不連続エネルギー群構造に基づく多群輸送方程式を簡潔に導出するための基礎を構築する。

$$\mathcal{D}[f](sg) \equiv \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE' \delta(E' - E_{sg}) \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{E'}^{E'+\epsilon} dE f(E) \quad (3.1.a)$$

$$g = \{E | E_g \leq E \leq E_{g-1}\} \quad (3.1.b)$$

$$sg \in g \quad (3.1.c)$$

$$E_{sg} = \{E | E \in sg\} \quad (3.1.d)$$

ここで考えるのは、式(3.1.b)で定義されるエネルギー群 g を複数のサブグループ sg に分割し、 sg に対する多群輸送方程式を導出することである。 sg が構成するエネルギー領域は陽に規定するが、不連続な複数のエネルギー領域をまたいでいてもよいものとする。この意味で、本研究では、 sg を不連続エネルギー群とよぶ。各 $sg \in g$ は互いに共通のエネルギー領域をもたず、かつ、各 $sg \in g$ の内包するエネルギー領域をあわせると、ちょうど g 群のエネルギー領域 $E_g \leq E \leq E_{g-1}$ を完全に包括するものとする。また、サブグループ法の直接法では、断面積の大きさに応じてエネルギー群構造を構築する

^{[2][21]}が、本理論ではこのような制限をあたえない。

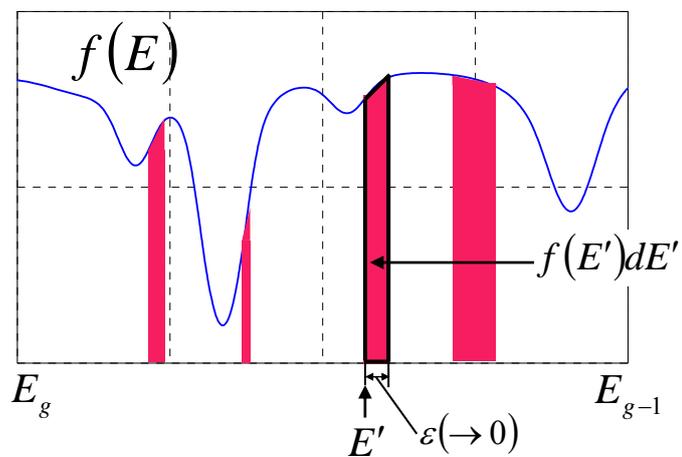
次に、本章で重要な役割を果たす変換演算子 $\mathcal{D}[f](sg)$ の数学的意味を説明する。中性子エネルギー E の関数 $f(E)$ は、断面積、中性子束、あるいはこれらの積であたえられる反応率などを表す。 $f(E)$ をエネルギーの関数から sg の関数に変換するのが $\mathcal{D}[f](sg)$ のもつ数学的意味である。具体的には、図 3.4 に示すように、 $f(E)$ を、 sg に属するエネルギー領域に関してエネルギー積分する演算子である。ここで、式(3.1.a)に現れる E_{sg} は、着目 sg に属するすべてのエネルギー点を表す。式(3.1.a)の積分

$\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE' \delta(E' - E_{sg})$ は、着目群 g に関し、 $\delta(E' - E_{sg})$ を介して sg に属する E' に対する $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{E'}^{E'+\varepsilon} dE f(E) = f(E') dE'$ のみを選択的に積分演算することを意味する。デルタ関数を用いることにより、ルベグ積分を導入することなく、リーマン積分の範囲で不連続なエネルギー領域に関する直接積分演算が可能となる。

$\mathcal{D}[f](sg)$ は、 sg が連続的なエネルギー領域 $E_{sg} \leq E \leq E_{sg-1}$ からなる特別な場合、次のように従来の積分演算子で定義される。

$$\mathcal{D}[f](sg) \equiv \int_{E_{sg}}^{E_{sg-1}} dE f(E) \quad (3.2)$$

中性子エネルギー E に関する輸送方程式を出発点とする多群輸送方程式の導出論は、中性子輸送方程式に対して式(3.2)のような積分演算子を作用させることによって展開される^[5]。不連続エネルギー群に基づく多群輸送方程式も、通常が多群輸送方程式とまったく同様の手順で導出することができる。



中性子エネルギー E

$$\mathcal{D}[f](sg) = \left| \right| + \left| \right| + \left| \right| + \left| \right|$$

図 3.4 $\mathcal{D}[f](sg)$ の演算概念

3.4 不連続多群輸送方程式

中性子の空間的挙動を厳密にとりいれた共鳴計算は結局のところ、空間と中性子エネルギーの効果を同時に考慮して輸送計算を実行することにほかならない。この観点から、広義に本研究の最終目標とするところは、集合体や全炉心のような大型体系で共鳴計算を実現することにある。

中性子輸送方程式は、着目領域およびその隣接領域における中性子の局所的バランスに基づく微積分型と、着目領域に対するすべての領域からの中性子の大局的寄与に基づく積分型に大別される^{[1][10][46]}。一般に積分方程式では積分量を取り扱うため、高精度な解を得ることができるが、解析体系の大型化にともない、その計算負荷は膨大なものとなる。一方、微積分方程式は微分量を取り扱うため、積分方程式ほどの精度を担保することはできないが、大型体系においても中性子の局所バランスのみを考慮すればよいいため、計算負荷が積分方程式のそれと比較して小さく抑えられるという特徴をもっている。

以上の観点から、本節では次の微積分型輸送方程式(3.3)に対し、不連続エネルギー領域に関する積分変換演算子 $\mathcal{D}[f](sg)$ を作用させることにより、不連続エネルギー群構造に基づく多群方程式を導出する。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (3.3.a)$$

$$\begin{aligned} Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = & \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ & + \frac{\chi(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ & + S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (3.3.b)$$

ここで、式(3.3)中に現れる各種物理量は次のような意味をもつ。

\vec{r} : 中性子の位置ベクトル

E : 中性子のエネルギー

$\vec{\Omega}$: 中性子の単位飛行方向ベクトル

$\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$: 位置 \vec{r} 、エネルギー E 、飛行方向 $\vec{\Omega}$ の位相空間を単位時間、単位面積あたりに通過する中性子の個数(角度中性子束)

$\Sigma_t(\vec{r}, E)$: 位置 \vec{r} 、エネルギー E における巨視的全断面積

$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$: 位置 \vec{r} にあって、エネルギー E' 、角度 $\vec{\Omega}'$ の中性子がエネルギー E 、角度 $\vec{\Omega}$ に散乱される場合の巨視的散乱断面積

$\nu\Sigma_f(\vec{r}, E)$: 位置 \vec{r} 、エネルギー E における巨視的生成断面積

$\chi(\vec{r}, E)$: 位置 \vec{r} 、エネルギー E における核分裂スペクトル

$S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$: 位置 \vec{r} 、エネルギー E 、飛行方向 $\vec{\Omega}$ における外部中性子源

以下では、式(3.3)の各項に対し、 $\mathcal{D}[f](sg)$ を作用させる。

式(3.3)左辺第1項(漏洩項)

$$\begin{aligned} \mathcal{D}[\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg) &= \vec{\Omega} \cdot \nabla \mathcal{D}[\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg) \\ &= \vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (3.4.a)$$

$$\psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \equiv \mathcal{D}[\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg) \quad (3.4.b)$$

sg に対する角度中性子束のエネルギー積分 $\psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega})$ を定義する。

式(3.3)左辺第2項(衝突項)

$$\mathcal{D}[\Sigma_t(\vec{r}, E)\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg) = \Sigma_{t,sg}(\vec{r}, \vec{\Omega})\psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (3.5.a)$$

$$\Sigma_{t,sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \equiv \frac{\mathcal{D}[\Sigma_t(\vec{r}, E)\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg)}{\mathcal{D}[\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg)} \quad (3.5.b)$$

sg に対する巨視的実効全断面積 $\Sigma_{t,sg}(\vec{r}, \vec{\Omega})$ を定義する。これは、不連続エネルギー領域に関して縮約された断面積となる。角度中性子束を含むため、角度依存の量となる^{[21][30][39]}ことに注意する。式(3.5.b)は縮約前後の反応率保存則である。

式(3.3)右辺第1項(散乱生成項)

$$\begin{aligned} & \mathcal{D}\left[\int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')\right](sg) \\ &= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \mathcal{D}\left[\int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')\right](sg) \\ &= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \mathcal{D}\left[\sum_{sg'} \mathcal{D}\left[\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')\right](sg')\right](sg) \end{aligned} \quad (3.6.a)$$

$$\begin{aligned} &= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \sum_{sg'} \mathcal{D}\left[\mathcal{D}\left[\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')\right](sg')\right](sg) \\ &= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \sum_{sg'} \Sigma_{s,sg' \rightarrow sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\psi_{sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \\ & \Sigma_{s,sg' \rightarrow sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \equiv \frac{\mathcal{D}\left[\mathcal{D}\left[\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\right](sg')\right](sg)}{\mathcal{D}\left[\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')\right](sg')} \end{aligned} \quad (3.6.b)$$

sg' から sg への巨視的実効散乱断面積 $\Sigma_{s,sg' \rightarrow sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ を定義する。散乱生成項の演算は複雑であるが、通常が多群方程式の場合と同様に変形できる。着目群 sg に対するエネルギー積分を作用させる一方で、散乱前のエネルギー E' に関する全エネルギー範囲の積分を、各散乱前群 sg' の和の形に書き換える。衝突項の場合と同様に、散乱反応率が縮約前後で保存されるように実効散乱断面積を定義する。

式(3.3)右辺第2項(核分裂生成項)

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{D} \left[\frac{\chi(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \right] (sg) \\
 &= \frac{1}{4\pi} \mathcal{D} \left[\chi(\vec{r}, E) \right] (sg) \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\
 &= \frac{\chi_{sg}(\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \sum_{sg'} \mathcal{D} \left[\nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \right] (sg) \\
 &= \frac{\chi_{sg}(\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \sum_{sg'} \nu \Sigma_{f, sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \psi_{sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}')
 \end{aligned} \tag{3.7.a}$$

$$\nu \Sigma_{f, sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \equiv \frac{\mathcal{D} \left[\nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \right] (sg)}{\mathcal{D} \left[\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \right] (sg)} \tag{3.7.b}$$

$$\chi_{sg}(\vec{r}) \equiv \mathcal{D} \left[\chi(\vec{r}, E) \right] (sg) \tag{3.7.c}$$

sg に対する巨視的実効生成断面積 $\nu \Sigma_{f, sg}(\vec{r}, \vec{\Omega})$ および核分裂スペクトル積分 $\chi_{sg}(\vec{r})$ を定義する。より厳密には、核分裂反応も散乱反応と同様に、反応前後のエネルギーと角度の遷移を考慮する必要があるが、ここでは一般的に適用されている核分裂中性子源の表現に基づいた演算を行っている。共鳴計算において、体系の実効増倍率 k_{eff} を直接求める場合には、通常が多群輸送方程式と同様に、核分裂生成項を次のように補正する。

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{\chi_{sg}(\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \sum_{sg'} \nu \Sigma_{f, sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \psi_{sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \tag{3.7.d}$$

ただし、実効増倍率は核分裂反応に基づく体系固有の増倍率であるため、式(3.7.d)を適用する場合には、式(3.8.b)で定義される外部中性子源項をゼロとおかなければならないことに注意する^[51]。

式(3.3)右辺第3項(外部中性子源生成項)

$$\mathcal{D} \left[S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \right] (sg) = S_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \tag{3.8.a}$$

$$S_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \equiv \mathcal{D} \left[S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \right] (sg) \tag{3.8.b}$$

外部中性子源に関しても、全く同様にエネルギー積分を定義できる。外部中性子源による未臨界増倍体系を取り扱うことができるほか、5章で示す散乱中性子源の近似的取り扱いの場合など、固定源問題に対して幅広く適用できる。

以上より、不連続エネルギー群構造に基づく多群輸送方程式(3.9)を導出することができる。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (3.9.a)$$

$$\begin{aligned} Q_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = & \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \sum_{sg'} \Sigma_{s,sg' \rightarrow sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi_{sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \\ & + \frac{\chi_{sg}(\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \sum_{sg'} v \Sigma_{f,sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \psi_{sg'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \\ & + S_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (3.9.b)$$

式(3.9)からわかる最も重要なことは、不連続エネルギー群という物理的にとらえがたい概念を導入したとしても、方程式の形は通常が多群輸送方程式のそれと全く同様であるということである。

一方、式(3.9)の導出過程で定義した、 sg に対する実効断面積を微視的断面積の形で一般化すると、次のように表現することができる。

$$\sigma_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \equiv \frac{\mathcal{D}[\sigma(E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg)}{\mathcal{D}[\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg)} \quad (3.10)$$

微視的断面積であっても、その実効的な断面積は空間位置 \vec{r} に依存することに注意する。このとき、 σ_{sg} および ψ_{sg} を用いて g 群の実効断面積を定義することができる。

$$\begin{aligned}
 \sigma_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) &\equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \sigma(E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} = \frac{\sum_{sg \in g} \mathcal{D}[\sigma(E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg)}{\sum_{sg \in g} \mathcal{D}[\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg)} \\
 &= \frac{\sum_{sg \in g} \sigma_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\sum_{sg \in g} \psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega})}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

厳密な角度中性子束 $\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ を用いて評価された σ_{sg} を適用する場合に限り、式(3.9)より ψ_{sg} を精度よく計算することができ、実効断面積を式(3.11)より厳密に求めることができる。ただし、この表現はあくまでも便法である。なぜなら、厳密な角度中性子束 $\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ を求めるためには非常に微細な空間領域とエネルギー群のもとで輸送計算を実行する必要がある、そのような計算を回避するための方策を考えることが、本研究の大局的な目的そのものであるためである。したがって、 $\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ の詳細計算なしに σ_{sg} を評価できない限り、本理論を共鳴計算に適用することはできない。この点に関しては、3.6節で重要な考察を行う。

最後に、本節で導出した理論式を、現行の輸送計算に対して適用しやすい形に書き換えることを考える。中性子の非等方性が大きくない場合には、角度中性子束、散乱断面積および外部中性子源を、その全立体角積分量を用いて表すことができる^[5]。

$$\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \phi(\vec{r}, E) \tag{3.12.a}$$

$$\sigma_s(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sigma_s(E' \rightarrow E) \tag{3.12.b}$$

$$S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} S(\vec{r}, E) \tag{3.12.c}$$

このとき、 sg に対する実効断面積、中性子束および外部中性子源を以下のように近似することができる。

$$\begin{aligned}\sigma_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \frac{\mathcal{D}[\sigma(E)\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg)}{\mathcal{D}[\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg)} = \frac{\mathcal{D}[\sigma(E)\phi(\vec{r}, E)/4\pi](sg)}{\mathcal{D}[\phi(\vec{r}, E)/4\pi](sg)} \\ &= \frac{\mathcal{D}[\sigma(E)\phi(\vec{r}, E)](sg)}{\mathcal{D}[\phi(\vec{r}, E)](sg)} \equiv \sigma_{sg}(\vec{r})\end{aligned}\quad (3.13.a)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{s,sg' \rightarrow sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) &= \frac{\mathcal{D}\left[\mathcal{D}\left[\sigma_s(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\right](sg')\right](sg)}{\mathcal{D}[\psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')](sg')} \\ &= \frac{\mathcal{D}\left[\mathcal{D}\left[\left\{\frac{\sigma_s(E' \rightarrow E)}{4\pi}\right\}\right](sg')\right](sg)}{\mathcal{D}[\phi(\vec{r}, E')/4\pi](sg')} \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathcal{D}\left[\mathcal{D}[\sigma_s(E' \rightarrow E)\phi(\vec{r}, E')](sg')\right](sg)}{\mathcal{D}[\phi(\vec{r}, E')](sg')} \\ &\equiv \frac{1}{4\pi} \sigma_{s,sg' \rightarrow sg}(\vec{r})\end{aligned}\quad (3.13.b)$$

$$\begin{aligned}\psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \mathcal{D}[\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg) = \mathcal{D}[\phi(\vec{r}, E)/4\pi](sg) \\ &= \frac{1}{4\pi} \mathcal{D}[\phi(\vec{r}, E)](sg) \equiv \frac{1}{4\pi} \phi_{sg}(\vec{r})\end{aligned}\quad (3.13.c)$$

$$\begin{aligned}S_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \mathcal{D}[S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})](sg) = \mathcal{D}[S(\vec{r}, E)/4\pi](sg) \\ &= \frac{1}{4\pi} \mathcal{D}[S(\vec{r}, E)](sg) \equiv \frac{1}{4\pi} S_{sg}(\vec{r})\end{aligned}\quad (3.13.d)$$

式(3.13)を式(3.9)に代入し、整理することにより、多群輸送方程式をより簡素に書き換えることができるだけでなく、 sg に対する実効断面積を、全中性子束を用いて定義することが可能となる。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,sg}(\vec{r}) \psi_{sg}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_{sg}(\vec{r}) \quad (3.14.a)$$

$$Q_{sg}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{sg'} \Sigma_{s,sg' \rightarrow sg}(\vec{r}) \phi_{sg'}(\vec{r}) + \chi_{sg}(\vec{r}) \sum_{sg'} \nu \Sigma_{f,sg'}(\vec{r}) \phi_{sg'}(\vec{r}) + S_{sg}(\vec{r}) \right) \quad (3.14.b)$$

3.5 空間とエネルギーの効果を陽的に考慮した断面積

式(3.9)、あるいは式(3.14)に基づく本理論の概念は、従来のサブグループ法のそれとは大きく異なる。本節では、本理論と従来手法の違いを、 sg に基づく実効断面積 σ_{sg} の評価方法の違いに着目して考察する。ここで、本理論に基づく σ_{sg} 、共鳴断面積の大きさに応じて不連続なエネルギー領域を 1 つの群とするサブグループ法の直接法^[21]に基づく σ_{sg} および確率テーブルを用いたサブグループ法^[26]に基づく σ_{sg} はそれぞれ、式(3.15)、式(3.16)、式(3.17)(フィッティング法^{[9][16][25]})および式(3.18)(モーメント法^{[17][22][24][28]})より評価される。

$$\sigma_g(\vec{r}) = \frac{\sum_{sg \in g} \sigma_{sg}(\vec{r}) \phi_{sg}(\vec{r})}{\sum_{sg \in g} \phi_{sg}(\vec{r})} \quad (3.15.a)$$

$$\sigma_{sg}(\vec{r}) = f(\sigma_g(\vec{r})) \quad (3.15.b)$$

$$\sigma_{sg}(\sigma_0) = \frac{\mathcal{D}[\sigma(E)\phi(E, \sigma_0)](sg)}{\mathcal{D}[\phi(E, \sigma_0)](sg)} \quad (3.16.a)$$

$$sg = \{E | \sigma_{sg, \min} \leq \sigma(E) \leq \sigma_{sg, \max}\} \quad (3.16.b)$$

$$\sigma_g(\sigma_0) = \frac{\sum_{sg \in g} \frac{\sigma_{sg}}{\sigma_{t,sg} + \sigma_0} p_{sg}}{\sum_{sg \in g} \frac{1}{\sigma_{t,sg} + \sigma_0} p_{sg}} \quad (3.17)$$

$$M_n = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \{\sigma(E)\}^n}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE} = \sum_{sg \in g} (\sigma_{sg})^n p_{sg} \quad (3.18)$$

本理論の特徴の 1 つは、 σ_{sg} における空間位置 \vec{r} の依存性を陽に考慮するという点である。このとき、式(3.15.b)に示すように、 σ_{sg} をあらかじめ σ_g の関数として関連づ

けておくことにより、式(3.15.a)を満足する σ_{sg} の最確値を一意的に規定する。この方法では、 σ_{sg} の空間依存性を輸送理論に基づき、より正確に考慮できるという点が重要となる。その詳細は5章で説明する。一方、サブグループ法の直接法では、式(3.16.a)に示すように、減速方程式、あるいはNR近似に基づく中性子束 $\phi(E, \sigma_0)$ を用いて σ_{sg} が評価されるが、計算負荷低減の観点から、その空間依存性は背景断面積 σ_0 を用いて陰に考慮される。このため、 σ_{sg} の評価において、等価原理の有する誤差要因がそのまま反映されてしまう。

一方、直接法と同様に、確率テーブルに基づくサブグループ法においても空間依存性を陽に考慮できないという問題がある。フィッティング法では、式(3.17)に示すように、均質体系でどのような背景断面積 σ_0 に対しても実効断面積がNR近似のもとで保存されるよう、 σ_0 に依存しない σ_{sg} を評価する。この場合、断面積テーブルが保持すべき情報量は小さくなり、非常に簡便な共鳴計算を実現するが、 sg に基づく輸送計算に適用できるという明示的な理論的根拠を有しない。また、モーメント法については式(3.18)に示すように、断面積モーメント M_n が保存されるように σ_{sg} を評価するが、この場合もフィッティング法と同様の事情を抱えている。

本理論のもう1つの特徴は、サブグループ sg に属するエネルギー構造についても陽に規定するという点である。サブグループ法の直接法では、式(3.16.b)に示すように、 sg を着目共鳴核種の共鳴断面積の大きさに応じて規定する。ここで、 $\sigma_{sg,max}$ 、 $\sigma_{sg,min}$ はそれぞれ、着目 sg に属する共鳴断面積の最大値と最小値を表し、 sg に属するエネルギー領域は、式(3.16.b)を満足する不連続群構造を形成する。これに対し、本手法では共鳴断面積の大きさに応じて群構造を定義するという束縛条件を廃し、サブグループ構築条

件を任意の不連続エネルギー領域に拡張する。また、ある条件で規定したエネルギー構造は、すべての核種、温度および領域に対して同一のものとすることを明示する。これらに関しては、3.6節で詳細に議論する。

一方、確率テーブルに基づくサブグループ法では、エネルギー群 g に対して確率テーブル (σ_{sg}, p_{sg}) を評価する。ここで、 p_{sg} は g 群の実効断面積の値が σ_{sg} となる確率である。この方法では、 σ_{sg} が数値計算上のテクニカルな手法に基づいて評価され、自己遮蔽状態に依存しないように計算される。このとき、 sg に属するエネルギー構造は陰に考慮され、 sg の存在は確率的に規定されるが、この取り扱い方法は中性子輸送理論を保存するものではない。一方、本理論では3.4節で示したように、反応率を保存するように輸送方程式を直接考慮する。いいかえれば、 sg に属するエネルギー構造を陽に規定しない限り、 sg 内の反応率を厳密に保存することはできないといえることができる。

確率テーブルに基づくサブグループ法では、バンドパラメータを各核種、各温度に対して独立に評価する。このため、バンド確率は核種や温度ごとに異なる。これは、 sg 単位の多群輸送方程式を解く際、同一 sg 内で異核種間、異温度間にエネルギー構造の潜在的な不一致が生じていると物理的に解釈することができる。このことから、燃料内の温度分布に起因したドップラー効果、異核種の共鳴吸収の影響が無視できない共鳴干渉効果などを厳密に取り扱う必要のある解析において、サブグループ法は精度のよい解析結果を与えないことが知られている^{[9][25]}。

結局、核的非均質性の高い解析体系の核特性を精度よく予測するためには、中性子の空間位置やエネルギーの情報を陽的に考慮した σ_{sg} を用いて輸送計算を実行しなければならないことがわかる。逆にいえば、空間とエネルギーの効果を陰に取り扱うことが、従来のサブグループ法の有する誤差要因となっていたといえることができる。

3.6 断面積評価誤差を顕在化させない不連続エネルギー群構造

本理論においては、 sg に属するエネルギー構造を陽に規定する。その規定方法には任意性があり、中性子スペクトル $\phi(E)$ が厳密に評価されているならば、 sg 数や sg 構成方法によらず、 sg に対する実効断面積 σ_{sg} を厳密に計算することができる。そして、厳密に評価された σ_{sg} を輸送方程式に適用すれば、厳密な中性子束 ϕ_{sg} や実効断面積 σ_g を求めることができる。しかし、実際の解析では $\phi(E)$ を近似的に評価するため、この近似誤差が σ_{sg} の評価誤差に伝播する。そこで本節では、 σ_{sg} を精度よく評価する上で、 $\phi(E)$ の誤差伝播に対して耐性を有する不連続エネルギー群構造構築条件を理論的に導出することを考える。

以下では、次の式(3.19)のような、 sg に対する微視的実効断面積 σ_{sg} の摂動を考える。

$$\sigma_{sg} = \frac{\mathcal{D}[\sigma(E)\phi(E)](sg)}{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)} \quad (3.19)$$

ここでは、 $\phi(E)$ の計算値に誤差が生じるという事象を、 $\phi(E)$ の摂動という形で模擬する。いま、 sg に属する不連続エネルギー領域を l 個の微小連続エネルギー領域 m ($E_m \leq E \leq E_m + dE_m, m = 1, 2, \dots, l, E_m \in sg$) より構成できるものとする。この微小エネルギー領域の集合は、 sg が内包する超多群構造に等しい。Taylor の定理にしたがうと、 $\phi(E_m)$ が $\phi(E_m) + \Delta\phi(E_m)$ に変動するとき、 σ_{sg} を以下のように級数展開することができる ($0 < \theta < 1$)。

$$\begin{aligned}
 \sigma_{sg}(\phi(E_m) + \Delta\phi(E_m)) &= \sigma_{sg}(\phi(E_m)) + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!} \left(\sum_{m=1}^l \Delta\phi(E_m) \frac{\partial}{\partial\phi(E_m)} \right)^k \sigma_{sg}(\phi(E_m)) \\
 &\quad + \frac{1}{n!} \left(\sum_{m=1}^l \Delta\phi(E_m) \frac{\partial}{\partial\phi(E_m)} \right)^n \sigma_{sg}(\phi(E_m) + \theta \cdot \Delta\phi(E_m)) \quad (3.20) \\
 &\cong \sigma_{sg}(\phi(E_m)) + \sum_{m=1}^l \Delta\phi(E_m) \frac{\partial\sigma_{sg}(\phi(E_m))}{\partial\phi(E_m)}
 \end{aligned}$$

2次以上の項は微小であり、1次の項と比較して無視できる寄与である。したがって、 σ_{sg} の変動を小さくするためには、1次摂動項 $\sum_{m=1}^l \Delta\phi(E_m) \frac{\partial\sigma_{sg}(\phi(E_m))}{\partial\phi(E_m)}$ を小さくすればよい。ここで、 $\Delta\phi(E_m)$ を小さくするためには、 $\phi(E)$ を精度よく計算する理論を構築しなければならない。この点については4章で検討することとし、ここでは1次偏微分項 $\frac{\partial\sigma_{sg}(\phi(E_m))}{\partial\phi(E_m)}$ を小さくすることにより、1次摂動項全体を小さくすることを考える。式

(3.19)より、1次偏微分項を次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial\sigma_{sg}(\phi(E_m))}{\partial\phi(E_m)} &= \frac{\partial}{\partial\phi(E_m)} \left[\frac{\mathcal{D}[\sigma(E)\phi(E)](sg)}{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)} \right] \\
 &= \frac{\sigma(E_m)dE_m \cdot \mathcal{D}[\phi(E)](sg) - \mathcal{D}[\sigma(E)\phi(E)](sg) \cdot dE_m}{\{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)\}^2} \\
 &= \frac{dE_m}{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)} \left[\sigma(E_m) - \frac{\mathcal{D}[\sigma(E)\phi(E)](sg)}{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)} \right] \\
 &= \frac{\sigma(E_m) - \sigma_{sg}}{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)} \cdot dE_m \quad (3.21)
 \end{aligned}$$

導出した1次摂動項の最終式より、各 sg 、各微小連続エネルギー領域 $m \in sg$ に対し、 $\frac{\sigma(E_m) - \sigma_{sg}}{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)}$ を小さくすることにより、 σ_{sg} の評価誤差を $\phi(E)$ の精度によらず小さくできることがわかる。すなわち、 $\sigma(E_m) - \sigma_{sg}$ の絶対値が小さく、かつ $\mathcal{D}[\phi(E)](sg)$ が大きくなるように sg の不連続エネルギー領域を規定すればよい。

$\sigma(E_m) - \sigma_{sg}$ は、 sg に対する実効断面積 σ_{sg} を中心とする断面積の符号つき振動半径

である。 $\sigma(E_m) - \sigma_{sg}$ の絶対値を小さくするためには、図3.5に示すように、 sg を共鳴断面積の大きさに応じて規定するのがよい。このように sg を規定すると、 sg に属するエネルギー領域に対応した断面積 $\sigma(E_m) (E_m \in sg)$ の大きさの差異が群内で緩和されるためである。サブグループ法を直感的に理解する際に、しばしば「共鳴断面積の大きさに応じてサブグループを規定する」という説明がなされる^{[2][9][11][25]}が、以上の考察は、この解釈を理論的に導いたものとなっている。

前述の点をふまえ、共鳴断面積の大きさに応じて等間隔に断面積軸を分割し、 sg を構築する場合を考える。このとき、図3.6に示す共鳴断面積と中性子束の相関を考えることにより、 $\phi_{sg} = \mathcal{D}[\phi(E)](sg)$ は、包括するエネルギー領域が広く、積分対象となる $\phi(E)$ 自体も大きな、共鳴の裾野に対応した sg に対して大きく、逆に、共鳴ピークに対応した sg に対しては非常に小さくなる。このため、共鳴ピークに対応した sg に対する実効断面積 σ_{sg} が、 $\phi(E)$ の摂動の影響を受けやすくなり、輸送計算の精度が悪化する。ここで、限られた不連続エネルギー群数のもとで精度よく輸送計算を実行するためには、すべての σ_{sg} 評価精度を同時に向上させるように sg を規定しなければならないことに注意する必要がある。したがって、図3.7に示すように、共鳴断面積の大きさに応じた sg 構造決定を基礎としつつ、共鳴ピークに対応するエネルギー領域に対して sg 分割数を小さくとり、共鳴の裾野に対応するエネルギー領域に対しては、やや詳細に sg を規定するのがよい。ただし、共鳴ピーク領域をやや広く sg 分割した場合、この群に対する $\sigma(E_m) - \sigma_{sg}$ は大きくなるため、 $\frac{\sigma(E_m) - \sigma_{sg}}{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)}$ の分母と分子のバランスを考慮した良質な sg 構造を見出す必要がある。

ところで、3.4節で展開した多群輸送方程式の導出論は、すべての空間位置 \vec{r} に対し

て同一の積分演算子 $\mathcal{D}[f](sg)$ を作用させることを自明のものとしていることに注意する必要がある。なぜなら、微積分方程式(3.3)は確かに空間位置 \vec{r} に対する中性子束を求める方程式であるが、漏洩項 $\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ があるため、実際は、 \vec{r} に対して閉じていないためである。すなわち、媒質の共鳴断面積の形が領域ごとに異なっている場合であっても、 \vec{r} によって異なる不連続エネルギー群構造を適用してはならない。

解析体系に存在する燃料の1つ1つは異なる共鳴断面積を有しており、 sg を構築する上で指標とする共鳴断面積をどのように規定すべきであるかということは、非常に難しい問題である。一般的な炉心内の共鳴物質は ^{238}U が支配的であるため、 ^{238}U の微視的全断面積を指標とすることは1つの解決策である。しかし、Pu 核種等、他の共鳴物質が ^{238}U に対して無視できない割合で含まれる体系においては、もはや前述の方法が最適なものとはならない。したがって、 $\phi(E)$ の評価誤差に対して耐性を有する sg の規定方法を模索するだけでなく、 $\phi(E)$ を簡易に、かつ精度よく評価するための計算理論を同時に構築する必要がある。このように、1つの方向性を追求した場合には限界がある事象に対し、他の方法論を組み合わせることにより、妥協的ではありつつも、よりよい結果を見出そうとする問題解決法は、工学において最も基礎的かつ重要となる考え方である。

