

卒業論文

炉外検出器信号を用いた  
固有直交分解に基づく  
炉内出力分布再構成法

名古屋大学

工学部

エネルギー理工学科

山本章夫研究室

浦瀬 勇希

令和6年2月

## 目次

第1章	序論	4
1.1	背景	4
1.2	本研究の目的	4
1.3	本論文の構成	5
1.4	参考文献	5
第2章	固有直交分解(POD)を用いた炉内中性子束分布再構成法	7
2.1	本章の概要	7
2.2	PODに関する理論	7
2.2.1	固有値分解	7
2.2.2	特異値分解	8
2.2.3	低ランク近似	10
2.2.4	固有直交分解(POD)	10
2.3	PODによる炉内中性子束分布再構成法	10
2.3.1	本手法の考え方と特長	11
2.3.2	POD基底計算方法	11
2.3.3	バイナリーサンプリングによる教師データ条件設定	12
2.3.4	POD展開係数計算方法	13
2.3.5	炉内中性子束分布再構成手順	14
2.4	本章のまとめ	15
2.5	参考文献	15
第3章	PODによる炉内中性子束分布再構成法の妥当性確認	17
3.1	本章の概要	17
3.2	エネルギー1群・固定源計算に基づいた検証計算	17
3.2.1	計算体系・計算条件	17
3.2.2	POD基底の計算	19
3.2.3	中性子束分布再構成結果	24
3.2.4	検出器配置パターンが変化する場合の中性子束分布再構成精度の比較	29
3.2.5	統計誤差を与えた検出器信号による中性子束分布再構成	33
3.3	エネルギー2群・固有値計算に基づいた検証計算	38
3.3.1	計算体系・計算条件	38
3.3.2	POD基底の計算	40
3.3.3	中性子束分布再構成結果	47
3.4	実機炉心を模擬した体系での検証計算	50
3.4.1	計算体系・計算条件	50

3.4.2	POD 基底の計算.....	53
3.4.3	中性子束分布再構成結果.....	58
3.4.4	炉内検出器を 1 個設置した場合の検証計算.....	62
3.5	本章のまとめ.....	64
3.6	参考文献.....	66
第 4 章	結論.....	67
4.1	まとめ.....	67
4.2	今後の課題.....	69
Appendix A	断面積摂動領域を燃料集合体とした場合の検証計算.....	70
A.1	計算体系・計算条件.....	70
A.2	POD 基底の計算.....	72
A.3	中性子束分布再構成結果.....	76
A.4	まとめ.....	82
A.5	参考文献.....	82
Appendix B	計算に使用した入力データ.....	83
B.1	GENESIS の入力データ.....	83

## 第1章 序論

### 1.1 背景

出力が通常の動力用原子炉の 3 分の 1 以下である小型モジュール炉(Small Modular Reactor, SMR) が世界的に注目され[1]、革新炉や新型炉の 1 つとして、研究や開発が進められている。従来の動力用原子炉は電気出力が 1000MWe 程度であるが、SMR では電気出力が一般的に 300MWe 以下である。出力と原子炉のサイズが小さいため、原子炉の受動的安全設備を用いた自然冷却が行いやすく、安全面での利点が大いと考えられている。また、SMR は、工場で原子炉を製造して現場に設置するため、建設期間の短縮と建設費用の低減という利点があるとされている。他にも、電力需要に応じて、原子炉の設置数を柔軟に変更できるため、離島など電力需要が少ない地域における発電に適していると考えられている。特に、米国、カナダ、英国、ロシア、中国を中心に SMR 導入の検討が進められている。米国では、NuScale Power 社などの民間企業を中心に開発が進められており、米国政府が実用化に向けて積極的に支援を行っている[2]。カナダでは、GE 日立ニュークリアエナジー社が BWRX-300 の開発を進めており、世界初となる SMR の建設を目指している[3]。中国では、中国核工業集团公司(CNNC)が玲龍一号の開発を進めており、2026 年からの稼働を計画している[4]。

原子炉を安全かつ経済的に運転するためには、炉心内の出力分布が設計通りであることを何らかの方法で確認する必要がある。炉心内で出力分布の異常がないか確認するためには、専用の検出器を使用して出力分布を測定する必要がある。通常の動力用原子炉では、原子炉圧力容器に貫通口を設け、炉心内に検出器を挿入して出力分布を測定している。一方、圧力容器に貫通口を取り付けると、冷却材漏洩のリスクが高くなる。そのため、炉内検出器を用いずに、炉外検出器のみで炉内の出力分布を測定することが考えられている。SMR は炉心が小型であることから、大型の動力用原子炉に比べて炉外検出器による炉内出力分布の推定は行いやすいと考えられる。ただし、検出器を炉外に設置するとしても、炉外検出器の設置場所や設置数は限られると予想されることから、精度よく炉内出力分布を推定する手法の開発が重要となる。

SMR を対象とした炉外検出器信号を用いた炉内出力分布の再構成法として、炉内の出力と検出器の応答の相関を用いる手法が提案されている[5]。この先行研究では、炉内の燃料領域における中性子の増倍を考慮することにより、炉内の出力分布の傾向を炉外検出器信号から再構成可能なことが示されている。しかし、炉外検出器の数や配置パターンに関する考察など課題がいくつか残っており、限られた数の炉外検出器を用いて炉内出力分布を再構成する方法は未だに確立されておらず、別のアプローチを考案する余地が残されている。

### 1.2 本研究の目的

1.1 節で示したように、SMR において、炉内検出器を用いずに、炉外検出器のみで炉内の出力分布を測定することが考えられている。本研究では、炉外検出器信号によって炉内出力

分布を再構成するアプローチとして、データ駆動型の Reduced Order Model である固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)[6][7]を用いる。POD とは、少数の基底と展開係数により解を表し、解の自由度を大幅に減少させることで、精度のよい数値解を高速に得る手法である。近年、炉物理分野の炉心解析において、計算精度を保ちつつ計算コストを下げる手法として、研究が進んでいる[8]。本研究では、少数の POD 基底とその展開係数を用いて、中性子束空間分布を表す。これにより、推定すべき未知数を炉心体系の空間メッシュ数から POD の展開係数まで減らすことができる。したがって、限られた数の炉外検出器による情報から全空間メッシュの中性子束分布を個別に推定する必要はなく、展開係数のみを推定すれば良い。本研究では、炉外検出器信号をもとに展開係数を求め、POD の基底と求めた展開係数により炉内の中性子束分布を再構成できるか検討する。ただし、出力分布については中性子束分布から容易に求めることができるため、本研究では、中性子束分布の再構成について検討し、出力分布の再構成に関する検証は直接行わない。

### 1.3 本論文の構成

本論文は全 4 章構成である。各章の内容を以下に示す。

第 1 章では、本研究の背景及び目的を述べた。

第 2 章では、固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)の理論、POD を用いた炉内中性子束分布再構成法について説明する。

第 3 章では、POD による炉内中性子束分布再構成法の妥当性検証を行った結果について説明する。

第 4 章では、本論文の結論及び今後の課題について述べる。

### 1.4 参考文献

- [1] B. Mignacca and G. Locatelli, “Economics and Finance of Small Modular Reactors: A Systematic Review and Research Agenda,” *Renew Sust. Energy Rev.*, **118**, (2020).
- [2] NuScale Power LLC., “NuScale Standard Plant Design Certification Application,” Chap. 4, Part 2, Tier 2, Rev. 5, 2020, (English), (pdf), <https://www.nrc.gov/docs/ML2022/ML20224A492.pdf> (cited 2024 January 25).
- [3] *Status Report -BWRX-300*, GE Hitachi and Hitachi GE Nuclear Energy (2019).
- [4] IAEA.org, “PRIS Reactor Details”, Power Reactor Information System, 2024 Feb 8, (English), (Internet), <https://pris.iaea.org/PRIS/CountryStatistics/ReactorDetails.aspx?current=1111>, (cited 2024 February 9).
- [5] R. Kimura, Y. Nakai, and S. Wada, “Reactor Core Power Distribution Reconstruction Method by Ex-Core Detectors Based on the Correlation Effect Between Fuel Regions,” *Nucl. Sci. Eng.*, **195** (12), 1279–1290 (2021).
- [6] K. Taira, “Proper Orthogonal Decomposition in Fluid Flow Analysis: 1. Introduction,” *J. Jap.*

*Soc. Fluid Mech.*, **30** (2), 115–123 (2011).

- [7] R. Elzohery, and J. Roberts, “Modeling Neutronic Transients with Galerkin Projection onto a Greedy-Sampled, POD Subspace,” *Ann. Nucl. Energy*, **162**, 108487, (2021).
- [8] 寺谷俊哉, “固有直交分解を利用したデータ駆動型の中性子輸送計算方法の開発,” 卒業論文, 名古屋大学 (2022).

## 第2章 固有直交分解(POD)を用いた炉内中性子束分布再構成法

### 2.1 本章の概要

本章では、固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)に関する理論、PODを用いた炉内中性子束分布再構成法について説明する。

2.2節では、固有直交分解(POD)に関する理論として、固有値分解、特異値分解、そして低ランク近似について説明する。

2.3節では、PODを用いた炉内中性子束分布再構成法について述べる。

### 2.2 PODに関する理論

本節では、固有直交分解(POD)の理論を説明する。

2.2.1節では、特異値分解を理解するうえで必要となる、固有値分解を説明する。

2.2.2節では、POD基底を作成する際に用いる特異値分解について説明する。

2.2.3節では、特異値分解に関連した低ランク近似について説明する。

#### 2.2.1 固有値分解

本項では、固有値分解について説明する[1][2][3]。

ある行列 $\mathbf{A}$ は $n \times n$ の正方行列であり、 $n$ 次のベクトル $\vec{p}$ とスカラー量 $\lambda$ が式(2.1)で表されたとする。

$$\mathbf{A}\vec{p} = \lambda\vec{p} \quad (2.1)$$

ここで、スカラー量 $\lambda$ を正方行列 $\mathbf{A}$ の固有値、ベクトル $\vec{p}$ を固有ベクトルという。固有ベクトルおよび固有値を並べた行列 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{\Lambda}$ を式(2.2)、式(2.3)のようにそれぞれ定義する。

$$\mathbf{P} = (\vec{p}_1 \ \vec{p}_2 \ \cdots \ \vec{p}_n) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \vdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

式(2.2)、式(2.3)を用いると式(2.4)が得られる。

$$\mathbf{AP} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda} \quad (2.4)$$

行列 $\mathbf{P}$ が正則の場合、式(2.4)の右から $\mathbf{P}^{-1}$ を乗じることで式(2.5)が得られる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1} \quad (2.5)$$

固有値分解とは、式(2.5)で示したように、行列 $\mathbf{A}$ を①正則行列 $\mathbf{P}$ 、②非対角要素が $\mathbf{0}$ の正方行列 $\mathbf{\Lambda}$ 、③正則行列 $\mathbf{P}$ の逆行列 $\mathbf{P}^{-1}$ の積で表す手法のことである。ここで、 $\mathbf{\Lambda}$ は固有値を対角成分に持つ行列である。 $\mathbf{P}$ は固有ベクトルが列方向に並べられている行列であり、また、

直交行列である。直交行列とは、式(2.6)を満たすような正方行列のことである。

$$\mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{P} \mathbf{P}^T = \mathbf{I} \quad (2.6)$$

上式において、 $\mathbf{I}$ は単位行列、 $\mathbf{P}^T$ は $\mathbf{P}$ の転置行列をそれぞれ示す。このように、固有値分解により行列を分解することで、行列の特徴が見えやすくなるという利点がある。固有値の総和に対して値が十分に小さい固有値は行列全体に与える影響が小さいため、該当する固有値を無視すれば、精度を保ちつつ近似計算が可能である。近似により、計算コストの削減が可能となる。

ここで、任意のベクトルを行列 $\mathbf{A}$ により変換したとき、固有値分解した各行列である $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{P}^{-1}$ 、 $\mathbf{\Lambda}$ がどのような変換に対応しているか述べる。任意のベクトルを行列 $\mathbf{A}$ により変換するとき、任意のベクトルは行列 $\mathbf{A}$ の各固有値ベクトルに分解され、その固有ベクトル上で固有値倍される。 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{P}^{-1}$ は固有ベクトルをそれぞれ列方向、行方向に並べられた行列であるため、行列 $\mathbf{A}$ による変換において、 $\mathbf{P}$ と $\mathbf{P}^{-1}$ は座標変換の役割を持つ。 $\mathbf{\Lambda}$ は固有値を対角成分に持つ行列であるため、行列 $\mathbf{A}$ による変換において、 $\mathbf{\Lambda}$ は固有ベクトル上での拡大と縮小の役割を持つ。

### 2.2.2 特異値分解

本項では、特異値分解について説明する[3][4][5]。

特異値分解とは、ある $m \times n$ 行列 $\mathbf{A}$ を、式(2.7)のように① $m \times n$ のユニタリ行列 $\mathbf{U}$ 、非対角要素が0の $m \times n$ 行列 $\mathbf{\Sigma}$ 、③ $n \times n$ のユニタリ行列 $\mathbf{V}$ の積で表す手法のことである。2.2.1項で説明した固有値分解は、正方行列のみに適用可能であるが、特異値分解は正方行列以外にも適用可能である。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (2.7)$$

ここで、 $\mathbf{V}^T$ はユニタリ行列 $\mathbf{V}$ の転置行列である。ユニタリ行列とは、式(2.8)を満たすような複素正方行列のことである。

$$\mathbf{U}^* \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^* = \mathbf{I} \quad (2.8)$$

上式において、 $\mathbf{I}$ は単位行列、 $\mathbf{U}^*$ は $\mathbf{U}$ の随伴行列をそれぞれ示す。本研究において、特異値分解を行う対象である行列 $\mathbf{A}$ の各要素は、各メッシュの平均中性子束である。行列 $\mathbf{A}$ の行は、各メッシュの位置を、列は計算条件をそれぞれ示し、各条件で計算された中性子束ベクトルが列方向に並べられている。そのため、行列 $\mathbf{A}$ は実数の要素しか持たず、特異値分解により得られるユニタリ行列 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{V}$ の要素は実数であり、直交行列となる。本項では、 $m < n$ となる $m \times n$ 行列 $\mathbf{A}$ に対して特異値分解を行った場合について説明する。式(2.5)における各行列はそれぞれ式(2.9)、(2.10)、(2.11)により表される。

$$\mathbf{U} = (\vec{u}_1 \ \vec{u}_2 \ \dots \ \vec{u}_m) \quad (2.9)$$



$$\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_m & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{V} = (\vec{v}_1 \ \vec{v}_2 \ \cdots \ \vec{v}_n) \quad (2.11)$$

$\vec{u}_i$ 、 $\vec{v}_j$ はそれぞれ左特異ベクトル、右特異ベクトルであり、それぞれ $m$ 、 $n$ 個の要素を持つ縦ベクトルである。 $\sigma_i$ は特異値であり、式(2.12)を満たす。

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_m \geq 0 \quad (2.12)$$

これらを利用すると、式(2.7)は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= (\vec{u}_1 \ \vec{u}_2 \ \cdots \ \vec{u}_m) \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_m & \cdots & 0 \end{pmatrix} (\vec{v}_1 \ \vec{v}_2 \ \cdots \ \vec{v}_n)^T \\ &= (\vec{u}_1 \ \vec{u}_2 \ \cdots \ \vec{u}_m) \begin{pmatrix} \sigma_1 \vec{v}_1^T \\ \sigma_2 \vec{v}_2^T \\ \vdots \\ \sigma_m \vec{v}_m^T \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

行列 $\mathbf{A}$ の $j$ 列目の縦ベクトル $\vec{A}_j$ は式(2.14)のように表現できる。

$$\vec{A}_j = \vec{u}_1(\sigma_1 v_{1,j}) + \vec{u}_2(\sigma_2 v_{2,j}) + \cdots + \vec{u}_m(\sigma_m v_{m,j}) \quad (2.14)$$

このように、行列 $\mathbf{A}$ の $j$ 列目の縦ベクトルは $\sigma_s \vec{v}_s$ の $j$ 番目の成分 $\sigma_s v_{s,j}$ と $\vec{u}_s$ の積で展開できる。式(2.14)の $\sigma_s v_{s,j}$ は POD 展開係数、 $\vec{u}_s$ は POD 基底である。ただし、本項では行列 $\mathbf{A}$ 内のベクトルは列方向に並べられているため、 $\vec{u}_s$ が POD 基底となるが、行列 $\mathbf{A}$ 内のベクトルが横に並べられている場合は $\vec{v}_s$ が POD 基底となることに注意が必要である。基底行列と POD 展開係数を用いて $\vec{A}_j$ は式(2.15)のように表現できる。

$$\vec{A}_j = \mathbf{U} \vec{f} \quad (2.15)$$

ここで、 $\vec{f}$ は POD 展開係数ベクトルであり、式(2.16)により表される。

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} \sigma_1 v_{1,j} \\ \sigma_2 v_{2,j} \\ \vdots \\ \sigma_m v_{m,j} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

式(2.15)に基づいて、 $\vec{A}_j$ は POD 基底と展開係数 $\vec{f}$ から再構成可能である。

ここで、任意のベクトルを行列 $\mathbf{A}$ により変換したとき、特異値分解した各行列である $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{V}$ 、 $\mathbf{\Sigma}$ がどのような変換に対応しているか述べる。2.2.1 項で述べた固有値分解における解釈と同様に、 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{V}^T$ は特異ベクトルをそれぞれ列方向、行方向に並べられた行列であるため、行列 $\mathbf{A}$ による変換において、 $\mathbf{U}$ と $\mathbf{V}^T$ は座標変換の役割を持つ。 $\mathbf{\Sigma}$ は特異値を対角成分に持つ行列であ

るため、行列 $\mathbf{A}$ による変換において、 $\mathbf{\Sigma}$ は特異ベクトル上での拡大と縮小の役割を持つ。

### 2.2.3 低ランク近似

本項では、特異値分解と関係を持つ低ランク近似について説明する[3][5][6]。

特異値分解によって、対角行列 $\mathbf{\Sigma}$ における特異値が式(2.12)に示すように大きい順に並べられる。特異値に対応した順番で POD 基底 $\vec{u}_s$ も並べられるため、POD 基底 $\vec{u}_s$ は、特異値の大きさ順、つまり特異値の寄与率が大きい順に並んでいる。ある次数の特異値が特異値の総和に比べて十分に小さい場合、その特異値に対応する POD 基底 $\vec{u}_s$ は無視することができる。このように、式(2.13)の行列 $\mathbf{A}$ を少ない要素で近似的に表す操作を低ランク近似という。展開次数、つまり行列 $\mathbf{A}$ を再構成するために用いる基底数を $k$ とした場合、低ランク近似を適用後、式(2.14)は式(2.17)のように変形できる。

$$\vec{A}_j = \vec{u}_1(\sigma_1 v_{1,j}) + \vec{u}_2(\sigma_2 v_{2,j}) + \dots + \vec{u}_k(\sigma_k v_{k,j}) \quad (2.17)$$