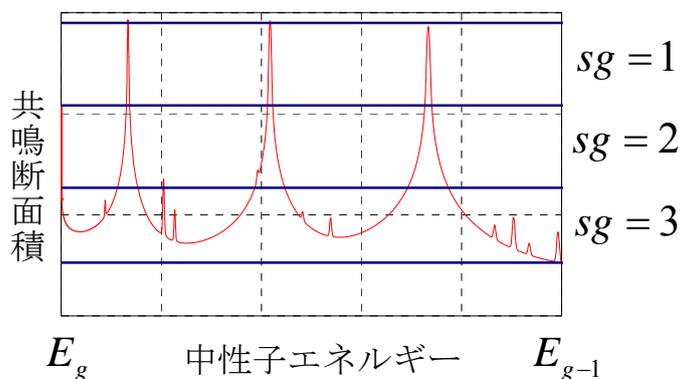


図 3.5 共鳴断面積の大きさに応じた sg 構造の規定

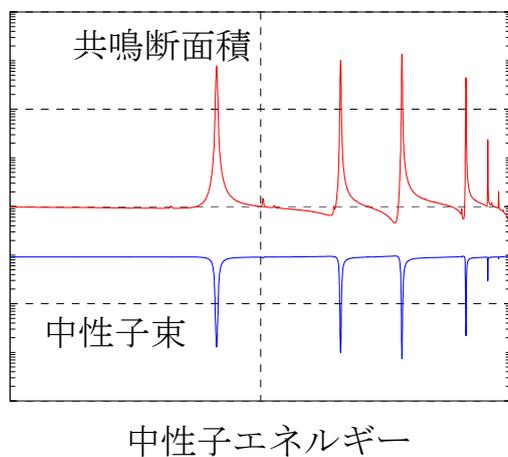


図 3.6 共鳴ピークと裾野における $\phi(E)$ の大きさの違い

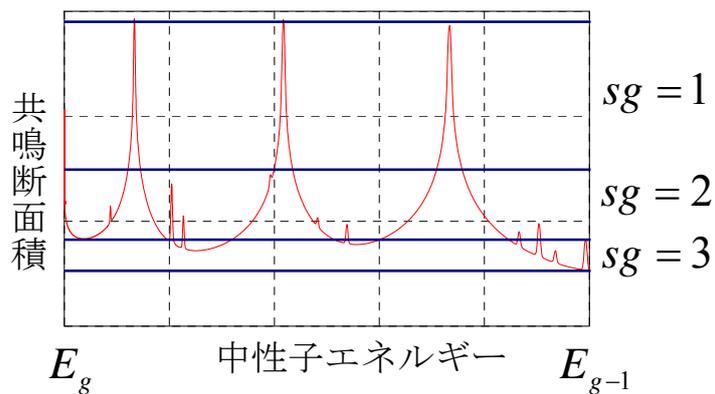


図 3.7 ϕ_{sg} の大きさを考慮した sg 構造規定方法の補正

3.7 本章のまとめ

本章の要点を以下にまとめる。

- サブグループ法の概念に基づき、不連続なエネルギー領域を1つの群とする多群輸送方程式を通常のそれと同一の形式で導出し、断面積に関する新たな定義を与えた。
- 不連続なエネルギー構造を陽に規定する方法は、バンドパラメータに基づき確率的に群の存在を規定する方法とは異なり、理論的に厳密であることを示した。
- 不連続エネルギー群構造の決定においては、断面積の大きさに応じた構造作成を基礎としつつ、共鳴の裾野領域をより細分化すべきであることを理論的に示した。

第4章 空間的中性子減衰特性に基づく積分型輸送方程式の直感的導出

3章で導出した、不連続エネルギー群構造に基づく多群輸送方程式を厳密に解くためには、不連続エネルギー領域に対する縮約演算により定義される実効断面積の空間依存性を正確に考慮する必要がある。本章では、計算精度と計算速度を両立した中性子スペクトル計算理論の構築を目的とし、積分型輸送方程式の空間変数に関する新たな直感的演算理論を展開する。

4.1 本章の概要

多群輸送方程式を解く場合、通常は解析体系の詳細な中性子スペクトルを近似的に計算し、得られた中性子束を用いて評価された実効断面積を多群方程式の定数とみなす。空間効果を厳密に取り入れた実効断面積が実効増倍率や核分裂率分布のような核特性積分値に対して与える影響は一般的に小さいため、従来は単純な幾何形状に対して、衝突確率法に基づく積分方程式を解く方法が基礎におかれてきた。

本研究において、空間依存性を考慮した中性子スペクトル計算法を新たに考案する背景には、MOX燃料や高燃焼度燃料の導入に起因した解析体系の核的非均質性の増大にともない、ウラン燃料の解析を想定した種々の炉物理近似手法に対し、適用限界が生じつつある^{[9][11][13][25]}点が挙げられる。燃料内の空間自己遮蔽効果を基礎として、重核種間の共鳴干渉効果^{[32][33]}、ドップラー効果^{[1][2][3][4][6]}、スペクトル履歴効果^[9]など、燃料棒内中性子の微視的核特性に加わる種々の効果を、より厳密に取り扱う必要に迫られている。しかしながら、計算精度と計算速度の両立という観点から、そのような複雑体系に対して衝突確率法^[1]を適用することには限界がある。そこで、非均質体系における燃料棒内中性子スペクトルを、衝突確率法に対する著しい精度低下を抑えたうえで、衝突確率を陽に含ませずに評価する方策を見出すことが重要となる。

以上のような中性子スペクトル計算の現状と核的非均質性の高い体系への適用性をふまえて、本章では、減速材領域で生まれた減速中性子の燃料棒内への入射減衰特性に基づく中性子輸送方程式を導出する。これは超多群減速方程式の拡張であり、燃料内の空間自己遮蔽効果をはじめとした、種々の核的非均質効果を効率的に取り扱うための基礎となるものである。燃料内への入射中性子が指数関数的に減衰する^[6]ことや、減速材領域の中性子スペクトルが、無限希釈スペクトルと燃料領域スペクトルの中間的な特性を示す^[45]ことを物理的に考慮することにより、数学的な厳密性をある程度切り捨てることとなるが、数値計算上、均質体系相当の減速方程式を得る。導出される方程式を不連続

エネルギー群に対する実効断面積の評価に適用することで、共鳴干渉効果を厳密に考慮することが可能になるとともに、燃料棒の径方向実効断面積分布^{[9][40][41][43]}を評価することができる。

衝突確率を含まない減速方程式は、計算負荷の観点から非常に実用的な方程式となる可能性を秘めている。本章で導出する方程式は、解析体系の類似性に着目することにより得られるものである。実際に解析対象となる燃料の大半は一般にピン状、あるいは平板状の形を有しており、それが規則正しく減速材媒質中に配置されている。このような具体的解析場を想定することにより、すべての中性子束領域間衝突確率の評価を回避することができる。一方、本理論では着目燃料領域と減速材領域間の関係を表す未知変数が新たに現れる。これは、燃料内の中性子の落ち込みに関する情報は理論の中に組み込まれていても、減速材領域における中性子の空間的挙動までは考慮できないためであり、本章で導出する減速方程式を用いて各領域の中性子束を一意的に規定することは困難となる。この問題は、5章において明快に解決されることとなる。

4.2 着目燃料領域と減速材領域の中性子バランス

中性子束のエネルギー分布、あるいは中性子スペクトルは一般に積分型輸送方程式に基づいて求められる^{[1][48]}。これは、実効断面積を評価する際に必要とされる中性子束が一般に角度中性子束ではなく、その角度積分量である全中性子束であるためである。幾何形状の単純な体系における全中性子束のエネルギー依存性を詳細に考慮する場合、積分方程式は大きな威力を発揮する。本章では、次の積分型輸送方程式を出発点とすることにより、着目燃料領域に対する中性子スペクトルを求めるための方程式を導出する。

$$\Sigma_t(\vec{r}, E)\phi(\vec{r}, E) = \int d\vec{r}' S(\vec{r}', E) P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E) \quad (4.1.a)$$

$$P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E) = \frac{\Sigma_t(\vec{r}, E)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \exp\left(-\int_0^{|\vec{r}-\vec{r}'|} ds' \Sigma_t\left(\vec{r} - s' \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, E\right)\right) \quad (4.1.b)$$

ここで、式(4.1)中に現れる各種物理量は次のような意味をもつ。

\vec{r} : 中性子の位置ベクトル

E : 中性子のエネルギー

$P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E)$: エネルギー E にあって、位置 \vec{r}' で生まれた中性子が最初の衝突反応を位置 \vec{r} で起こす確率

$\Sigma_t(\vec{r}, E)$: 位置 \vec{r} 、エネルギー E における巨視的全断面積

$S(\vec{r}, E)$: 位置 \vec{r} 、エネルギー E における中性子源

式(4.1)の両辺を着目領域 j に関して積分することにより、当該領域に対し、衝突確率法に基づく中性子バランス方程式(4.3)が得られる。

$$\int_{V_j} d\vec{r} \Sigma_t(\vec{r}, E)\phi(\vec{r}, E) = \Sigma_{t,j}(E)\phi_j(E)V_j \quad (4.2.a)$$

$$\begin{aligned} \int_{V_j} d\vec{r} \int d\vec{r}' S(\vec{r}', E) P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E) &= \int_{V_j} d\vec{r} \sum_k \int_{V_k} d\vec{r}' S(\vec{r}', E) P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E) \\ &= \sum_k S_k(E) P_{k \rightarrow j}(E) V_k \end{aligned} \quad (4.2.b)$$

$$\Sigma_{t,j}(E) \phi_j(E) V_j = \sum_k S_k(E) P_{k \rightarrow j}(E) V_k \quad (4.3)$$

ここで、断面積、中性子束および中性子源は $\vec{r} \in j$ に対して一定であると仮定し、衝突確率は $\vec{r} \in j$ および $\vec{r}' \in k$ に関する空間積分で定義される。ただし、領域 j の体積を V_j と表記する。

$$\Sigma_t(\vec{r}, E) = \Sigma_{t,j}(E) \quad (4.4.a)$$

$$\phi(\vec{r}, E) = \phi_j(E) \quad (4.4.b)$$

$$S(\vec{r}, E) = S_j(E) \quad (4.4.c)$$

$$P_{k \rightarrow j}(E) = \frac{\int_{V_k} d\vec{r}' \int_{V_j} d\vec{r} P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E)}{V_k} \quad (4.4.d)$$

以下では、燃料内の着目領域 i に対する中性子束 ϕ のエネルギー分布、すなわち領域 i の中性子スペクトル $\phi_i(E)$ を、物理的な特性を考慮することにより近似的に求めることを考える。

燃料セル体系において燃料内を径方向に領域分割する場合など、多領域系における衝突確率は一般に、指数積分関数と光学距離を用いた複雑な形で導出される^[1]。このため、連続エネルギー相当で式(4.3)を解くためには、衝突確率の評価が計算負荷増大の主要因となる。さらに、すべての領域の中性子源も精度よく評価されなければならない。したがって、目的とする中性子スペクトル計算の負荷を低減するためには、衝突確率を陽に含まない方程式の導出が必要不可欠となる。

衝突確率には、すべての中性子衝突先に対して足し合わせると1に等しくなるという性質がある。

$$\sum_j P_{k \rightarrow j}(E) = 1 \quad (4.5)$$

式(4.5)の性質をふまえ、ここでは式(4.3)の両辺を、すべての空間位置 j に対して足し合わせる。

$$\sum_j \Sigma_{t,j}(E) \phi_j(E) \mathcal{V}_j \quad (4.6.a)$$

$$\sum_j \sum_k S_k(E) P_{k \rightarrow j}(E) \mathcal{V}_k = \sum_k S_k(E) \cdot \left(\sum_j P_{k \rightarrow j}(E) \right) \cdot \mathcal{V}_k = \sum_k S_k(E) \mathcal{V}_k \quad (4.6.b)$$

以上より、衝突確率を陽に含まない中性子バランス方程式(4.7)が得られる。

$$\sum_j \Sigma_{t,j}(E) \phi_j(E) \mathcal{V}_j = \sum_k S_k(E) \mathcal{V}_k \quad (4.7)$$

式(4.7)において、添え字 k を j に置換しても一般性は失われない。このとき、式(4.7)は中性子の流れに関する項の和の形に書き換えられる。

$$\sum_j (\Sigma_{t,j}(E) \phi_j(E) - S_j(E)) \mathcal{V}_j = 0 \quad (4.8)$$

対象となる系が閉じていれば、この関係が成立することは自明であり、燃料集合体内の単位格子体系など、小領域における解析には十分適用可能である。

以下では、減速材中に燃料棒が存在する標準的な単位格子体系を考える。燃料は共鳴吸収物質を含んでおり、その中性子吸収反応率は非常に大きい。このため、共鳴エネルギー領域における中性子は、大局的には、減速材領域から燃料領域に流れ込むと見ることができ。これは、単位格子体系における中性子の挙動を巨視的に見た場合、燃料領域で核分裂反応により生じた高速中性子が減速材領域で効果的に減速され、共鳴エネルギー領域まで減速された中速中性子が再び燃料に吸収される^[45]ことになるためである。このイメージを図4.1に示す。この点をふまえ、式(4.8)中の減速材領域 m に関する項を、燃料領域 f に関する項から次のように分離する。

$$\sum_{j \in f} (\Sigma_{t,j}(E)\phi_j(E) - S_j(E))V_j = (S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m \quad (4.9)$$

式(4.9)は、減速材領域で生まれたエネルギー E の中性子のうち、減速材領域で反応を起こさない中性子数 $(S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m$ が、各燃料領域における外部領域由来の中性子に関する衝突数の和 $\sum_{j \in f} (\Sigma_{t,j}(E)\phi_j(E) - S_j(E))V_j$ に等しくなることを意味している。

ここで、式(4.9)の両辺を $(S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m$ で除す。

$$\frac{\sum_{j \in f} (\Sigma_{t,j}(E)\phi_j(E) - S_j(E))V_j}{(S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m} = 1 \quad (4.10)$$

以下では、燃料内中性子束領域を j で表記するとともに、その中の着目領域を i で表し、両者を区別する。このとき、式(4.10)左辺における、燃料内の着目領域 i に対する中性子バランス式(4.11)を考える。

$$\frac{(\Sigma_{t,i}(E)\phi_i(E) - S_i(E))V_i}{(S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m} \quad (4.11)$$

図 4.2 に示すように、式(4.11)は、減速材領域から燃料内に流れ込む中性子のうち、燃料内の着目領域 i の外部中性子源として寄与する中性子の割合を表している。この物理量は、式(4.10)から明らかなように、燃料内のすべての領域について足し合わせると 1 になるという性質をもっている。したがって、式(4.11)は確率を表す量であることが発見的に見出される。

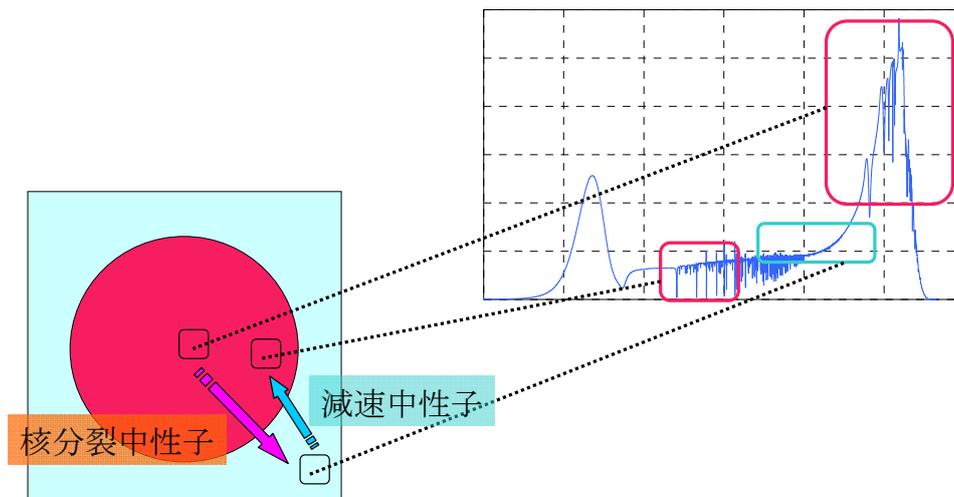


図 4.1 中性子の発生から吸収までの巨視的なエネルギー的・空間的挙動

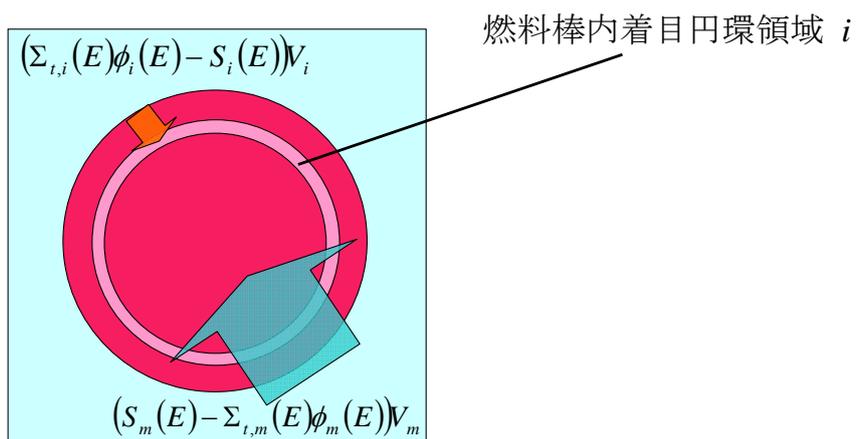


図 4.2 減速材から燃料への中性子の流れと、着目領域に対する寄与

4.3 燃料表面から燃料内への中性子衝突確率

式(4.11)は、減速材領域で生まれ、反応を起こさずに燃料表面に到達した中性子のうち、着目領域*i*の外部中性子源として寄与する中性子の割合を表している。これを、式の形から正確に解釈すると、次のようになる。

$$\frac{(\Sigma_{t,i}(E)\phi_i(E) - S_i(E))V_i}{(S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m} = \frac{\left(\begin{array}{l} \text{燃料内の着目領域}i\text{で反応を起こす} \\ \text{エネルギー}E\text{の中性子のうち、外部} \\ \text{領域より流れ込み、反応を起こす} \\ \text{中性子数} \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{l} \text{減速材領域で生まれたエネルギー} \\ E\text{の中性子のうち、減速材領域で} \\ \text{反応せずに燃料棒表面まで到達し、} \\ \text{燃料内で反応を起こす中性子数} \end{array} \right)} \quad (4.12)$$

また、燃料内における領域間の空間的中性子遷移効果を無視し、減速材領域から燃料領域に向けて中性子が流れ込むという巨視的な効果を捉えることにより、式(4.12)を確率として次のように解釈することができる。

$$\frac{(\Sigma_{t,i}(E)\phi_i(E) - S_i(E))V_i}{(S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m} = \left(\begin{array}{l} \text{減速材領域で生まれたエネルギー} \\ E\text{の中性子が、反応せずに燃料表面} \\ \text{まで到達し、燃料内の着目領域}i\text{で} \\ \text{初めて衝突反応を起こす確率} \end{array} \right) \quad (4.13)$$

以下では、式(4.13)の衝突確率を物理的解釈に基づいて定量化することを考える。式(4.13)右辺に示すように、式(4.11)は燃料表面*b*から燃料内着目領域*i*への衝突確率 $P_{b \rightarrow i}(E)$ を表す。このとき、衝突確率の定義式(4.4.d)より、次の関係が成立する。

$$\frac{(\Sigma_{t,i}(E)\phi_i(E) - S_i(E))V_i}{(S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m} = P_{b \rightarrow i}(E) = \frac{\int_{V_b} d\vec{r}' \int_{V_i} d\vec{r} P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E)}{V_b} \quad (4.14)$$

ここで燃料表面*b*は、体積 V_b を有する微小領域として近似的に取り扱う。また、 $P_{b \rightarrow i}$ は一般的な衝突確率とは異なり、減速材領域を含めた体系内の全領域について足し合わ

せることで1となるのではなく、すべての燃料内中性子束領域に関する総和が1になるという特異性を有している。衝突確率 $P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E)$ を定式化することができれば、式(4.14)に基づいて式(4.11)を評価することが可能となる。

いま、簡単のため、図4.3に示すような1次元座標 x において、巨視的全断面積 $\Sigma_t(x)$ の媒質中に中性子が入射する場合の衝突確率を考える。ここで1次元とは、巨視的断面積が x 方向のみに分布をもつという意味である。媒質境界位置を原点にとると、位置 x における中性子衝突確率は、位置 x に到達するまで媒質中の原子核と衝突反応を起こさない確率 $\exp\{-\Sigma_t(x) \cdot l(x)\}$ および位置 x で衝突反応を起こす確率 $\Sigma_t(x)$ の積に比例する。ここで、 $l(x)$ は中性子飛行距離に関する平均弦長であり、一般に x と等しくはならない。これは、巨視的断面積と同様に衝突確率の空間分布を1次元で表現する場合であっても、中性子の飛行は3次元空間の中で記述されるため、一般に1次元座標 x と平行に中性子が入射するとは限らず、立体角 2π に分布する行路長の平均値を考えなければならないためである。この概念を3次元空間に拡張したのが式(4.1.b)で表される衝突確率の一般式である。ただし、式(4.1.b)自体は、等方中性子源を仮定して微積分方程式を全立体角に対して積分することにより厳密に導出されるものであり^[1]、前述の説明はあくまでもその物理的解釈である。

炉心解析において特に重要となる燃料内の核特性は、径方向燃料温度分布^[43]や、MOX燃料、高燃焼度燃料における、燃焼にともなう径方向核種組成分布^[9]の影響を大きく受ける。これは広義に、燃料巨視的断面積の径方向空間分布の影響と見ることができる。以下では、前述の衝突確率に関する直感的解釈に基づき、断面積空間分布の効果を直接取り扱うための衝突確率表現法を考える。

図4.4に示すように、燃料棒内を径方向に対し複数の円環領域に分割し、各領域内で断面積や中性子束は一定であると仮定する。燃料棒中心を原点とし、径方向に1次元座

標 x を設定するとき、燃料表面 b から微小空間領域 $x \sim x + dx$ への衝突確率分布を次のように表現できると仮定する。

$$P(b \rightarrow (x \in j), E)dx = \gamma(E)\exp\{-\Sigma_{t,j}(E) \cdot l(x)\}\Sigma_{t,j}(E)dx \quad (4.15)$$

式(4.15)は確率分布関数であるが、その分布は E に対して独立であり、各 E において、燃料内のすべての x に関する空間積分が 1 となる性質をもつことに注意する必要がある。ここで、式(4.15)に現れる各種物理量は次のような意味をもつ。

j : 空間位置 x を内包する中性子束領域

$\gamma(E)$: 中性子エネルギー E のみに依存する関数

$\Sigma_{t,j}$: 燃料内の領域 j に対する巨視的全断面積

$l(x)$: 燃料棒表面から位置 x への平均弦長

また、半径 R 、軸方向長さ H の燃料棒に対し、燃料表面から位置 x への平均弦長 $l(x)$ は次のように求められる^[1]。

$$l(x) = \frac{4V(x)}{S(x)} = \frac{4 \cdot (\pi R^2 H - \pi x^2 H)}{2\pi R H + 2\pi x H} = 2(R - x) \quad (4.16)$$

体積 V と表面積 S の比 $4V/S$ であたえられる $l(x)$ には位置 x へ到達しない弦長も含まれているため、式(4.16)は厳密ではないが、中性子束領域を規定する際、円環の厚さを十分に小さくする場合にはよい近似である。式(4.16)は非常に単純な x の関数であるため、以下の議論が見通しのよいものとなる利点がある。

式(4.15)では、中性子衝突確率の空間依存性を $\exp\{-\Sigma_{t,j}(E) \cdot l(x)\}\Sigma_{t,j}(E)dx$ で表すことができると仮定する。さらに、衝突確率は空間分布の影響が強い項と、中性子エネルギー E のみに依存する項 $\gamma(E)$ とに変数分離可能であると仮定する。この仮定のもとで表現される式(4.15)は、衝突確率を簡易に評価することを目的とし、物理的直感法に基づいて導入するものである。ここで、衝突確率を厳密な理論式に基づいて評価しないのは、式(4.13)の解釈そのものが近似に基づいているほか、次節以降の議論においても、さら

なる直感的仮定を導入するためである。いいかえれば、数学的な厳密性をある程度切り捨てた上で、目的とする減速方程式を導出するのが本理論の本質であり、この前提のもとで、ある物理量のみを厳密に評価することは賢明ではない。厳密な中性子スペクトルを求めるためには、式(4.1.a)を厳密な衝突確率(4.1.b)を用いて解かなければならず、このような詳細計算を回避する方法を模索するのが本研究の大局的な目的であることは、既に述べた通りである。

以上より、式(4.14)、式(4.15)および式(4.16)を用いることにより、 $P_{b \rightarrow i}(E)$ を解析的に導出することができる。

$$\begin{aligned}
 P_{b \rightarrow i}(E) &= \frac{\int_{V_b} d\vec{r}' \int_{V_i} d\vec{r} P(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E)}{V_b} \\
 &= \frac{1}{V_b} \int_{V_b} d\vec{r}' \int_{x \in i} dx P(b \rightarrow x, E) \\
 &= \int_{x_{i-1}}^{x_i} dx [\gamma(E) \exp\{-\Sigma_{t,i}(E) \cdot l(x)\} \Sigma_{t,i}(E)] \quad (4.17) \\
 &= \gamma(E) \int_{x_{i-1}}^{x_i} dx \exp\{-\Sigma_{t,i}(E) \cdot 2(R-x)\} \Sigma_{t,i}(E) \\
 &= \gamma(E) \frac{\exp\{-2\Sigma_{t,i}(E) \cdot R\}}{2} \left[\exp\{2\Sigma_{t,i}(E) \cdot x_i\} \right. \\
 &\quad \left. - \exp\{2\Sigma_{t,i}(E) \cdot x_{i-1}\} \right]
 \end{aligned}$$

ここで、 $P(b \rightarrow x, E)$ には燃料と減速材の境界 b に依存する変数が含まれないため、 $P(b \rightarrow x, E)$ を境界 b に関する空間積分の外に出すことができることに注意する必要がある。 $\gamma(E)$ については式(4.17)を踏まえ、確率の規格化条件式(4.10)より求めることができる。

$$\sum_{j \in f} \left(\gamma(E) \frac{\exp\{-2\Sigma_{t,j}(E) \cdot R\}}{2} \left[\exp\{2\Sigma_{t,j}(E) \cdot x_j\} \right. \right. \left. \left. - \exp\{2\Sigma_{t,j}(E) \cdot x_{j-1}\} \right] \right) = 1 \quad (4.18.a)$$

$$\therefore \gamma(E) = \frac{1}{\sum_{j \in f} \left(\frac{\exp\{-2\Sigma_{t,j}(E) \cdot R\}}{2} \left[\exp\{2\Sigma_{t,j}(E) \cdot x_j\} \right. \right. \left. \left. - \exp\{2\Sigma_{t,j}(E) \cdot x_{j-1}\} \right] \right)} \quad (4.18.b)$$

式(4.17)、(4.18)より $\gamma(E)$ を消去すると、 $P_{b \rightarrow i}(E)$ の最終式が得られる。

$$P_{b \rightarrow i}(E) = \frac{\exp\{-2\Sigma_{t,i}(E) \cdot R\} \cdot \left[\begin{array}{l} \exp\{2\Sigma_{t,i}(E) \cdot x_i\} \\ - \exp\{2\Sigma_{t,i}(E) \cdot x_{i-1}\} \end{array} \right]}{\sum_{j \in f} \left(\exp\{-2\Sigma_{t,j}(E) \cdot R\} \cdot \left[\begin{array}{l} \exp\{2\Sigma_{t,j}(E) \cdot x_j\} \\ - \exp\{2\Sigma_{t,j}(E) \cdot x_{j-1}\} \end{array} \right] \right)} \quad (4.19)$$

燃料内の巨視的断面積に空間分布がなく、一様な全断面積 $\Sigma_{t,f}(E)$ を有する場合、式

(4.19)は次のように簡単化される。

$$P_{b \rightarrow i}(E) = \frac{\exp\{2\Sigma_{t,f}(E) \cdot x_i\} - \exp\{2\Sigma_{t,f}(E) \cdot x_{i-1}\}}{\exp\{2\Sigma_{t,f}(E) \cdot R\} - 1} \quad (4.20)$$

式(4.19)および式(4.20)は指数積分関数を含まず、非常に簡単な形をとるため、数値計算上の計算負荷増大の主要因とはならない利点がある。

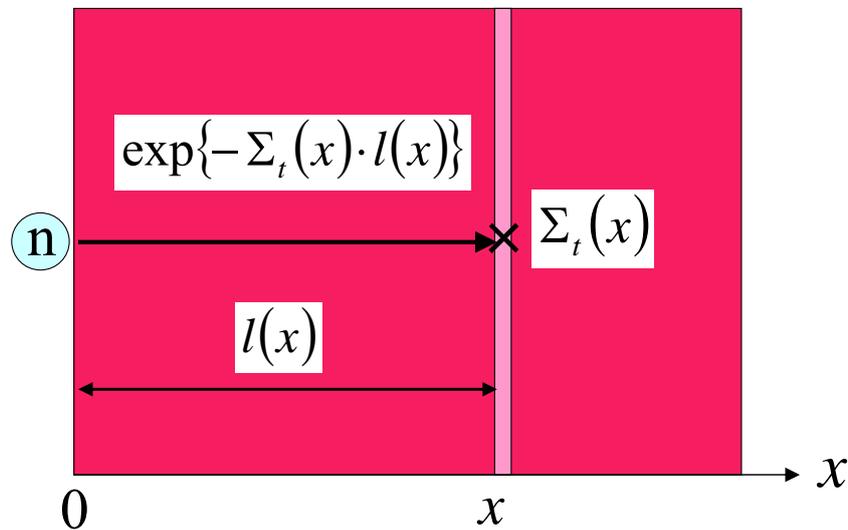


図 4.3 1次元座標上の中性子衝突確率

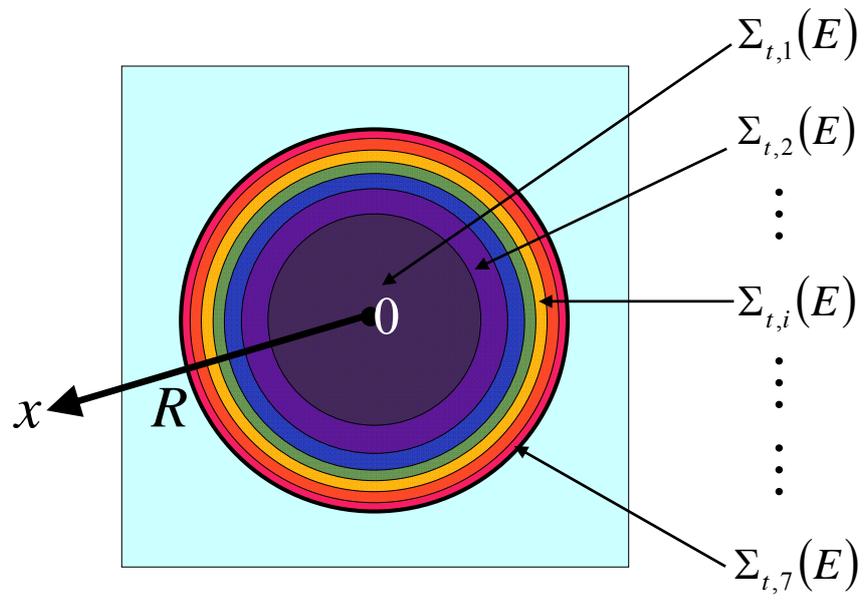


図 4.4 燃料棒内の径方向領域分割の例

4.4 減速材中性子スペクトルの中間自己遮蔽近似

式(4.14)より着目領域*i*に対する中性子スペクトル $\phi_i(E)$ を求めるためには、減速材領域の中性子スペクトル $\phi_m(E)$ が既知である必要がある。いずれの領域の中性子スペクトルも、当該領域外における中性子スペクトルの影響を受けるため、ここでは既知のスペクトルを用いて、 $\phi_m(E)$ を評価することが1つの解決法となる。