展開次数は、特異値分布の情報を基に決定する必要がある。特異値分布を確認して、著しく特異値が小さい次数に対応する基底は無視しても計算精度への影響は小さい。また、展開次数を決める際は、束縛条件の数が重要である。束縛条件の数が展開次数より小さいと、展開次数を求めるための計算が劣決定系となり、精度よく展開係数を求められない。従って、束縛条件の数と展開次数の不一致度を減らすように、展開次数を決定する必要がある。

### 2.2.4 固有直交分解(POD)

本項では、2.2.1 項から 2.2.3 項までに示した内容を踏まえて固有直交分解(POD)について説明する。

POD とは行列形式のデータに対して特異値分解と低ランク近似を用いることで膨大なデータから主成分を抜き出す手法である[3][4]。特異値分解を行うことで、行列形式のデータを少数の POD 基底と POD 展開係数で表すことができる。また、式(2.12)に示すように特異値が大きい順に並べられており、それに対応するように POD 基底も寄与率の大きい順に並べられる。従って、行列形式のデータを重要度の高い順に整理することができる。中性子束分布の計算において、本来、求めるべき未知数は空間メッシュ数に相当するが、POD を用いることで未知数を POD 展開係数の数まで削減できる。ただし、空間メッシュ数は式(2.15)の $\vec{A}_j$ の次元数、展開係数の数は低ランク近似を適用後の式(2.15)の $\vec{f}$ の次元数をそれぞれ示す。2.2.3 項で示したように、重要度の低いデータに対して低ランク近似を用いれば、さらに求める未知数を削減可能である。

## 2.3 POD による炉内中性子束分布再構成法

本節では、POD を用いて炉内中性子束分布を再構成する方法について説明する。

2.3.1 節では、本手法の基本的な考え方と特長について説明する。

2.3.2 節では、POD 基底の計算方法について説明する。

2.3.3 節では、本研究で教師データの条件設定法として用いたバイナリーサンプリングの考え方について説明する。

2.3.4 節では、炉外検出器計数値より POD 展開係数を計算する方法について説明する。

2.3.5 節では、2.3.2~2.3.4 節の内容を踏まえて、炉内中性子束分布を再構成する全体の流れについて説明する。

### 2.3.1 本手法の考え方と特長

本項では、POD を用いた炉内中性子束分布再構成法の基本的な考え方と特長について説明する。

炉内中性子束分布を離散化し、空間メッシュの値として表す場合、空間メッシュ数は非常に多いため、限られた数の炉外検出器の信号のみで全ての空間メッシュの中性子束分布を適切に推定することは非常に困難である。炉外検出器信号のみで炉内中性子束分布を再構成するためには、推定すべき未知数と束縛条件(炉外検出器信号の数)を同等にする必要がある。そこで、本研究では、炉内中性子束分布の推定において未知数の数を削減する方法論として、固有直交分解(POD)を用いる。2.2.4 項で説明したように、POD を用いることで、中性子束分布を再構成するために求めるべき未知数を空間メッシュ数から POD 展開係数の数まで削減できる。POD を用いて炉内中性子束分布を再構成するためには、POD 基底と POD 展開係数が必要である。POD 基底はあらかじめ作成した教師データから得られる。教師データとは、POD 基底を作成するために用いるデータであり、今回は複数の計算条件で得られた中性子束分布である。POD の性質から、教師データには再構成したい条件に近い条件、つまり実際に想定される中性子束分布の条件を含めることが必要となる。ただし、POD 基底は、教師データの摂動範囲内で作成されるため、教師データの摂動範囲で内挿できるデータは精度よく再構成できるが、外挿条件となる場合は再構成精度が低下すると考えられる。

次に、POD 展開係数については、炉外検出器計数値から計算する。2.2.3 項で説明したように、低ランク近似を用いることで、POD 展開係数としては任意の数を選択できる。束縛条件である炉外検出器の数より求めるべき未知数が多いと劣決定系になるが、低ランク近似により POD 展開係数の数を検出器の数と一致させることで、限られた数の炉外検出器のみで炉内中性子束分布を再構成することができる。

### 2.3.2 POD 基底計算方法

本項では、POD 基底作成手順について説明する。

POD 基底を作成するためには、教師データとして、再構成したい条件に近い計算条件で得られた複数の中性子束分布が必要である。ある計算条件で得られたメッシュ平均の中性子束  $\bar{\phi}$  は式(2.18)のように表すことができる。

$$\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{NM} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

ここで、 $NM$ は空間メッシュ数である。

異なる条件で計算して得られた中性子束 $\vec{\varphi}$ を列方向に並べることで、式(2.19)のように  $NM \times I$ の教師データ行列 $\boldsymbol{\varphi}$ が得られる。

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1^1 & \varphi_1^2 & \cdots & \varphi_1^I \\ \varphi_2^1 & \varphi_2^2 & \cdots & \varphi_2^I \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{NM}^1 & \varphi_{NM}^2 & \cdots & \varphi_{NM}^I \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

ここで、 $\varphi_m^i$ は条件 $i$ で計算した $m$ 番目の空間メッシュの中性子束、 $I$ は計算条件数である。

得られた教師データ行列 $\boldsymbol{\varphi}$ を式(2.7)のように特異値分解することで、POD 基底  $\mathbf{U}$  が得られる。ここで、中性子束分布 $\vec{\varphi}$ は式(2.20)のように基底  $\mathbf{U}$  と展開係数 $\vec{f}$ を用いて展開可能である。

$$\vec{\varphi} = \mathbf{U}\vec{f} \quad (2.20)$$

ここで、 $\vec{\varphi}$ は  $NM$ 次元の中性子束ベクトル、 $\mathbf{U}$ は  $NM \times I$ の POD 基底行列、 $\vec{f}$ は $I$ 次元の POD 展開係数ベクトルである。

### 2.3.3 バイナリーサンプリングによる教師データ条件設定

本項では、教師データの条件設定法として本研究で用いた考え方を述べる。

本研究では、教師データの設定法としてバイナリーサンプリングの考え方をういた[7][8]。正方形の2次元炉心を4領域に分割して摂動する場合の例を Fig. 2.1 に示す。このように体系をいくつかの領域に分け、各領域の断面積として、断面積1か、断面積2を設定する。Fig. 2.1 に示すように、全ての断面積の組み合わせを選べば、領域数を $I$ とした場合に、 $2^I$ 通りの条件が得られる。これら全ての条件について炉心内の中性子束分布を計算し、教師データとする。Fig. 2.1 の例だと16ケースの教師データが得られる。

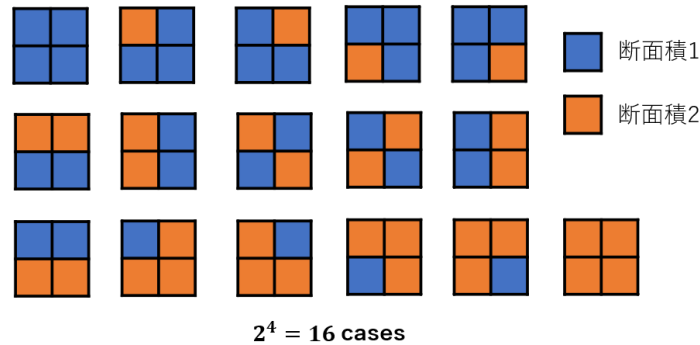


Fig. 2.1 バイナリーサンプリングによる教師データ作成条件の例(4領域の例)

バイナリーサンプリングによって教師データ求める場合、領域数 $I$ の増加に伴い、バイナリーサンプリング数 $2^I$ は指数関数的に増加する。従って、領域数 $I$ が大きくなる場合、全ての条件で計算を行うと、膨大な計算時間を要する。この場合、例えば全領域の中で1領域のみ断面積を摂動させた条件と、2領域のみ摂動させた条件のみを考えることで、計算時間の短縮が可能である。全領域で断面積未摂動の条件も加えると、領域数を $I$ とした場合、上記の例では、全条件数は ${}_{16}C_1 + {}_{16}C_2 + 1 = 137$ 通りとなる。条件数を削減しているため、計算時間の短縮は可能であるが、教師データの汎用性は低下することに留意が必要である。

#### 2.3.4 POD 展開係数計算方法

本項では、炉外検出器計数値から炉内中性子束分布を再構成するために必要となる POD 展開係数の求め方について説明する。

まず、式(2.21)は炉外検出器計数値を求める式である。

$$\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{ND} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{2,1} & \cdots & d_{NM,1} \\ d_{1,2} & d_{2,2} & \cdots & d_{NM,2} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ d_{1,ND} & d_{2,ND} & \cdots & d_{NM,ND} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{NM} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

ここで、 $ND$ は検出器数を示す。

式(2.21)を行列とベクトルで書き直すと式(2.22)になる。

$$\vec{n} = \mathbf{D}\vec{\varphi} \quad (2.22)$$

ここで、 $\vec{n}$ は $ND$ 次元の検出器計数値ベクトル、 $\mathbf{D}$ は $ND \times NM$ の検出器応答係数行列、 $\vec{\varphi}$ は $ND$ 次元の中性子束ベクトルである。ただし、 $\mathbf{D}$ について、任意の検出器位置に対応するメッシュの係数は1、検出器が設置されていない位置に対応するメッシュの係数は0とする。 $\vec{\varphi}$ の中性子束ベクトルについて、炉内だけではなく炉外検出器の位置まで含めて計算されている。つまり、炉外領域も含めた体系で、中性子束分布の計算が行われることに注意が必要である。

次に、POD 展開係数 $\vec{f}$ の計算方法を示す。式(2.20)を式(2.22)に代入すると、式(2.23)が得られる。

$$\vec{n} = \mathbf{D}\mathbf{U}\vec{f} \quad (2.23)$$

式(2.23)の両辺に $\mathbf{D}\mathbf{U}$ の一般化逆行列 $[\mathbf{D}\mathbf{U}]^\dagger$ を左から乗じることで、式(2.24)を得る。

$$(\mathbf{D}\mathbf{U})^\dagger \vec{n} = \vec{f} \quad (2.24)$$

式(2.24)を用いることで、未知数である展開係数 $\vec{f}$ を求めることができる。そして、再び式(2.20)を用いれば、展開係数と POD 基底を用いて中性子束分布を再構成することができる。

### 2.3.5 炉内中性子束分布再構成手順

本項では、固有直交分解(POD)を用いて炉内中性子束分布を再構成する計算手順を示す。

一連の計算フローを Fig. 2.2 に示す。教師データ作成については 2.3.3 項、POD 基底作成については 2.3.2 項、展開係数計算については 2.3.4 項に詳細な説明を示した。

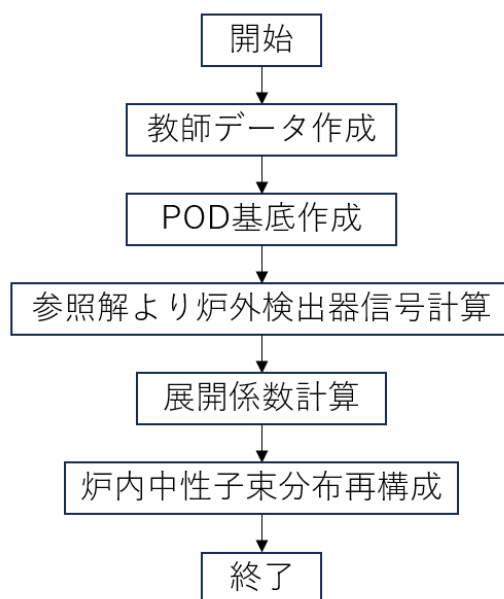


Fig. 2.2 炉内中性子束分布再構成計算における計算フローチャート

Fig. 2.2 に示すフローチャートに従い、POD を用いて炉内中性子束分布を再構成する詳細な手順を以下に纏める。

#### 1. 教師データ作成

複数条件で中性子束分布を求めるための計算を実施し、教師データを作成する。教師データには再構成した条件に近い条件を含めることが必要である。教師データの条件設定法として、本研究ではバイナリーサンプリングを用いたが、条件設定法は任意の方法で設定可能である。

#### 2. POD 基底作成

手順 1 で作成した教師データを行列形式に並べた後、式(2.7)を用いて特異値分解し、POD 基底を作成する。

#### 3. 参照解より炉外検出器信号計算

提案手法を検証(verification)するため、任意の条件で、中性子束分布の参照解を計算する。参照解は、炉心領域だけでなく検出器を設置するための炉外領域を含めた体系で計算を行う必要がある。得られた参照解から、式(2.22)を用いて炉外検出器信号を計算する。

なお、本手法を実機に適用する場合は、検出器の測定値がそのまま検出器信号となる。

#### 4. 展開係数計算

手順3で計算した炉外検出器信号を用いて、式(2.24)からPOD展開係数を計算する。

#### 5. 炉内中性子束分布再構成

手順2で作成したPOD基底と手順4で計算したPOD展開係数を用いて、式(2.20)から炉内中性子束分布を再構成する。

### 2.4 本章のまとめ

本章では、固有直交分解(POD)に関する理論、PODを用いた炉内中性子束分布再構成法について説明した。

2.2節では、固有直交分解の線形代数に関する理論を説明した。まずは、特異値分解を理解するうえで必要となる、固有値分解について説明した。次に、固有値分解を発展させた特異値分解について説明した。特異値分解により、ある行列形式のデータを寄与度の高い順に分解することができる。また、特異値分解により、ある行列はPOD基底とPOD展開係数で表現することが可能になる。そして、特異値分解に関連する低ランク近似について説明した。特異値分解された行列について、寄与率の小さいPOD基底を無視することができ、次元圧縮が可能となる。最後に、特異値分解と低ランク近似を用いた固有直交分解(POD)について説明した。PODにより、行列形式のデータからデータの振る舞いを記述するために必要な主成分を抜き出すことができる。

2.3節では、PODを用いた炉内中性子束分布再構成法について説明した。初めに、PODを用いた炉内中性子束分布再構成法の基本的な考え方と特長について説明した。中性子束分布を再構成するためには、POD基底とPOD展開係数が必要である。まずは、POD基底の計算方法を説明した。POD基底を求めるには、複数次で計算した教師データが必要である。次に、本研究で用いた教師データの条件設定法であるバイナリーサンプリングの考え方について説明した。そして、炉外検出器計数値からPOD展開係数を計算する方法について説明した。最後に、PODにより炉内中性子束分布を再構成する全体の流れを、フローチャートと計算手順を用いて示した。

### 2.5 参考文献

- [1] 平岡和幸, 堀玄, プログラミングのための線形代数, オーム社 (2004).
- [2] 三宅敏恒, 線形代数学: 初歩からジョルダン標準形へ, 培風館 (2019).
- [3] 寺谷俊哉, “固有直交分解を利用したデータ駆動型の中性子輸送計算方法の開発,” 卒業論文, 名古屋大学 (2022).
- [4] K. Taira, “Proper Orthogonal Decomposition in Fluid Flow Analysis: 1. Introduction,” *J. Jap. Soc. Fluid Mech.*, **30**(2), 115–123 (2011).
- [5] K. Tsujita, T. Endo, and A. Yamamoto, “Fast Reproduction of Time-dependent Diffusion Calculations Using the Reduced Order Model Based on the Proper Orthogonal and Singular

- Value Decompositions,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **58**(2), 173-183 (2021).
- [6] K. Tsujita, T. Endo, and A. Yamamoto, “Efficient Reduced Order Model Based on the Proper Orthogonal Decomposition for Time-dependent MOC Calculations,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, (2022).
- [7] J. P. Hessling, “Deterministic Sampling for Propagating Model Covariance,” *SIAM-ASA J. Uncertain.*, **1** (1), 297–318 (2013).
- [8] J. P. Hessling, “Deterministic Sampling for Quantification of Modeling Uncertainty of Signals,” *Digital Filters and Signal Processing*, F. P. G. Mrquez and N. Zaman, Eds., Rijeka: InTech, (2013).
- [9] R. Penrose, “A Generalized Inverse for Matrices,” *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **51** (3), 297–318 (1955).



## 第3章 PODによる炉内中性子束分布再構成法の妥当性確認

### 3.1 本章の概要

本章では、PODによる炉内中性子束分布再構成法の妥当性検証を行った結果を示す。

3.2節では、エネルギー1群・固定源計算の条件で提案手法を適用する。条件を単純化した二次元炉心に対して検証を行い、提案手法の妥当性を確認する。まず、具体的な計算体系と計算条件を示す。その後、POD基底と特異値分布を示し、その傾向について述べる。最後に、中性子束分布の参照解と再構成結果の比較を行う。さらに、追加検討として検出器配置パターンを変えたときに中性子束分布の再構成精度にどのような影響を与えるか検証を行う。加えて、検出器計数値に統計誤差を与えた場合に再構成精度にどのような影響を与えるか検証を行う。本研究では、再構成結果により参照解の中性子束分布の概形を得ることを目的としているため、参照解と再構成結果の詳細な誤差確認は行わない。

3.3節では、エネルギー2群・固有値計算の条件で提案手法を適用する。3.2節で検証した条件に比べて、より複雑な計算条件での検証を行う。検討手順は、3.2節と同様であり、最初に、計算体系と計算条件を示した後、POD基底と特異値分布を示す。その後、中性子束分布の参照解と再構成結果の比較を行う。

3.4節では、実機炉心を模擬した体系で提案手法を適用する。NuScale Power社製のSMRを模擬した体系で、エネルギー2群・固有値計算を行う。より現実的な体系で、本手法の適用限界を確認する。まず、計算体系と計算条件を示し、その後、POD基底と特異値分布を示す。最後に、中性子束分布の参照解と再構成結果の比較を行う。さらに、追加検討として複数個の炉外検出器に加えて炉内検出器を1個のみ設置した場合の検証を行う。

### 3.2 エネルギー1群・固定源計算に基づいた検証計算

本節では、エネルギー1群・固定源計算という単純化した条件で提案手法を適用した結果を示す。900 cm<sup>2</sup>の正方形の二次元炉心に対して、炉外に検出器を12個設置した状況を想定し、炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。

#### 3.2.1 計算体系・計算条件

本項では、エネルギー1群・固定源計算の計算体系と計算条件を示す。計算体系は、Fig. 3-1に示すように、150 cm×150 cm(メッシュ数は150×150の22500メッシュ)の二次元体系とした。ただし、体系中心の30 cm×30 cmの領域を炉心、それ以外を真空領域として条件設定した。真空領域を計算体系に含めたのは、炉外検出器を設置する位置の中性子束を計算する必要があることによる。前述の通り、条件を単純化するために、エネルギー群数1、固定源計算を実施した。固定源計算とは、中性子輸送方程式を解く際に、外部からの中性子源を与え、実効増倍率(固有値)による中性子源の規格化を行わない計算方法である。固定源計算の中性子輸送方程式を式(3.1)に示す[1]。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (3.1)$$

ここで、上式中の変数の意味は以下の通りである。

$\vec{r}$  : 位置

$E$ : 中性子のエネルギー

$\vec{\Omega}$  : 中性子の飛行方向  $(x, y, z)$

$\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ : 位置 $\vec{r}$ 、エネルギー $E$ 、飛行方向 $\vec{\Omega}$ の角度中性子束

$\Sigma_t(\vec{r}, E)$ : 位置 $\vec{r}$ 、エネルギー $E$ における巨視的全断面積

$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ : 位置 $\vec{r}$ 、エネルギー $E$ 、飛行方向 $\vec{\Omega}$ の中性子源

中性子輸送方程式は、定常状態において中性子の消費量(左辺)と中性子の生成量(右辺)が釣り合っていることを示している。式(3.1)の左辺第一項は中性子の漏洩項、第二項は吸収項であり、右辺は中性子源である。固定源計算の場合、右辺の中性子源を既知であるとして計算を行う。中性子輸送方程式において、未知数である中性子束は空間の位置変数 $\vec{r} (x, y, z)$ 、エネルギー変数 $E$ 、中性子の飛行方向の角度変数 $\vec{\Omega} (\theta, \varphi)$ の6つの変数に依存する。多数の変数を扱うため、中性子輸送方程式を解析的に解くことは、単純な条件でない限り不可能である。そのため実際の炉心計算では、中性子輸送方程式に対して様々な近似を加えて、計算機に扱える形に変形することで数値計算によって方程式の解を求める。

検出器数は12として、Fig. 3-2に示すように体系の各辺を3分割した領域の midpoint に各検出器を設置した。境界のアルベド条件は0.0、各検出器と炉心端の距離は15 cmとした。中性子束分布の計算は輸送計算コード GENESIS[2]を用いて MOC[3]で行った。Table. 3-1、Table. 3-2に MOC の計算条件と収束条件を示す。

Table. 3-1 エネルギー1群・固定源計算に基づく検証で用いる MOC の計算条件

-	条件
レイトレース方法	Equidistant
レイトレース幅[cm]	0.05
方位角方向分割数[-]	256
極角方向分割数[-]	4
極角の分点セット	Gauss-Legendre

Table. 3-2 エネルギー1群・固定源計算に基づく検証で用いる MOC の収束条件

-	収束条件
計算体系外周での角度中性子束の収束判定基準	1.0e-3
中性子束領域の全中性子束の収束判定基準	1.0e-4

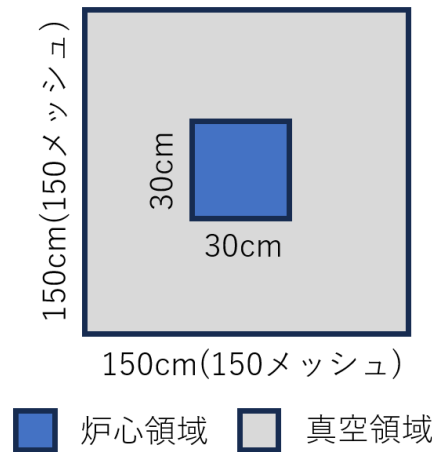


Fig. 3-1 計算体系 (体系サイズ : 150 cm×150 cm, メッシュ数 : 150×150=22500)

### 3.2.2 POD 基底の計算

2.3.3 項で説明したように、POD 基底の作成において必要となる教師データの作成方法として、本研究ではバイナリーサンプリングの考え方を用いた。中性子束の摂動は、領域の吸収断面積を摂動させることによって行った。ここで、領域とは断面積を摂動させる範囲を示し、本研究では、Fig. 3-2 に示すように正方形の炉心領域を、等しい面積を持つ  $3 \times 3$  の 9 領域に分割した領域を用いる。バイナリーサンプリングにおける各領域の断面積を Table. 3-3 に示す。断面積を摂動させた領域において、中性子束のピークを出現させるためには、2 つの吸収断面積の差を大きくする必要がある。そのため、Table. 3-3 の断面積 1 の吸収断面積に対して断面積 2 の吸収断面積が 4 分の 1 になるように条件設定した。

本検討では、体系を 9 領域に分割したため、バイナリーサンプリング数は  $2^9 = 512$  通りとなる。得られた 512 個の中性子束分布を教師データとして特異値分解し、POD 基底を作成した。3.2.1 項で示したように、教師データの作成時と以降の評価は輸送計算コード GENESIS の MOC で中性子束分布を計算した。MOC の計算条件と収束条件は、Table. 3-1 と Table. 3-2、計算体系は Fig. 3-1 に示す通りである。

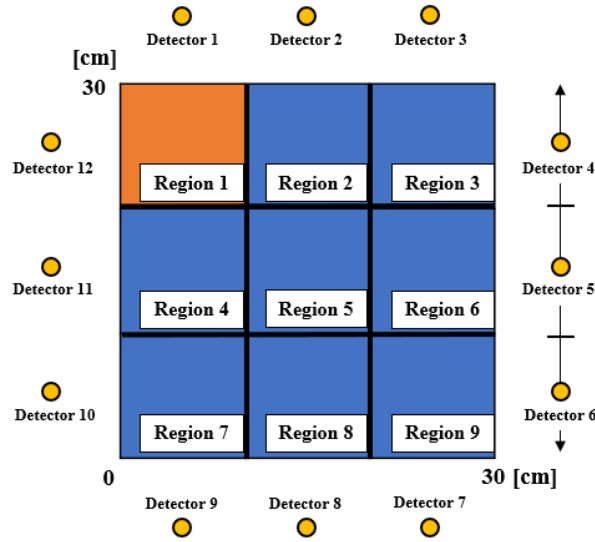


Fig. 3-2 炉心拡大図 (炉心サイズ : 30 cm×30 cm, メッシュ数 : 30×30=900)

Table. 3-3 エネルギー1群・固定源計算に基づく検証で用いるバイナリーサンプリングのための断面積設定条件

-	断面積 1	断面積 2
全断面積[1/cm]	1.03	0.28
吸収断面積[1/cm]	1.0	0.25
散乱断面積[1/cm]	0.03	0.03
中性子源強度[cm <sup>-3</sup> s <sup>-1</sup> ]	1.0	1.0

512 個の教師データを特異値分解することにより得られた POD 基底の例と各基底に対応する特異値の分布を Fig. 3-3~Fig. 3-6 に示す。

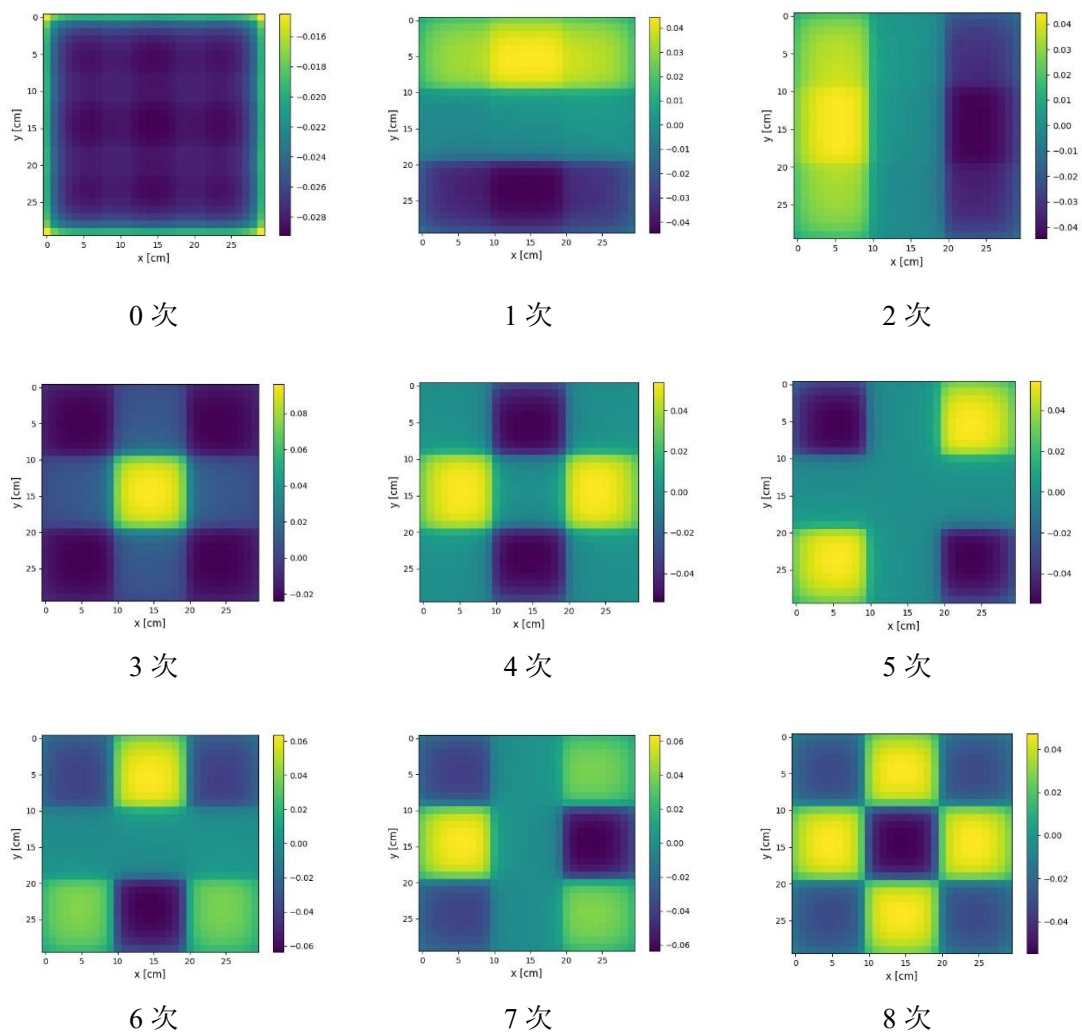


Fig. 3-3 POD 基底の例(0次~8次・炉心領域のみ図示)

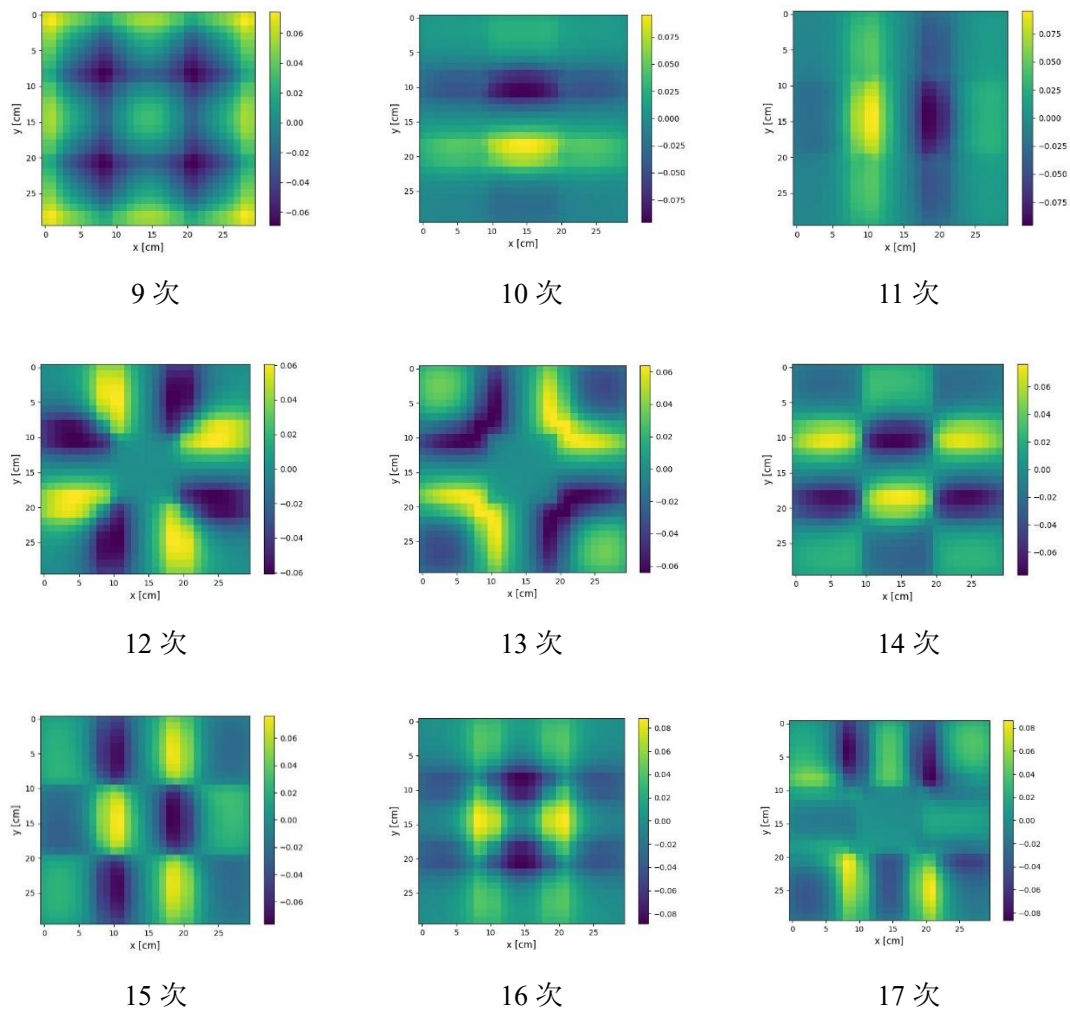


Fig. 3-4 POD 基底の例(9次~17次・炉心領域のみ図示)

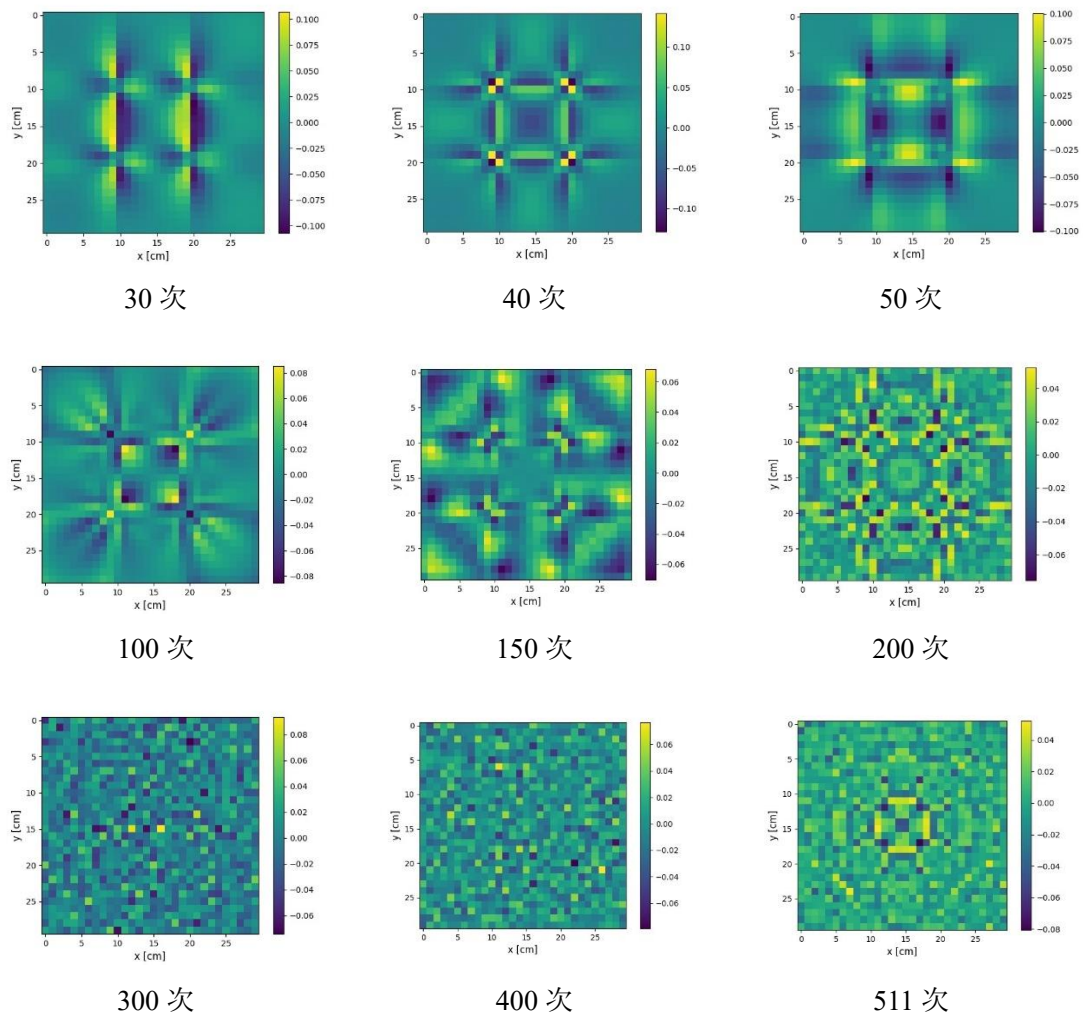


Fig. 3-5 POD 基底の例(18 次~511 次から 9 種類・炉心領域のみ図示)

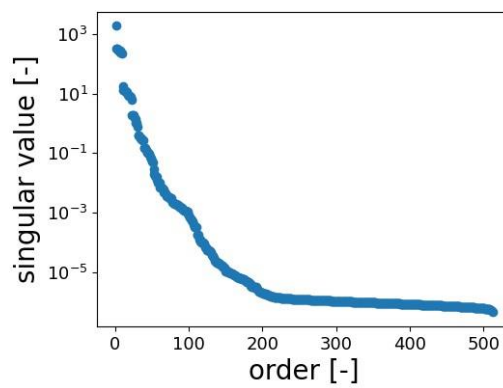


Fig. 3-6 エネルギー1群・固定源計算により得られた特異値分布 (0次-511次)

0 次の POD 基底は、炉心の隅を除き全メッシュで同一符号となっているが、1 次以降は体系内で正負の値を取る分布となっている。1 次と 2 次、6 次と 7 次は 90 度回転させた関係になっていて、次数が増えるほど極大・極小の数は増え、分布が複雑な形状になっている。Fig. 3-6 は、特異値の分布は次数が大きくなるほど指数関数的に特異値が小さくなっていることを示している。特異値が大きい次数に対応する基底は、中性子束分布を再構成する上で重要度が高い基底である。Fig. 3-6 において、次数が 9、22 において、特異値が不連続に小さくなっている。そのため、再構成に用いる基底数は 9、もしくは 22 まで考慮する方法が考えられる。高次では特異値の減少割合が小さくなっているが、対応する基底の重要度がこれ以上下がらないことを示している。また、200 次以降の基底ではノイズを持つ、つまり中性子束分布を再構成する上で不要な情報を持つ分布となっている。このノイズは、教師データ作成のために輸送計算コードを用いて中性子束分布を計算する際に生じる、収束判定基準に起因する数値計算の丸め誤差に起因して発生する。そのため、基底として、中性子束分布を再構成する上で意味を持つのは 200 次程度までであると考えられる。