いま、簡単のため、水素の無限媒質中に燃料棒が1本孤立して存在する体系を考える。このとき、燃料による共鳴吸収の影響は無視することができ、減速材としての水素媒質における空間平均の中性子スペクトル $\phi_m(E)$ は、次の減速方程式を満足する。

$$\Sigma_m \phi_m(E) = \int_E^\infty \frac{\Sigma_m \phi_m(E') dE'}{E'} \quad (4.21)$$

ここで、水素の巨視的全断面積 Σ_m のエネルギー依存性および吸収反応は無視できるものとする。式(4.21)は明らかに $\phi_m(E) = 1/E$ を解にもつ。したがって、燃料による中性子の吸収が無視できる場合、 $\phi_m(E)$ は $1/E$ に漸近する。

次に、類似の中性子スペクトルを有する燃料棒が稠密に格子配列されている体系における、減速材領域の空間平均スペクトルを考える。このような体系では、燃料内における各領域の中性子スペクトルの形状は酷似しており、そのエネルギー的な歪みの程度に差異があるのみである。したがって、燃料の代表的なスペクトルとして、着目領域*i*に対する中性子スペクトル $\phi_i(E)$ を選ぶことができる。 $\phi_m(E)$ は、 $\phi_i(E)$ が有する中性子束のエネルギー的な歪みの影響を受けるが、減速材領域では吸収がほとんどないため、領域*i*ほど歪んだスペクトルを示すことはない。

以上の物理的イメージを図4.6に示す。ここまでの考察をふまえると、 $\phi_m(E)$ は $1/E$ スペクトルと、着目領域*i*に対する中性子スペクトル $\phi_i(E)$ の中間的なスペクトルを示す^[45]ことを予測でき、これを式(4.22)のように表現することができる。

$$\phi_m(E) = (1 - \beta_i) \frac{1}{E} + \beta_i \phi_i(E) \quad (4.22)$$

ここで、 β_i は線形結合係数であり、 $0 \leq \beta_i \leq 1$ を満足する。 β は領域*i*に依存するが、中性子エネルギー*E*には依存しないものとする。

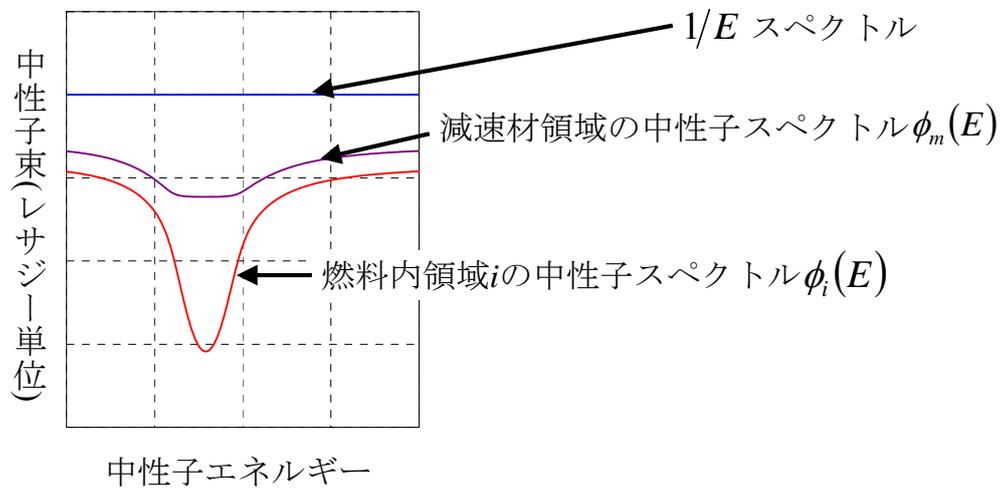


図 4.6 減速材中性子スペクトルの特性

4.5 燃料内径方向核的非均質効果を考慮した減速方程式

本節では、得られた $P_{b \rightarrow i}(E)$ および $\phi_m(E)$ の近似式を式(4.14)に代入し、着目領域 i に対する中性子スペクトル $\phi_i(E)$ を解とする減速方程式を導出する。ここで、式(4.14)を再度書き下す。

$$\frac{(\Sigma_{t,i}(E)\phi_i(E) - S_i(E))V_i}{(S_m(E) - \Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E))V_m} = P_{b \rightarrow i}(E) \quad (4.23)$$

式(4.23)を若干変形すると、式(4.24)を得る。

$$\Sigma_{t,i}(E)\phi_i(E) + \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E)\Sigma_{t,m}(E)\phi_m(E) = S_i(E) + \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E)S_m(E) \quad (4.24)$$

共鳴エネルギー領域では、高速中性子エネルギー領域からの非弾性散乱の効果と、熱中性子エネルギー領域からの上方散乱の効果を見捨て、散乱中性子源は重心系の等方弾性散乱^{[1][5]}が支配的であると仮定することができる。このとき、領域 i および減速材領域 m の中性子源をそれぞれ次のように与えることができる。

$$S_i(E) = \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,i}(E')\phi_i(E')dE'}{(1-\alpha_k)E'} + \chi(E) \quad (4.25.a)$$

$$S_m(E) = \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,m}(E')\phi_m(E')dE'}{(1-\alpha_k)E'} \quad (4.25.b)$$

ここで、式(4.25)に現れる各種物理量は次のような意味をもつ。

k : 核種

$\alpha_k = \left(\frac{A_k - 1}{A_k + 1} \right)^2$: 核種 k の最大エネルギー損失

A_k : 中性子に対する核種 k の相対質量

$\Sigma_{es,k,i}$: 核種 k の領域 i における巨視的弾性散乱断面積

$\Sigma_{es,k,m}$: 核種 k の減速材領域 m における巨視的弾性散乱断面積

$\chi(E)$: 核分裂スペクトル (核分裂中性子源のエネルギー積分を1に規格化)

このとき、式(4.22)を適用することにより、式(4.24)の左辺第2項および右辺第2項をそれぞれ次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \Sigma_{t,m}(E) \phi_m(E) &= \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \Sigma_{t,m}(E) \cdot \left[\begin{array}{l} (1 - \beta_i) \frac{1}{E} \\ + \beta_i \phi_i(E) \end{array} \right] \\ &= \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \Sigma_{t,m}(E) (1 - \beta_i) \frac{1}{E} \\ &\quad + \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \Sigma_{t,m}(E) \beta_i \phi_i(E) \end{aligned} \quad (4.26.a)$$

$$\begin{aligned} \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) S_m(E) &= \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,m}(E') \phi_m(E') dE'}{(1 - \alpha_k) E'} \\ &= \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,m}(E')}{(1 - \alpha_k) E'} \cdot \left[\begin{array}{l} (1 - \beta_i) \frac{1}{E'} \\ + \beta_i \phi_i(E') \end{array} \right] dE' \\ &\cong \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) (1 - \beta_i) \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{p,k,m} dE'}{(1 - \alpha_k) E'^2} \\ &\quad + \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \beta_i \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,m}(E') \phi_i(E') dE'}{(1 - \alpha_k) E'} \\ &= \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) (1 - \beta_i) \sum_k \Sigma_{p,k,m} \frac{1}{E} \\ &\quad + \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \beta_i \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,m}(E') \phi_i(E') dE'}{(1 - \alpha_k) E'} \\ &\cong \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \Sigma_{t,m}(E) (1 - \beta_i) \frac{1}{E} \\ &\quad + \frac{V_m}{V_i} P_{b \rightarrow i}(E) \beta_i \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,m}(E') \phi_i(E') dE'}{(1 - \alpha_k) E'} \end{aligned} \quad (4.26.b)$$

ただし式(4.26.b)の変形において、減速材領域の巨視的断面積については吸収反応が無視できると仮定し、 $1/E$ スペクトルを含む項に対し、次のような近似を適用している。

$$\Sigma_{es,k,m}(E) \cong \Sigma_{p,k,m} \cong \Sigma_{t,k,m}(E) \quad (4.27)$$

ここで、 $\Sigma_{p,k,m}$ は減速材領域 m における核種 k の巨視的ポテンシャル散乱断面積である。式(4.26)を式(4.24)に代入・整理することにより、着目領域 i に対する減速方程式(4.28)を得る。

$$\phi_i(E) = \frac{S_i(E) + \omega_i(E)S_{m_i}(E)}{\Sigma_{t,i}(E) + \omega_i(E)\Sigma_{t,m}(E)} \quad (4.28)$$

式(4.28)において、減速材の寄与度を表す項 $\omega_i(E)$ および中性子源項 $S(E)$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \omega_i(E) &= \frac{V_m}{V_i} \beta_i P_{b \rightarrow i}(E) \\ &= \frac{V_m}{V_i} \beta_i \frac{\exp\{-2\Sigma_{t,i}(E) \cdot R\} \cdot \left[\begin{array}{l} \exp\{2\Sigma_{t,i}(E) \cdot x_i\} \\ - \exp\{2\Sigma_{t,i}(E) \cdot x_{i-1}\} \end{array} \right]}{\sum_{j \in f} \left(\exp\{-2\Sigma_{t,j}(E) \cdot R\} \cdot \left[\begin{array}{l} \exp\{2\Sigma_{t,j}(E) \cdot x_j\} \\ - \exp\{2\Sigma_{t,j}(E) \cdot x_{j-1}\} \end{array} \right] \right)} \end{aligned} \quad (4.29.a)$$

$$S_i(E) = \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,i}(E')\phi_i(E')dE'}{(1-\alpha_k)E'} + \chi(E) \quad (4.29.b)$$

$$S_{m_i}(E) = \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k,m}(E')\phi_i(E')dE'}{(1-\alpha_k)E'} \quad (4.29.c)$$

ここで、減速材中性子源の項 $S_{m_i}(E)$ は、減速材中性子スペクトル $\phi_m(E)$ を式中含まらず、領域 i に対する中性子スペクトル $\phi_i(E)$ を含む積分で与えられることに注意する必要がある。したがって、式(4.29.a)において、領域 i と減速材領域 m の関係を表すパラメータ β_i を与えることにより、通常の減速方程式と同様、高速群から順に固定源問題として中性子束の詳細なエネルギー分布を求めることができる。すなわち、式(4.28)は関数系ではなく、積分方程式である。ただし β_i は未知量であり、式(4.28)より、領域 i の

中性子スペクトルを一意的に決定することはできない。

無限に広がる減速材媒質中に燃料棒が1本だけ孤立して存在する場合、式(4.22)より明らかのように $\beta_i \rightarrow 0$ となるが、 $\omega_i(E) \rightarrow 0$ とはならない。これは、孤立系において燃料対減速材体積比 V_m/V_i が無限大に発散するためであり、 β_i と V_m/V_i は互いに相関のある物理量であるということが出来る。実際、 $\omega_i(E) \rightarrow 0$ と仮定すると、式(4.28)より $\phi_i(E) \rightarrow S_i(E)/\Sigma_{t,i}(E)$ となるが、これは領域 i を構成する物質が無限に広がった均質体系における減速方程式であり、収束特性 $\beta_i \rightarrow 0$ が孤立系に限り成立することに矛盾する。このような考察から、 β_i あるいは ω_i が、減速材領域と燃料内領域 i の有する核特性や幾何学的特性に依存した複雑な挙動を示すことがわかる。実際、孤立系において、 (V_m/V_i) と β_i の積が何らかの有限な値に収束するのか、あるいは発散するのかを定量的に考察することは容易ではない。しかし、 β_i を解析的に定量化することが困難となる場合であっても、5章で構築する新たな共鳴計算手法の枠組の中で β_i を工学的に評価することにより、この問題を解決することができる。次節では、式(4.28)および式(4.29)にNR近似を適用することにより本方程式を簡単化し、 β_i の有する炉物理的意味を定性的に考察する。

4.6 衝突確率法からCharacteristics法への転換

領域*i*と減速材領域*m*の関係を表すパラメータ β_i が減速方程式(4.28)を解く上で未知量となることは、本研究において重要な意味を帯びることとなる。ここで β_i のもつ物理的意味を考察するため、前節で得られた減速方程式を等価原理に基づく形式に書き換えることを考える。

いま、領域*i*は着目共鳴核種*r*をはじめとした複数の核種からなるものとし、核種*r*に対する領域*i*の背景断面積を $\sigma_{0,i}$ とする。また、核種*r*に対する減速材領域*m*の背景断面積を $\sigma_{0,m}$ とする。減速中性子源項に含まれる $\phi_i(E)$ を $1/E$ スペクトルに近似し、すべての核種の散乱断面積は、エネルギー*E*に依存しないポテンシャル散乱断面積に等しいものとするNR近似^{[5][11]}を適用すると、式(4.28)を次のように書き換えることができる。

$$\phi_i(E) = \frac{1}{E} \frac{\sigma_{p,r} + \sigma_0}{\sigma_{t,r}(E) + \sigma_0} \quad (4.30.a)$$

$$\sigma_0 = \sigma_{0,i} + \frac{V_m}{V_i} \sigma_{0,m} P_{b \rightarrow i} \beta_i \quad (4.30.b)$$

ここで、 σ_0 は核種*r*に対する非均質効果を含んだ背景断面積であり、 $P_{b \rightarrow i}$ のエネルギー依存性は無視できるものとした。背景断面積は自己遮蔽効果の空間依存性を陰に考慮するための物理量であるが、等価原理では空間とエネルギーの相関が弱いと仮定するため、一般にエネルギーや群に依存しないように評価される。式(4.30.b)が、等価原理において非均質効果を含む背景断面積となるためには、 β_i を次のように定義する必要がある。

$$\beta_i = \frac{V_i D_i \sigma_{e,i}}{V_m \sigma_{0,m} P_{b \rightarrow i}} \quad (4.31)$$

ここで、 $\sigma_{e,i}$ は領域*i*に対する脱出断面積、 D_i はDancoff係数である。等価原理にお

いては、燃料領域の脱出確率を Wigner の有理式近似^{[1][11][36][50]}で評価する。これを燃料多領域系に拡張すると、次のようになる。

$$P_{i \rightarrow m} = \frac{D_i \sigma_{e,i}}{\sigma_{t,r} + \sigma_{0,i} + D_i \sigma_{e,i}} \quad (4.32)$$

また、領域 i と減速材領域 m の間には、衝突確率に関する次の相反定理^{[1][2][45]}が成立する。

$$(\sigma_{t,r} + \sigma_{0,i}) P_{i \rightarrow m} V_i = \sigma_{0,m} P_{m \rightarrow i} V_m \quad (4.33)$$

このとき、式(4.31)、式(4.32)および式(4.33)より、 β_i をより明快な形で表すことができる。

$$\beta_i = \frac{P_{m \rightarrow i}}{P_{b \rightarrow i} (1 - P_{i \rightarrow m})} \quad (4.34)$$

式(4.34)より、 β_i は衝突確率を評価することにより得られる物理量であることがわかる。減速材の無限媒質中に燃料棒が孤立して存在する場合は $P_{m \rightarrow i} \approx 0$ となるため、 β_i は 0 に漸近する。一方、稠密格子体系では $P_{i \rightarrow m} \approx 0$ 、 $P_{m \rightarrow i} \approx P_{b \rightarrow i}$ となるため、 β_i は 1 に漸近する。 β_i の有するこのような物理的性質は、式(4.22)からも明らかである。

次章では、本理論で得られた減速方程式(4.28)を解くことにより得られる中性子スペクトルを用いて、3章における sg に対する実効断面積 Σ_{sg} を評価する。そして、得られた Σ_{sg} を用いて Characteristics 法に基づく微積分型多群輸送方程式を反復して解くことにより、 β_i を数値的に評価することができることを示す。従来の共鳴理論では、衝突確率を評価することにより Dancoff 係数 D_i 、すなわち β_i 相当の量を評価するという方法が基礎におかれてきた^[1]。この流れを、Characteristics 法を基礎としたものに転換していこうとする試みが、本研究の1つの側面であるということが出来る。このような方向性は、解析体系の大型化に伴い、大きな威力を発揮することとなる。

4.7 本章のまとめ

本章の要点を以下にまとめる。

- 超多群計算の概念に基づき、不連続エネルギー群に対する実効断面積を計算するための非均質体系における減速方程式を、衝突確率を含まない形式で導出した。
- 減速材から燃料への中性子入射特性および減速材スペクトルの性質を物理的に考慮することにより、燃料内領域依存のスペクトルを近似計算できることを示した。
- 導出した減速方程式に含まれる未知量は衝突確率を評価することにより求められるものであり、本手法ではこれが Characteristics 法に基づいて評価されることを示した。

第5章 実効断面積の等価性に基づく新たな共鳴 計算理論の構築

3章で導出した多群輸送方程式を解くためには、不連続エネルギー群に対する実効断面積の評価が必要となり、4章で実効断面積評価に必要な中性子スペクトル計算理論を構築した。本章では、これらの知見に対し、実効断面積の等価性に関する考察を付加することにより、新たな共鳴計算理論の枠組を提唱する。

5.1 本章の概要

共鳴計算とは、中性子反応断面積の複雑な共鳴構造を考慮した実効断面積を評価する核計算過程である。 ^{238}U の共鳴吸収に基づく自己遮蔽効果の評価など、炉心特性を予測する上で共鳴計算は非常に重要な役割を果たすものであり、原子炉物理学の創成期以来、実に数多くの研究開発がなされてきた。

共鳴計算は、原子炉物理学の中でも非常に重厚で複雑な理論体系を有するものであるが、その中で概念的にもっとも捉えやすいのは、中性子輸送方程式を連続エネルギー相当の超多群構造のもとで解く方法である。これを超多群計算^{[32][33][34]}とよぶ。この方法は理論的にもっとも厳密であるが、計算負荷が非常に大きくなることから、実炉心解析における適用性に関しては、いまだに多くの課題が残されている。

一方、中性子の減速や共鳴吸収を物理的に考察することにより、自己遮蔽効果の大きさを一種のバイアスとみなす簡易的な共鳴理論がある。これを等価原理^{[1][44][50]}とよぶ。従来の炉心解析において中心的な役割を果たし、その背景理論^[1]は既に成熟しているといえる。しかしながら大胆な物理的仮定に基づいているため、計算精度の観点から、核的非均質性の高い炉心に対する適用限界を生じている^[25]。

近年注目されているのは、計算精度の向上に特化した超多群計算と、計算速度の向上に特化した等価原理の中間的手法として位置づけられるサブグループ法^{[2][16][17]}である。少ないエネルギー群数で断面積の共鳴形状を効率的に取り扱う一方で、複雑な幾何形状に対しても柔軟に対応できる^{[20][21][25]}という特徴がある。ただし、ドップラー効果や共鳴干渉効果などを厳密に考慮することができず^[9]、計算精度の観点からは課題が残されている。

現行の共鳴計算手法は、以上に述べた超多群計算、等価原理およびサブグループ法の3つに大別することができ、いずれに対しても現在まで精力的に研究がなされている。この3手法がいずれも淘汰されないのは、それぞれに利点と欠点があり、それらが手法

間で重複しないためであると考えられる。

炉心解析手法の研究は一般に、計算精度と計算速度を両立する手法の開発を目的としてなされる。炉心解析分野では、計算精度と計算速度を両立させることを「高度化」とよぶが、一般に炉心解析手法の高度化は非常に難しい課題である。一方、計算精度、あるいは計算速度のいずれかに特化した手法を開発することは比較的容易であり、共鳴計算理論においては、超多群計算と等価原理の基礎がまず確立した。技術開発における次の段階では、両者の利点を取り込むハイブリッドな計算手法が生み出されるはずである。これがサブグループ法に相当する。ところが、ここで着目すべきことは、サブグループ法の基礎が確立された現在でも、超多群計算や等価原理は淘汰されず、それどころか、これらに関する研究はますます活発化している^{[32][33][34][41][42][43][44]}ということである。その理由としては、サブグループ法が計算精度と計算速度を両立する手法ではあっても、その理論構造自体は超多群計算と等価原理の中間的なものではない、いわば「第3の手法」に甘んじた立場にあり、原理的に、他の2手法に代替できる域に達し得ないためであると考えられる。

このような共鳴計算手法の研究開発状況をふまえると、3つの手法はいずれも独立して発達した上で淘汰されず、既にこれ以上の飛躍的な成熟を見込むことのできない域に達しているとみることができる。したがって、各手法の改良を独立に試みるよりも、これら3手法の利点を理論構造の面から合成するような、全く新しい共鳴計算理論の枠組を構築することの重要性が増してくるものと考えられる。いいかえれば、3手法の利点を組み合わせることにより、共鳴計算理論の研究が大きく進展する可能性がある。

3章の多群輸送理論はサブグループ法の拡張であり、4章の超多群減速理論は超多群計算の拡張である。本章では、この2手法に対し、等価原理の拡張に相当する実効断面積についての考察を付加することにより、新たな共鳴計算理論の枠組を提唱し、計算手法の高度化図式や計算の流れをまとめていく中で、その基礎を確立する。

5.2 実効断面積の等価性

3章において、厳密な中性子束 $\phi(E)$ を用いて評価された sg に対する実効断面積 Σ_{sg} (式(5.1))を多群輸送方程式(5.2)に適用することにより ϕ_{sg} を厳密に求めることができ、実効断面積 Σ_g を式(5.3)から正確に評価できることを数学的に示した。また4章において、燃料棒内中性子スペクトル ϕ の空間依存性を物理的に考慮した減速方程式(5.4)を解くことにより、式(5.2)を解く際に必要な Σ_{sg} を評価できるが、式(5.5)に現れる β_i が未知量であるため、 ϕ_i を一意的に決定できないことを示した。

$$\Sigma_{sg} = \frac{\mathcal{D}[\Sigma(E)\phi(E)](sg)}{\mathcal{D}[\phi(E)](sg)} \quad (5.1)$$

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi_{sg} + \Sigma_{t,sg} \psi_{sg} = Q_{sg} \quad (5.2)$$

$$\Sigma_g = \frac{\sum_{sg \in g} \Sigma_{sg} \phi_{sg}}{\sum_{sg \in g} \phi_{sg}} \quad (5.3)$$

$$\phi_i = \frac{S_i + \omega_i S_{m_i}}{\Sigma_{t,i} + \omega_i \Sigma_{t,m}} \quad (5.4)$$

$$\omega_i = \frac{V_m}{V_i} \beta_i P_{b \rightarrow i} \quad (5.5)$$

前述の問題を解決するため、ここでは、減速方程式(5.4)より得られる中性子束を用いて直接縮約した実効断面積 $\Sigma_{g,sl}$ が、「同一の中性子束を用いて評価された sg に対する実効断面積 $\Sigma_{sg,sl}$ を用いて輸送方程式(5.2)を解くことにより得られる中性子束 $\phi_{sg,tr}$ で縮約した実効断面積」に等しくなるように β_i を決定する。

$$\Sigma_{g,sl} = \frac{\sum_{sg \in g} \Sigma_{sg,sl} \phi_{sg,tr}}{\sum_{sg \in g} \phi_{sg,tr}} \quad (5.6)$$

これは、同一の中性子スペクトル ϕ より計算される $\Sigma_{g,sl}$ と $\Sigma_{sg,sl}$ が、自己遮蔽状態に関して等価値であるとする仮定である。 β_i は未知量であるため、あらかじめいくつかの β_i に対して式(5.4)を解くことにより、得られた各中性子スペクトルに対して $\Sigma_{g,sl}$ と $\Sigma_{sg,sl}$ の組を計算することができる。したがって、 $\Sigma_{sg,sl}$ を $\Sigma_{g,sl}$ の関数としてテーブル化することができる。

$$\Sigma_{sg,sl} = f(\Sigma_{g,sl}) \quad (5.7)$$

$\Sigma_{sg,sl}$ と $\Sigma_{g,sl}$ の関係(5.7)をあらかじめ数表形式で評価しておくことにより、式(5.6)に整合する $\Sigma_{sg,sl}$ を一意的に決定することができる。この方法では、 β_i を陽に評価する必要がないため、4.6節で触れたように、衝突確率の計算を避けることができる。

このように、自己遮蔽状態に関して2つの物理量を等価値であると仮定する着想は等価原理に基づいている。等価原理では式(5.8)のように、均質体系においてあらかじめ実効断面積 σ_g を背景断面積 σ_0 の関数として評価しておき、非均質体系における背景断面積を引数とすることで、非均質体系の実効断面積を評価する。

$$\sigma_g = f(\sigma_0) \quad (5.8)$$

等価原理を特徴づける背景断面積は、その導入自体が共鳴計算の誤差要因となる。本理論では式(5.7)のように、実効断面積を媒介して自己遮蔽状態を評価することにより、背景断面積を基礎とした現行の共鳴理論の枠組から解放されることとなる。なお、従来の等価原理では微視的実効断面積に関してテーブル化がなされるが、本理論では実効断面積の空間依存性を陽に取り扱うため、巨視的実効断面積を基礎においていることに注意しなければならない。

4.6節で触れたように、従来の等価原理における背景断面積の評価とは、Dancoff係数

の評価である。Dancoff 係数は衝突確率より求められる^[1]ため、衝突確率の評価といいかえることもできる。一方、式(5.4)に等価原理を適用すると、Dancoff 係数と同様、 β_i も衝突確率より評価される物理量であることがわかる。本理論では、式(5.6)および式(5.7)より β_i を間接的に求めているということができ、見方を変えると、 β_i の評価方法を、衝突確率を用いた方法から、微積分方程式(5.2)を解く方法に転換することを意味する。

従来の共鳴理論は、等価原理と超多群計算のいずれにおいても、衝突確率法に基づく積分方程式に基礎がおかれてきた^[1]。一方、近年は集合体解析や全炉心解析において、微積分方程式の厳密解法である Characteristics 法の適用が精力的に進められているという潮流がある^{[11][13][14][15][25][34]}。微積分方程式を基軸とする本理論は、このような炉心解析研究の流れの中で、極めて自然な発想のもとで成立しているということが出来る。

5.3 本共鳴計算手法の基礎的な流れ

5.2節で示した、 sg に対する実効断面積と通常の実効断面積を結びつける、等価原理の拡張概念を導入することにより、3章におけるサブグループ法の拡張理論と、4章における超多群計算の拡張理論を結合し、新たな共鳴計算手法を構築することができる。これは中性子の空間とエネルギーの効果を陽的に考慮した共鳴計算手法となり、その特徴は以下の3点に集約される。

- ・ 共鳴取り扱い手法
- ・ 中性子エネルギーの群構造および燃料内径方向円環領域依存性を陽に考慮
- ・ サブグループ法、超多群計算および等価原理を効果的に統合

以上の点を踏まえ、本研究で構築する共鳴計算手法を英語表記においてThe method of Well Integrated Neutronics Grouping and Zoning Explicitly for Resonance Operationと表現し、WINGZERO、あるいはWO(Double O)とよぶこととする。図 5.1 にその基礎的な計算の流れを示す。

以下では、図 5.1 の各計算パートに関して具体的に説明する。まず、 sg に対する多群輸送計算の入力となる実効断面積 Σ_{sg} を、超多群計算により得られる中性子スペクトルを用いて評価する。このとき、4章で示した減速材中性子スペクトル(式(5.9))の結合係数 β_i が未知量であるため、いくつかの β_i に対して超多群計算を実施し、得られた各スペクトルに対し、 Σ_{sg} と Σ_g を計算する。そして、同一の中性子スペクトルより得られる Σ_{sg} と Σ_g を1対1に対応させ、テーブル化する。

$$\phi_m(E) = (1 - \beta_i) \frac{1}{E} + \beta_i \phi_i(E) \quad (5.9)$$

ここで、式(5.9)に現れる各中性子スペクトル $\phi_m(E)$ 、 $1/E$ および $\phi_i(E)$ は、そのエネルギー積分値が一致するように規格化されていなければならない。しかし、式(5.4)におい

て、そのような規格化操作を加えることは困難である。したがって、各スペクトルは規格化されていないものとし、式(5.9)を以下のように補正する必要がある。

$$\frac{\phi_m(E)}{\int_0^\infty dE \phi_m(E)} = (1 - \beta_i) \frac{(1/E)}{\int_0^\infty dE \cdot (1/E)} + \beta_i \frac{\phi_i(E)}{\int_0^\infty dE \phi_i(E)} \quad (5.10)$$

以上より、 β_i ($0 \leq \beta_i \leq 1$)を運用上、 $\beta_i / \int_0^\infty dE \phi_i(E)$ に置換して考える必要があり、そのとりうる値の範囲は0から ∞ までのすべての実数となる。本計算手法においては、後者の量を実際の β_i ($0 \leq \beta_i \leq \infty$)とする。なお、燃料内を複数の円環状中性子束領域に分割しない場合には $P_{b \rightarrow i}(E) = 1$ となる。この場合、減速材領域におけるHの原子数密度 N_H を、式(5.4)において $\omega_i(E)$ が乗じられている項より引き出す。このとき、 β_i の値を幅広く振ることは、いくつかの背景断面積 $\sigma_0(\propto N_H)$ に対して無限均質体系の減速方程式を解くことと同様の意味をもつことがわかる。

$$\omega_i \cdot N_H = \frac{V_m}{V_i} \beta_i N_H \propto \sigma_0 \quad (5.11)$$

次に、 Σ_{sg} を用いて sg に対する多群輸送計算を実施する。各領域に対する Σ_{sg} の値は未知量であるため、その初期値として無限希釈相当のスペクトルで評価した Σ_{sg} を入力する。輸送計算は、複雑な幾何形状を厳密に取り扱うことのできるCharacteristics法に基づいて実行するが、原理的には S_n 法をはじめとする、どのような決定論的輸送計算手法を適用することも可能である。

多群輸送計算の収束後は、得られた sg に対する中性子束 ϕ_{sg} を用いて、 Σ_{sg} を縮約する。この縮約計算により得られる断面積は中性子輸送理論を保存する実効断面積を表すが、輸送計算に適用した Σ_{sg} 自体は初期推定値であり、輸送理論を保存しない。そこで、得られた実効断面積の値に対応する Σ_{sg} を、超多群計算によりあらかじめ評価しておいたテーブルより内挿して求める。5.2節で示したように、これは、減速計算により得ら