### 3.2.3 中性子束分布再構成結果

本項では、エネルギー 1 群・固有値計算に基づく中性子束分布の再構成結果を示す。

まず、中性子束分布の参照解の計算条件について説明する。参照解については、9 領域中の 1 領域のみを断面積 2、それ以外の 8 領域は断面積 1 することで設定した。断面積 1 として設定する領域を、体系の左上、中央上、中央と変えた Case1~3 の 3 条件で計算を行った。このように条件を設定して計算を行うことで、炉心内部のある領域に中性子束ピークが出現した場合を想定した参照解のデータを作成した。得られた参照解を用いて式(2.22)から検出器の計数值  $\vec{n}$  を計算した。最終的に、教師データから作成した POD 基底と展開係数  $\vec{f}$  を用いて式(2.20)から中性子束分布を再構成した。

$$\vec{\varphi} = \mathbf{U}\vec{f} \quad (\text{再掲}) (2.20)$$

$$\vec{n} = \mathbf{D}\vec{\varphi} \quad (\text{再掲}) (2.22)$$

中性子束分布の参照解(Case1~3)を炉心領域のみ示した図を Fig. 3-7 に示す。



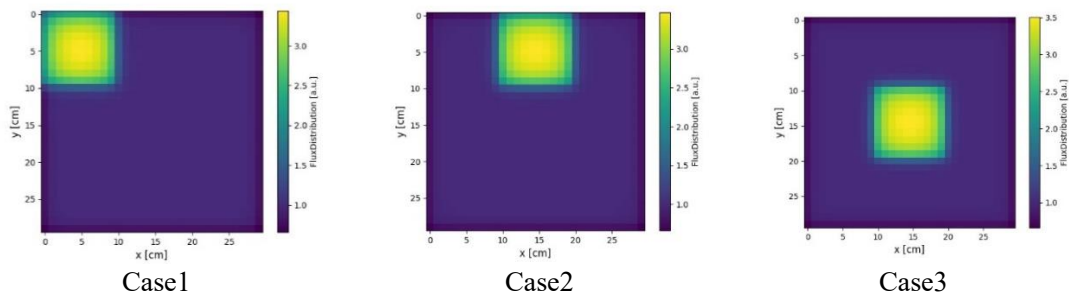


Fig. 3-7 炉内中性子束分布参照解 (Case1~3)

2.3.3 項で説明したように、低ランク近似により、特異値が十分に小さい次数に対応する基底は無視することができる。Fig. 3-6 から、特異値が不連続に小さくなっている箇所がいくつかある。Fig. 3-14~Fig. 3-19 では、これらに対応する次数の基底数 (9, 22)と全次数の基底 (512)を用いて再構成を行った結果を示す。また、Fig. 3-8~Fig. 3-13 では再構成精度を保ったままの程度まで再構成に用いる基底数を削減できるか検証するために、基底数(6, 7, 8)を用いて再構成を行った結果を示す。ただし、以下のように2通りの図を示す。

- Fig. 3-12, Fig. 3-14, Fig. 3-16, Fig. 3-18, Fig. 3-18, Fig. 3-18 では、炉内中性子束分布再構成結果(Case1~3)を炉心領域のみ示した図を示す。
- Fig. 3-13, Fig. 3-15, Fig. 3-17, Fig. 3-19, Fig. 3-19, Fig. 3-21 では、Fig. 3-12, Fig. 3-14, Fig. 3-16, Fig. 3-18, Fig. 3-18, Fig. 3-18 に示す黒線上でそれぞれ参照解と再構成結果を一次元的に比較した図を示す。

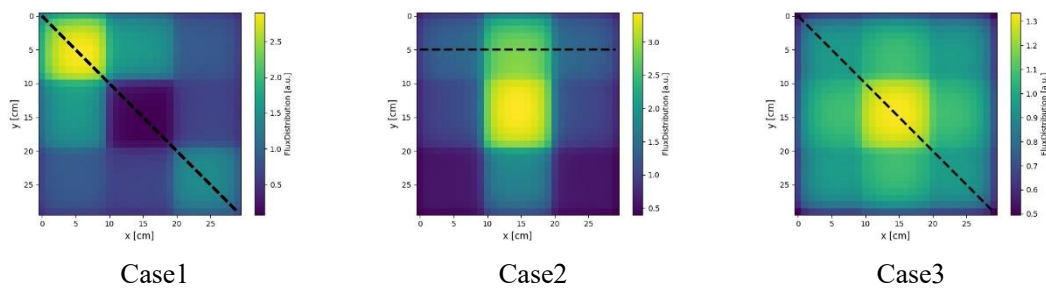


Fig. 3-8 炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~3・基底数 6)

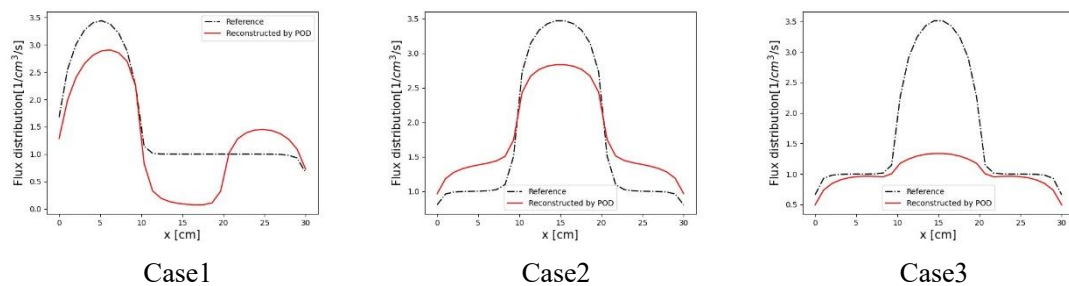


Fig. 3-9 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(Fig. 3-14 に示す黒線上の比較・基底数 6)

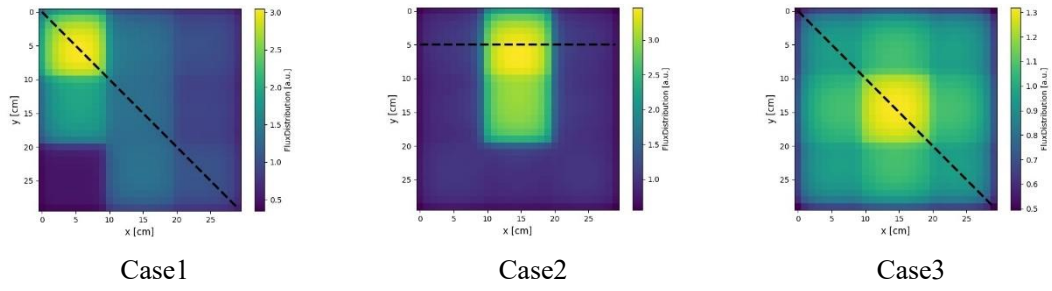


Fig. 3-10 炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~3・基底数 7)

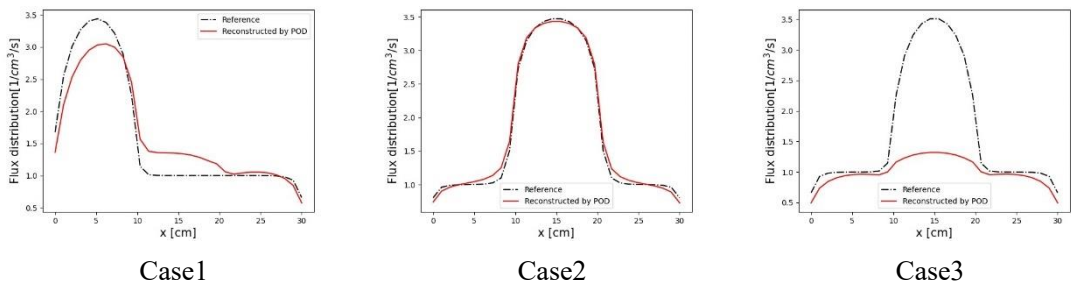


Fig. 3-11 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較

(Fig. 3-10 に示す黒線上の比較・基底数 7)

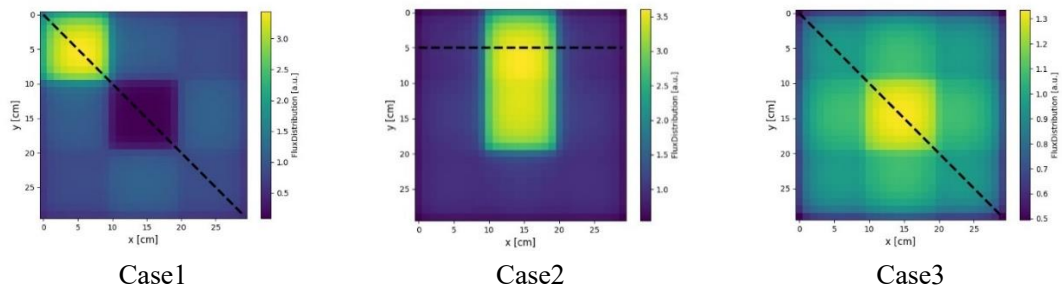


Fig. 3-12 炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~3・基底数 8)

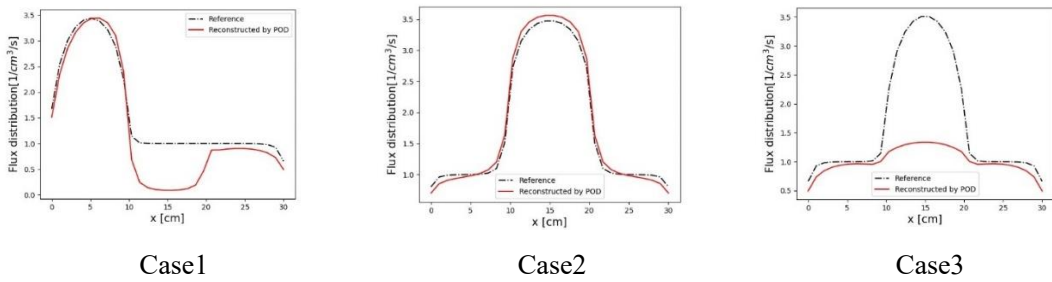


Fig. 3-13 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較

(Fig. 3-12 に示す黒線上の比較・基底数 8)

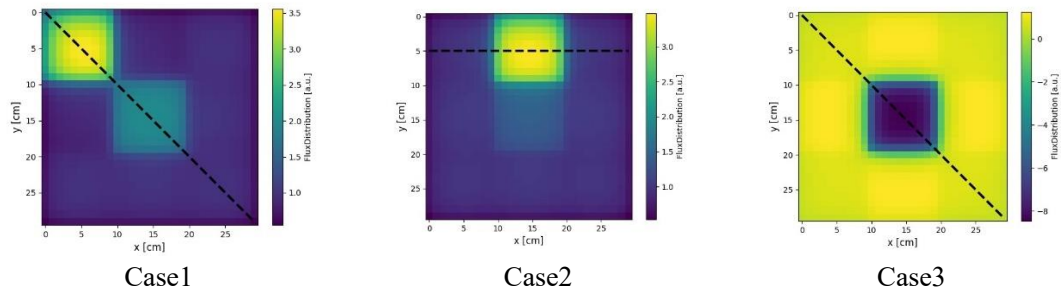


Fig. 3-14 炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~3・基底数 9)

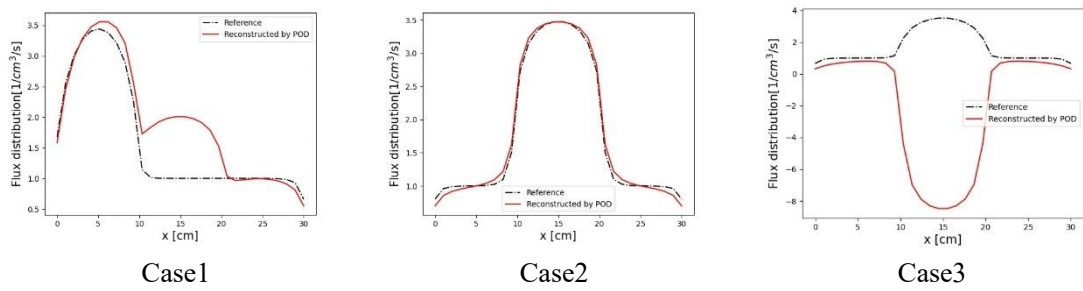


Fig. 3-15 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較

(Fig. 3-14 に示す黒線上の比較・基底数 9)

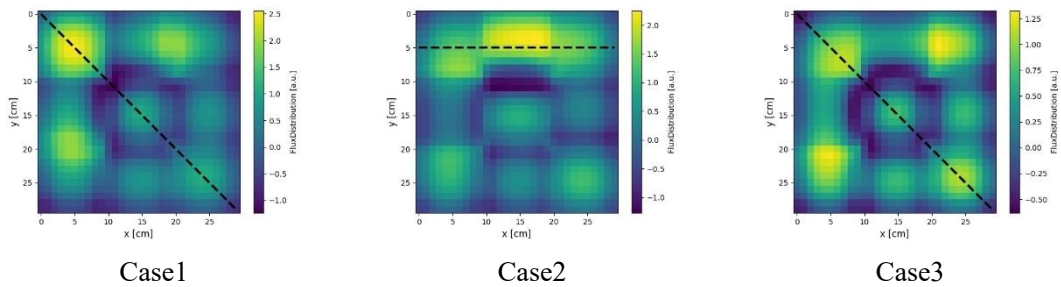


Fig. 3-16 炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~3・基底数 22)

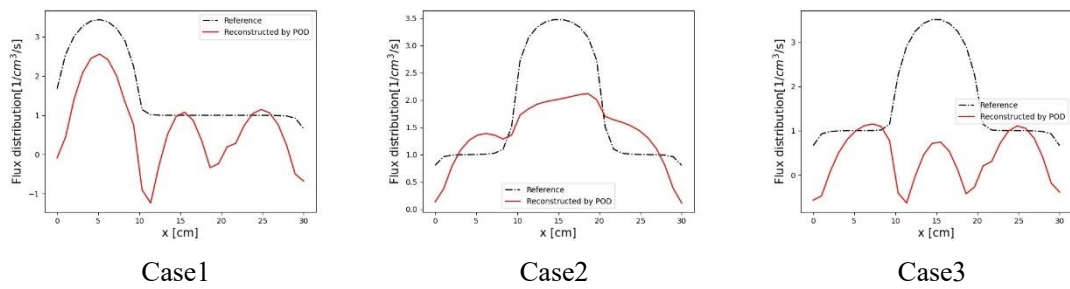


Fig. 3-17 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較

(Fig. 3-16 に示す黒線上の比較・基底数 22)

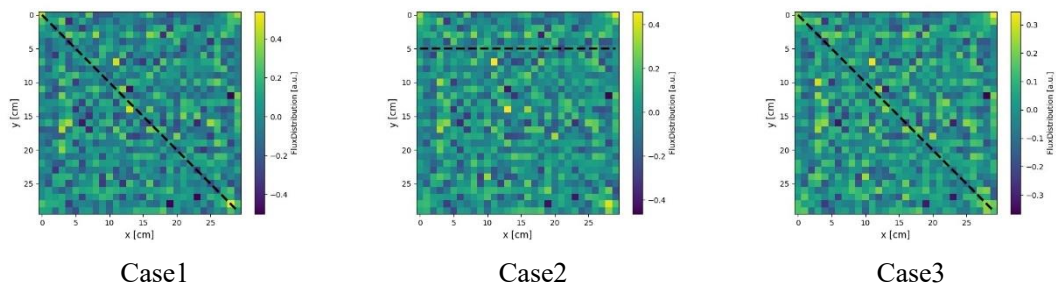


Fig. 3-18 炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~3・基底数 512)

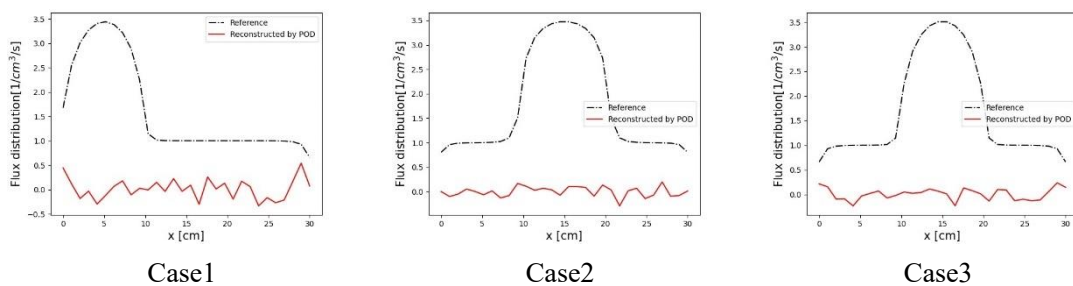


Fig. 3-19 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(Fig. 3-18 に示す黒線上の比較・基底数 512)

Fig. 3-10~Fig. 3-21 より、基底数 7、8、9 の時に定性的に判断して炉内中性子束分布の再構成精度が高いことが分かる。基底数 6 については、Case3 では基底数 7、8、9 と同様の精度で再構成できているが、Case1 と Case2 で再構成精度が低下している。基底数 22、512 の時に再構成精度が低下した要因として、求めたい展開係数の数に対して束縛条件が足りなかったことが考えられる。再構成に用いる基底数は求めたい展開係数の数と等しくなるが、未知数 22、512 の場合でも束縛条件となる検出器の数は 12 個しかない。このような場合、展開係数を求める式が劣決定条件となり、精度よく展開係数を求められず再構成精度が低下したと考察した。また、基底数 512 の場合は上記の理由に加えて、ノイズを持つ不要な基底を含めて再構成を行ったことが、再構成精度低下の原因と考えられる。Fig. 3-5 において次数の大きい POD 基底に着目すると、ノイズを持つ基底があることが確認できる。一方、基底数 6 については、6 次の特異値が大きく、それに対応する 7 個目の基底を無視したため、再構成精度が低下したと考えられる。

基底数 7、基底数 8、基底数 9 に関して、Case1~Case3 のいずれも炉心外周部では中性子束分布が概ね再構成できている。一方、炉心中心部に関しては再構成精度が著しく低下している。炉心中心部の中性子束の値が参照解に対して過小評価されていることが確認できる。炉心中心部の再構成精度を向上させるために、検出器配置パターンを変えることが考えられる。本節では、検出器配置パターンについて、Fig. 3-2 に示すように全ての検出器を炉心端からの距離が等しくなるように配置した。しかし、検出器を一様に配置した場合、炉心の

一部分のみの中性子束分布の情報しか得られない可能性がある。つまり、本項の検証で用いた検出器配置パターンでは炉心外周部の中性子束の情報しか検出できなかった可能性が考えられる。そのため、一部の検出器のみを炉心端から離すように設置するなど、複数の検出器の配置パターンを混合することで、炉外検出器により炉心中心部を含めた炉心全体の中性子束の情報を検出できるようになるのではないかと考えた。3.2.4 項で、検出器配置パターンが変化する場合の中性子束分布再構成精度の比較検証を行う。

### 3.2.4 検出器配置パターンが変化する場合の中性子束分布再構成精度の比較

炉心中心領域の再構成精度向上のために、検出器の配置パターンを変えることで、炉心内部の中性子束分布の情報を検出器によってより良く取得できるようになるのではないかと考えた。本項では、Fig. 3-20 に示す 4 通りの検出器配置パターンによる中性子束分布再構成結果を示す。中性子束分布の参照解は Fig. 3-7 に示す通りである。再構成に用いる基底数は 8 とした。これは、3.2.3 項で述べたように、再構成に用いる基底数を 7、8、9 としたとき、定性的に再構成精度が高かったからである。検出器の配置パターン以外に関する計算条件・計算体系は 3.2.1 項で示したもの、再構成に用いる POD 基底は 3.2.2 項で示したものと同様である。Fig. 3-20 における Pattern1 は 3.2.3 項で行った検証で用いた検出器配置パターンである。Pattern2 は、全ての検出器を一様に炉心端から離すように設置した。Pattern2 における各検出器の炉心端との距離は 60 cm である。Pattern3 は、Pattern1 の配置から各辺中心の検出器のみを炉心端から離すように設置した。つまり、炉心端からの距離が 15 cm、60 cm の検出器が混在している。Pattern4 は、Pattern1 の配置から各辺中心の検出器の内、2 つの検出器のみを炉心端から離すように設置した。各辺ごとに 2 つの異なる配置パターンを組み合わせることで、各配置パターンで異なる位置の中性子束分布の情報を得ることができ、炉外検出器を使用して炉心全体の中性子束分布の情報を効率よく取得できる可能性があると考えた。

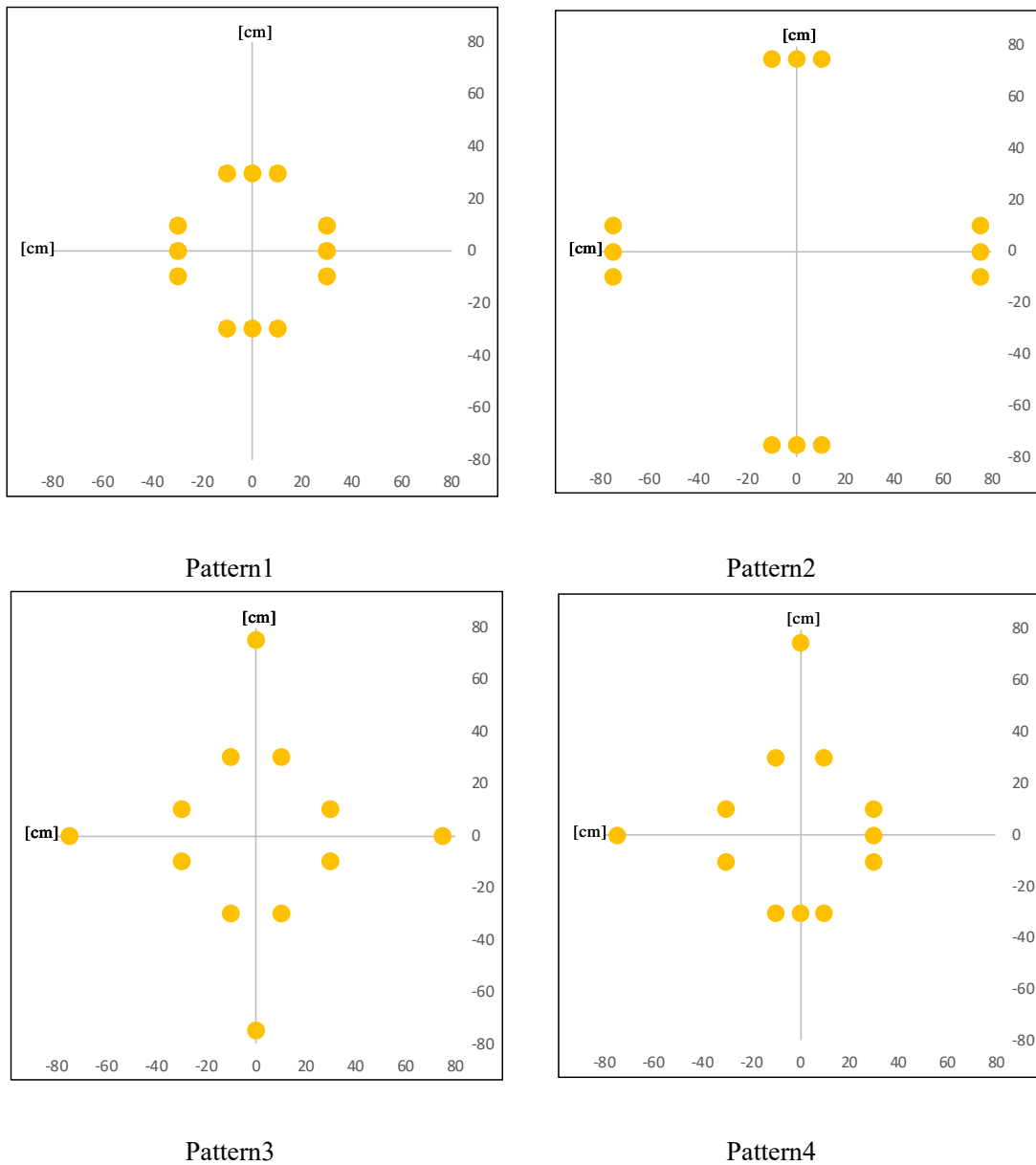


Fig. 3-20 3.2.4 項の検証で用いる検出器配置パターン (Pattern1–Pattern4)

Fig. 3-21~Fig. 3-28 では、炉内中性子束分布再構成結果を示す。ただし、以下のように 2 通りの図を示す。

- Fig. 3-21、Fig. 3-23、Fig. 3-25、Fig. 3-27 では、炉内中性子束分布再構成結果(Case1~3)を炉心領域のみ示した図を示す。
- Fig. 3-22、Fig. 3-24、Fig. 3-26、Fig. 3-28 では、Fig. 3-21、Fig. 3-23、Fig. 3-25、Fig. 3-27 に示す黒線上でそれぞれ参照解と再構成結果を一次元的に比較した図を示す。

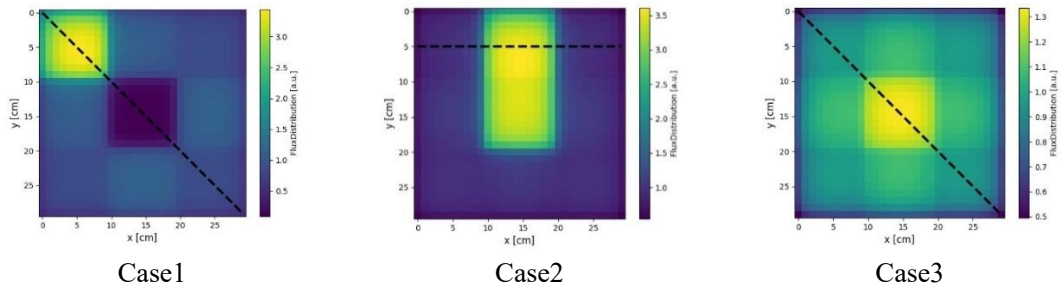


Fig. 3-21 Fig. 3-20 の検出器配置パターン Pattern1 における炉内中性子束分布再構成結果

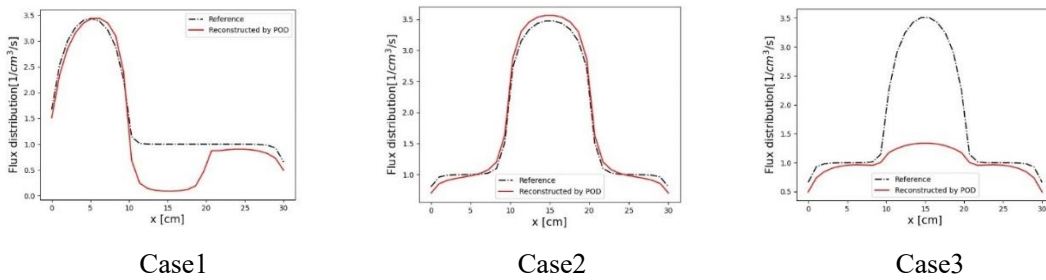


Fig. 3-22 Fig. 3-20 の検出器配置パターン Pattern1 における炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較 (Fig. 3-21 に示す黒線上の比較)

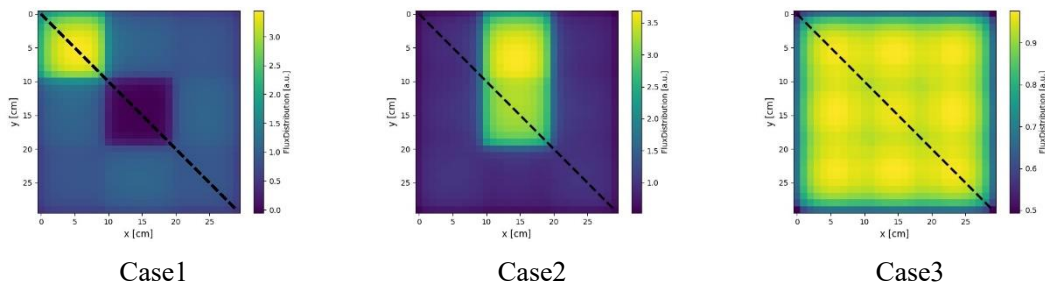


Fig. 3-23 Fig. 3-20 の検出器配置パターン Pattern2 における炉内中性子束分布再構成結果

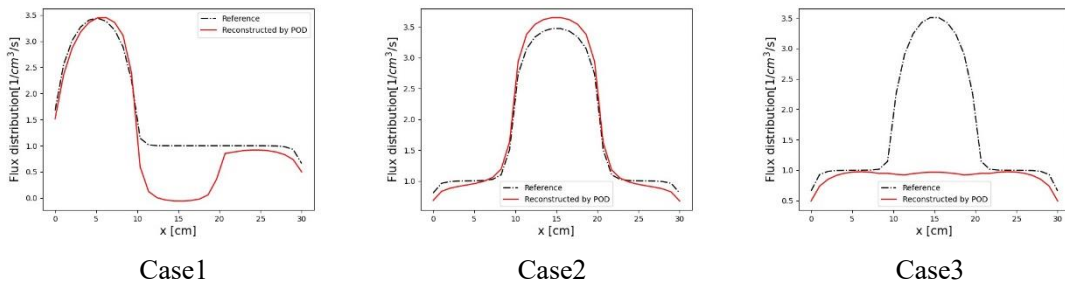


Fig. 3-24 Fig. 3-20 の検出器配置パターン Pattern2 における炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較 (Fig. 3-23 に示す黒線上の比較)

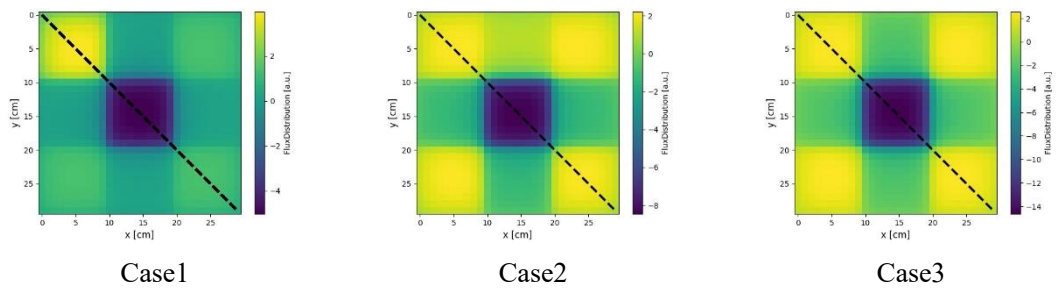


Fig. 3-25 Fig. 3-20 の検出器配置パターン Pattern3 における炉内中性子束分布再構成結果

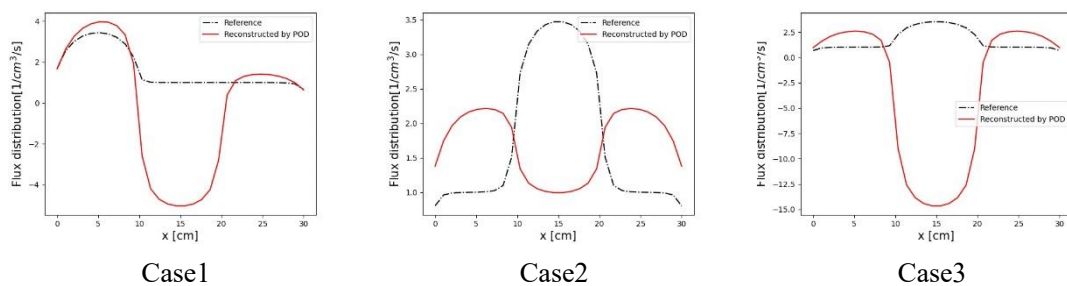


Fig. 3-26 Fig. 3-20 の検出器配置パターン Pattern3 における炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較 (Fig. 3-25 に示す黒線上の比較)

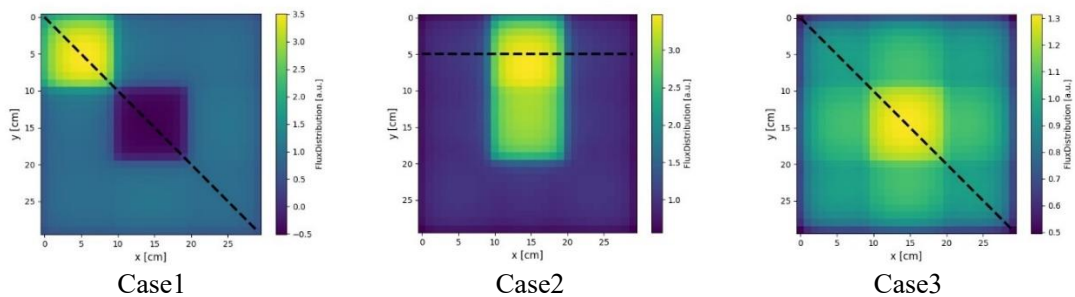


Fig. 3-27 Fig. 3-20 の検出器配置パターン Pattern4 における炉内中性子束分布再構成結果

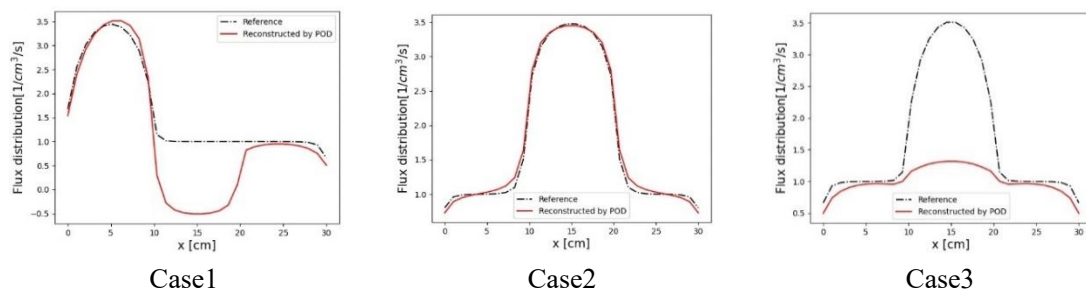


Fig. 3-28 Fig. 3-20 の検出器配置パターン Pattern4 における炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較 (Fig. 3-27 に示す黒線上の比較)



結果として、Pattern1、Pattern2、Pattern4 の検出器配置パターンによる再構成精度は大きく変わらなかった。一方で、Pattern3 の検出器配置パターンによる再構成精度は他の検出器配置パターンによる再構成結果と比べて低下していて、特に炉心外周部の再構成精度が大きく低下していた。少なくとも炉心のいずれかの辺に対して、検出器を炉心端からの距離が等しくなるように設置しなければ、炉外検出器により炉心外周部の中性子束分布の情報を得られない可能性がある。これらの結果は、検出器配置パターンを変えることで再構成精度に影響を与えることを示している。しかし、炉心中心領域の中性子は吸収や散乱などの核反応を起こし、炉外検出器に到達するまでに炉心中心部分の中性子束の情報が消滅してしまっている可能性がある。そのため、検出器配置パターンを変えるだけで炉心中心領域の再構成精度を上げることは難しい可能性がある。ただし、本項の検証で用いた検出器配置パターンは 4 パターンであるが、さらに考察を深めるために配置パターンを追加した計算が望まれる。また、検出器は位置に関わらず、Case3 で再構成精度が低下している要因として、炉心中心部が摂動対象である条件では、どの検出器に対しても同じように計数値の変化が現れるため、炉心外周部で対称に摂動が発生する条件と原理的に区別することが難しいことが考えられる。ただし、

本項の結果から、本検討の計算条件では検出器配置パターンを変えても再構成精度が大きく向上することは見込めない可能性が高い。そのため、3.3 節以降に示す検証結果では、検出器配置パターンを変える検証は行わずに Pattern1 に示すように、全ての検出器で炉心端からの距離が等しい配置パターンでの再構成結果のみを示す。

### 3.2.5 統計誤差を与えた検出器信号による中性子束分布再構成

3.2.3 項と 3.2.4 項で示した中性子束分布の再構成結果において、参照解における任意の検出器位置の中性子束をそのまま検出器計数値として扱っていた。しかし、実際に計測された検出器計数値は統計誤差を含んでいる。統計誤差を与えた検出器計数値から、炉内中性子束分布を再構成した場合、3.2.3 項で示された結果と同程度の精度を得られるかを検証した。言い換えれば統計誤差のない検出器計数値に基づく再構成結果と同様の精度が得られるかどうか確認をした。本検討では、検出器計数値の統計誤差はポアソン分布に従うとした[4]。

以下に検出器計数値に統計誤差を与える手順を示す。まず、検出器数を  $ND$  としたとき、式(3.2)が得られる。

$$\vec{n} = (n_1 \quad n_2 \quad \dots \quad n_{ND}) \quad (3.2)$$

ここで、 $\vec{n}$  は次元数  $ND$  の炉外検出器計数値ベクトルである。次に、式(3.2)の各要素のオーダーを揃えるために、任意位置の検出器計数値(今回は  $n_1$ )で式(3.2)の各要素を割ると式(3.3)のベクトルが得られる。

$$\vec{n}_0 = \left( 1 \quad \frac{n_2}{n_1} \quad \dots \quad \frac{n_{ND}}{n_1} \right) \quad (3.3)$$

式(3.3)で得られたベクトルを $k$ 倍に規格化する。この規格化係数 $k$ は、全検出器計数値の平均値のオーダーがどの程度になるかを示す。ポアソン分布に従うとき、検出器の計数値が大きいほど計数値を持つ相対値としての統計誤差は小さくなるため、 $k$ は再構成精度に与える影響が大きいパラメータである。

$$\vec{N} = \left( k \quad k \frac{n_2}{n_1} \quad \dots \quad k \frac{n_{ND}}{n_1} \right) \quad (3.4)$$

得られた式(3.4)の $\vec{N}$ を引数として python の `np.random.poisson()`関数を用いてポアソン分布に基づくランダムサンプリングを実施すると、式(3.5)のように統計誤差を与えた検出器計数値ベクトルが得られる。ここで、`np.random.poisson()`関数は、任意のベクトルを引数として与えたときポアソン分布に従った乱数を取得できる関数である。

$$\vec{C} = (c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_{ND}) \quad (3.5)$$