れる同一のスペクトルより評価された Σ_{sg} と Σ_g が、自己遮蔽状態に関して等価であるとする仮定に基づいている。このようにして得られる Σ_{sg} の更新値は、中性子輸送理論の情報をより直接的に反映した断面積となる。なお、内挿の際に基準とするのは、巨視的全断面積とする。また、減速材領域の反応断面積は一般に共鳴構造を有しないため、その実効断面積を更新対象とする必要はない。

Σ_{sg} を更新した後、再度多群輸送計算を実行し、得られた ϕ_{sg} より Σ_{sg} を縮約し、実効断面積を求め、テーブルより Σ_{sg} を更新する。この過程を、各領域の実効断面積の値が収束するまで反復する。収束した Σ_{sg} 、 ϕ_{sg} および Σ_g は輸送理論を保存する量となっているはずである。これを3つの拡張理論より眺めると、サブグループ法の観点からは厳密な実効断面積 Σ_{sg} を用いた輸送計算を実行したことになり、超多群計算の観点からは厳密な β_i を評価したことになる。また、等価原理の観点からは厳密な Σ_{sg} と Σ_g の関係を求めたことになる。

図 5.1 に示す新たな共鳴計算の流れは、その基礎的な概念を示しているにすぎない。たとえば、 Σ_{sg} の更新を輸送計算が収束するたびに実行するのではなく、内部反復計算が収束するたびに実行するようにすれば、計算負荷をさらに小さくすることができる。さらに、中性子源項をどのように評価するかなど、本手法が潜在的に有している応用の幅は大きく広がっている。

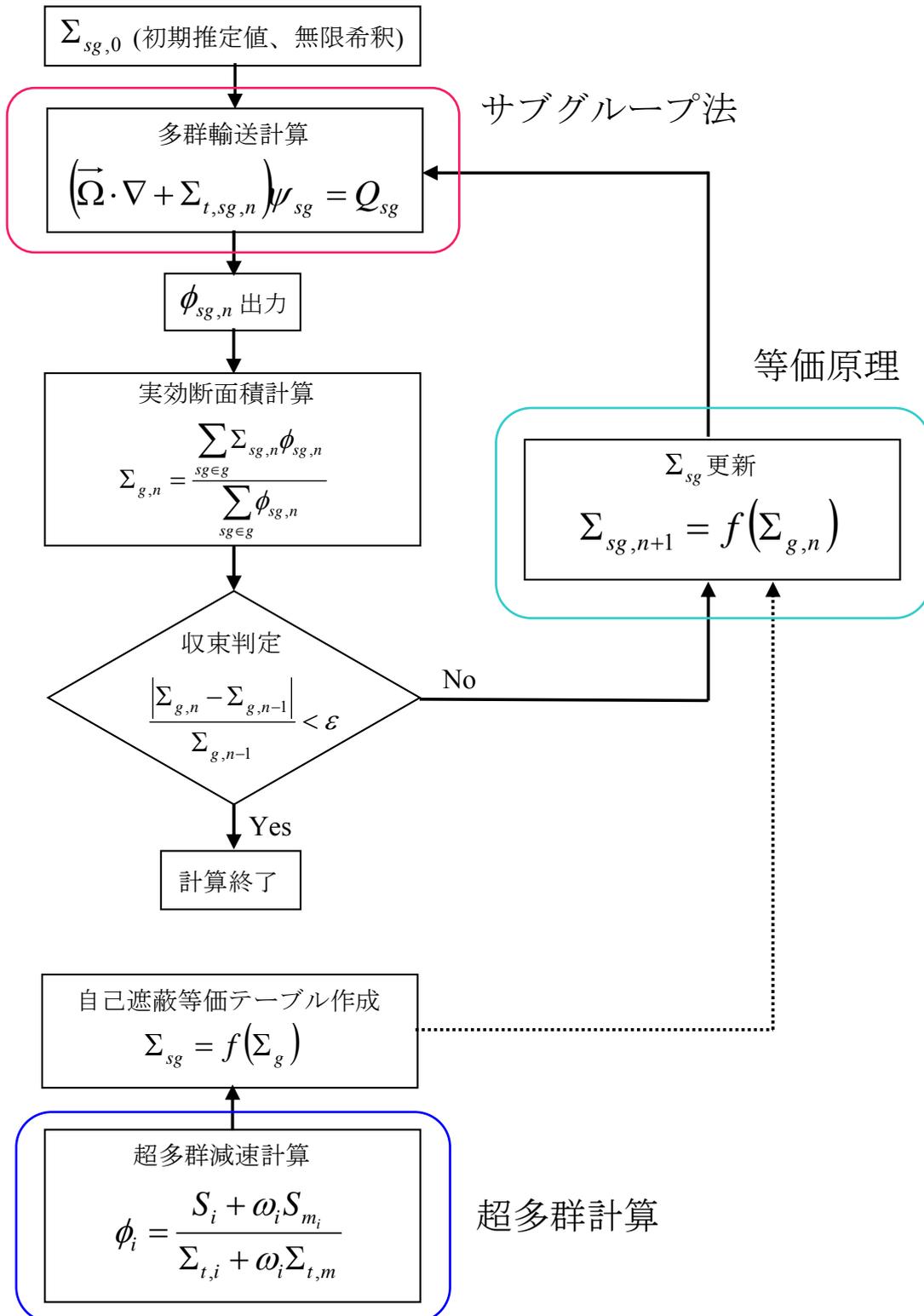


図 5.1 本研究で構築する新たな共鳴計算手法の基礎的な流れ

5.4 共鳴計算手法の高度化図式

本節では、本研究で提唱する新たな共鳴計算理論が、従来のそれと比較してどのように改良されているかについて、理論式を通して考察する。ここでは、従来のサブグループ法、超多群計算および等価原理のそれぞれに対する本手法の優位性を、計算精度と計算速度の観点、すなわち計算手法の高度化図式より説明する。その概要を図5.2に示す。

サブグループ法については、バンド数を大きくすれば精度よく共鳴計算を実行することができる。これは、非均質体系における超多群計算に相当する。また、少ないバンド数でバンドパラメータを評価する場合には、輸送計算に要する計算負荷を大きく低減することができる。確率テーブルに基づく一般的なサブグループ法では、バンドパラメータが自己遮蔽状態に依存しないように評価されるため、バンド数が小さい場合でも、バンドパラメータの輸送計算への適用に関する正当性が形式的には担保される。しかし、サブグループの存在が確率的に規定されるため、バンドパラメータは輸送理論を保存しない。一方、計算精度、あるいは計算速度のいずれかを向上させることが主眼となっている両手法に対し、3章で示した不連続エネルギー群構造に基づく輸送計算では中性子輸送方程式を理論的に厳密な形で保存するため、計算精度の観点からは同一サブグループ数に対するサブグループ法よりも高い精度を示す。また、超多群相当の計算よりも、はるかに少ない計算時間の中で中性子の輸送を評価することができる。

超多群計算については、衝突確率法に基づいて超多群の輸送、あるいは減速計算を実行することにより、空間依存の厳密な中性子スペクトルを得ることができる。また、均質体系における超多群減速計算の場合は、衝突確率や、領域数に比例した中性子源の評価が不要となるため、計算負荷を大きく低減することができる。ただし、均質体系の減速計算は非均質体系のそれとは異なるスペクトルを計算するため、非均質体系への適用に際しては、背景断面積の導入が必要となる。一方、計算精度、あるいは計算速度のいずれかを向上させることが主眼となっている両手法に対し、4章で示した中性子の空間

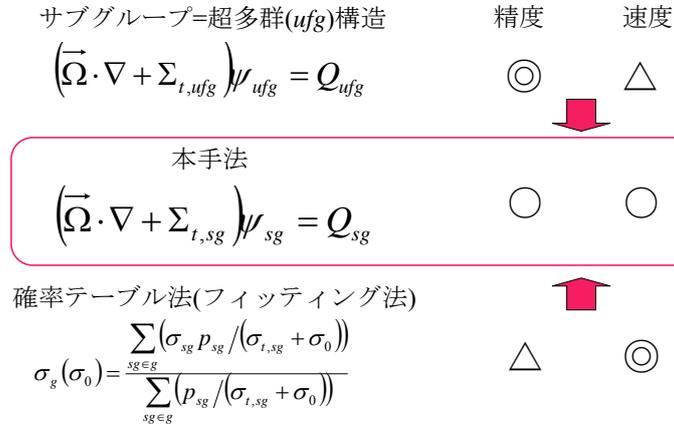
的減衰特性に基づく輸送計算では、燃料内入射中性子衝突確率の空間依存性を物理的に考慮するため、計算精度の観点からは単純な均質計算よりも高い精度を示す。また、計算式の形が均質計算相当であるため、非均質体系における純粋な超多群減速計算よりもはるかに少ない計算時間の中で実効断面積を評価することができる。

一方、等価原理については、厳密な中性子スペクトルより評価される実効断面積が、当該スペクトルと自己遮蔽状態に関して厳密に等価であることは、実効断面積の定義より明らかである。また、一般的な等価原理では、均質体系において実効断面積と背景断面積の関係をあらかじめ評価しておき、非均質体系については、Dancoff 係数と脱出断面積を評価することにより、自己遮蔽状態に関して均質体系の背景断面積と等価であるとみなすことのできる背景断面積を求める。ただし、等価原理の理論には多くの物理的近似が導入されており、背景断面積を、自己遮蔽値を一意的に規定する物理量であるとみなすことは、中性子輸送理論を満足する仮定ではない。一方、計算精度、あるいは計算速度のいずれかを向上させることが主眼となっている両手法に対し、5.2 節で示した、 sg に対する実効断面積と通常の実効断面積を、同一の中性子スペクトルより評価されていれば自己遮蔽状態に関して等価であるとする仮定では、自己遮蔽状態を、中性子束という原子炉物理において最も本質的な物理量に基づいて評価するため、計算精度の観点からは通常の実効断面積よりも高い精度を示す。また、中性子スペクトルを直接評価する場合よりもはるかに少ない計算時間の中で自己遮蔽状態の等価性を評価することができる。

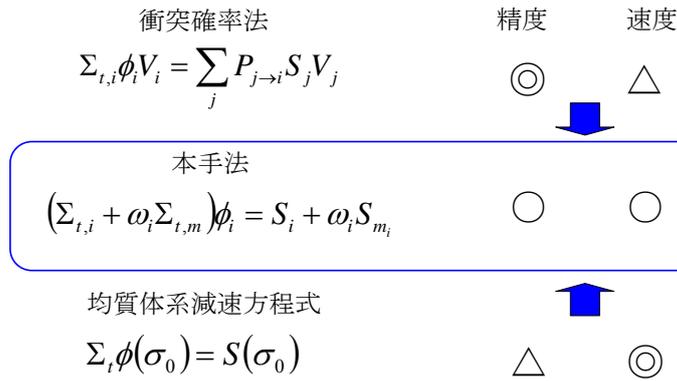
以上のように、サブグループ法、超多群計算および等価原理の結合に基づく本手法は、各手法に対し、計算精度と計算速度を両立するような改良・拡張を施した上で、それらを組み合わせるといふ考え方に基づいている。各手法を組み合わせる必要が生じるのは、それぞれを高度化させることにより、各手法が単体で共鳴計算手法として成立しなくなるためである。中性子スペクトルを超多群計算により評価するという前提を与えること

で、エネルギー構造を陽に規定したサブグループ法を導入することが可能となり、自己遮蔽状態に関する実効断面積の等価性の仮定を導入することで、未知量を含んだ形で導出される非均質体系の減速方程式が運用可能となる。このように、各要素単体では適用性に限界が生じるものであっても、複数の視点からそれらを互いに見直すことで、運用可能な妥協点を見出そうとすることは、工学的手法を構築していく上で非常に重要な考え方である。

サブグループ法



超多群計算



等価原理

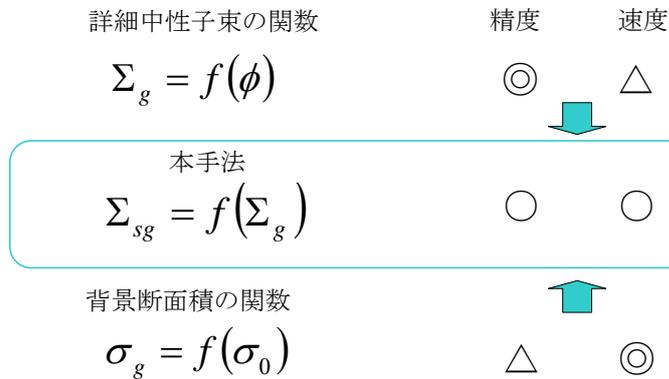


図 5.2 新たな共鳴計算手法の高度化図式

5.5 中性子源近似評価

3章において、不連続エネルギー群構造のもとでも、通常が多群計算と同様に輸送計算を実行できることを示した。ここで、中性子源項に関しては、散乱断面積および中性子源の非等方性を無視できる場合には、以下のように与えることができる。

$$Q_{sg} = \frac{1}{4\pi} \times \begin{cases} \sum_{sg'} \Sigma_{s,sg' \rightarrow sg} \phi_{sg'} + \chi_{sg} \sum_{sg'} \nu \Sigma_{f,sg'} \phi_{sg'} + S_{sg} & \text{(固定源問題)} \\ \sum_{sg'} \Sigma_{s,sg' \rightarrow sg} \phi_{sg'} + \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi_{sg} \sum_{sg'} \nu \Sigma_{f,sg'} \phi_{sg'} & \text{(固有値問題)} \end{cases} \quad (5.12)$$

固定源問題と固有値問題のいずれの場合であっても、取り扱いが煩雑となるのは散乱生成項である。たとえば、非弾性散乱が無視できるエネルギー領域において、重心系の等方弾性散乱を仮定できる場合^{[1][5][7]}には、 sg に対する実効散乱断面積マトリクスは、式(5.14)を式(5.13)に直接適用することにより評価する必要がある。

$$\sigma_{s,sg' \rightarrow sg}(\vec{r}) = \frac{\mathcal{D}[\mathcal{D}[\sigma_s(E' \rightarrow E)\phi(\vec{r}, E')](sg')](sg)}{\mathcal{D}[\phi(\vec{r}, E')](sg')} \quad (5.13)$$

$$\sigma_s(E' \rightarrow E) = \begin{cases} \frac{\sigma_{es}(E')}{(1-\alpha)E'} & (E \leq E' \leq E/\alpha) \\ 0 & (E' \leq E, E' \geq E/\alpha) \end{cases} \quad (5.14)$$

減速幅の大きな H や ^{16}O のような軽核に対し、式(5.13)に基づく散乱マトリクスを評価するためには大きな計算負荷を必要とするが、幸いなことに、これらの核種に対する散乱断面積は中性子エネルギー E に大きく依存しないため、 $\sigma_{s,sg' \rightarrow sg}$ は自己遮蔽状態や空間に大きく依存しない。このため、あらかじめ $\sigma_{s,sg' \rightarrow sg}$ を評価しておけば、解析体系が変化する場合でも新たに $\sigma_{s,sg' \rightarrow sg}$ を評価する必要はない。一方、散乱断面積においても共鳴構造を有する U や Pu のような重核については、 $\sigma_{s,sg' \rightarrow sg}$ が自己遮蔽状態や空間に依存するが、減速幅が小さいため、散乱マトリクス評価における積分計算の負荷はあまり大きくなる。このため、群間の散乱遷移を直接考慮することにより中性子源を

正確に評価することは今後、共鳴計算における現実的な課題となってくる。

ここでは、散乱マトリクス of 煩雑な評価、あるいはテーブル化を回避するため、次善の方法として中性子源を簡単な表式で評価することを考える。非弾性散乱を無視することができるエネルギー領域において、散乱中性子源の評価に NR 近似^[11]を適用すると、群間の散乱遷移の直接評価を回避することができる。

$$S_s(E) = \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{es,k}(E')\phi(E')dE'}{(1-\alpha_k)E'} \approx \sum_k \int_E^{E/\alpha_k} \frac{\Sigma_{p,k}dE'}{(1-\alpha_k)E'^2} = \frac{\Sigma_p}{E} \quad (5.15)$$

ここで、 $\Sigma_p = \sum_k \Sigma_{p,k}$ は着目領域の巨視的ポテンシャル散乱断面積である。着目エネルギー群 g において、中性子エネルギー E の変化は十分に緩慢であるとする、 $S_s(E) \propto \Sigma_p$ とすることができる。さらに、共鳴エネルギー領域では核分裂スペクトルが十分に小さいため、核分裂中性子源の寄与を無視することができる。このとき、 sg に対する中性子源積分を次のように近似評価することができる。

$$\begin{aligned} Q_{sg} &= \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{sg'} \Sigma_{s,sg' \rightarrow sg} \phi_{sg'} + \chi_{sg} \sum_{sg'} \nu \Sigma_{f,sg'} \phi_{sg'} + S_{sg} \right) \cong \frac{1}{4\pi} S_{s,sg} \\ &\propto S_{s,sg} = \mathcal{D}[S_s(E)](sg) \propto \mathcal{D}[\Sigma_p](sg) = \Sigma_p \cdot \mathcal{D}[1](sg) \end{aligned} \quad (5.16)$$

ここで $\mathcal{D}[f](sg)$ の定義より、 $\mathcal{D}[1](sg)$ は sg に対する不連続なエネルギー領域のエネルギーバンド積分値を表す。次章の検証計算では、無限均質体系については式(5.12)に基づく厳密な中性子源の評価法を適用するが、それ以外の検証については簡単のため、式(5.16)に基づいて実施する。

5.6 共鳴計算と格子計算の結合

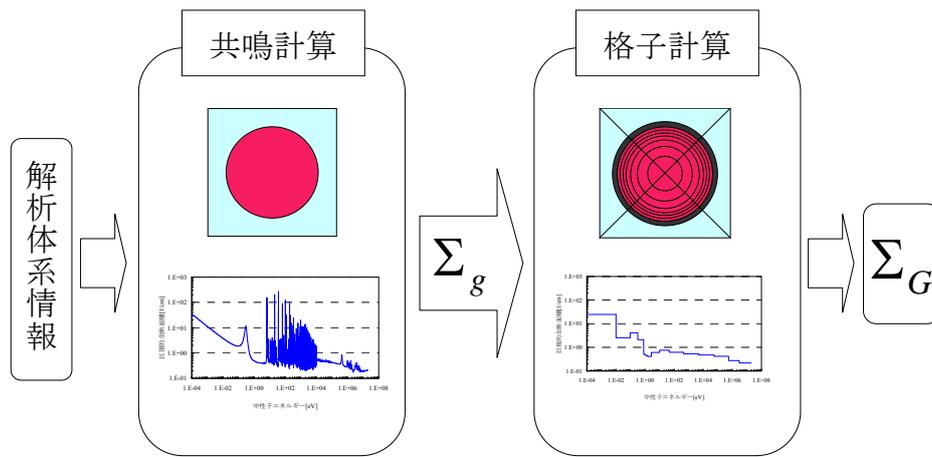
本研究で構築した共鳴計算理論では、式(5.12)にしたがって中性子源を評価することにより、固有値問題に基づく中性子輸送計算を実行することができる。このとき、散乱マトリクスを含むすべての sg に対する実効断面積等価テーブルを精度よく評価できる場合には、炉心解析過程において共鳴計算と格子計算を分離する必要性は小さくなる。したがって、共鳴計算と格子計算を結合するという核計算の枠組が今後重要となる可能性がある。この枠組の中では、解析体系の幾何形状や物質組成を入力すれば、直に集合体計算、あるいは全炉心計算用の少数群均質化断面積^[5]、すなわち核定数を計算することができる。その概念を図 5.3 に示す。

領域 I の少数群 G における平均断面積 $\Sigma_{I,G}$ は、 sg に対する実効断面積 Σ_{sg} と、それらを用いて実行される sg 単位の多群輸送計算の結果得られる中性子束 ϕ_{sg} を用いて次のように導出することができる。ただし、領域 $i \in I$ は sg 単位の多群輸送計算において定義される中性子束領域である。

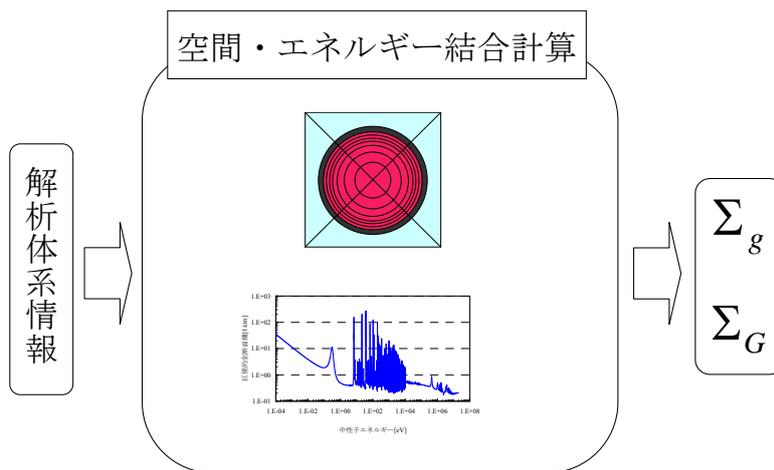
$$\begin{aligned} \Sigma_{I,G} &= \frac{\int_{V_I} d\vec{r} \int_{E_G}^{E_{G-1}} dE \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}{\int_{V_I} d\vec{r} \int_{E_G}^{E_{G-1}} dE \phi(\vec{r}, E)} = \frac{\sum_{i \in I} V_i \sum_{g \in G} \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \Sigma_i(E) \phi_i(E)}{\sum_{i \in I} V_i \sum_{g \in G} \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \phi_i(E)} \\ &= \frac{\sum_{i \in I} V_i \sum_{g \in G} \left(\sum_{sg \in g} \mathcal{D}[\Sigma_i(E) \phi_i(E)](sg) \right)}{\sum_{i \in I} V_i \sum_{g \in G} \left(\sum_{sg \in g} \mathcal{D}[\phi_i(E)](sg) \right)} = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{sg \in G} \Sigma_{i,sg} \phi_{i,sg} V_i}{\sum_{i \in I} \sum_{sg \in G} \phi_{i,sg} V_i} \end{aligned} \quad (5.17)$$

ここで、 $\Sigma_{I,G}$ を直に求める場合であっても、実効断面積 Σ_g が本手法において重要な意味をもつことに注意しなければならない。2章、3章において、実効断面積 Σ_g 、 Σ_{sg} はそれぞれ、当該エネルギー群において反応率を保存するように定義したが、これは群内の反応率保存を保証するものではあっても、群間の反応率比を厳密に保存するもので

はない。これが多群輸送計算におけるエネルギー分散化誤差の本質であり、エネルギー群数を十分に大きく設定しない限り、十分な計算精度を担保できない要因となっている。したがって、図 5.4 に示すように多群構造 g を無視し、少数群 G 内を直にいくつかの sg に分割した場合、反応率比を保存することはもはや困難となる。この意味で、共鳴計算と格子計算を結合する場合であっても、多群構造 g の枠組を基軸とする必要がある。5.3 節で示した手法構造からも明らかのように、本手法において実効断面積 Σ_g は、群内反応率および群間反応率比を保存するための本質的なパラメータとなる。



現行手法



本研究で提起する手法

図 5.3 共鳴計算と格子計算の結合

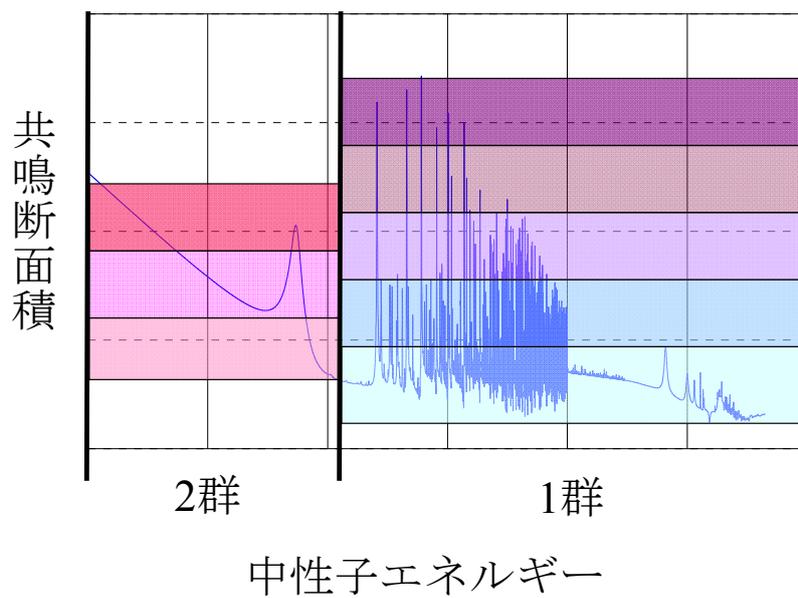


図 5.4 群間の反応率比が保存されない例

(共鳴断面積の大きさに応じたサブグループ化に基づく場合のイメージ)

5.7 本章のまとめ

本章の要点を以下にまとめる。

- 等価原理の概念に基づき、不連続エネルギー群に対する実効断面積と、同一スペクトルで縮約された通常の実効断面積を自己遮蔽効果に関して等価であると仮定した。
- 3 つの共鳴計算改良手法を結合することにより新たな共鳴計算理論を構築し、基礎的な計算の流れを示すとともに、その高度化図式を整理した。
- 中性子源評価に関し、NR 近似に基づく簡易的な方法と厳密な方法を示し、後者を考える場合には共鳴計算と格子計算が結合されるべきであることを提起した。

第6章 検証計算

5章で構築した共鳴計算理論の妥当性を確認するためには、種々の検証計算を実施する必要がある。本章では、共鳴計算において問題となる重要な炉物理的効果を本手法がどこまで考慮することができるか、その適用性に関する基礎的な検証を行い、結果に対する詳細な解析を通して、本手法の妥当性と問題点を明らかにする。

6.1 本章の概要

共鳴計算手法の炉心解析への適用性を示すためには、種々の検証計算を通して、その妥当性を確認することが必要となる。共鳴計算では、燃料や減速材が有する核特性に基づく中性子の微視的挙動を直接的に取り扱うため、計算結果には核分裂炉を特徴づける重要な物理的効果が顕在化する。その中で、特に重要となる炉物理的効果は、燃料と減速材の非均質効果^{[1][2][11]}、燃料内の空間自己遮蔽効果^{[5][9][11][40][41][43]}、共鳴干渉効果^{[9][25][33]}、スペクトル干渉効果^{[20][38]}、ドップラー効果^{[1][2][4][6][43]}、スペクトル履歴効果^[9]である。また、本手法を適用する際に必要となる種々のパラメータ設定方法も、計算精度に影響を与える。

共鳴計算手法の妥当性を検証する場合、通常は実効増倍率や核分裂率分布のような積分特性の精度を評価することが多い^{[9][25]}。また、検証体系は実機炉心のそれに限りなく近づけたものが採用される。このような検証方法は、実炉心解析への適用性を確認するという目的のもとでは適切であるが、共鳴計算手法の改良部分が有する、従来手法に対する計算精度向上への効果が顕在化しにくいという問題がある。そこで本検証では、²³⁸Uのみからなる燃料棒と H のみからなる減速材により構成されるもっとも単純な単位格子を基準検証体系とした上で、前述の種々の効果を本手法が考慮できるか、実効断面面積の計算結果を通して明らかにする。

6.2 共鳴計算における炉物理的効果

共鳴計算の結果に対して炉物理的現象が与える効果は多岐にわたるが、ここではその中で特に重要となるものを6つの項目に分けて説明する。ここで、それぞれの効果の物理的イメージを図6.1～図6.6に示す。

[1] 非均質効果

炉心内の燃料は規則正しく配列され、その隙間には減速材が満たされている。燃料と減速材が空間的に分離されている、このような解析体系のことを原子炉物理では非均質体系とよぶ。対照的に、燃料核種と減速材核種からなる仮想的混合媒質のことを均質体系とよぶ。非均質体系には、中性子が燃料核種の共鳴吸収から逃れる確率がゼロとはならないという特徴がある^{[1][5][7][11]}。これは、等価原理において背景断面積を評価する際、燃料の脱出断面積を考慮することに相当する。減速材核種による中性子の減速と、燃料核種による中性子の共鳴吸収は、共鳴計算において考慮すべきもっとも基礎的な炉物理現象であり、これらを非均質体系において適切に評価することは非常に重要である。共鳴計算を均質体系において精度よく実行することが容易である一方、非均質体系では、燃料と減速材の2領域体系であっても、中性子の減速と共鳴吸収を厳密に評価することは難しい。この意味で、共鳴計算では体系が非均質であることそのものが「効果」として強調される。

[2] 空間自己遮蔽効果

燃料領域において核分裂により生じる高速中性子は減速材領域で減速され、共鳴エネルギー領域まで達すると、燃料領域に共鳴吸収される。燃料の共鳴断面積は非常に大きいため、燃料領域に入射する中性子のほとんどは燃料表面付近で吸収され、燃料深部にまで到達する中性子の割合は非常に小さくなる。これを共鳴の空間自己遮蔽効果とよび、

燃料内の中性子束空間分布は、燃料表面から燃料深部に向かうにつれ、大きく落ち込んだ傾向を示す^{[5][11]}。この炉物理特性を正確に考慮した共鳴計算を実行するためには、燃料領域を径方向に分割した多領域系を取り扱う必要がある。一般的な等価原理では、燃料多領域系を多次元で厳密に取り扱うことが難しい^{[40][41]}ため、燃料内中性子束領域の円環形状と減速材領域の幾何学的情報を陽に考慮できる輸送計算の導入が必要となる。このように、共鳴計算において空間自己遮蔽効果を考慮することは恒常的な中心課題でありつつも、依然として非常に難しい問題となっている。

[3] 共鳴干渉効果

UO₂燃料の組成は²³⁸Uが支配的であり、²³⁵Uによる共鳴吸収の寄与は一般に小さい。一方、原子力発電の経済性を高めるために今後導入されるMOX燃料や高燃焼度燃料では、²³⁸U以外の核種による共鳴吸収が無視できなくなる。たとえばMOX燃料では、複数種のPu同位体が、UO₂中の²³⁵Uと比較して非常に大きな組成割合で存在する。また、高燃焼度燃料に混合されるGdやErのような可燃性毒物核種による共鳴吸収の寄与は非常に大きい。したがって、燃料内の中性子スペクトル形状には、²³⁸U以外の核種による共鳴の影響が直接的に現れることとなる。等価原理ではUO₂燃料の解析を想定し、²³⁸U以外の核種による共鳴吸収をバックグラウンドとして陰に評価するため、複数の共鳴核種が互いに無視できない組成比で燃料内に含まれる場合、それぞれのエネルギー的共鳴構造を厳密に考慮することが困難となる^[9]。このことから、共鳴計算の研究では、²³⁸U以外の核種による共鳴の影響は干渉効果と位置づけられている。共鳴干渉効果を超多群計算の導入なしに考慮することはできず、このことは共鳴計算を考える上でもっとも難しい課題となっている。

[4] スペクトル干渉効果

着目燃料の中性子スペクトルには、単に減速材による中性子の減速効果が反映されるだけでなく、隣接燃料棒による共鳴吸収の影響も伝播する。また、平均自由行程の大きな高速炉体系では、反射体領域に構造材物質として共鳴中重核種を含む場合、反射体から離れた領域に位置する燃料の中性子スペクトルにも反射体領域の共鳴の影響が現れる^{[21][30][38][42]}。しかし、軽水炉をはじめとする熱中性子炉では、熱中性子の平均自由行程が単位格子の大きさ程度となることが知られているため、共鳴計算においては一般に、同一燃料の無限配列を仮定した単位格子体系を取り扱う^[1]。ところが、実際の燃料集合体体系では、燃焼が進行するにつれ、燃料の核的挙動が1本ごとに異なってくるため、完全に同一ではない組成を有する隣接燃料の影響を無視することはできない。この効果は、MOX燃料や高燃焼度燃料が装荷された体系において顕著となり、共鳴計算においても隣接燃料の影響を考慮することが必要となる^[20]。この空間的共鳴干渉効果を、炉心解析において一般にスペクトル干渉効果とよぶ。UO₂燃料集合体とMOX燃料集合体が隣接した体系における中性子束空間分布を正確に取り扱うため、集合体計算や炉心計算の手法に関しては、この効果を考慮するための研究が精力的になされている^{[11][14]}。核的非均質性の高い燃料の導入にともない、今後、多段階輸送計算の枠組のもとでは十分な精度を得られない解析事例が増えてくるものと考えられ、共鳴計算においても、空間的な中性子の輸送を正確に考慮することにより、核的非均質性を陽に取り扱う必要に迫られている。

[5] ドップラー効果

燃料内では核分裂連鎖反応が活発に生じており、燃料中心部は1000Kを超える高温状態となる。核分裂反応により誘起される原子核の振動エネルギーは燃料中心部から燃料表面に向かって伝達されるが、冷却材を炉心の軸方向に流すことによって、この振動エネルギーを熱エネルギーの形で取り出す。一般的に運用されている原子燃料は、化学

的安定性の観点から酸化物の形態をとるが、重金属酸化物の熱伝導率は小さいため、燃料棒の径方向に急激な温度勾配が生じる。これを炉物理的な観点から考察すると、燃料の共鳴断面積の空間的变化ということになる。温度が高くなると、燃料核種と中性子の間の相対速度の変化幅が大きくなることにより、共鳴断面積の形状はエネルギー的になだらかに広がり、燃料の実効的な中性子吸収率が上昇する^[1]。燃料核種と中性子の相対速度に由来するこの現象を、波動学において現れる物理的効果になぞらえ、ドップラー効果とよぶ。原子炉におけるドップラー効果は、その自己制御性を特徴づける非常に重要な現象であり、炉心の安全解析において重要な評価項目となる。そして、燃料棒内の径方向出力分布を正確に予測するために、径方向温度分布を考慮した共鳴計算が必要不可欠となる^[43]。一般に燃料内を多領域系として取り扱うことができない等価原理のみならず、サブグループ法においても、温度間の潜在的なエネルギー群構造の不一致に起因し、この効果を精度よく評価することは難しい。確率論的手法に頼ることなく燃料内の径方向出力分布を求めるために、燃料温度分布を考慮した実効断面積評価法の確立が重要な課題となっている。

[6] スペクトル履歴効果

燃料内核種組成は燃焼にともない、時間的、空間的に大きく変化する。たとえば、 UO_2 燃料に入射する減速中性子は燃料表面付近でそのほとんどが吸収されるため、燃焼が進むにつれ、 ^{238}U の捕獲反応により転換生成される ^{239}Pu の組成は燃料表面付近で大きくなる^[9]。多数の Pu 同位体が含まれる MOX 燃料や、中性子強吸収物質である可燃性毒物核種が混合された高燃焼度燃料を含む解析場において、この組成分布はさらに複雑な挙動を示す^[41]。燃焼解析では、この複雑な核種組成の時間変化を追跡するため、ある燃焼度点における核種組成は、複雑な燃焼履歴を反映した値となる。定常状態における炉心解析は、燃焼計算により得られた各燃焼度点における核種組成を入力として実行さ

れる。このため、炉心解析では一般に、燃焼にともなう中性子スペクトルの時間と空間に関する変化、すなわちスペクトル履歴効果を考慮して計算を実行することとなる。共鳴計算では、この履歴効果によりもたらされる核種組成の燃料内空間分布を考慮する必要があるが、非均質体系における超多群計算を除き、この効果を厳密に加味することはできない。燃焼を考慮した炉心解析の精度は、定常状態のそれと比較して一般に悪化するが、燃料の経済性を高めていくために、この効果を正確かつ効率的に取り扱う手法を開発することの重要性は今後高まってくるものと予想される。

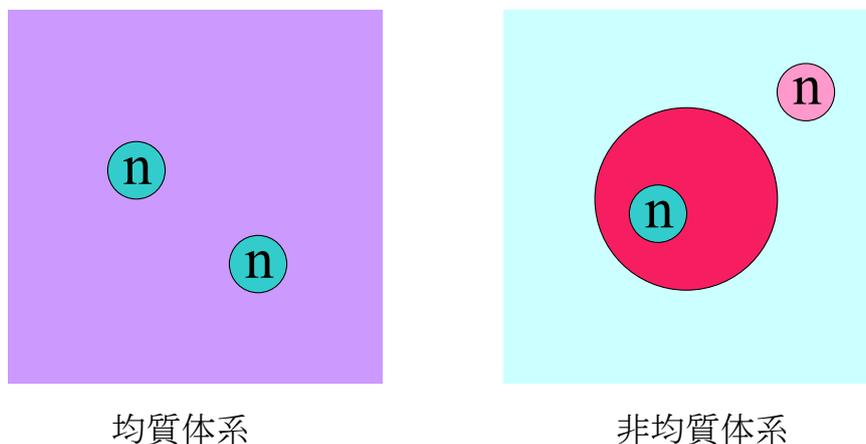


図 6.1 燃料と減速材の非均質効果

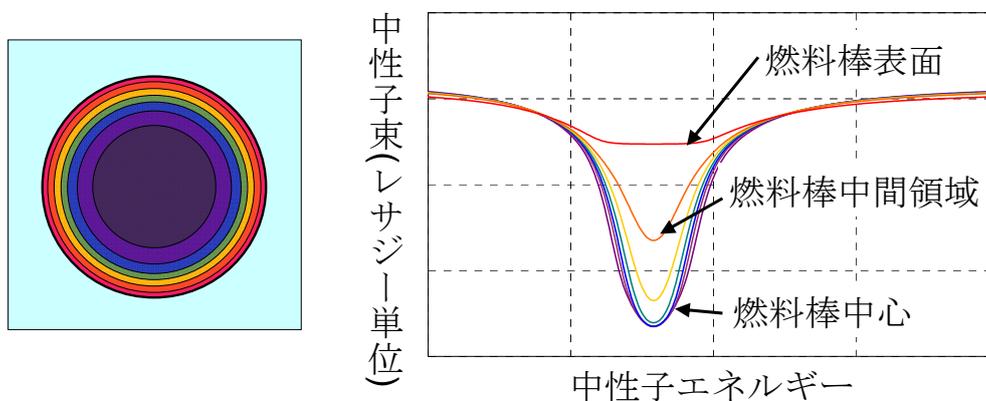


図 6.2 燃料内の空間自己遮蔽効果

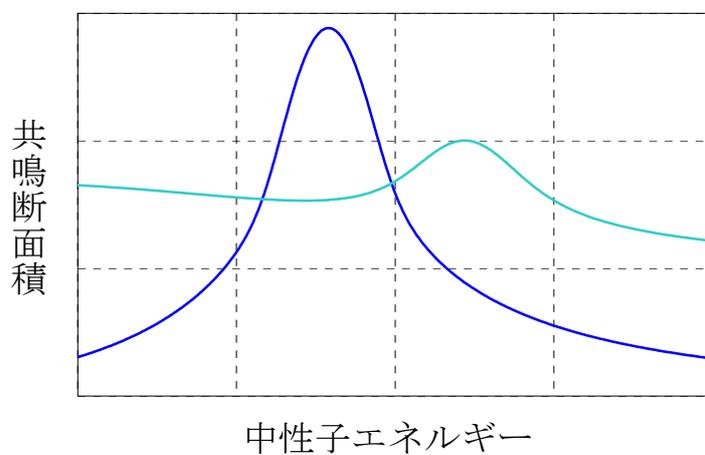


図 6.3 燃料内の重核種間共鳴干渉効果

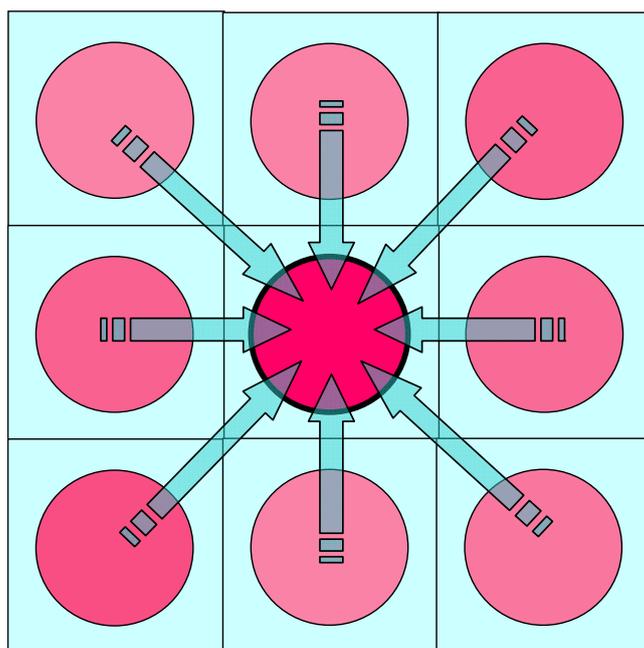


図 6.4 隣接燃料のスペクトル干渉効果

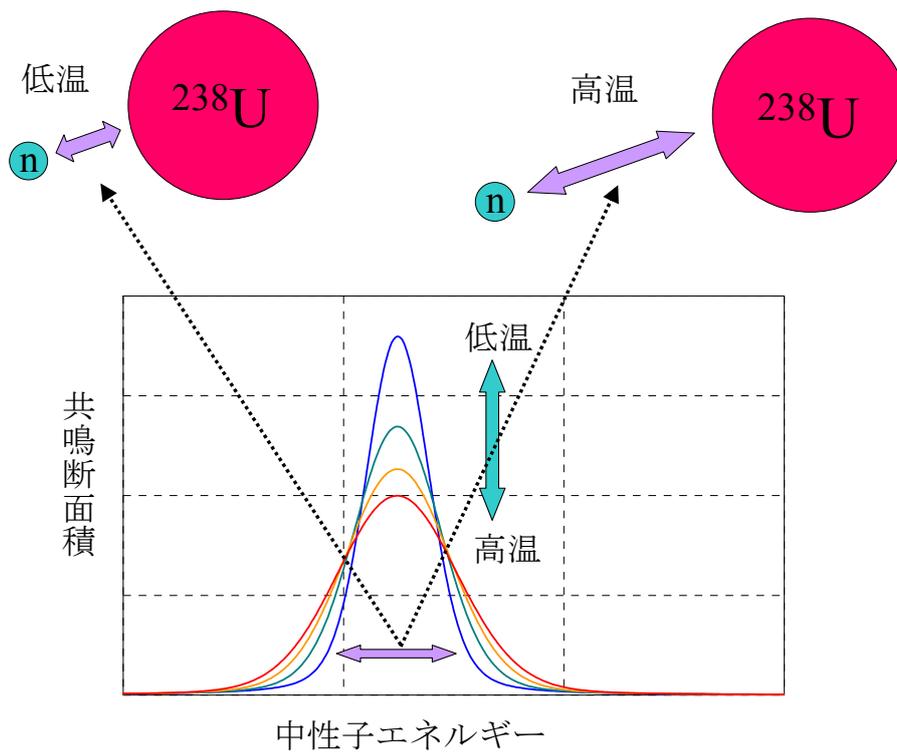


図 6.5 燃料内温度分布に基づくドップラー効果

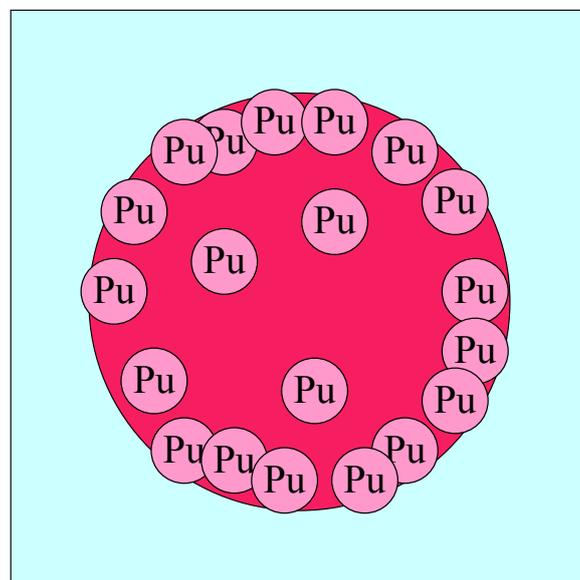


図 6.6 燃焼にともなう核種組成分布に基づくスペクトル履歴効果

6.3 ベンチマーク問題

前節で示した種々の炉物理的効果に対し、5章で構築した共鳴計算手法が有している計算精度を評価するため、ここでは実効断面積計算値の精度評価を目的とした簡単なベンチマーク問題を設定する。以下に示す問題一式を、本研究では英語表記で **Benchmark Test for Researching Accuracy of Neutronics Self-shielding Analysis Method** と表現し、TRANSAMベンチマーク問題とよぶこととする。ここで、本手法特有のパラメータ設定に関しても計算精度に大きな影響を与えるため、ベンチマーク問題の中に組み込む。

評価対象は主として 6.16-7.52eV における ^{238}U の実効微視的捕獲断面積の計算精度である。このエネルギー領域では、6.67eV をピークとする ^{238}U の幅の広い共鳴が存在しており、高エネルギー領域における幅の狭い共鳴と比較して、この共鳴に対する実効断面積を、NR 近似に基づく等価原理で精度よく評価することは非常に難しい^{[1][25][34][39]}。すなわち、幅の広い共鳴に対する実効断面積を精度よく効率的に評価できるか否かという点が、共鳴計算手法の高度化を考える上で重要な指標となる。

本検証では簡単のため、不連続エネルギー群 sg に基づく多群輸送計算における中性子源項を NR 近似に基づいて簡易評価するのにもない、参照解は中性子源を NR 近似で評価した超多群輸送計算より求める。すなわち、多群輸送方程式を解く上で計算精度に大きな影響を与えるのは、衝突項に現れる巨視的全断面積と中性子源の2つとなるが、本検証では、5章で構築した共鳴計算手法の要となる Σ_{sg} 評価法の妥当性を陽に示すため、中性子源近似のバイアスを排除する。したがって、従来手法の評価誤差は、連続エネルギーモンテカルロ法^{[1][46]}を参照解とした場合のそれとは異なる傾向を示すことに注意しなければならない。たとえば、本検証における等価原理の計算誤差は、巨視的全断面積を、着目共鳴核種の共鳴断面積とエネルギーに依存しない背景断面積の和として記述することによる誤差のみを表したものとなる。この前提に基づいた上で、減速方程

式における中性子源項を NR 近似で評価すると、一般に両者の誤差は相殺される方向に作用し、正味の計算誤差が低減される。すなわち、等価原理はその近似理論が潜在的に有している誤差を顕在化させない耐性を有しているといえることができる。

ここで、計算体系の幾何形状を図 6.7 に、計算体系の幾何条件や物質組成等に関する設定を表 6.1 および表 6.2 にそれぞれ示す。なお、前節において示したドップラー効果およびスペクトル履歴効果に関する検証は、時間的な都合から本論文では取り上げない。

I. 本手法のパラメータ設定に関する問題

[1] 不連続エネルギー群に基づく多群輸送計算の妥当性

^{238}U 、 ^{235}U および H からなる無限均質体系において、不連続エネルギー群 sg に基づく実効断面積を、散乱マトリクスを含めた形で評価し、多群固有値計算を実施する。ここで得られた無限増倍率を、連続的なエネルギー領域を離散化した通常が多群固有値計算の結果と比較し、3 章における、不連続エネルギー群構造に基づく多群輸送方程式導出理論の妥当性を評価する。すなわち、不連続エネルギー領域を 1 つの群とみなす場合であっても、このエネルギー群構造の枠組の中で実効断面積を精度よく求めることができれば、輸送方程式を通常が多群計算の場合とまったく同様に取り扱うことができることを示す。3 種類の H 原子数密度に対して実効断面積テーブルを作成して固有値計算を実施し、減速や共鳴吸収の大きさによる計算結果の相違をみる。実効断面積テーブルは減速方程式を解くことにより得られる中性子束を用いて評価し、 sg に基づく場合と、 g に基づく場合とで、同一体系に対しては同一の減速方程式を解く。無限均質体系における減速方程式は、共鳴エネルギー領域の中性子束エネルギー分布をほぼ厳密に評価するため、ここでは本手法における断面積の反復更新が不要となる。

[2] エネルギー群による実効断面積計算精度の相違

実効断面積評価精度は、評価対象とするエネルギー群に依存する。ここでは、 ^{238}U の幅の広い共鳴が存在する4つのエネルギー群に対して実効断面積を計算し、エネルギー群による計算精度の差異を評価する。

[3] 不連続エネルギー群数による実効断面積計算精度の相違

sg に基づく多群輸送計算では、群数を増加させるにつれて超多群計算の取り扱いに漸近するため、計算精度は向上する。ここでは、実効断面積計算値が飽和する sg 数を探索する。

[4] 不連続エネルギー群構造による実効断面積計算精度の相違

不連続エネルギー群構造の規定方法は、計算精度に大きな影響をあたえる。3.6節の理論的考察を踏まえ、ここでは共鳴断面積のレベルに応じて等間隔に sg 分割ラインを設定する場合と、対数スケールの共鳴断面積レベルに応じて等間隔に sg 分割ラインを設定する場合とで、実効断面積の計算精度にどの程度の差異が生じるかを評価する。対数スケールに基づく後者の方法が、共鳴断面積のピーク部分に対応するエネルギー領域を広くとり、裾野領域に向かうにつれて詳細な sg 構造を構築するという考え方に沿ったものとなる。

II. 共鳴計算における炉物理的効果に関する問題

[1] 非均質効果

^{238}U のみからなる燃料棒と、 H のみからなる減速材より構成されるもっとも単純な単位正方格子体系における実効断面積を評価する。Wignerの有理式近似^{[1][11][35][36][40]}に基づく最も単純な等価原理の結果と比較し、本手法による誤差低減効果を定量化する。このとき、断面積等価テーブルの作成において、本手法で推奨する減速方程式を用いる場

合と、NR 近似に基づく中性子束エネルギー分布を用いる場合とで計算精度がどの程度異なるかについても評価する。また、この体系に対し、燃料領域に ^{235}U と ^{16}O を、減速材領域に ^{16}O を追加した場合の実効断面積についても評価し、計算精度が悪化するかどうかを確認する。

[2] 空間自己遮蔽効果

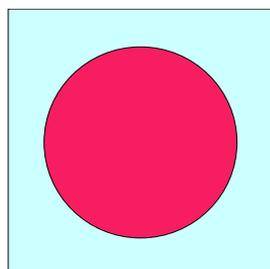
[1]の基準体系において燃料領域を径方向に多領域分割し、円環状中性子束領域依存の実効断面積を評価する。 sg に対する実効断面積等価テーブルを円環領域依存で評価する際、4章で導出した減速方程式を適用することで、空間的中性子減衰特性に基づく超多群減速方程式導出理論の妥当性を評価する。円環領域に依存しない等価テーブルを用いて本手法を適用する場合についても実効断面積を計算し、両者の計算精度の差異を評価する。円環領域に依存しないテーブルについては、[1]と同様、減速方程式を用いる場合と NR 近似式を用いる場合の双方について検討する。

[3] 共鳴干渉効果

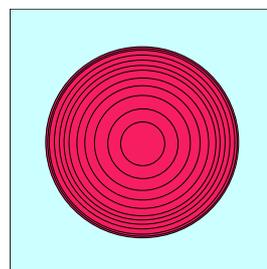
[1]の基準体系において、燃料領域に ^{238}U 以外の共鳴物質を追加することにより、共鳴が複雑に干渉する仮想体系を構築し、実効断面積の計算精度を評価する。等価原理の結果と比較することにより、本手法において超多群計算を組み込む効果を定量的に評価する。6.67eV 付近における ^{238}U の幅が広い共鳴に対する実効断面積を評価するため、このエネルギー領域付近において ^{238}U と同様に幅の広い共鳴を有する ^{241}Pu と ^{155}Gd を燃料領域に加える。本手法の有する計算精度を明確に示すため、両核種の組成は実際の燃料におけるそれと比較して十分に大きく設定する。

[4] スペクトル干渉効果

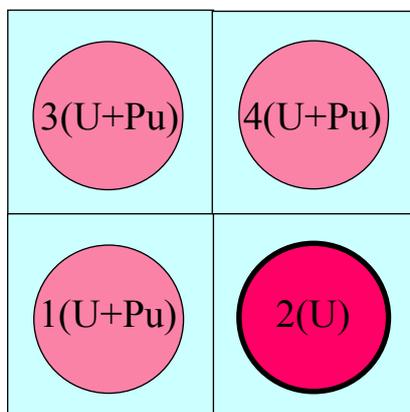
2×2のマルチ正方格子体系を考え、一端に[1]の基準燃料セルを配置する。 ^{239}Pu を加えた同一の強吸収燃料3本を周囲に配置し、核特性の異なる燃料が隣接する効果を本手法がどの程度の精度で考慮できるかを評価する。等価テーブルは基準燃料と ^{239}Pu 入り燃料とで個別に作成することとし、等価テーブル作成時の減速計算において隣接燃料のスペクトル干渉効果は考慮されない。すなわち、 sg に基づく多群輸送計算のみで干渉効果をどの程度精度よく評価できるかが重要となる。多群輸送計算の反復において、燃料ごとに断面積を同時更新することにより、各燃料の実効断面積収束値を得る。



燃料・減速材2領域体系



燃料内多領域体系



マルチ格子体系

図 6.7 ベンチマーク問題で取り扱う幾何形状

表 6.1 ベンチマーク体系諸元(I) (本手法のパラメータ設定に関する問題)

問題 [1] (不連続エネルギー群に基づく多群輸送計算の妥当性)	
体系の種類	無限均質体系
核種組成[1/barn/cm]	1.0×10 ⁻² (²³⁸ U) 5.0×10 ⁻⁴ (²³⁵ U)
温度[K]	1.0×10 ⁰ , 1.0×10 ⁻¹ , 1.0×10 ⁻² (H) 293
エネルギー群構造	XMAS172群
共鳴領域とみなすエネルギー群	XMAS172群の第45-92群
共鳴群の不連続エネルギー群数	3
総エネルギー群数	268
不連続エネルギー群構造構築方法	対数スケール等分割
評価対象	無限増倍率
問題 [2] (エネルギー群による実効断面積計算精度の相違)	
燃料半径[cm]	0.4
格子ピッチ[cm]	1.26
燃料核種組成[1/barn/cm]	1.0×10 ⁻² (²³⁸ U)
減速材核種組成[1/barn/cm]	1.0×10 ⁻² (H)
燃料温度[K]	293
減速材温度[K]	293
不連続エネルギー群数	5
群構造構築方法	対数スケール等分割
評価対象	²³⁸ U実効微視的捕獲断面積
評価群	XMAS172群の第69, 75, 80, 88群 69群 : 55.60-67.90eV 75群 : 33.72-37.27eV 80群 : 19.45-22.60eV 88群 : 6.16-7.52eV
問題 [3] (不連続エネルギー群数による実効断面積計算精度の相違)	
燃料半径[cm]	0.4
格子ピッチ[cm]	1.26
燃料核種組成[1/barn/cm]	1.0×10 ⁻² (²³⁸ U)
減速材核種組成[1/barn/cm]	1.0×10 ⁻² (H)
燃料温度[K]	293
減速材温度[K]	293
不連続エネルギー群数	2, 3, 5, 10, 20
群構造構築方法	対数スケール等分割
評価対象	²³⁸ U実効微視的捕獲断面積
評価群	XMAS172群の第88群 (6.16-7.52eV)
問題 [4] (不連続エネルギー群構造による実効断面積計算精度の相違)	
燃料半径[cm]	0.4
格子ピッチ[cm]	1.26
燃料核種組成[1/barn/cm]	1.0×10 ⁻² (²³⁸ U)
減速材核種組成[1/barn/cm]	1.0×10 ⁻² (H)
燃料温度[K]	293
減速材温度[K]	293
不連続エネルギー群数	5
群構造構築方法	線形スケール等分割, 対数スケール等分割
評価対象	²³⁸ U実効微視的捕獲断面積
評価群	XMAS172群の第88群 (6.16-7.52eV)

表 6.2 ベンチマーク体系諸元(II) (共鳴計算における炉物理的効果に関する問題)

※問題[1](複雑組成)および問題[2]-[4]については、基準問題[1]と異なる部分の条件のみ記載

基準問題 [1] (非均質効果)	
燃料半径[cm]	0.4
格子ピッチ[cm]	1.26
燃料核種組成[1/barn/cm]	1.0×10^{-2} (^{238}U)
減速材核種組成[1/barn/cm]	1.0×10^{-2} (H)
燃料温度[K]	293
減速材温度[K]	293
不連続エネルギー群数	5
群構造構築方法	対数スケール等分割
評価対象	^{238}U 実効微視的捕獲断面積
評価群	XMAS172群の第88群 (6.16-7.52eV)
問題[1] (複雑組成)	
燃料核種組成[1/barn/cm]	1.0×10^{-2} (^{238}U) 5.0×10^{-4} (^{235}U) 2.0×10^{-2} (^{16}O)
減速材核種組成[1/barn/cm]	1.0×10^{-2} (H) 5.0×10^{-3} (^{16}O)
問題[2] (空間自己遮蔽効果)	
中性子束領域分割方法	径方向等体積20分割
問題[3] (共鳴干渉効果)	
燃料核種組成[1/barn/cm]	1.0×10^{-2} (^{238}U) 1.0×10^{-2} (^{241}Pu) 1.0×10^{-2} (^{155}Gd)
減速材核種組成[1/barn/cm]	1.0×10^{-2} (H)
問題[4] (スペクトル干渉効果)	
U燃料核種組成[1/barn/cm]	1.0×10^{-2} (^{238}U)
U+Pu燃料核種組成[1/barn/cm]	1.0×10^{-2} (^{238}U) 1.0×10^{-2} (^{239}Pu)

6.4 計算条件

本検証における断面積ライブラリ作成に関する計算条件を表 6.3 に、共鳴計算に関する計算条件を表 6.4 にそれぞれ示す。

表 6.3 断面積ライブラリに関する計算条件^{[32][45]}

断面積処理	
使用コード 評価済み核データファイル NJOYにおける使用モジュール 断面積内挿時許容誤差最大値[%] THERMRの熱中性子エネルギー上限[eV] UNRESRにおける背景断面積[barn] GROUPRにおける背景断面積[barn] GROUPRにおける中性子束解法 本検証におけるGROUPR使用箇所	NJOY99.81 ENDF/B-VI.8 RECONR (pointwise断面積再構成) BROADR (共鳴断面積の温度依存性評価) UNRESR (非分離共鳴断面積評価) THERMR (熱群散乱断面積評価) GROUPR (実効断面積評価) 0.1 (RECONR, BROADR, THERMR) 4.0 1.0×10^{10} (無限希釈) 1.0×10^{10} (無限希釈) Hとの無限均質体系における減速方程式 分離共鳴領域を除く高速群→高速群、 熱群→熱群の実効散乱断面積計算(重核種)のみ
超多群断面積ライブラリ作成	
使用コード 総エネルギー群数 分離共鳴領域のエネルギー群数 エネルギー群構築方針 pointwise断面積内挿方法 pointwise断面積内挿指標点 取り扱い反応種	研究用プログラム 160000 100000 全核種の分離共鳴を十分に再構成可能な詳細群 Log-log 詳細群内のレサジー中点 全, 弾性散乱, 核分裂, 捕獲, 核分裂スペクトル, ν 値
エネルギー群構造詳細	
(エネルギー上限, 下限[eV]) $2.0000 \times 10^7, 5.2475 \times 10^4$ $5.2475 \times 10^4, 9.1188 \times 10^3$ $9.1188 \times 10^3, 4.3074 \times 10^3$ $4.3074 \times 10^3, 9.6112 \times 10^2$ $9.6112 \times 10^2, 1.3007 \times 10^2$ $1.3007 \times 10^2, 3.2242 \times 10^{-1}$ $3.2242 \times 10^{-1}, 1.0000 \times 10^{-5}$	(群数, レサジー幅[-]) $45000, 5.74 \times 10^{-5}$ $56000, 3.13 \times 10^{-5}$ $12000, 6.25 \times 10^{-5}$ $12000, 1.25 \times 10^{-4}$ $8000, 2.50 \times 10^{-4}$ $12000, 5.00 \times 10^{-4}$ $15000, 3.01 \times 10^{-4}$

表 6.4 共鳴計算に関する計算条件^{[1][22][28][30][34][47][50]}

減速計算 (本手法)	
使用コード 中性子スペクトル評価方法	研究用プログラム 積分型減速方程式
熱中性子散乱断面計算 (本手法)	
使用コード 評価核種 散乱理論モデル 平衡温度[eV] 多群散乱マトリクス評価用中性子束	研究用プログラム H 自由原子散乱 0.0253 マクスウェル分布
共鳴計算 (本手法)	
使用コード 多群構造 不連続群構造作成用参照断面積 等価テーブル内挿方法 等価テーブル内挿判定用断面積 輸送計算手法 中性子源評価法 (I-[1]以外) 参照解計算 (I-[1]以外)	研究用プログラム, AEGIS XMAS 172群 ²³⁸ U微視的全断面積 Log-log 実効巨視的全断面積 (中性子束領域単位) Characteristics法 NR近似 MOC超多群計算 (中性子源NR近似)
等価原理 (比較計算)	
使用コード 背景断面積評価手法 燃料巨視的(全, 吸収)断面積設定値[1/cm] 実効断面積評価方法	研究用プログラム, AEGIS Enhanced neutron current method 1.0×10 ⁵ 減速方程式 (背景断面積依存)
Characteristics法 (本手法, 比較計算)	
使用コード 計算体系 極角分割数 方位角分割数 トレース幅最大値[cm] 極角分点セット 中性子束収束条件[-] 実効増倍率収束条件[-] 境界条件 中性子源評価	AEGIS 軸方向の中性子束分布を考慮しない2次元体系 2 128 (II-[4]以外), 64 (II-[4]) 0.001 (II-[4]以外), 0.01 (II-[4]) 2TY_OPT 1.0×10 ⁻⁴ 1.0×10 ⁻⁵ 完全反射 固定源計算 (I-[1]以外) 固有値計算 (I-[1])

6.5 計算結果

6.3 節で構築したベンチマーク問題を 6.4 節の計算条件のもとで解いた場合の計算結果を表 6.5～6.12 にそれぞれ示す。表 6.10 における領域番号は、燃料内を 20 個の円環領域(中心部のみ円形領域)に分割した場合に、燃料中心より燃料表面に向けて順に割り振ったものである。また、表 6.12 における領域番号は、図 6.7 に示した領域番号に対応している。