規格化したベクトルの各要素のオーダーを元に戻すために、式(3.5)の各要素を $k$ で割り、式(3.3)を求める際に用いた任意位置の検出器計数値 $n_1$ を乗じると、式(3.6)のベクトルが得られる。

$$\vec{n}_{sample} = \left( \frac{c_1 n_1}{k} \quad \frac{c_2 n_1}{k} \quad \dots \quad \frac{c_{ND} n_1}{k} \right) \quad (3.6)$$

最終的に、式(3.6)で得られたベクトルを、統計誤差を与えた炉外検出器計数値として、炉内中性子束分布を再構成した。

本項の統計誤差を与えた検出器信号による再構成検証では、以下の手順で検証を行った。

1. 3.2.1 項で示す計算体系、計算条件で教師データを作成した。
2. 3.2.2 項で示す条件で POD 基底を作成した。
3. Fig. 3-30 に示す中性子束分布の参照解から炉外検出器計数値 $\vec{n}$ を計算した。選択した参照解は Fig. 3-7 における Case1 であり、検出器配置パターンは Fig. 3-29 に示す配置パターンである。
4. 炉外検出器計数値に統計誤差を与えた。このとき、検出器計数値ベクトルを規格化するために用いる変数 $k$ は、10、100、1000、10000 と変動させて検証した。異なる $k$ を用いた検証を行い、検出器計数値のオーダーがどの程度以上あれば、中性子束分布を十分な精度で再構成可能であるか確認した。
5. 統計誤差を与えた検出器計数値 $\vec{n}_{sample}$ から POD 展開係数を計算した。
6. 得られた POD 基底と POD 展開係数から炉内中性子束分布を再構成した。
7. 手順 1~6 について、異なる乱数の初期値を用いて統計誤差を与えたケースを 1000 回計算し、その平均の中性子束分布と標準偏差(エラーバーで表示、 $1\sigma$ )を図に示した。

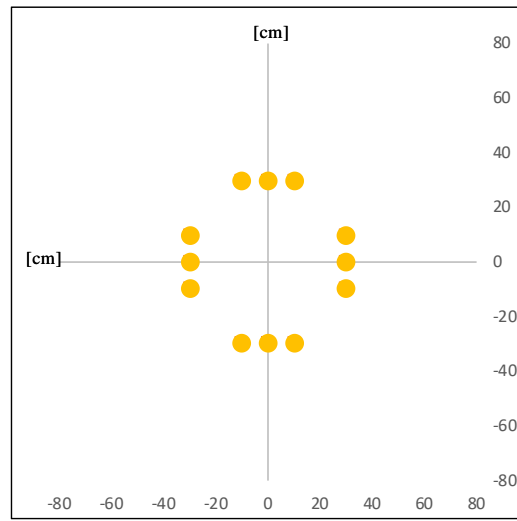


Fig. 3-29 3.2.5 項の検証で用いる検出器配置パターン

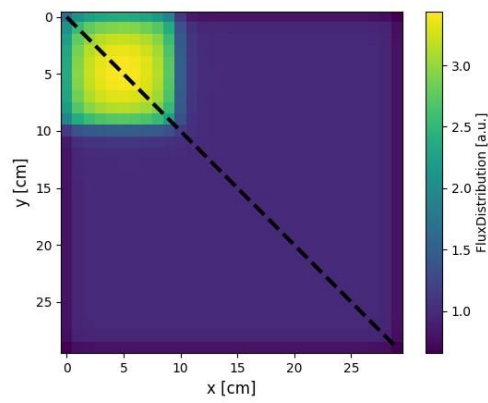
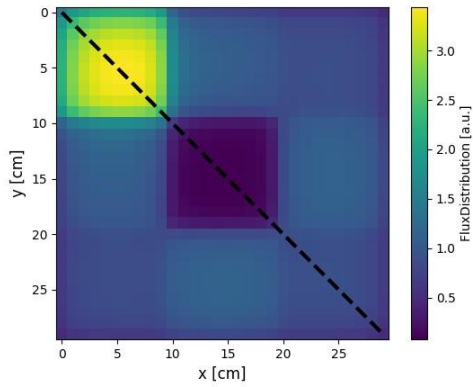


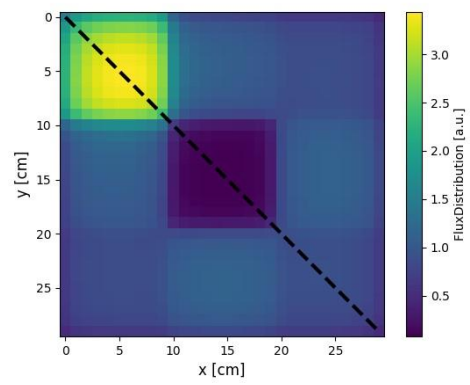
Fig. 3-30 炉内中性子束分布参照解

統計誤差を与えた検出器計数値による炉内中性子束分布再構成結果を Fig. 3-31、Fig. 3-32 に示す。



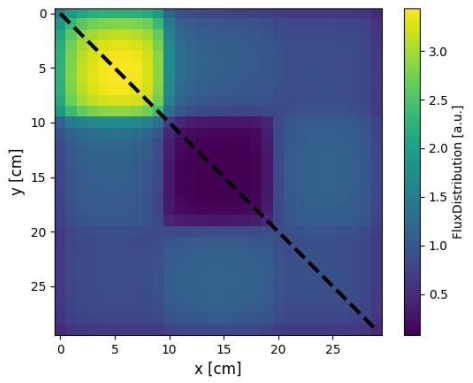
10 倍規格化

( $k=10$ , 全検出器平均計数 17[counts])



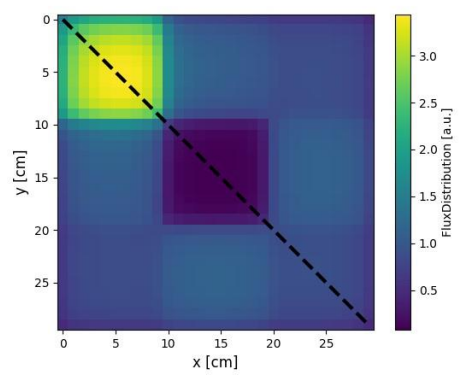
100 倍規格化

( $k=100$ , 全検出器平均計数 177[counts])



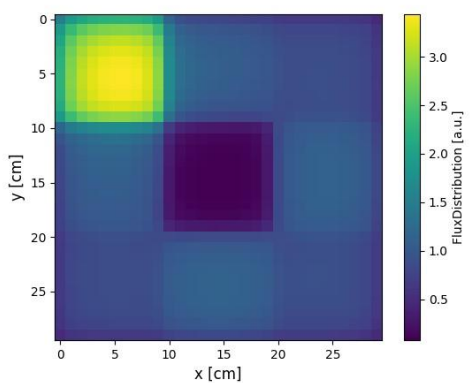
1000 倍規格化

( $k=1000$ , 全検出器平均計数 1777[counts])



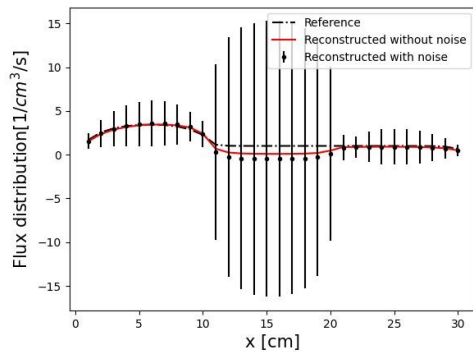
10000 倍規格化

( $k=10000$ , 全検出器平均計数 17771[counts])



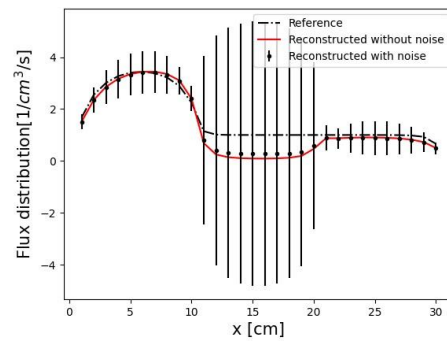
統計誤差なし

Fig. 3-31 統計誤差を与えた炉外検出器計数値による炉内中性子束分布再構成結果  
(試行回数 1000 回の平均値)



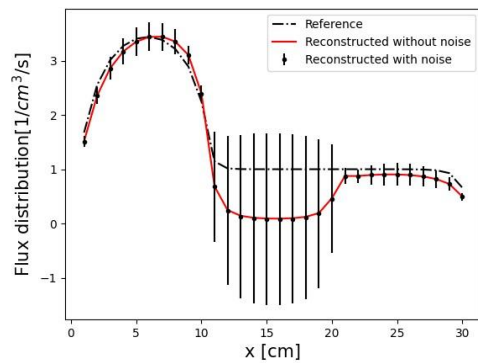
10 倍規格化

( $k=10$ , 全検出器平均計数 17[counts])



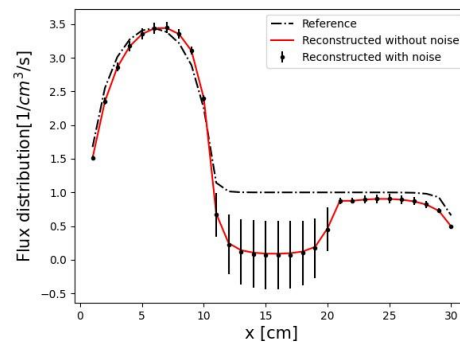
100 倍規格化

( $k=100$ , 全検出器平均計数 177[counts])



1000 倍規格化

( $k=1000$ , 全検出器平均計数 1777[counts])



10000 倍規格化

( $k=10000$ , 全検出器平均計数 17771[counts])

Fig. 3-32 統計誤差を与えた炉外検出器計数値による炉内中性子束分布再構成結果  
(試行回数 1000 回の平均値と統計誤差・統計誤差はエラーバーとして  $1\sigma$  を表示・Fig. 3-31  
に示す黒線上での再構成結果と参照解の比較)

全検出器の平均計数が 17[counts]の再構成結果について、標準偏差が大きすぎるため、この程度の計数値では信頼性の高い再構成ができないと考えられる。全検出器の平均計数が 177[counts]、1777[counts]の結果についても同様である。与えた統計誤差はポアソン分布に従う。ポアソン分布に従う場合、計数値 $C$ が大きくなると統計誤差 $\sqrt{C}$ は大きくなるが、相対値で見たときの統計誤差 $1/\sqrt{C}$ は小さくなる。そのため、全検出器の平均計数を増加させると、中性子束分布再構成結果の標準偏差が小さくなっていることが Fig. 3-32 から確認できる。全検出器の平均計数が 17771[counts]の場合、統計誤差を与えない場合と、中性子束のピーク部分では概ね同様の精度で中性子束分布を再構成できた。したがって、統計誤差を考慮した検出器計数値により中性子束分布を精度よく再構成するためには、今回の計算条件では、必要な全検出器の計数は概ね 15000~20000[counts]以上(相対値としての統計誤差は

0.0071~0.0082)であるといえる。

### 3.3 エネルギー2群・固有値計算に基づいた検証計算

エネルギー1群・固定源計算の場合は、炉心中心領域の再構成精度が低いという課題があるものの、炉心外周部で中性子束分布を概ね再構成可能であることを確認できた。本節では、条件を複雑にした検証計算への第一段階として、エネルギー2群・固有値計算に基づいた検証計算を行う。20 cm×20 cm、400 cm<sup>2</sup>の正方形の二次元炉心に対して、炉外に検出器を16個設置した状況を想定し、炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。

#### 3.3.1 計算体系・計算条件

本項では、エネルギー2群・固有値計算の計算体系と計算条件を示す。計算体系は、Fig. 3-33に示すように、100 cm×100 cm(メッシュ数は100×100の10000メッシュ)の二次元体系とした。ただし、体系中心の20 cm×20 cmの領域を炉心、それ以外を真空領域として条件設定した。前述の通り、エネルギー群数2、固有値計算を実施した。固有値計算とは、中性子輸送方程式の右辺にある実効増倍率(固有値) $k_{eff}$ を求める計算方法である。固有値計算の中性子輸送方程式を式(3.1)に示す[1]。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (\text{再掲}) \quad (3.1)$$

ここで、上式中の変数の意味は以下の通りである。

$\vec{r}$  : 位置

$E$ : 中性子のエネルギー

$\vec{\Omega}$  : 中性子の飛行方向 ( $x, y, z$ )

$\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ : 位置 $\vec{r}$ 、エネルギー $E$ 、飛行方向 $\vec{\Omega}$ の角度中性子束

$\Sigma_t(\vec{r}, E)$ : 位置 $\vec{r}$ 、エネルギー $E$ における巨視的全断面積

$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ : 位置 $\vec{r}$ 、エネルギー $E$ 、飛行方向 $\vec{\Omega}$ の中性子源であり、式(3.7)で示される。

$$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' dE' + \frac{\chi(E)}{4\pi} \frac{1}{k_{eff}} \int_0^{4\pi} \int_0^\infty \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' dE' \quad (3.7)$$

ここで、上式中の変数の意味は以下の通りである。

$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ : 位置 $\vec{r}$ の巨視的散乱断面積 (エネルギー $E'$ から $E$ 、方向 $\vec{\Omega}'$ から $\vec{\Omega}$ への散乱)

$\chi(E)$ : 核分裂スペクトル

$\nu \Sigma_f(\vec{r}, E')$ : 巨視的生成断面積

$k_{eff}$ : 実効増倍率

式(3.7)の右辺第一項は散乱項、第二項は核分裂項である。固定源計算は式(3.1)の右辺の項の中性子源を既知であるとして計算を行うが、固有値計算は計算開始時に中性子源の分布が未知であり、体系の実効増倍率とそれに対応する中性子束分布の計算を行う。

検出器数は16として、Fig. 3-33に示すように体系の各辺を4分割した領域の中心に各検出器を設置した。境界のアルベド条件は0.0、各検出器と炉心端の距離は1cmとした。中性子束分布の計算は輸送計算コードGENESISを用いてMOCで行った。Table. 3-4、Table. 3-5にMOCの計算条件と収束条件を示す。

Table. 3-4 エネルギー2群・固有値計算に基づく検証で用いるMOCの計算条件

-	条件
レイトレース方法	Equidistant
レイトレース幅[cm]	0.05
方位角方向分割数[-]	256
極角方向分割数[-]	4
極角の分点セット	Gauss-Legendre

Table. 3-5 エネルギー2群・固有値計算に基づく検証で用いるMOCの収束条件

-	収束条件
計算体系外周での角度中性子束の収束判定基準	1.0e-3
中性子束領域の全中性子束の収束判定基準	1.0e-4
固有値 $k_{eff}$ の収束判定基準	1.0e-5

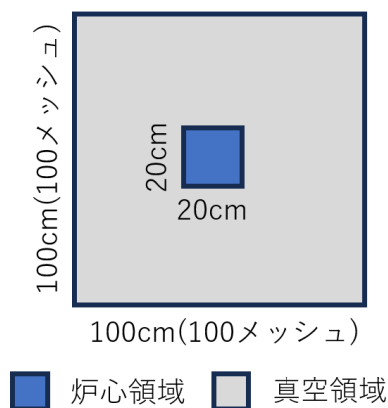


Fig. 3-33 計算体系 (体系サイズ : 100 cm×100 cm, メッシュ数 : 100×100=10000)

### 3.3.2 POD 基底の計算

3.2 節と同様に、教師データの作成方法として、バイナリーサンプリングを用いた。中性子束の摂動は、領域の吸収断面積を摂動させることによって行った。領域とは断面積を摂動させる範囲を示し、本研究では、Fig. 3-34 に示すように正方形の炉心領域を、等しい面積を持つ  $4 \times 4$  の 16 領域に分割した領域を用いる。バイナリーサンプリングにおける各領域の断面積を Table. 3-6 に示す。断面積を摂動させた領域で、中性子束のピークを出現させるためには、2 つの吸収断面積の差を大きくする必要がある。そのため、3.2.2 項と同様に Table. 3-6 の断面積 1 の吸収断面積に対して断面積 2 の吸収断面積が 4 分の 1 になるように条件設定した。

本検討では、体系を 16 領域に分割したため、バイナリーサンプリング数は  $2^{16} = 65536$  通りとなる。全ての条件で計算を行うと膨大な計算時間を要するため、バイナリーサンプリング数を削減することを考える。実際に炉内で中性子束分布のピークが出現する場合を想定すると、燃料の誤装荷などにより中性子束のピークが出現することが考えられる。燃料の誤装荷が 3 領域以上で同時に起こることは考えにくいため、ピークが同時に出現する領域数は 1 領域か多くても 2 領域であると考えられる。そのため、全領域の中で 1 領域のみ断面積を摂動させた条件と 2 領域のみ摂動させた条件を考える。この場合、全領域で断面積未摂動の条件も加えて、全条件数は  ${}_{16}C_1 + {}_{16}C_2 + 1 = 137$  通りとなる。得られた 137 個の中性子束分布を教師データとして特異値分解し、POD 基底を作成した。ただし、このように教師データの条件数を削減する場合、計算時間は短縮できるが POD 基底が持つ情報量が減るため、POD 基底により再現可能なデータの範囲が狭まることに注意しなければならない。3.3.1 項で示したように、教師データの作成時と以降の評価では、輸送計算コード GENESIS を用いて MOC で中性子束分布を計算した。MOC の計算条件と収束条件は Table. 3-4 と Table. 3-5、計算体系は Fig. 3-33 に示す通りである。

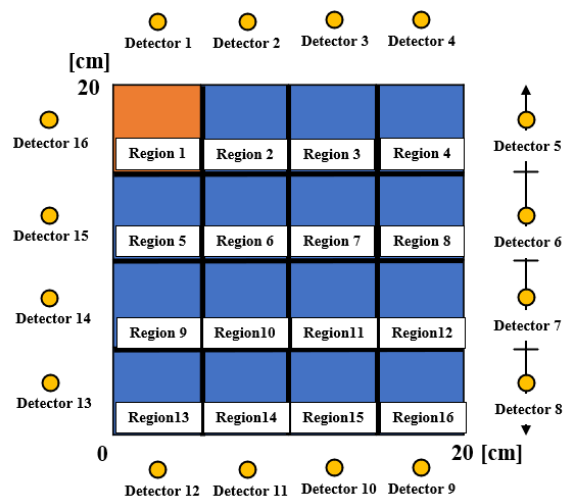


Fig. 3-34 炉心拡大図 (炉心サイズ : 20 cm x 20 cm, メッシュ数 : 20 x 20 = 400)



Table. 3-6 エネルギー2群・固有値計算に基づく検証で用いる  
バイナリーサンプリングのための断面積設定条件

	断面積 1		断面積 2	
	高速群	熱群	高速群	熱群
全断面積[1/cm]	0.103	1.000	0.028	0.250
吸収断面積[1/cm]	0.100	1.000	0.025	0.250
散乱断面積[1/cm]	0.003	0.000	0.003	0.000
生成断面積[1/cm]	0.025	0.500	0.025	0.500
核分裂スペクトル[-]	1.000	0.000	1.000	0.000