表 6.5 不連続エネルギー群に基づく多群輸送計算の妥当性に関する結果

H/ ²³⁸ U原子数密度比[-]	無限増倍率[-]		相対差異[%] (268群-172群)/172群×100
	172群 (通常の多群)	268群 (共鳴群におけるsg数：3)	
1.0×10 ²	0.95381	0.95342	-0.04
1.0×10 ¹	1.47876	1.47735	-0.10
1.0×10 ⁰	1.21784	1.20954	-0.68

表 6.6 エネルギー群による実効断面積計算精度の相違に関する結果

エネルギー群	実効断面積[barn]			相対誤差[%]	
	本手法	等価原理	参照解	本手法	等価原理
69	3.33	3.99	3.33	0.23	19.82
75	14.18	21.77	14.47	-2.01	50.48
80	20.68	23.70	21.59	-4.18	9.82
88	41.04	39.37	41.72	-1.63	-5.63

表 6.7 不連続エネルギー群数による実効断面積計算精度の相違に関する結果

不連続エネルギー群数	2	3	5	10	20	参照解
実効断面積[barn]	40.58	40.86	41.04	41.11	41.13	41.72
相対誤差[%]	-2.74	-2.06	-1.63	-1.47	-1.42	0.00

表 6.8 不連続エネルギー群構造による実効断面積計算精度の相違に関する結果

不連続エネルギー群分割方法	対数スケール	線形スケール	参照解
実効断面積[barn]	41.04	40.37	41.72
相対誤差[%]	-1.63	-3.24	0.00

表 6.9 非均質効果に関する計算結果

計算体系	実効断面積[barn]				相対誤差[%]		
	本手法		等価原理	参照解	本手法		等価原理
	等価テーブル作成方法				等価テーブル作成方法		
減速方程式	NR近似	減速方程式	NR近似	減速方程式	NR近似		
²³⁵ U, ¹⁶ Oなし	41.04	42.07	39.37	41.72	-1.63	0.83	-5.63
²³⁵ U, ¹⁶ Oあり	45.10		43.53	45.84	-1.63		-5.05

表 6.10.a 空間自己遮蔽効果に関する計算結果(実効断面積)

領域番号	実効断面積[barn]				参照解
	等価テーブル作成方法			参照解	
	非均質系減速方程式	均質系減速方程式	NR近似		
1	31.12		28.35	29.86	30.61
2	31.19		28.59	30.09	30.81
3	31.32		28.86	30.35	31.05
4	31.47		29.14	30.61	31.30
5	31.65		29.45	30.91	31.57
6	31.86		29.80	31.25	31.87
7	32.11		30.18	31.62	32.21
8	32.40		30.62	32.03	32.60
9	32.77		31.12	32.51	33.05
10	33.22		31.71	33.07	33.58
11	33.76		32.39	33.71	34.19
12	34.42		33.22	34.49	34.93
13	35.31		34.27	35.50	35.89
14	36.45		35.63	36.84	37.13
15	37.99		37.56	38.73	38.82
16	40.26		40.51	41.56	41.34
17	43.97		45.27	46.20	45.43
18	50.81		53.56	54.34	52.87
19	66.03		70.08	70.68	68.66
20	115.89		115.32	115.68	117.54

表 6.10.b 空間自己遮蔽効果に関する計算結果(相対誤差)

領域番号	相対誤差[%]		
	等価テーブル作成方法		
	非均質系減速方程式	均質系減速方程式	NR近似
1	1.69	-7.35	-2.44
2	1.24	-7.21	-2.36
3	0.87	-7.06	-2.27
4	0.55	-6.89	-2.18
5	0.25	-6.71	-2.07
6	-0.03	-6.50	-1.95
7	-0.31	-6.29	-1.84
8	-0.58	-6.07	-1.73
9	-0.83	-5.82	-1.62
10	-1.06	-5.56	-1.51
11	-1.27	-5.26	-1.39
12	-1.46	-4.91	-1.27
13	-1.63	-4.53	-1.09
14	-1.83	-4.03	-0.78
15	-2.15	-3.25	-0.24
16	-2.60	-2.01	0.53
17	-3.23	-0.35	1.69
18	-3.90	1.31	2.79
19	-3.84	2.07	2.94
20	-1.40	-1.89	-1.58

表 6.11 共鳴干渉効果に関する計算結果

計算手法	本手法	等価原理	参照解
実効断面積[barn]	115.31	45.17	116.58
相対誤差[%]	-1.09	-61.26	0.00

表 6.12 スペクトル干渉効果に関する計算結果

領域番号	実効断面積[barn]			相対誤差[%]	
	本手法	等価原理	参照解	本手法	等価原理
1	50.23	43.69	50.52	-0.57	-13.51
2	43.78	39.40	44.92	-2.53	-12.29
3	50.37	43.69	50.67	-0.60	-13.77
4	50.23	43.69	50.52	-0.57	-13.51

6.6 計算結果の解析

本節では、6.5 節の結果から読みとることができる知見を述べる。また、計算結果の有している誤差要因を詳細に定量分析して議論することにより、本手法の適用に際して現れる特徴的な数理的挙動を抽出する。これにより、本手法の有用性を明らかにするとともに、今後の課題となりうる問題点を指摘する。

I. 本手法のパラメータ設定に関する問題

[1] 不連続エネルギー群に基づく多群輸送計算の妥当性

表 6.5 より、燃料核種に対する H の割合が大きな体系では、 sg に対する多群計算と、通常の多群計算における無限増倍率が 0.1%以内で一致することがわかる。しかし、同一体系に対しては両者で同一の中性子束エネルギー分布を適用しているにもかかわらず、H に対する燃料核種割合が大きくなるにつれ、両者の差異は大きくなる。これは、群内で反応率が保存される場合であっても、多群輸送理論の枠組において群間の反応率比が厳密に保存されないことに起因している。

ここで、図 6.8 に各体系の中性子束計算結果をレサジー単位で示す。また、図 6.9 に、 sg に対する多群計算と、通常の多群計算における中性子束のエネルギー群積分値に関する差異を示す。本手法では 3 章で展開した理論にしたがい、共鳴群における中性子束積分値を、群内の各 sg に対する中性子束の和として、 $\phi_g = \sum_{sg \in g} \phi_{sg}$ に基づいて評価することができる。なお、両者を比較する際、双方の中性子束の群積分値は、その全エネルギー積分値が両者間で一致するように規格化してある。

一方、本計算の入力となる、 sg に対する多群定数は、3 章において導出した、角度に依存しない定数の定義にしたがって評価しており、その内訳は、巨視的全断面積、巨視的吸収断面積、巨視的生成断面積、核分裂スペクトルおよび巨視的散乱断面積マトリ

クスである。熱群における H の散乱マトリクスは、自由原子モデル^[1]に基づいて上方散乱を考慮し、マクスウェル分布を仮定した中性子束を重みとして評価している。

図 6.9 より、共鳴群とみなして *sg* 分割を施す XMAS172 群の第 45 群(9119-11138[eV])を境に、中性子束の差異は大きく増大し、第 64 群(149-204[eV])においてこの差異はほぼ収敛することがわかる。高速群および熱群における系統的な差異は、この領域の差異が伝播したものである。燃料核種割合の大きな体系では、共鳴吸収により中性子束や反応率のエネルギー的变化がとりわけ大きくなるため、この差異傾向は $H^{238}U$ 原子数密度比が小さくなるにつれて系統的に増大している。したがって、共鳴吸収の影響が強い体系において、共鳴群における *sg* 間の反応率比をできる限り正確に保存するためには、*sg* 数をやや大きく設定する必要がある。ただし、第 45-64 群の差異が非常に大きいだけでなく、それが低エネルギー側の共鳴領域にはまったく伝播していないことから、減速幅の小さい燃料重核種に関する、高速群→共鳴群の散乱マトリクス計算に誤りがある可能性がある。

なお、ここでは本手法と通常が多群計算における無限増倍率計算結果の差異が、エネルギー群分散化方法の差異に起因しているということを議論しているのみであり、通常が多群計算の方が精度がよいとしているわけではないことに注意する必要がある。ここでもっとも重要なことは、3章の多群輸送方程式導出論で示したように、不連続エネルギー群という直感的に理解することが困難となる概念を導入した場合でも、通常が多群輸送計算の場合とまったく同様に輸送方程式を取り扱うことができるという点である。

[2] エネルギー群による実効断面積計算精度の相違

表 6.6 より、本手法を適用した場合、いずれのエネルギー群においても実効断面積計算値は 5%以内で参照解と一致することがわかる。図 6.10 に示すように、ここで検証するエネルギー群にはいずれも ^{238}U の幅の広い共鳴が存在するため、NR 近似では十分な

精度を見込むことができない。本手法との比較のために計算した等価原理の結果は、NR 近似に基づく最も基礎的な理論にしたがって評価しており、本手法を用いた場合、NR 近似よりも高い精度で実効断面積を計算できることがわかる。

本検証におけるいずれの群に対しても、実効断面積を精度よく評価することは一般に難しいが、とりわけ 75 群と 80 群は、高エネルギー側に幅の広い共鳴が隣接しているため、大きな誤差を生じやすい。一方、本手法では sg に対する実効断面積を減速方程式に基づいて評価しているため、図 6.11 のように、散乱中性子源計算において、他のエネルギー領域からの散乱遷移効果を含む中性子の減速は本来厳密に考慮されているはずである。したがって、75 群と 80 群における本手法の結果が参照解との大きな差異を示すのは、参照解計算における中性子源を NR 近似に基づいて評価しているためであると考えるのが妥当である。この点に関しては、II-[2]において詳細に考察する。

[3] 不連続エネルギー群数による実効断面積計算精度の相違

表 6.7 より、不連続エネルギー群数を 5 程度とすれば高い計算精度が得られ、群数をさらに増加させることによる精度向上の傾向は緩慢であることがわかる。これは、従来のサブグループ法において知られている群数効果の特性と整合する。ここで、図 6.12 からわかるように、 sg 数を増加させるにつれ、 sg に対する実効断面積の、自己遮蔽効果に対する依存性は小さくなる。このため、図 6.13 に示すように、 sg 数を大きくとると、輸送計算に要する群数が増加する一方で、単に計算精度が高くなるだけでなく、実効断面積の収束性が良好になるという利点がある。実効断面積の更新を、輸送計算が収束するたびに実行するのではなく、内部反復が 1 回収束するたびに実行するようにすれば、 sg 数による収束性の差異は小さくなるが、本手法においては、 sg 数をやや大きくとることが、計算精度と計算速度の両立という観点から優位となる可能性があることに留意する必要がある。

[4] 不連続エネルギー群構造による実効断面積計算精度の相違

表 6.8 より、不連続エネルギー群を、共鳴断面積の大きさに応じて対数スケールで等分割することにより構築すると、線形スケールで分割する場合よりも高い計算精度が得られることがわかる。これは、共鳴ピークに対応するエネルギー領域をやや広く群分割し、共鳴の裾野に対応するエネルギー領域に対しては、共鳴ピーク部よりも詳細に群分割すると高い計算精度が得られるとする 3.6 節の理論的考察の結果と整合する。また、図 6.14 からわかるように、実効断面積収束性の観点からも、対数スケール分割方法をとる場合の方が良好な結果を示す。ただし、3.6 節で示したように、超多群計算誤差に対して耐性を有する sg 構造は、 sg 内の断面積変化幅と中性子束積分値のバランスで決定されるため、単に裾野領域ほど細分化すればよいわけではなく、対数スケール等分割方法が最適な方法とは限らないことに注意しなければならない。なお、図 6.14 の線形スケール分割の結果において、29 回目の反復結果が示されていないが、これは 29 回目にいったん ^{238}U 実効微視的捕獲断面積の値が収束しているためである。本手法では、体系の巨視的実効全断面積を用いて収束判定を実施するため、それ以外の実効断面積が先にいったん収束する場合がある。

ここで、各 sg に対する中性子束および反応率収束値を図 6.15 に示す。線形スケールで sg 構造を規定した場合、中性子束については、共鳴の裾野領域に対応する $sg = 5$ における値が、他の sg のその 1000 倍程度のオーダーで大きくなることがわかる。また、反応率に関しても $sg = 5$ の計算値が、それ以外の sg に対する値と比較して十分に大きい。これは、各 sg に対する中性子束と反応率をそれぞれ積分することにより求められる実効断面積の評価精度が、実効的には $sg = 5$ の結果のみに基づいて決定されてしまうことを意味する。すなわち、本検証では sg 数を 5 と設定しているにもかかわらず、線形スケールに基づく群構造決定法においては、実効的に sg 数を 1 とした計算を行って

いることと等価になる。実際、その収束性は、図 6.13 に示す、 sg 数が 2 の場合(対数スケール群構造決定法)よりも悪く、実効断面積評価精度についても、 sg 数が 2 の場合より悪化している。対照的に、対数スケールに基づく群構造決定においては、各 sg 間の中性子束には偏りがみられるものの、反応率に関しては群間の差異が緩和されている。このように、本手法では、群内を sg に分割する利点を十分に引き出すため、各 sg に配分される反応率の偏りが十分に小さくなるよう、群構造を規定することが重要となる。

今後は、少ない sg 数であっても、解析体系によらず共鳴計算の精度が大きく悪化しないような、汎用 sg エネルギー構造の決定法を理論的に検討する必要がある。一方で、本手法においては解析体系ごとに超多群計算を実行する必要があるため、仮に最適 sg 構造を決定できた場合でも、あらかじめ sg に対する実効断面積をテーブル化することはできない。これは、解析体系の相違や自己遮蔽効果の大きさ、いいかえれば背景断面積の大きさによらず sg に対する実効断面積が一定となるような sg 構造が存在しないことに起因する。このため、燃料内の空間自己遮蔽効果を考慮しつつ、均質体系と同等の計算負荷で解くことのできる減速方程式を、理論面からより一層正確に導出することは、 sg に対する実効断面積を、解析場が決まる前にあらかじめ用意できないという本手法の欠点を補うために今後必要不可欠となる。

II. 共鳴計算における炉物理的效果に関する問題

[1] 非均質効果

表 6.9 より、本手法は燃料と減速材の 2 領域体系において高い計算精度を示すとともに、等価原理ではこのように単純な体系においても、ある程度の誤差をとまなうことがわかる。したがって、非均質体系に対して本手法を適用することは、等価原理に対し、計算精度の観点からは優位である。また、 ^{235}U や ^{16}O を含む、より実際の UO_2 燃料格子に即した体系においても計算精度は悪化しない。これは、超多群計算においてこれらの

核種の減速を陽に取り扱うためである。

一方、本手法では、断面積等価テーブル作成において、中性子束を減速方程式に基づいて評価する場合よりもNR近似式に基づいた場合の方が高い計算精度を見込めることがわかる。NR近似式に基づく等価テーブルは、いくつかの背景断面積について、 ^{238}U に対するNR近似形の中性子束エネルギー分布 $\phi(E, \sigma_0) = 1/E/(\sigma_t(E) + \sigma_0)^{[1][5][11]}$ を評価し、減速方程式の場合と同様、 sg に対する実効断面積を通常の実効断面積の関数として数表化することにより得る。本検証では、I-[1]の問題を除き、 sg に対する多群輸送計算における中性子源をNR近似に基づいて評価しているため、本手法の妥当性を陽に示すことを目的とし、参照解計算における中性子源もNR近似で評価している。したがって、NR近似テーブルを使用した方が良好な精度を示すのは、 sg に対する実効断面積評価に適用する詳細な中性子束エネルギー分布を計算する際も、減速方程式の中性子源項をNR近似で評価した方が、参照解との比較という観点からは一貫性があるためであると解釈できる。

一般的な多段階炉心解析の枠組の中では、各段階で適用されるボルツマン輸送方程式の近似式は異なっている。たとえば、炉心計算が拡散方程式に基づいて実行されるにもかかわらず、拡散方程式に適用される少数群定数は、格子計算における輸送方程式に基づいて与えられる。また、格子計算は輸送方程式に基づいて実行されるが、ここで適用される多群定数は、共鳴計算における減速方程式に基づいて評価される^[11]。これらと同様に、等価原理では、背景断面積の関数としてテーブル化された実効断面積が減速方程式に基づいて評価されているにもかかわらず、背景断面積を指標として実効断面積を求めるといった概念自体がNR近似によるものであるという自己矛盾を内包している。原理的には、すべての段階で同一の輸送方程式を適用しなければならないにもかかわらず、このような工学的手法が成功してきたのは、最終的な核特性値に伝播する計算誤差を低減するのに十分な耐性が、豊富な研究実績に基づいて担保されているためである。すな

わち、少なくとも UO_2 燃料を主体とした従来の解析対象に対しては、背景断面積が共鳴自己遮蔽効果を定量化する指標として工学的に妥当なものであったといえる。本研究では、共鳴計算において輸送計算を導入することを提唱しているが、従来の等価原理に基づく共鳴計算手法高度化の重要性は今後も変わらないことを、ここに明記しておく。

ところで、本手法では、得られた実効断面積計算値を用いて、この値に対応した β 値 (本手法の減速方程式におけるパラメータ)、あるいは背景断面積(NR 近似式におけるパラメータ)を等価テーブルより内挿することにより、実効断面積計算値を再現する中性子束エネルギー分布を一意的に規定することができる。この方法により得られる中性子束を、参照解計算(中性子源 NR 近似)において求められる中性子束と比較すると図 6.16 のようになる。ここで、それぞれの中性子束は、そのエネルギー積分値が群内で互いに等しくなるように規格化してある。また、中性子束のプロットではエネルギー平均値を用いているが、参照解との差異については、超多群計算における各群内のエネルギー積分値を用いて評価している。

図 6.16 より、減速方程式および NR 近似における中性子束は、ともに参照解のそれと最大で 15%程度の差異を示していることがわかる。また、共鳴ピークに対応する 6.67eV を境に、両者の誤差傾向はおおよそ反転していることが読み取れる。減速計算の場合は、6.67eV のピーク部よりも高エネルギー側における中性子束の落ち込みを考慮して散乱中性子源が評価されるため、ピーク部よりも低エネルギー側に散乱される中性子数を、NR 近似の場合よりも小さく評価する。このため、中性子源を NR 近似で評価する参照解と比較して、減速方程式の解は低エネルギー側で中性子束が小さく計算される。一方、NR 近似テーブルの場合は、参照解とよく一致すると考えられる。しかし、参照解計算における中性子源には $1/E$ の効果が考慮されていないため、この効果を考慮した NR 近似テーブルの結果は、高エネルギー側に向かうにつれて参照解よりも小さく評価された

ものとなる。

参照解計算では、中性子源を NR 近似で評価した上で、Characteristics 法に基づく微積分方程式を非均質体系で解く。この計算では中性子源が積分形式でないという点で、本方程式は単なる微分形であると解釈することもできる。対照的に、減速方程式では散乱中性子源を厳密に評価するが、積分方程式であり、中性子束の角度依存性も考慮されない。また、NR 近似では、中性子源評価法が参照解計算の場合と同様であるが、減速方程式と同様に積分方程式であるとともに、衝突項における全断面積の取り扱い方法が、参照解の場合と異なる。なお、減速方程式と NR 近似の場合は、その理論式自体には非均質形状の情報が考慮されていないが、実効断面積を収束させる過程で Characteristics 法^{[11][14][15][25][33][34]}に基づく非均質輸送計算を取り入れているため、工学的には格子の非均質形状を陽的に考慮しているという位置づけとなる。以上に述べた輸送方程式取り扱い方法の相違により、実効断面積評価値は、その計算手法により異なる値を示す。

[2] 空間自己遮蔽効果

表 6.10 より、4 章で導出した減速方程式を導入することにより、本手法では燃料内の空間自己遮蔽効果を高精度に見積もることが可能となることがわかる。燃料内径方向領域依存性を考慮しない減速方程式を用いて本手法を適用した場合、前者の結果ほどの精度を得ることはできない。燃料内空間依存性の効果を物理的直感法に基づいて考慮した本手法における減速方程式は、数値計算上、均質体系の減速方程式と同等の計算負荷で解くことができるため、この減速方程式は、計算精度と計算速度の両立という観点から、非常に優れたものとなっていることがわかる。

一方、燃料内中性子束領域依存性を考慮しない NR 近似式に基づくテーブルを用いた場合の結果も、空間自己遮蔽効果をテーブル作成において近似的に考慮した場合とほぼ同等の計算精度を示している。図 6.17 に、等価テーブル作成方法の相違に起因した実

効断面積計算精度の差異を示す。いずれの場合も、 sg に基づく多群輸送計算では燃料内空間自己遮蔽効果が考慮されるものの、テーブル作成において均質系減速方程式を用いる場合には、 sg に対する実効断面積評価において、この効果が陽的に反映されない。均質体系では、非均質体系と異なり、燃料核種からの中性子脱出確率が 0 となるため、共鳴吸収効果が実際よりも大きく評価されてしまう。このため、実効断面積評価値は、燃料中心部に向かうにつれ、参照解よりも系統的に小さくなっている。NR 近似の場合も均質テーブルであるが、II-[2]で考察したように、中性子源評価法が参照解のそれと一貫しているため、均質系減速方程式を用いる場合よりも見かけ上、高い精度が得られる。

4章で導出した、空間自己遮蔽効果を加味した減速方程式を適用する場合、均質テーブルの場合とは逆の誤差傾向を示す。当該減速方程式の導出においては、中性子が減速材領域から燃料中心部に向けて一方向に流れ込むと仮定している。このため、燃料中心部に行渡る中性子数が実際よりも大きく評価されてしまい、燃料中心部ほど、共鳴吸収の効果を見かけ上小さく見積もってしまう。このため、燃料中心部に向かうにつれて実効断面積評価値は、参照解よりも大きく評価される。以上の考察をふまえ、4章で導出した減速方程式を、理論面からさらに精緻化していく必要がある。ただし、その場合にも、すべての中性子束領域間衝突確率の直接評価を回避し、1~2 個の未知パラメータを含む非均質体系の減速方程式を導出するという方向性を堅持することが非常に重要となる。なお、燃料表面付近は減速材と隣接しているため、共鳴吸収の影響がもっとも小さく、実効断面積の大きさはテーブル作成方法に大きく依存しない。

[3] 共鳴干渉効果

表 6.11 より、本手法では超多群計算を組み込むことにより、共鳴干渉効果を精度よく見積もることが可能となることがわかる。等価原理を用いてこの効果を考慮すること

は不可能であり、実効断面積計算値は非常に大きな誤差を有したものとなる。共鳴干渉効果を考慮するために本手法を適用することには、計算精度の観点から等価原理に対して大きな優位性が担保される。

本検証では、減速方程式の直接計算を取り入れる効果を明確に示すため、6.67eV をピークとする ^{238}U の共鳴付近に幅の広い共鳴を近接させている ^{241}Pu と ^{155}Gd を燃料領域に加えている。また、これらの原子数密度を ^{238}U のそれと同一の値に設定している。図 6.18 に示すように、燃料内に存在しうる主要な共鳴核種のうち、6.67eV 付近に幅の広い共鳴を有し、かつ、そのピーク値が大きいのは ^{241}Pu と ^{155}Gd のみである。したがって、この 2 核種を ^{238}U と同一組成で添加した仮想体系は、実機炉心解析時に想定される、あらゆる燃料格子体系の中で最も共鳴干渉効果が強く反映されたものとなる。本手法では、この体系における実効断面積を約 1% の精度で見積もることが可能となっており、共鳴干渉効果を考慮すべきあらゆる単位格子体系に対して本手法の有効性が保証される。等価原理では、このように複雑な共鳴の干渉を考慮することはできない。

[4] スペクトル干渉効果

表 6.12 より、本手法では単位格子体系のみならず、核特性の異なる燃料が隣接したマルチ格子体系においても、各領域の燃料に依存した実効断面積を評価可能であることがわかる。領域番号 2 に対応するのが ^{238}U のみからなる燃料で、それ以外は $^{238}\text{U}+^{239}\text{Pu}$ 燃料であり、中性子吸収断面積は後者の方が大きい。 $^{238}\text{U}+^{239}\text{Pu}$ 燃料は 3 本とも同一組成であるため、本マルチ格子体系では $^{238}\text{U}+^{239}\text{Pu}$ 燃料の実効断面積をより精度よく予測できる。 ^{238}U 燃料の実効断面積予測精度は、 $^{238}\text{U}+^{239}\text{Pu}$ 燃料のそれと比較して悪化するが、等価原理よりも精度よく実効断面積を評価できる。なお、図 6.7 に示す体系の幾何学的対称性から、領域 1 と 4 の結果は同一のものとなるが、領域 3 の燃料は、物質として領域 1 と 4 のそれと同一ではあっても、実効断面積のみならず、中性子束や反応率を

はじめとした核特性値は異なることに注意する必要がある。このため、本検証では4つのセル領域をすべて異なる中性子束領域として定義している。

本手法をこの検証体系に適用するにあたり、断面積等価テーブルは、 ^{238}U 燃料と、 $^{238}\text{U}+^{239}\text{Pu}$ 燃料とで個別に評価している。すなわち、減速計算時には隣接燃料のスペクトル干渉効果を考慮していない。熱中性子炉においては一般に熱中性子吸収断面積が大きいこと、熱中性子平均自由行程は単位格子の大きさ程度となる。このため、 sg に対する多群輸送計算においてのみ、この干渉効果を考慮する場合であっても、計算精度が極端に悪化することはない。 sg に対する多群輸送計算においてもこの干渉効果を考慮しない計算、すなわち ^{238}U 燃料の単位格子体系においてその実効断面積を評価した場合の結果は表 6.8 に示した通りであり、その値は、本検証における領域 2 の実効断面積評価値よりも約 6%小さい。これより、共鳴計算において隣接燃料の効果を考慮することの重要性が読み取れる。燃料の核的挙動は 1 本ごとに異なっており、この炉物理的現象に起因した燃料の干渉効果を精度よく考慮するためには、より大型な体系で輸送理論に基づく共鳴計算を実行する必要がある。したがって、体系の幾何形状を厳密に取り扱う微積分型輸送方程式の解法である Characteristics 法は今後、炉心計算への適用のみならず、共鳴計算の研究においても重要な位置をしめる可能性を有している。