137 個の教師データを特異値分解することにより得られた POD 基底の例と各基底に対応する特異値の分布を Fig. 3-35~Fig. 3-41 に示す。

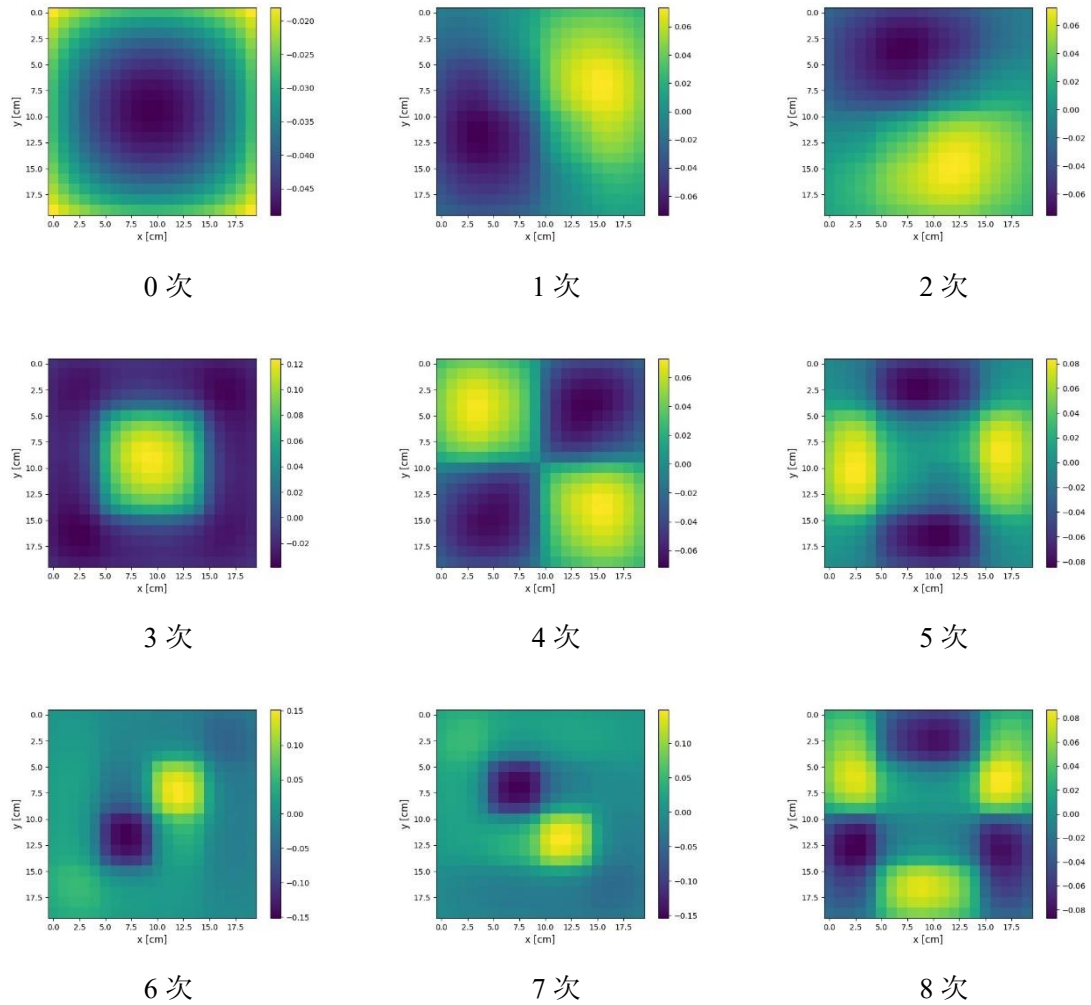
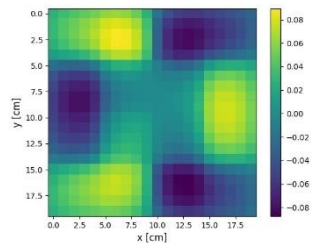
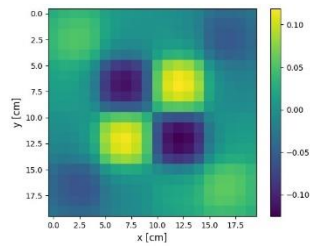


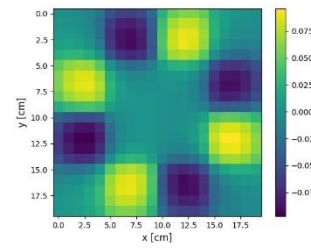
Fig. 3-35 高速群 POD 基底の例(0 次~8 次・炉心領域のみ図示)



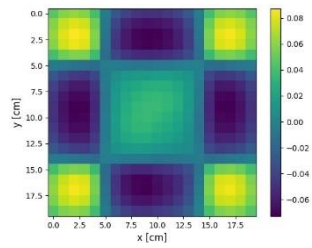
9 次



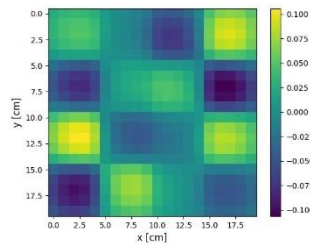
10 次



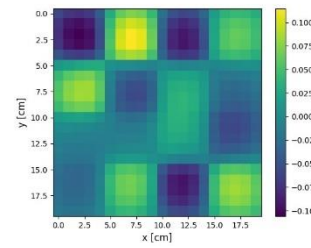
11 次



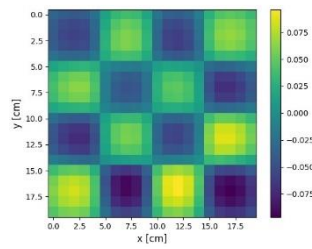
12 次



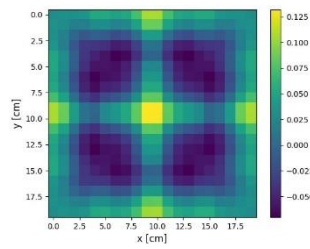
13 次



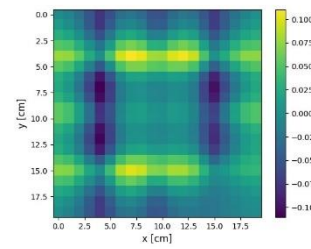
14 次



15 次



16 次



17 次

Fig. 3-36 高速群 POD 基底の例(9 次~17 次・炉心領域のみ図示)

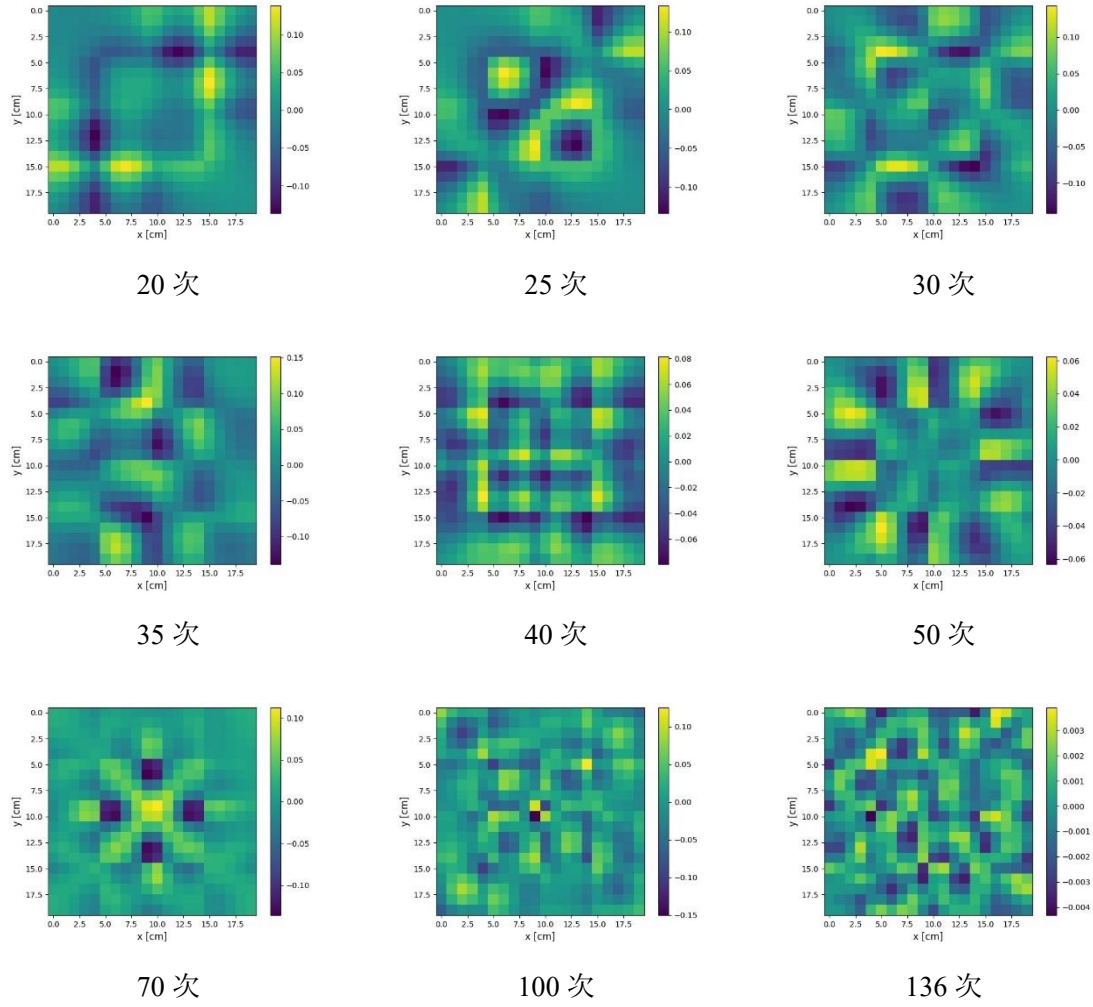


Fig. 3-37 高速群 POD 基底の例(18次~136次から9種類・炉心領域のみ図示)

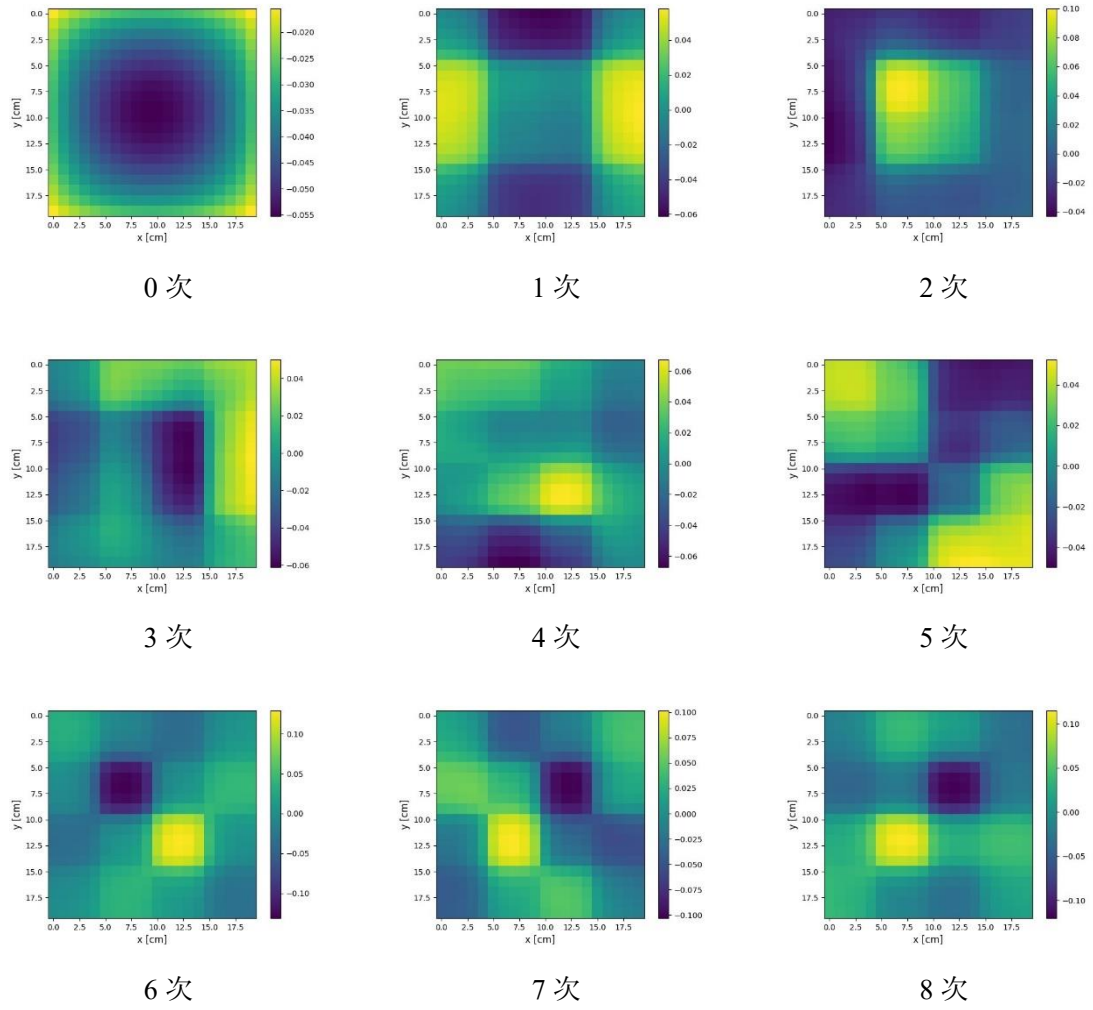


Fig. 3-38 熱群 POD 基底の例(0次~8次・炉心領域のみ図示)

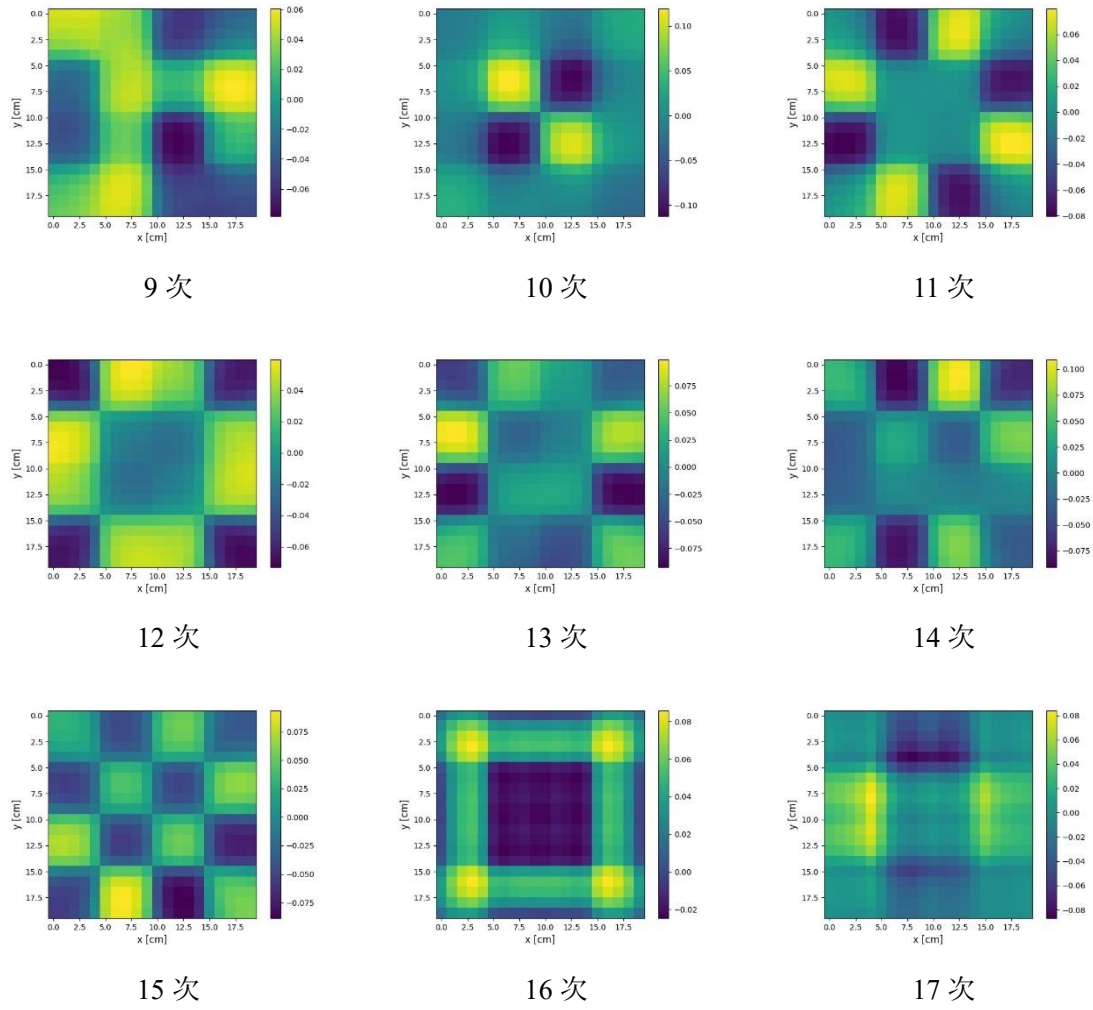


Fig. 3-39 熱群 POD 基底の例(9 次~17 次・炉心領域のみ図示)

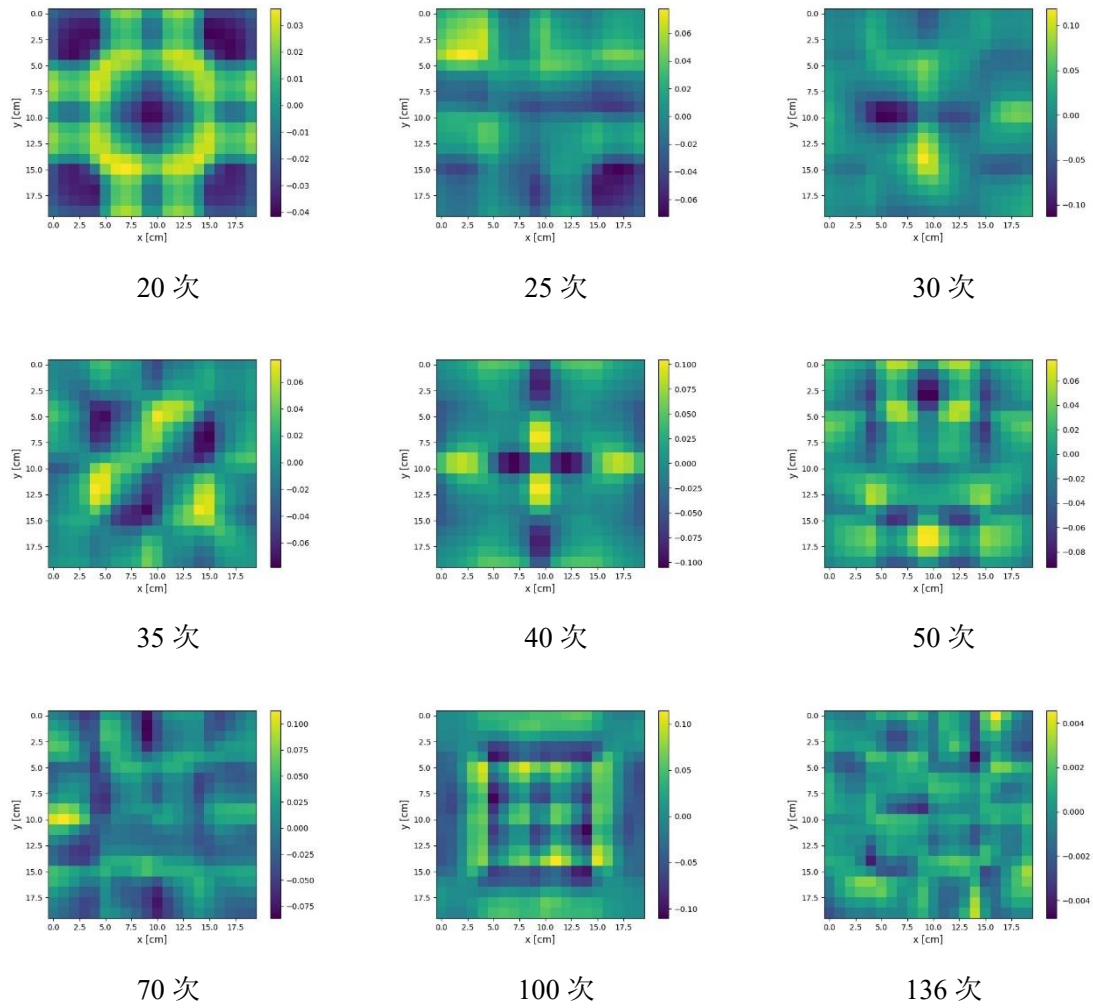


Fig. 3-40 熱群 POD 基底の例(18次~136次から9種類・炉心領域のみ図示)