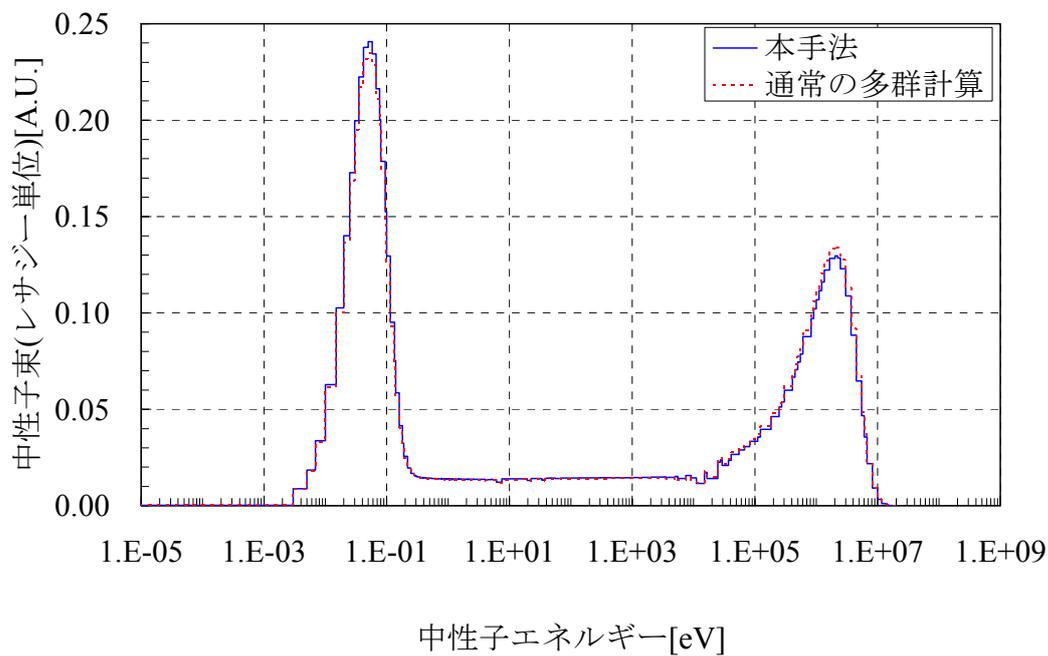


図 6.8.a $H/^{238}\text{U}=100$ の場合の中性子束エネルギー分布

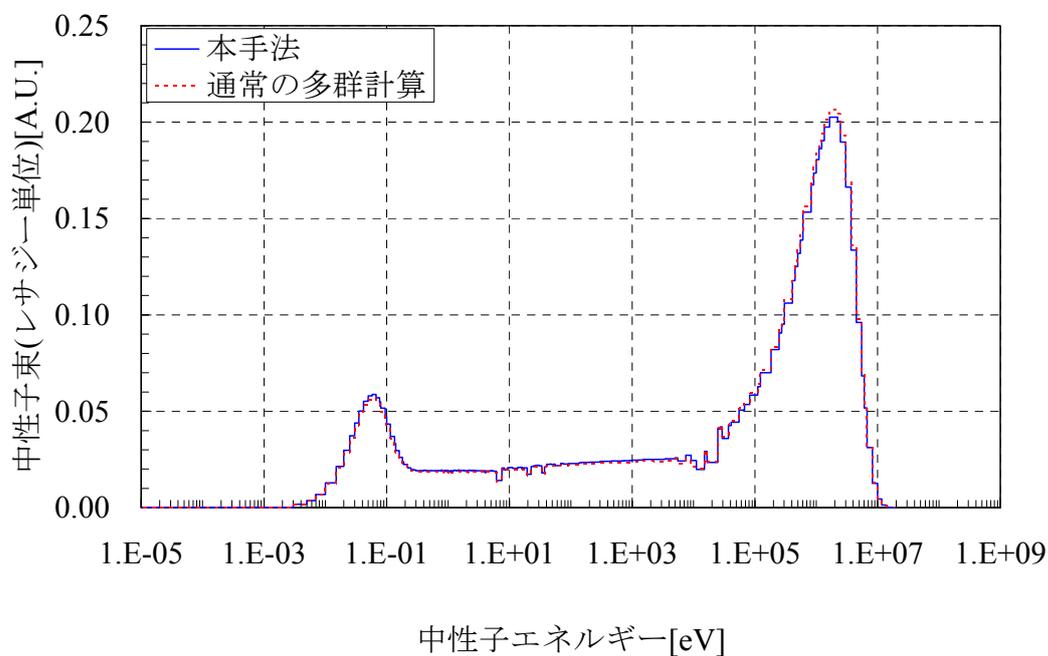


図 6.8.b $H/^{238}\text{U}=10$ の場合の中性子束エネルギー分布

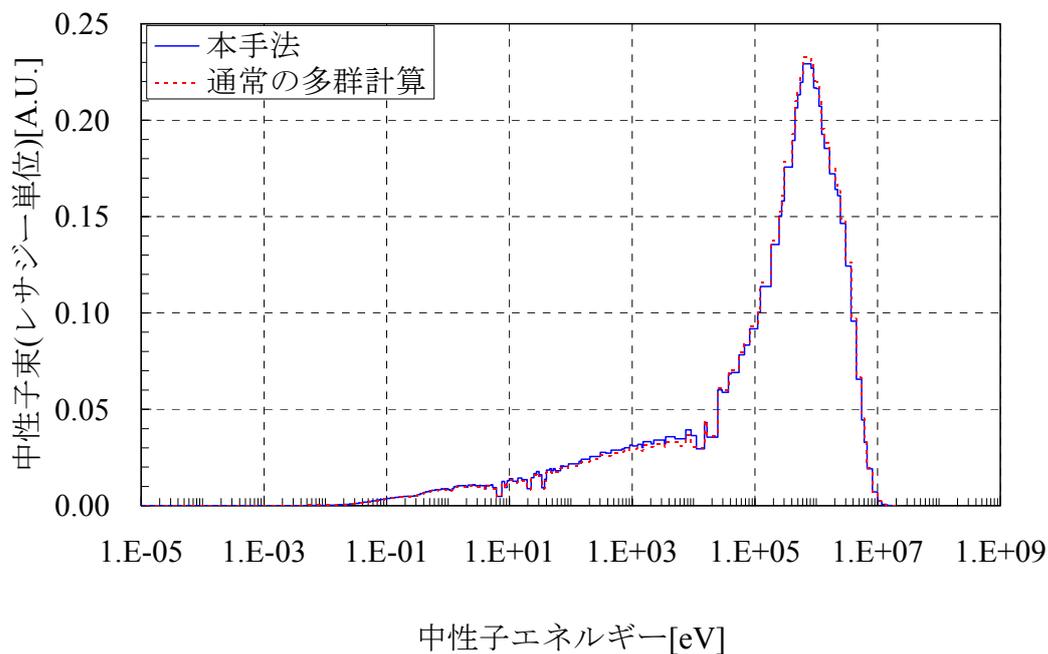


図 6.8.c $H^{238}U=1$ の場合の中性子束エネルギー分布

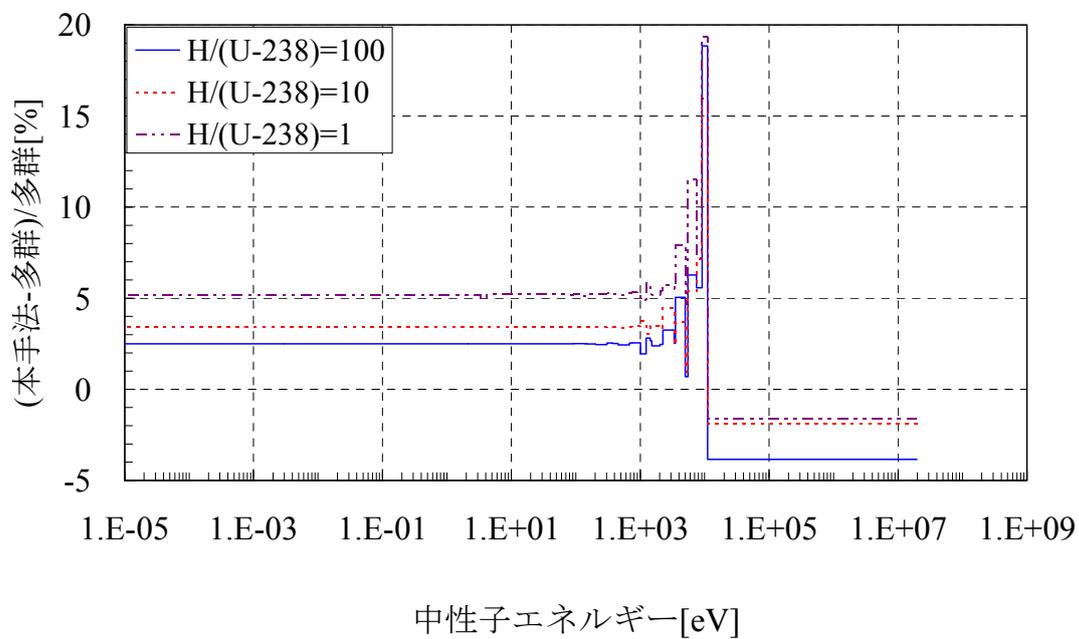


図 6.9 本手法と通常多群計算における中性子束の差異

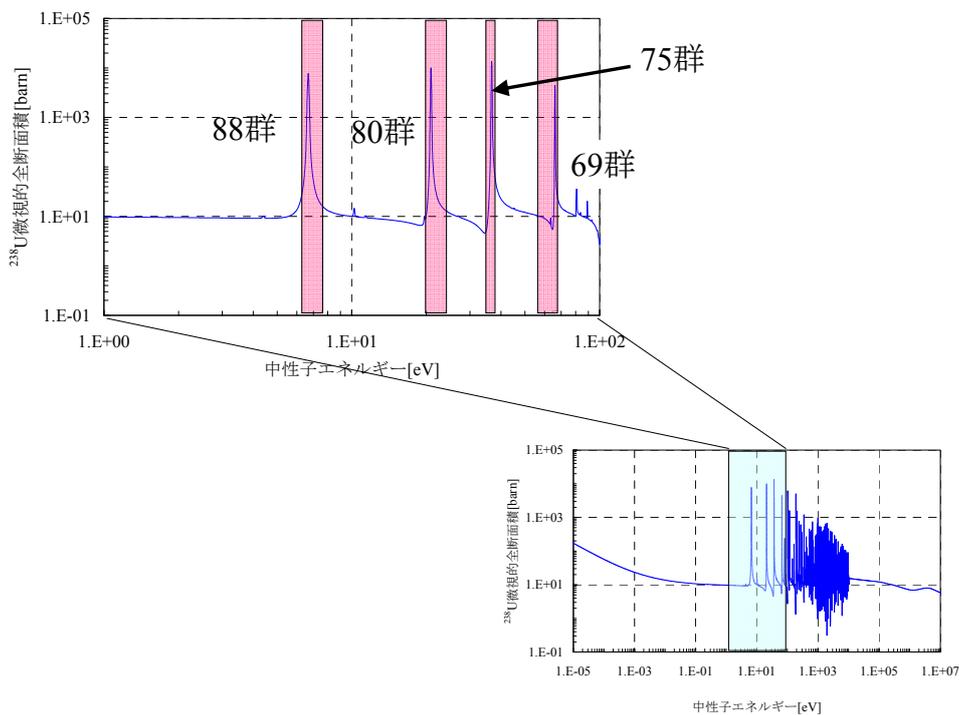


図 6.10 ^{238}U 微視的全断面積と検証エネルギー群の対応

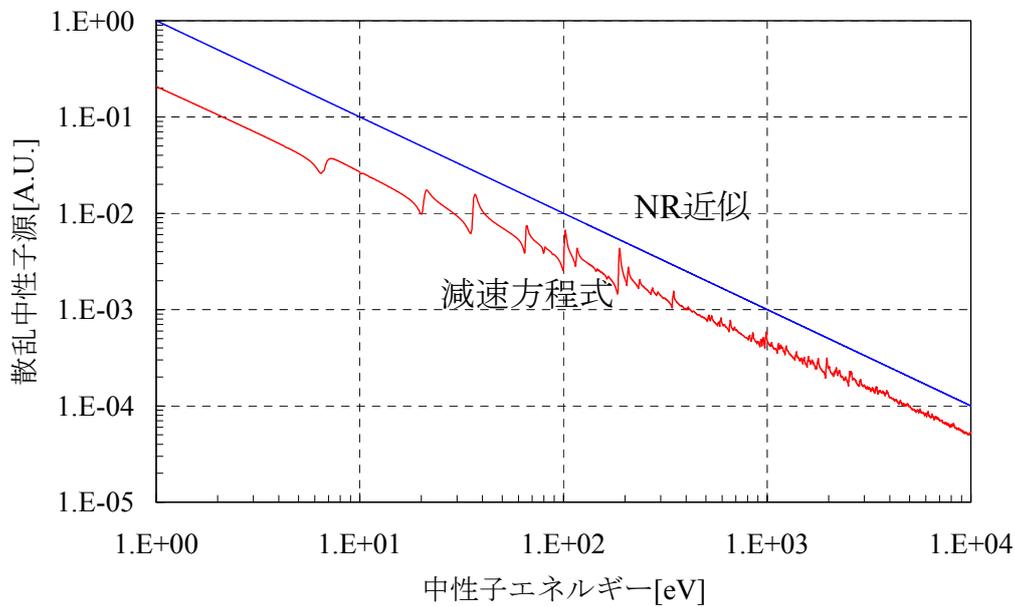


図 6.11 減速方程式と NR 近似における散乱中性子源の差異

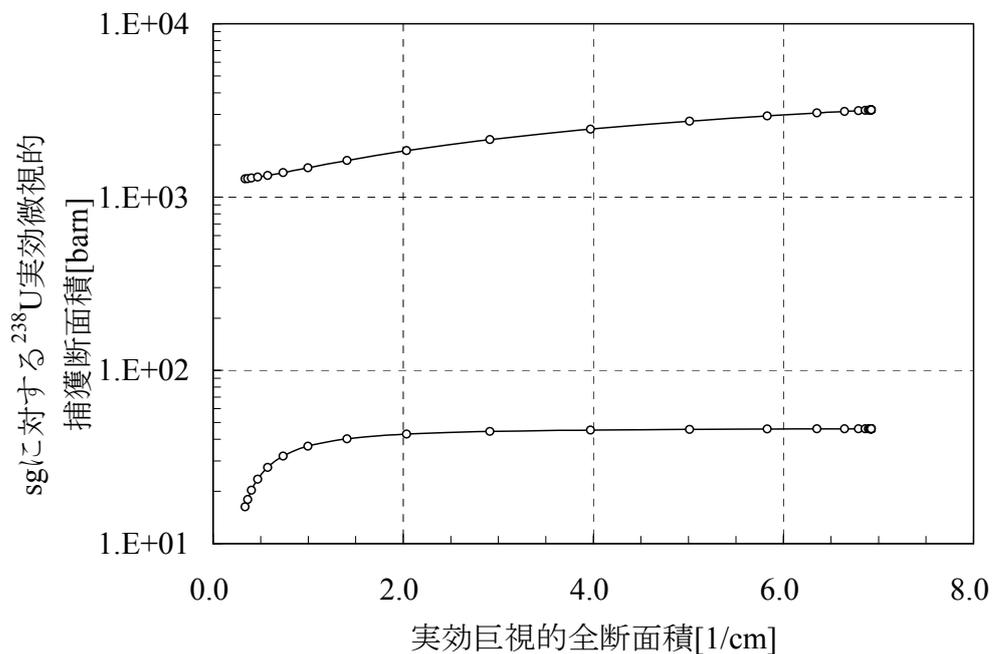


図 6.12.a sg に対する実効断面積の、自己遮蔽効果に対する依存性(sg 数 : 2)

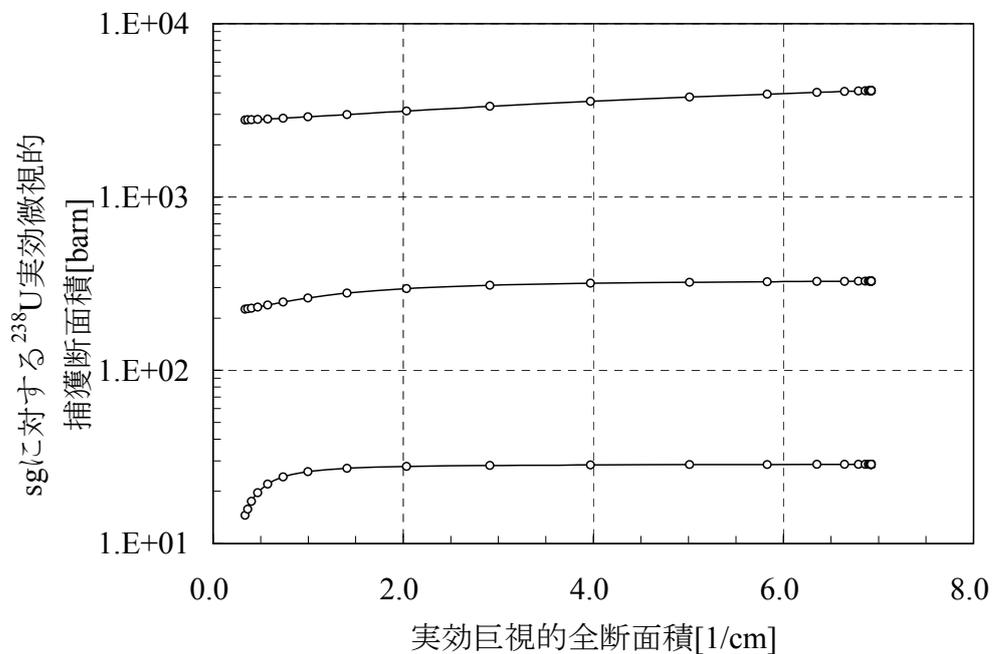


図 6.12.b sg に対する実効断面積の、自己遮蔽効果に対する依存性(sg 数 : 3)

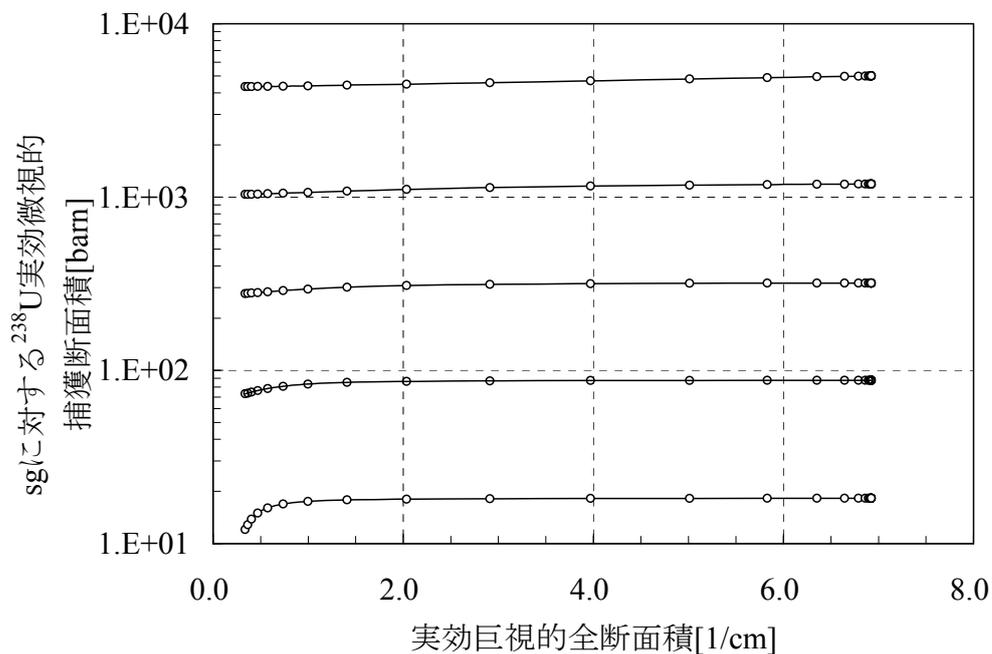


図 6.12.c sg に対する実効断面積の、自己遮蔽効果に対する依存性(sg 数 : 5)

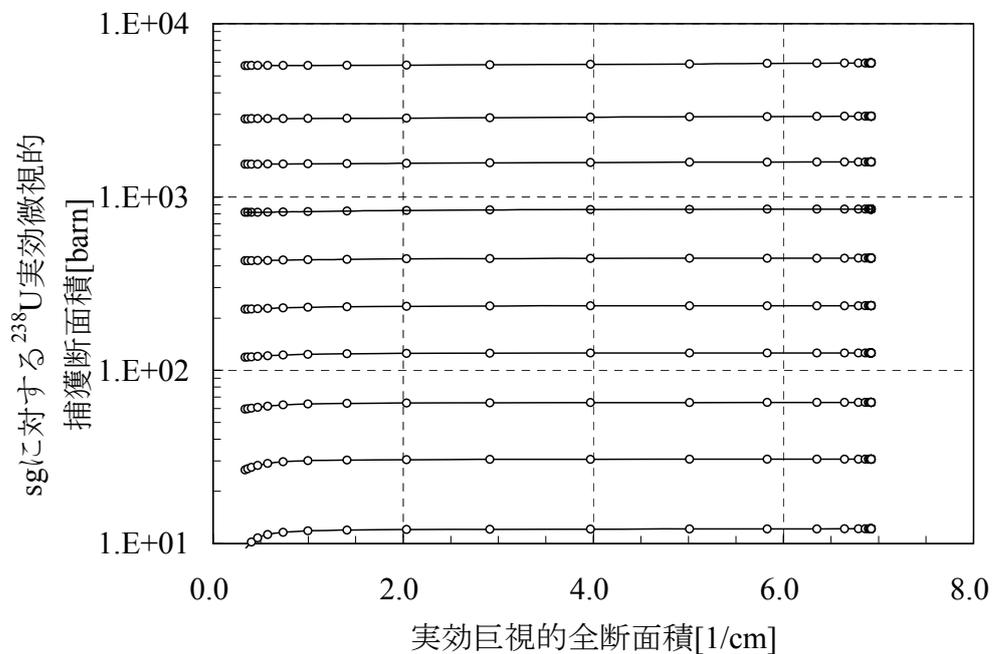


図 6.12.d sg に対する実効断面積の、自己遮蔽効果に対する依存性(sg 数 : 10)

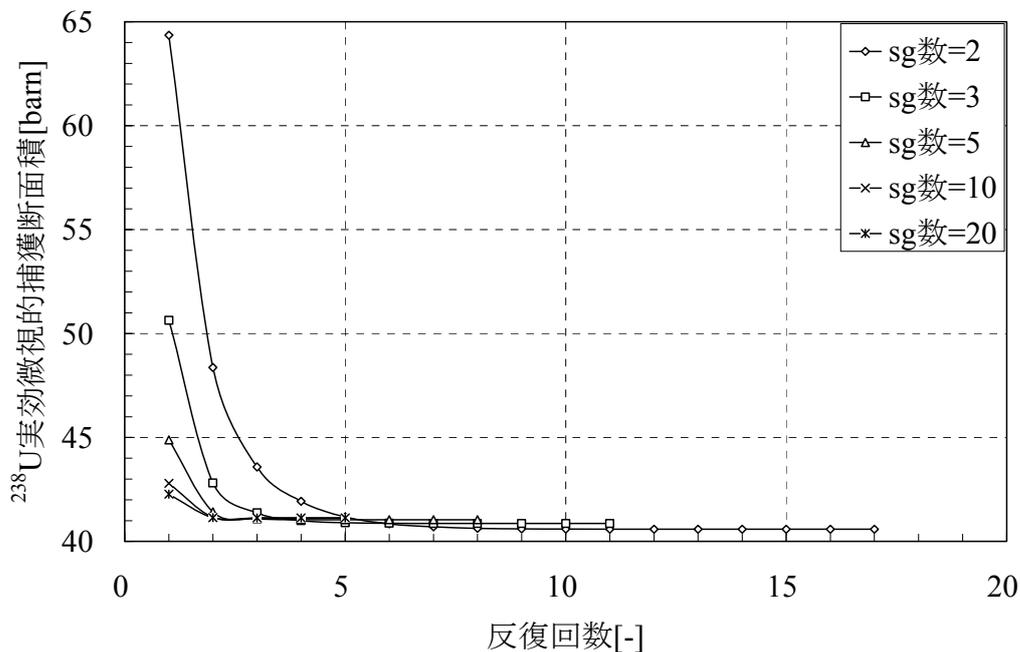


図 6.13.a sg 数による実効断面積収束性の相違(実効断面積)

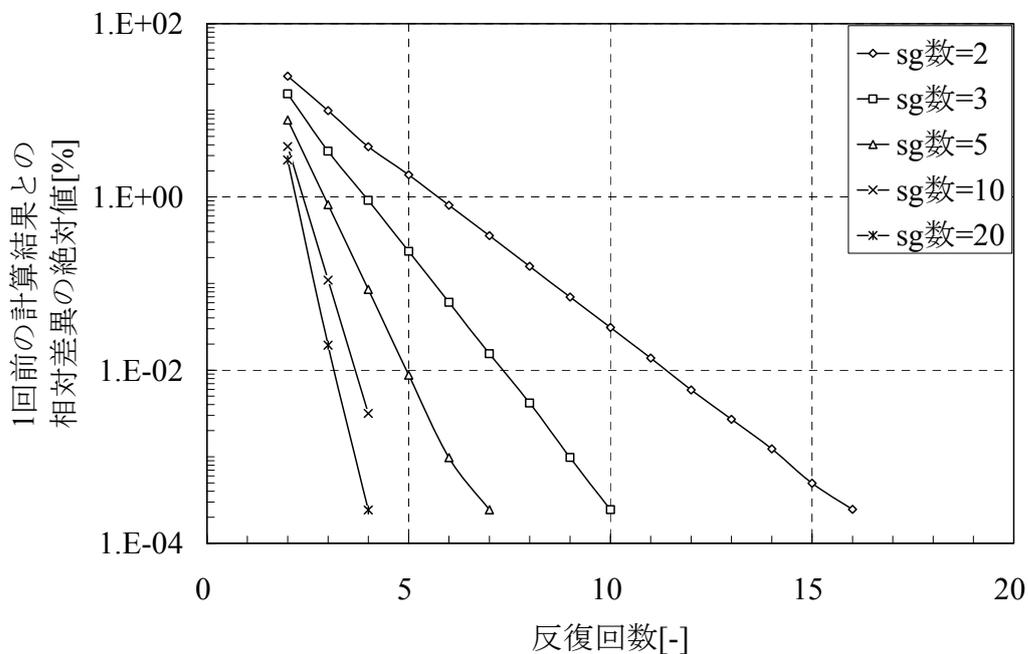


図 6.13.b sg 数による実効断面積収束性の相違(1 回前の結果との相対差異)

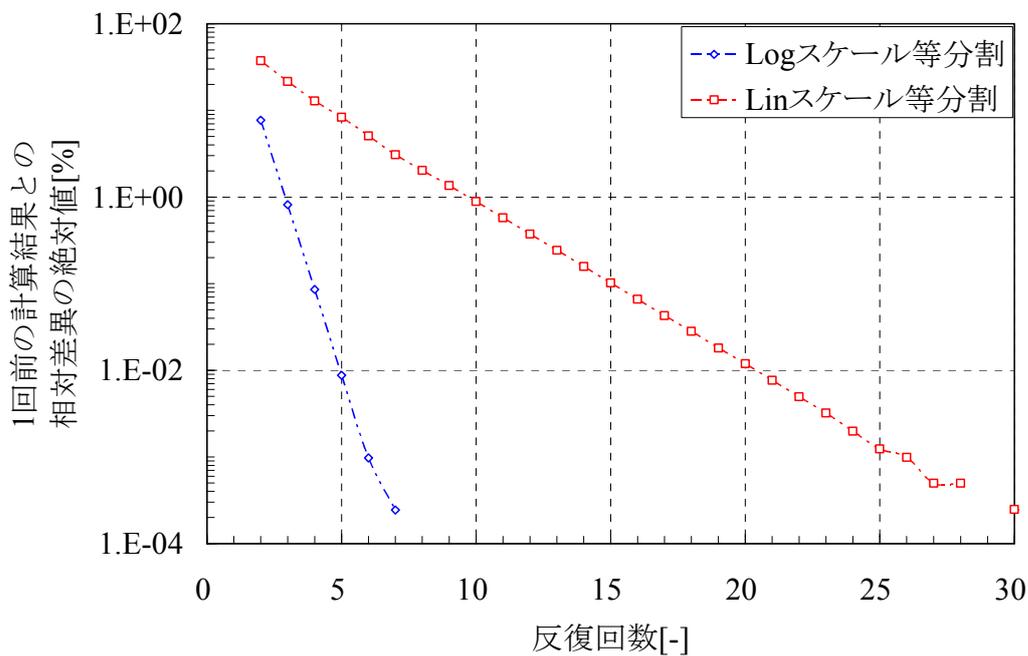


図 6.14 sg 構造規定方法による実効断面積収束性の相違

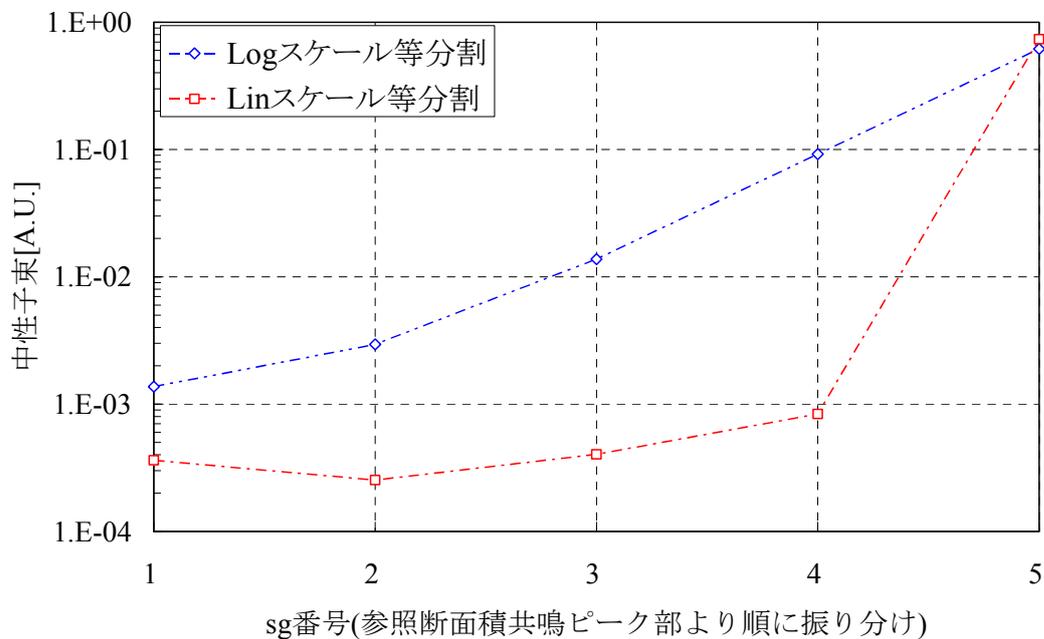


図 6.15.a 核特性値の sg 依存性(中性子束)

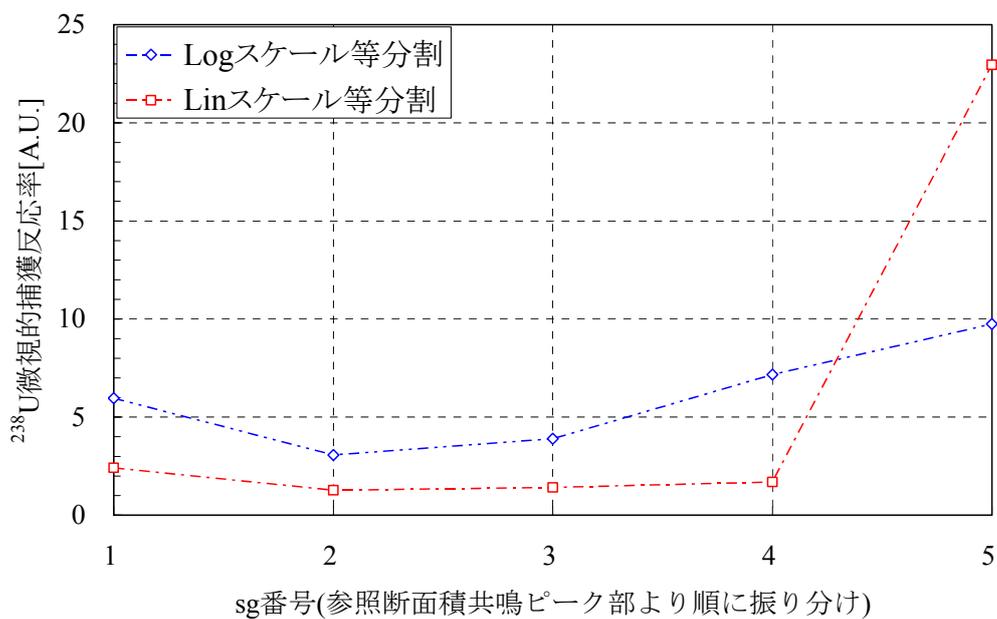


図 6.15.b 核特性値の sg 依存性(反応率)

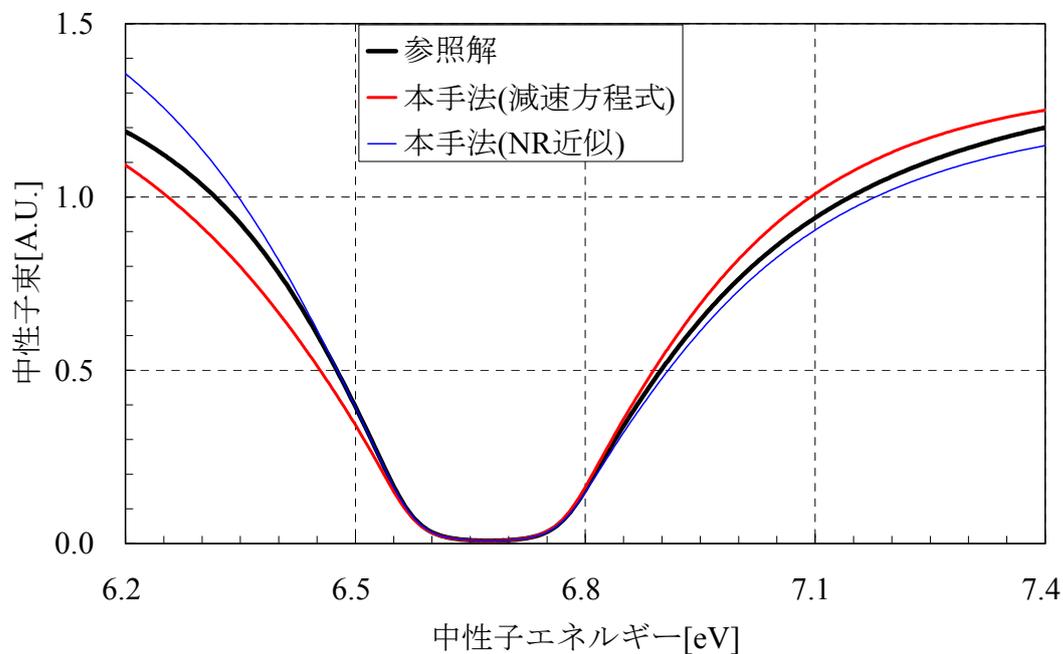


図 6.16.a 等価テーブル評価法による中性子束の相違(中性子束)

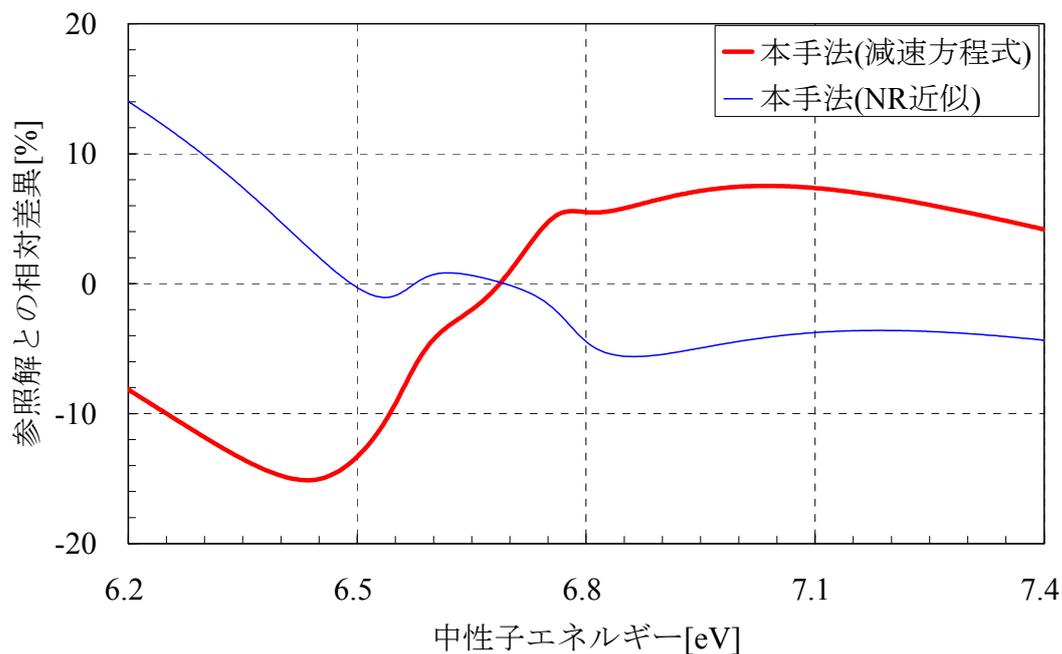


図 6.16.b 等価テーブル評価法による中性子束の相違(相対差異)

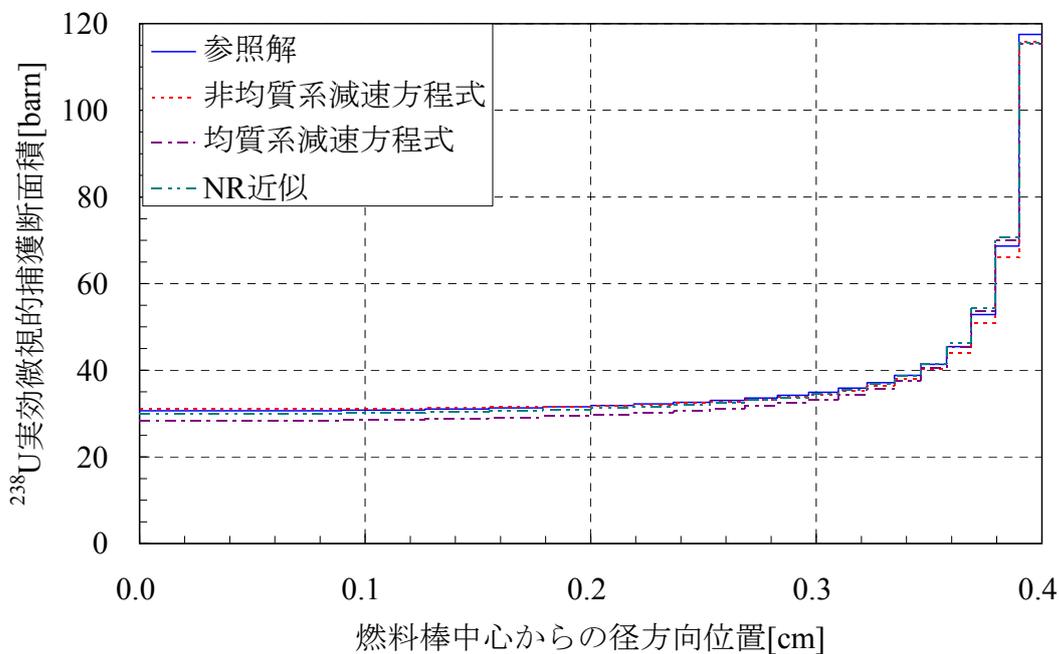


図 6.17.a 等価テーブル評価法による実効断面積の相違(実効断面積)

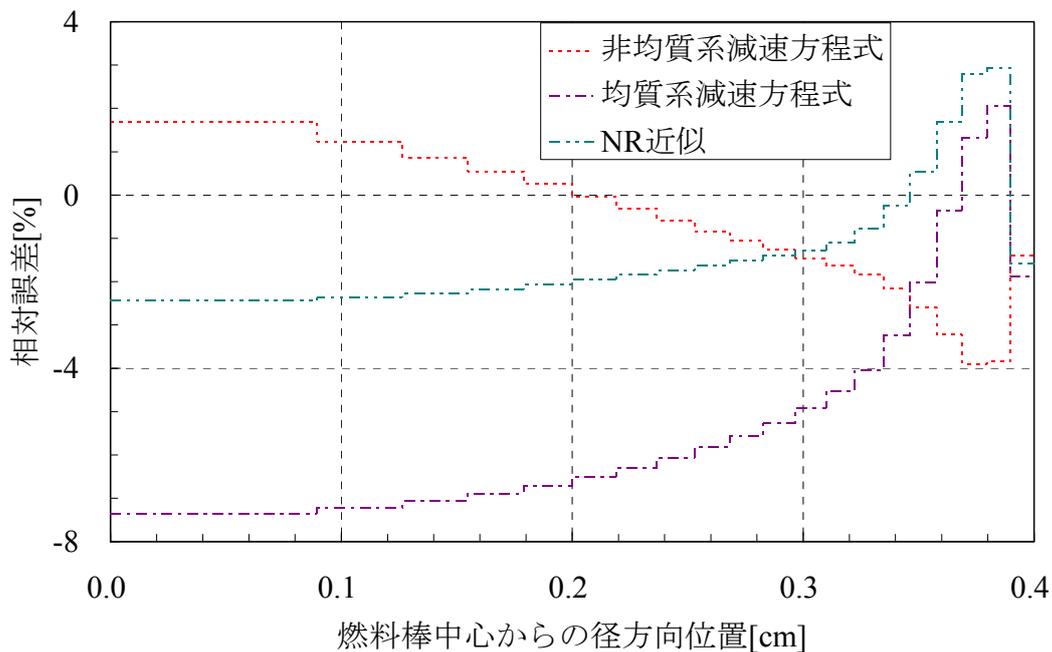


図 6.17.b 等価テーブル評価法による実効断面積の相違(相対誤差)

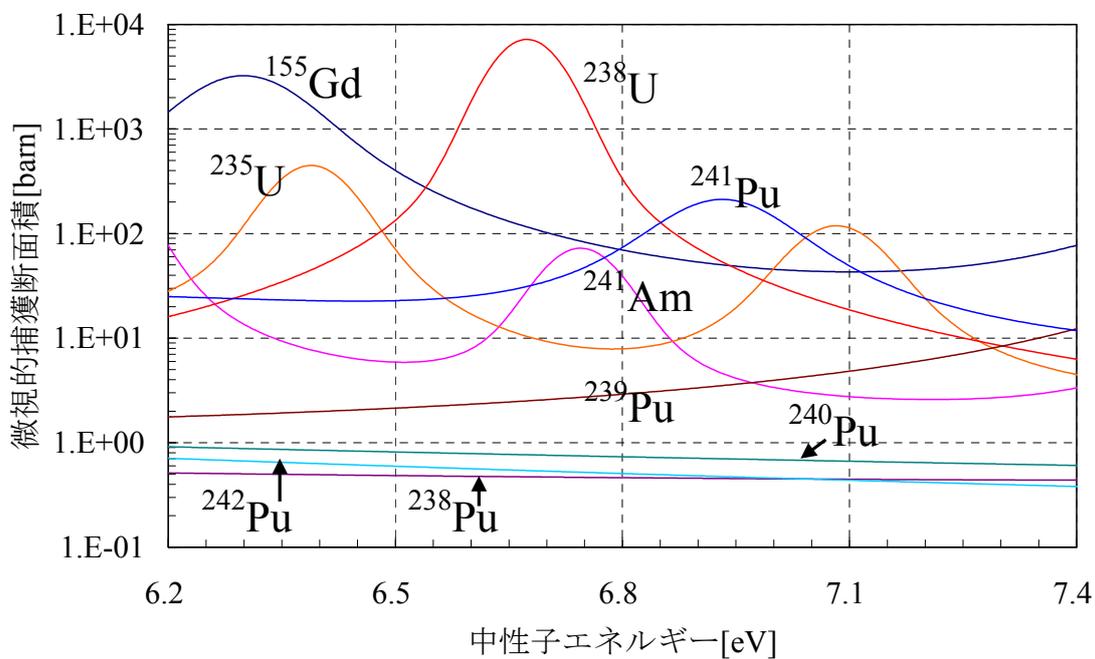


図 6.18 6.67eV 付近における主要共鳴核種の微視的捕獲断面積

6.7 本章のまとめ

本章の要点を以下にまとめる。

- 共鳴計算において考慮すべき重要な炉物理的効果をまとめ、これらの効果に対する実効断面積評価精度を明らかにするためのベンチマーク問題を作成した。
- 本手法を適用する上で必要となる種々のパラメータ設定方法は計算精度に大きな影響を与えることがわかった。
- 本手法は空間自己遮蔽効果や共鳴干渉効果などの炉物理的効果を精度よく見積もることができ、計算精度の観点から等価原理よりも適用性が高いことを確認した。

第7章 結論

本研究では、炉心解析における共鳴計算手法に関する検討を行った。本章では、3章から6章において得られた知見をまとめ、本研究において新たに提唱する共鳴計算手法の特徴を概観する。また、本研究に関連した今後の課題を示し、研究内容をさらに成熟させていくための基礎を確立する。

炉心解析手法の高度化は、炉心解析技術を向上させる上で非常に重要であり、計算機への適用性の高いボルツマン輸送方程式の近似解法を構築することが、本質的かつ恒常的な中心課題となっている。その中でも、共鳴断面積の複雑なエネルギー依存性を考慮する共鳴計算手法の高度化は、今後、MOX 燃料や高燃焼度燃料を装荷した核的非均質性の高い炉心の核特性を精度よく予測していくために必要不可欠となる。

現行の共鳴計算手法は、サブグループ法、超多群計算および等価原理からなるが、いずれも計算精度と計算速度の観点から利点と欠点をもっている。そこで本研究では、この3手法を個別に改良するのではなく、相互の利点を取り込みつつ、それらの欠点を相補的に埋め合わせる方向で、3手法を合成する新たな共鳴計算手法を考案した。また、理論的な観点からは、空間とエネルギーの効果を陽的に考慮することにより、中性子輸送理論をより直接的に取り込んだ共鳴計算理論の基礎を構築することができた。以下では、各章の要点を概観する。

3章では、サブグループ法に基づき、不連続エネルギー群構造に基づく微積分型多群輸送方程式を数学的に導出した。不連続なエネルギー領域に関して、中性子束や反応率を積分するための演算子を数学的に表現することにより、不連続エネルギー群に基づく多群計算においても、通常が多群計算とまったく同様に輸送方程式を取り扱うことができることを明らかにした。このとき、不連続エネルギー群に対する実効断面積は、当該エネルギー領域に関して選択的に縮約演算する形で定義され、厳密な中性子束のエネルギー分布が既知であれば、形式的には多群方程式を厳密に解くことができる。格子計算の入力となる実効断面積は、この多群輸送計算で得られる中性子束を用いて、不連続エネルギー群に基づく実効断面積を縮約することにより求めることができる。

一方、演算子を用いた数学的理論展開を通して、連続エネルギーに対して記述される中性子輸送方程式の原点に立ち返り、不連続なエネルギー領域を陽的に規定することの

重要性を提起した。本理論とは対照的に、確率テーブルに基づくサブグループ法では、各サブグループに対応したエネルギー群構造は陰に取り扱われるため、中性子輸送理論を厳密に保存しないことを示し、バンドパラメータ評価手法の理論的脆弱性を指摘した。また、断面積の大きさに応じてエネルギー群を規定するサブグループ法の直接法では背景断面積の評価が必要となるのに対し、本理論では、4章および5章でそれぞれ導出する超多群計算理論と等価原理の理論を結合することで、背景断面積を介すことなく、空間依存性を陽に考慮できる。さらに、本理論では同一の演算子を作用させることから、構築した不連続なエネルギー群構造を解析体系全体で固定化することが前提となることを示した。

本演算理論は、不連続エネルギー群の規定方法に任意性をあたえるものである。そこで、不連続エネルギー群に対する実効断面積を評価するための詳細中性子束エネルギー分布を一般には厳密に評価できない点に着目し、本理論が中性子束エネルギー分布計算手法に対して耐性をもつような不連続エネルギー群構築条件を理論的に導出した。その結果、共鳴断面積の大きさに応じてエネルギー群を構成するという、サブグループ法の物理的概念がこの条件を満足するとともに、共鳴ピークに対してはやや広く、そして共鳴の裾野領域に向かうにつれて詳細に不連続エネルギー群を構築すべきであることを、断面積1次摂動項の形から明らかにした。

4章では、超多群計算の概念に基づき、空間的中性子減衰特性に基づく超多群減速方程式を直感的に導出した。3章で構築した輸送計算理論の共鳴計算に対する適用性を高めるためには、不連続エネルギー群に対する実効断面積を評価するための中性子スペクトル計算手法が必要となるが、積分方程式に基づいてスペクトルの空間依存性を考慮する場合、領域ごとの中性子源評価および全領域間衝突確率の評価が計算負荷増大の要因となる。そこで、空間効果を考慮しつつ衝突確率を陽に含まない減速方程式が必要とな

ることを示すとともに、燃料と減速材からなる単位格子体系における中性子の微視的輸送特性を物理的に考察することにより、この条件を満足する方程式の導出を実現した。

本理論では、空間依存性を物理的に考慮した減速方程式を導出する上で、2つの仮定を導入した。1つ目は、共鳴エネルギー領域まで減速された中性子が、巨視的な視点からは、減速材領域から燃料領域に向けて流れ込むとするものである。燃料内への中性子入射特性を指数関数的な減衰効果に基づいて記述することにより、燃料内の径方向に依存した中性子入射確率を近似的に数式表現し、指数積分関数の数値計算を必要としない半解析的な中性子空間減衰特性の取り扱い方法を見出した。2つ目の仮定は、減速材の中性子スペクトルが、燃料領域の中性子スペクトルと $1/E$ スペクトルの中間的な特性を示すとするものであり、減速方程式中において、減速材に関する物理量の消去を可能とする。以上の仮定に基づいて導出した減速方程式は、数学的な厳密性のある程度切り捨てられたものとなるが、方程式の形式上、燃料内の空間依存性を物理的に考慮しつつ、均質体系に対する減速方程式と同等の計算負荷で解くことができるという利点がある。また、解析対象となる炉型は限られているため、このように、解析体系の類似性、相似性に着目した物理的直感法に基づく仮定には正当性が付与される。

一方、導出した理論式中には未知物理量が現れ、衝突確率の評価が完全に不要とはならないという問題が生じた。これは、直感的仮定から燃料内の中性子減衰特性までは考慮できても、減速材中の中性子の挙動までは正確に評価できないためであるが、5章で導出した実効断面積に関する等価性の仮定を適用することにより解決されることを示唆した。その中で、本来は衝突確率より求められるこの未知物理量が、本理論の枠組の中では Characteristics 法に基づく輸送計算より間接的に評価されることを示し、本研究が、炉心解析研究における大規模体系への微積分方程式適用の流れの中に位置するものであることを明らかにした。

5章では、等価原理の概念に基づき、実効断面積の等価性を仮定することにより、3章におけるサブグループ法の拡張手法と、4章における超多群計算の拡張手法を結合し、新しい共鳴計算手法の基礎を構築した。不連続エネルギー群に対する実効断面積と、通常の実効断面積が、同一の中性子スペクトルを用いて評価されたものであるならば、自己遮蔽効果に関して等価値であるとした。中性子束という原子炉物理学においてもっとも基礎的な物理量を介することにより、等価原理の理論的説得性は、より強固なものとなる。従来の等価原理において中心的な役割を果たしてきた背景断面積は、その導入自体が共鳴理論における誤差要因にもなるという、非常に取り扱いの難しい物理量であった。本理論の導入は、背景断面積評価を主体とした従来の共鳴理論からの解放を意味し、簡素な仮定でありながら、本研究において非常に重要な意味をもつ。

次に、本研究で導出した3つの共鳴計算拡張理論を結合し、新しい共鳴計算の基礎的な方法を見出した。まず、空間効果を考慮した減速方程式を用い、式に含まれる未知量をパラメータとして、空間依存の中性子スペクトルを多数計算し、実効断面積等価テーブルを作成する。そして、不連続エネルギー群に基づく多群輸送計算を Characteristics 法に基づいて実施することにより、減速計算より直接求められる実効断面積と、輸送計算より得られる実効断面積とが等しくなるような、不連続群に対する実効断面積を反復計算により数値的に更新して求める。その収束値がもつ物理的意味は、サブグループ法の観点からは、輸送理論を満足するバンドパラメータであり、超多群計算の観点からは、一意的に規定される厳密な中性子スペクトルより求めた不連続群に対する実効断面積であり、等価原理の観点からは、厳密な実効断面積と自己遮蔽効果に関して等価関係にある断面積である。一方、本手法の特徴を理論式の形から考察することにより、本手法が、従来手法よりも計算精度と計算速度のバランスが良好なものとなることを、構造面から明らかにした。

最後に、多群輸送計算における中性子源評価法に関して言及した。不連続エネルギー

群に基づく多群輸送計算を固有値問題として実行することにより、共鳴計算と格子計算の統合可能性を示唆するとともに、実効断面積を効率的に求めるという共鳴計算における本来の目的を重視するならば、NR 近似に基づいて中性子源を評価することもできることを示した。ただし、後者の近似方法に基づく誤差は一般に無視できないものであることに注意する必要がある。

6章では、本研究において構築した共鳴計算手法の妥当性を検証した。共鳴計算において問題となる炉物理的効果を整理し、これらの効果を本手法がどこまで精度よく考慮できるかを確認するためのベンチマーク問題を作成した。このベンチマーク問題に対して本手法および従来の共鳴計算手法を適用し、本手法におけるパラメータ設定に関する知見を得るとともに、本手法が種々の重要な炉物理的効果を精度よく見積もることができていることを明らかにした。この結果は、本手法の理論的妥当性を裏づけるものでもある。

パラメータ設定に関しては、不連続エネルギー群に基づく多群固有値輸送計算の妥当性を確認するとともに、実効断面積計算精度に関する評価エネルギー群依存性、不連続エネルギー群数依存性および不連続エネルギー群構造依存性について考察した。多群固有値計算では、無限均質体系において散乱マトリクスを含めた実効断面積を不連続エネルギー群構造のもとで評価、適用した。その結果、無限増倍率について通常が多群計算とほぼ同等の計算結果を得ることができ、3章の不連続多群輸送方程式導出論の正当性を裏づけた。一方、実効断面積計算では、幅の広い共鳴に対する実効断面積を評価する場合、評価群ごとに計算精度の傾向が異なることがわかった。また、不連続エネルギー群数依存性については、群数を増加させるにつれて超多群非均質輸送計算の取り扱いに漸近するため、計算精度は向上するが、実効断面積の反復更新に対する収束性も同時に良好となることを確認した。すなわち、本手法においては、計算精度向上のみならず、計算速度の向上という観点からも、群数をやや大きくとることが有利となる可能性を示

唆した。不連続エネルギー群構造構築方法に関しては、共鳴ピークに対応する群をやや広く、裾野に対応する群をやや詳細に分割する必要がある。ここで、共鳴断面積の大きさに対して線形スケールで等間隔に群構造を規定する場合、実効断面積の評価精度は共鳴裾野領域に対応する1つの群の結果のみにほぼ依存することとなり、着目群内を複数の不連続エネルギー群に分割する利点が失われることを数値的に見出した。

一方、炉物理的效果については、非均質効果、空間自己遮蔽効果、共鳴干渉効果およびスペクトル干渉効果について検討し、本手法を実効断面積計算に適用した場合、いずれの効果も精度よく考慮できることを示した。Characteristics法に基づく非均質輸送計算を取り入れることにより、燃料棒と減速材が分離された体系の幾何学的情報を陽に考慮し、燃料・減速材2領域非均質効果を精度よく取り扱うことができる。また、4章で導出した燃料内核的非均質効果を考慮した減速方程式を適用することにより、燃料内の径方向実効断面積空間分布を計算することができる。共鳴計算において、燃料内の空間自己遮蔽効果を精度よく効率的に評価することは非常に難しいため、本手法においてこの効果を考慮できることは非常に重要な意味をもつ。さらに、超多群計算を組み込むことにより、共鳴干渉効果を陽に考慮できるとともに、マルチ燃料格子体系においては、各単位格子に対して減速方程式を独立に解く場合であっても、多群非均質輸送計算過程において隣接燃料の空間的干渉効果を精度よく見積もることができることを示した。

以上の成果は、原子炉炉心解析研究における共鳴計算手法の高度化に寄与するものであり、共鳴計算手法の研究領域において新たな方向性を提起するものである。今後は、本研究において見出された基礎的な知見をもとに、不連続エネルギー群構造決定法の一般化、直感的導出に基づく減速方程式の理論面からの精緻化、解析目的に応じた中性子源評価法の多様化および計算アルゴリズムの効率化等を通して、本手法の、解析体系に対する汎用性および実機解析に対する実用性を高めていくことが必要である。

参考文献

- [1] 小林啓祐, “原子炉物理,” コロナ社(1996).
- [2] Yigal Ronen, “CRC Handbook of Nuclear Reactors Calculations Volume I,” CRC Press, Inc., Florida (1986).
- [3] George I. Bell, Samuel Glasstone, “Nuclear Reactor Theory,” Litton Educational Publishing, INC, New York (1970).
- [4] ジェームズ J. ドウデルスタット, ルイス J. ハミルトン, 成田正邦, 藤田文行 共訳, “原子炉の理論と解析(上),” 現代工学社(1980).
- [5] ジェームズ J. ドウデルスタット, ルイス J. ハミルトン, 成田正邦, 藤田文行 共訳, “原子炉の理論と解析(下),” 現代工学社(1981).
- [6] ラマーシュ, 武田充司, 仁科浩二郎 共訳, “原子炉の初等理論(上),” 吉岡書店(1974).
- [7] ラマーシュ, 武田充司, 仁科浩二郎 共訳, “原子炉の初等理論(下),” 吉岡書店(1976).
- [8] 竹田敏一ほか, “原子炉炉心計算法の高度化の現状と展望,” 社団法人日本原子力学会(2001).
- [9] 竹田敏一ほか, “第 28 回 炉物理夏期セミナーテキスト 『炉心設計解析コードの現状と高度化』 『新しい炉心概念の創出にむけて』,” 社団法人日本原子力学会(1996).
- [10] 成田正邦ほか, “第 34 回 炉物理夏期セミナーテキスト 『Boltzmann 方程式ルネッサンス』,” 社団法人日本原子力学会(2002).
- [11] 宇根崎博信ほか, “第 36 回 炉物理夏期セミナーテキスト 『基礎から学ぶ炉心解析』,” 社団法人日本原子力学会(2004).
- [12] 山本章夫ほか, “第 40 回 炉物理夏期セミナー 『商業炉の運転・制御とさまざまな最適化』,” 社団法人日本原子力学会(2008).
- [13] T. Ushio, T. Takeda, M. Mori, “Neutron Anisotropic Scattering Effect in Heterogeneous

- Cell Calculations of Light Water Reactors,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **40**[7], 464-480(2003).
- [14] 小坂進矢, “軽水炉炉心計算におけるキャラクタリスティクス法に基づく効率的輸送計算手法の開発とその応用,” 博士論文, 大阪大学大学院(2005).
- [15] 田渕将人, “Characteristics 法に基づいた輸送計算手法の高精度化の検討,” 修士論文, 名古屋大学大学院(2006).
- [16] M. N. Nikoleav, A. A. Ignatcv, N. V. Isaev, V. F. Khokhlov, “The Method of Subgroups for Considering the Resonance Structure of Cross Section in Neutron Calculations,” *Sov. At. Energy*, [5], 426-430(1971).
- [17] V. V. Sinitsa, M. N. Nikoleav, “Analytic Determination of Subgroup Parameters,” *Sov. At. Energy*, **35**[6], 429-430(1973).
- [18] M. N. Nikoleav, T. A. Germogenova, N. V. Isaev, V. F. Khokhlov, “Computations of Neutron Propagation, Allowing for the Resonance Structure of the Cross Sections,” *Sov. At. Energy*, **35**[1], 29-32(1973).
- [19] L. N. Abagyan, N. O. Bazazyants, M. N. Nikoleav, A. M. Tsibulya, “A New System of Group Constants for the Calculation of Fast Reactors,” *Sov. At. Energy*, **48**[2], 117-118(1980).
- [20] Masahiro Tatsumi, “Study on Assembly and Core Calculation Methods for Advanced Core Analysis of Light Water Reactors,” Osaka University (2000).
- [21] T. Yamamoto, T. Takeda, “Reaction Rate Calculation in Fast Reactor Blanket Using Multiband S_n theory,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **37**[5], 428-435(2000).
- [22] J. Sublet, P. Ribon, “A Probability Table Based Cross Section Processing System:CALENDF-2001,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, Supplement 2, 856-859(2002).
- [23] T. Yamamoto, “Background-Cross-Section-Dependent Subgroup Parameters,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **40**[6], 370-375(2003).

- [24] G. Chiba, "A Combined Method to Evaluate the Resonance Self Shielding Effect in Power Fast Reactor Fuel Assembly Calculation," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **40**[7], 537-543(2003).
- [25] 牛尾直史, "軽水炉燃料集合体計算手法の高度化に関する研究," 博士論文, 大阪大学大学院(2003).
- [26] T. Yamamoto, "Generalized Approach to Optimize Subgroup Parameters," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **41**[4], 425-431(2004).
- [27] T. Yamamoto, T. Takeda, "A Complement Proposal for Optimization of Subgroup Parameters," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **43**[7], 765-773(2006).
- [28] G. Chiba, H. Unesaki, "Improvement of Moment-Based Probability Table for Resonance Self-Shielding Calculation," *Ann. Nucl. Energy*, **33**, 1141-1146(2006).
- [29] T. Yamamoto, T. Takeda, "Subgroup Parameters Based on Orthogonal Factorization," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **44**[1], 36-42(2007).
- [30] 千葉豪, "高速炉核特性解析におけるエネルギー、角度、空間に関する離散化手法の高度化," 博士論文, 北海道大学大学院(2008).
- [31] W. Rothenstein, C. R. E. de Oliveira, N. Brandman, "Accurate Resonance Absorption Calculations Including 2-D Effects and Their Representation in Multigroup Lattice Physics Codes," *Ann. Nucl. Energy*, **15**[6], 293-316(1988).
- [32] T. Hazama, G. Chiba, K. Sugino, "Development of a Fine and Ultra-Fine Group Cell Calculation Code SLAROM-UF for Fast Reactor analyses," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **43**[8], 908-918(2006).
- [33] N. Sugimura, A. Yamamoto, "Resonance Treatment Based on Ultra-fine-group Spectrum Calculation in the AEGIS code," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **44**[7], 958-966(2007).
- [34] N. Sugimura, "Study on Advanced Assembly and Core Calculation Methods for Light Water Reactor Analyses," Nagoya University (2008).

- [35] C. Chiarella, A. Keane, "Equivalence Relation Based on an Improved Rational Approximation," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **6**[5], 273-278(1969).
- [36] Y. Ishiguro, H. Takano, "Intermediate Neutron Resonance Absorption with Interference Scattering in Heterogeneous Systems," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **6**[7], 380-389(1969).
- [37] H. Mizuta, "Accuracy of Approximations Used in Resonance Integral Calculation," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **7**[5], 264-268(1970).
- [38] K. Tsuchihashi, Y. Ishiguro, "Double Heterogeneity Effect on Resonance Absorption in Very High Temperature Gas-Cooled Reactor," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **22**[1], 16-27(1985).
- [39] 山本章夫, "KUCA における稠密格子炉心実験の解析," 修士論文, 京都大学大学院 (1989).
- [40] C. C. Stoker, Z. J. Weiss, "Spatially Dependent Resonance Cross Sections in a Fuel Rod," *Ann. Nucl. Energy*, **23**[9], 765-778(1996).
- [41] H. Matsumoto, M. Ouisloumen, T. Takeda, "Development of Spatially Dependent Resonance Shielding Method," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **42**[8], 688-694(2005).
- [42] 千葉豪, "鉄に感度を有する高速炉炉心の臨界性解析," 日本原子力学会和文論文誌, **4**[1](2005).
- [43] H. Matsumoto, M. Ouisloumen, T. Takeda, "Spatially Dependent Self-Shielding Method with Temperature Distribution for the Two-Dimensional Transport Code PARAGON," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **43**[11], 1311-1319(2006).
- [44] N. Sugimura, A. Yamamoto, "Evaluation of Dancoff Factors in Complicated Geometry using the Method of Characteristics," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **43**[10], 1182-1187(2006).
- [45] R. E. Macfarlane, D. W. Muir, "The NJOY Nuclear Data Processing System Version 91," LA-12740-M(1994).
- [46] 長家康展, 森貴正, 中川正幸, 佐々木誠, "MVP/GMVP;連続エネルギー法及び多群法

- に基づく汎用中性子・光子輸送計算モンテカルロコード Version 2,” 日本原子力研究所(2003).
- [47] 山本章夫, “中性子輸送計算コード AEGIS 入力マニュアル Rev.0,” 名古屋大学 (2004).
- [48] K. Okumura, T. Kugo, K. Kaneko, K. Tsuchihashi, “SRAC(Ver.2002):The Comprehensive Neutronics Calculation Code System,” Japan Atomic Energy Research Institute(2002).
- [49] 小池啓基, “評価済み核データファイルを用いた SNEAK-7 の臨界実験解析,” JAEA 夏期実習成果報告書(2007).
- [50] A. Yamamoto, “Evaluation of Background Cross-section for Heterogeneous and Complicated Geometry by the Enhanced Neutron Current Method,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **45**[12], 1287-1292(2008).
- [51] 遠藤知弘, “空間及び中性子エネルギーを考慮した三次中性子相関法による未臨界度測定法の研究,” 博士論文, 名古屋大学大学院(2007).
- [52] 代谷誠治ほか, “京都大学臨界集合体実験装置(KUCA) 大学院実験テキスト,” 京都大学原子炉実験所(2003).

公刊論文リスト

- [1]小池啓基, 山本章夫, 山根義宏, 北村康則, “ ^{242m}Am を用いた超軽量宇宙用原子炉の設計,” 日本原子力学会 2007 年秋の大会(2007).
- [2]小池啓基, 山本章夫, 山根義宏, “不連続エネルギー群構造の中性子輸送計算に基づく実効断面積計算手法の開発,” 日本原子力学会 2008 年秋の大会(2008).
- [3]Hiroki Koike, Akio Yamamoto, Yoshihiro Yamane, “Development of a Resonance Calculation Method based on Discrete Treatment of Energy Ranges,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **99**, 674-676(2008).
- [4]小池啓基, 山本章夫, 山根義宏, “不連続エネルギー群構造の中性子輸送計算に基づく実効断面積計算手法の開発 (2)計算理論,” 日本原子力学会 2009 年春の年会(2009).
- [5]小池啓基, 山本章夫, 山根義宏, “不連続エネルギー群構造の中性子輸送計算に基づく実効断面積計算手法の開発 (3)検証計算,” 日本原子力学会 2009 年春の年会(2009).
- [6]Akio Yamamoto, Hiroki Koike, Yoshihiro Yamane, “A New Framework of Resonance Calculation Method Based on the Sub-group Method (1);Theory,” submitted to *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **100**(2009).
- [7]Akio Yamamoto, Hiroki Koike, Yoshihiro Yamane, “A New Framework of Resonance Calculation Method Based on the Sub-group Method (2);Calculation,” submitted to *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **100**(2009).