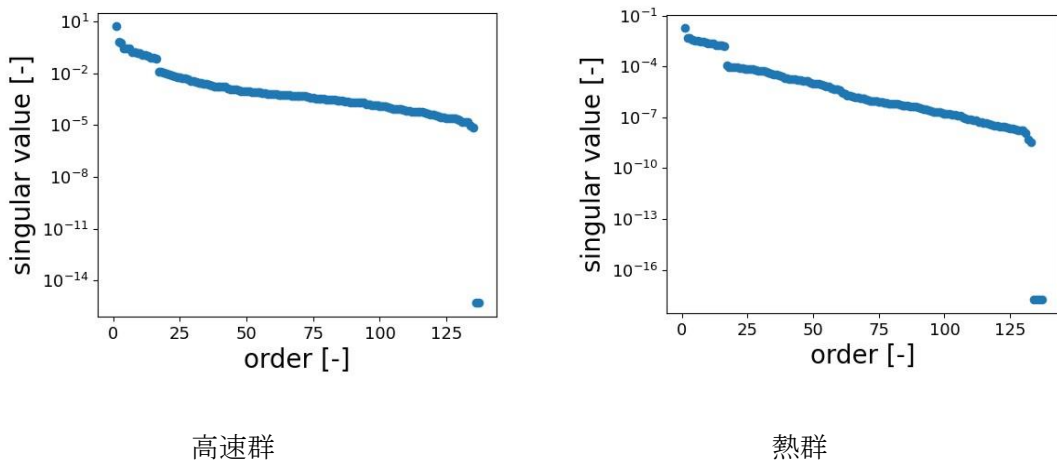


Fig. 3-41 エネルギー2群・固有値計算により得られた特異値分布 (0次~136次)

POD 基底の特徴は概ね、3.2.2 項で示したエネルギー1 群・固定源計算における POD 基底の特徴と同様である。高速群と熱群両方の全次数の基底について、体系内で正負の値を取る分布となっている。高速群の POD 基底は、1 次と 2 次、6 次と 7 次、8 次と 9 次、13 次と 14 次は 90 度回転対称になっている、熱群の POD 基底は、6 次と 7 次が 90 度回転対称になっている。また、高速群と熱群のどちらも、次数が増えるほど極大・極小の数は増え、分布が複雑な形状になっている。50 次以降の基底は、ノイズを含む、つまり中性子束分布を再構成する上で不要な情報を持つ分布となっている。そのため、基底として、中性子束分布を再構成する上で意味を持つのは 50 次程度までであると考えられる。Fig. 3-41 は、特異値の分布は次数が大きくなるほど指数関数的に特異値が小さくなっていることを示している。ただし、高速群では、次数が 1、16、135 において、熱群では、次数が 1、16、133 において、特異値が不連続に小さくなっている。これらの次数において、特異値の寄与率が大きく変化していることが分かる。

### 3.3.3 中性子束分布再構成結果

本項では、エネルギー2 群・固有値計算に基づく中性子束分布の再構成結果を示す。

まず、中性子束分布の参照解の計算条件について説明する。参照解については、エネルギー1 群・固定源計算の際に使用した条件と同様の方法で条件設定した。具体的に、16 領域中の 1 領域のみを断面積 2、それ以外の 15 領域は断面積 1 することで設定した。断面積 1 として設定する領域を、体系の左上、中央上、中央左上と変えた Case1~3 の 3 条件で計算を行った。高速群と熱群でそれぞれ得られた中性子束分布の参照解を用いて式(2.22)から検出器の計数值 $\vec{n}$ を計算した。そのため、高速群の検出器信号と熱群の検出器信号を別々に計算して使用している。最終的に、教師データから作成した POD 基底と展開係数 $\vec{f}$ を用いて式(2.20)から高速群と熱群の中性子束分布をそれぞれ再構成した。

中性子束分布の参照解(Case1~3)を炉心領域のみ示した図を Fig. 3-42、Fig. 3-43 に示す。

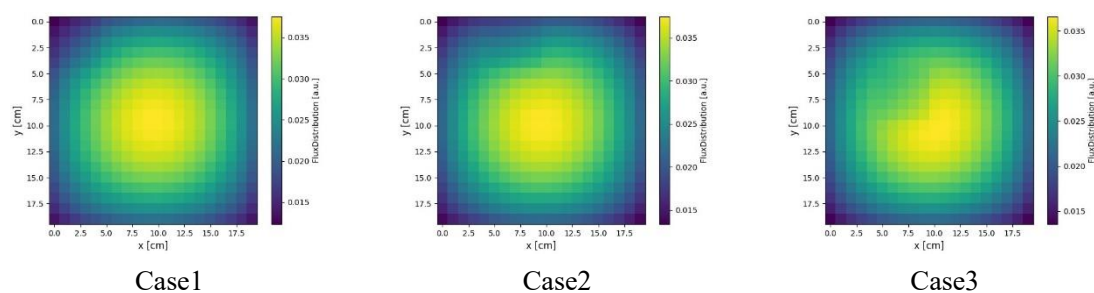


Fig. 3-42 炉内中性子束分布参照解 (高速群・Case1~3)

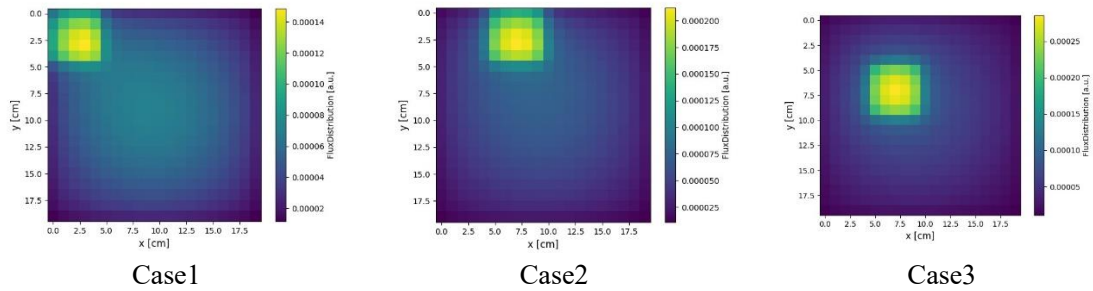


Fig. 3-43 炉内中性子束分布参照解 (熱群・Case1~3)

低ランク近似により、特異値が十分に小さい次数に対応する基底は無視することができる。再構成に用いる基底数を変えて検証を行った結果、基底数 22 のとき、定性的に最も再構成精度が高かった。そのため、再構成に用いる基底数を 22 とした場合の炉内中性子束分布再構成結果に注目して、以下のように 2 通りの図を示すこととした。

- Fig. 3-44、Fig. 3-46 では、炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~3)を炉心領域のみ示した図を示す。
- Fig. 3-45、Fig. 3-47 では、それぞれ Fig. 3-44、Fig. 3-46 に示す黒線上で参照解と再構成結果を一次的に比較した図を示す。

なお、3.2 節の検証では断面積の摂動範囲を示す炉心の分割数(領域数)が 9 に対して最適な再構成に用いる基底数は 7~9、3.3 節の検証では炉心の分割数 16 に対して最適な再構成に用いる基底数は 22 という結果になった。従って、炉心の分割数が増加するほど、最適な再構成に用いる基底数は増加すると考えられる。

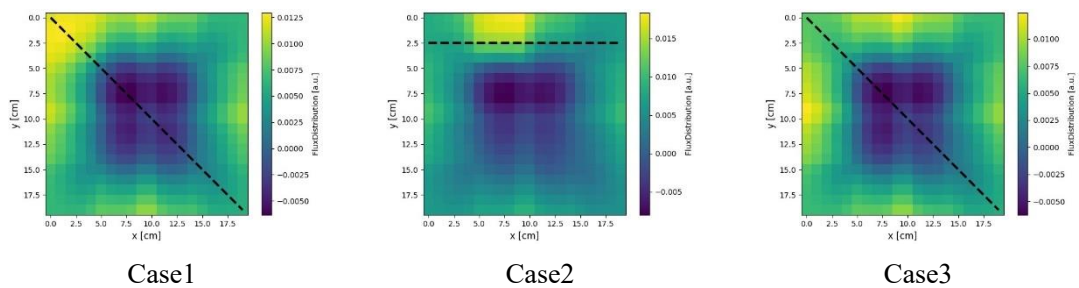


Fig. 3-44 炉内中性子束分布再構成結果 (高速群・Case1~3・基底数 22)



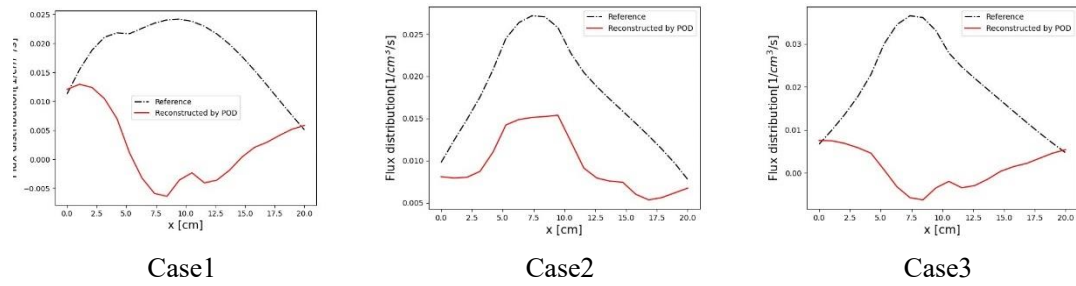


Fig. 3-45 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(高速群・Fig. 3-44 に示す黒線上の比較)

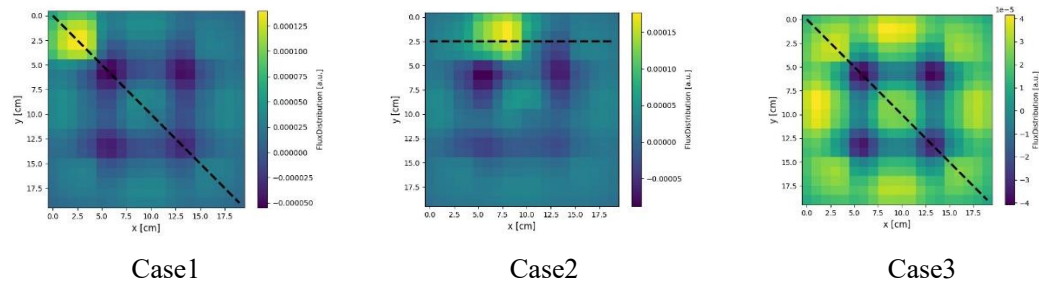


Fig. 3-46 炉内中性子束分布再構成結果 (熱群・Case1~3・基底数 22)

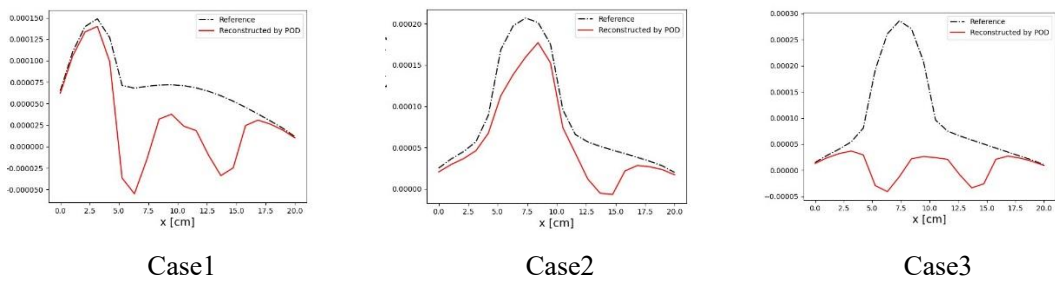


Fig. 3-47 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(熱群・Fig. 3-46 に示す黒線上の比較)

Fig. 3-44 と Fig. 3-45 に示す高速群の再構成結果について、Case1 と Case3 では参照解の中性子束分布を再現できていない。Case2 では、Fig. 3-45 に示す図を確認すると、おおまかな中性子束分布の形状は再構成できているが、ピーク位置における中性子束分布の絶対値が参照解と再構成結果で一致していないことが分かる。高速群については、いずれのケースも参照解は炉心中心領域で中性子束のピークが出現している。炉外検出器を用いて、炉心中心領域の中性子束分布の情報を得られなかったため、いずれのケースでも中性子束分布を再構成できなかったと考えられる。炉心の最端部において中性子束の値を再構成できている理由は、炉外検出器により炉心端の中性子束の情報を取得できたからであると考えられる。

Fig. 3-46 と Fig. 3-47 に示す熱群の再構成結果について、Case1 と Case2 では中性子束のピークが出現している位置の分布は精度よく再構成できていることが確認できる。一方で、炉心中心領域において再構成された中性子束が過小評価されており、絶対値が参照解と一致していない。Case3 では、炉心外周部では精度よく再構成できているが、Case1 と Case2 と同様に炉心中心部では再構成精度が低下している。炉心中心領域に関して、再構成結果の中性子束分布が凹凸の分布となっているのは、高速群では 6 次、7 次、10 次、熱群では 6 次~8 次、10 次の POD 基底に起因するものと考えられる。

また、本節の検証では、炉外検出器数 16 に対して未知数である再構成に用いる基底数は 22 であり、展開係数を求める式が劣決定条件となっている。検出器の数を増やして式を優決定条件にすることで再構成精度が向上する可能性が考えられるが、炉外に設置できる検出器は限られているため検出器を増やすことには限界がある。バイナリーサンプリングにおける断面積の摂動範囲を示す炉心の分割数(領域数)が多くなるほど、必要となる再構成に用いる基底数は増加すると考えられる。そのため、再構成精度を向上させるためには炉心の分割数と検出器の設置可能数のバランスを考慮する必要がある。

本節では、エネルギー 2 群・固有値計算という発展させた条件で提案手法の検証を行った。検証結果はエネルギー 1 群・固定源計算に基づく検証と同様の傾向であり、炉心外周部の中性子束分布は概ね再構成できているが、炉心中心部の中性子束分布の再構成精度は低下することを確認した。この理由として、炉心中心部の中性子が散乱や吸収などの反応を起こし、炉外検出器位置まで到達できていないと考えられる。また、本検討の計算条件では、未知数である再構成に用いる基底数に対して束縛条件である検出器数が足りていないため、展開係数を求める式が劣決定条件になっていることも再構成精度低下の要因として考えられる。

### 3.4 実機炉心を模擬した体系での検証計算

本節では、実機炉心(NuScale Power 社製 SMR[2])を模擬した体系での検証計算を行う。3.2 節、3.3 節では、簡略化した二次元体系で POD を用いた炉内中性子束分布再構成法の妥当性の検証を行った。実機炉心を模擬した複雑な体系において、本手法がどの程度適用可能であるか検証を行う。エネルギー 2 群・固有値計算に基づき、炉外に検出器を 8 個設置した状況を想定し、炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。

#### 3.4.1 計算体系・計算条件

本項では、実機炉心を模擬した体系の検証での詳細な計算体系と計算条件を示す。計算体系は、Fig. 3-48 に示す二次元体系とし、設計認証申請書[2]に記載されている炉心の設計図を基に簡略化を行い、計算体系を決定した。Fig. 3-48 について、灰色の部分が真空領域、青色の部分が炉心領域を示す。実機炉心では炉心周辺に反射体や原子炉圧力容器があるが、本検証では計算体系を簡略化するために、それらを考慮せず炉心周辺を真空領域と仮定している。NuScale Power 社製 SMR の直径は 150.57 cm であり、Fig. 3-49 に示すように燃料集合

体は径方向に 7 体並んでいるため、一つの燃料集合体の幅は約 22 cm (150.57 cm/7 体=21.51cm)である。そのため、各燃料集合体について、22 cm×22 cm と設定し、メッシュ数も各燃料集合体で 22×22=484 とした。炉心内の燃料集合体数は、設計図の通りに 37 と設定し、炉心領域の全メッシュ数は、484×37=17908 である。炉心領域の面積も同様に 22 cm×22 cm×37=17908 cm<sup>2</sup>であり、3.2 節、3.3 節の検証で設定した炉心面積に比べて、20 倍~45 倍程度になっている。真空領域も含めた体系の全メッシュ数は、242×242=58564 である。

燃料集合体の内部構造は均質化して扱っている。また、Fig. 3-49 に示す実機的设计では、濃縮度 2.6wt%~4.55wt%の燃料が装荷されているが、後述するように簡略化して扱う。エネルギー群数 2、固有値計算を用いる。検出器数は 8 として、Fig. 3-50 に示す検出器配置パターンで各検出器を設置した。黄色の丸は炉外検出器を示す。境界のアルベド条件は 0.0、各検出器と炉心端の距離は 1 cm とした。中性子束分布の計算は輸送計算コード GENESIS を用いて MOC で行った。Table. 3-7、Table. 3-8 に MOC の計算条件と収束条件を示す。

Table. 3-7 実機炉心を模擬した体系での検証で用いる MOC の計算条件

-	条件
レイトレース方法	Equidistant
レイトレース幅[cm]	0.05
方位角方向分割数[-]	128
極角方向分割数[-]	4
極角の分点セット	Gauss-Legendre

Table. 3-8 実機炉心を模擬した体系での検証で用いる MOC の収束条件

-	収束条件
計算体系外周での角度中性子束の収束判定基準	1.0e-3
中性子束領域の全中性子束の収束判定基準	1.0e-4
固有値 $k_{eff}$ の収束判定基準	1.0e-5

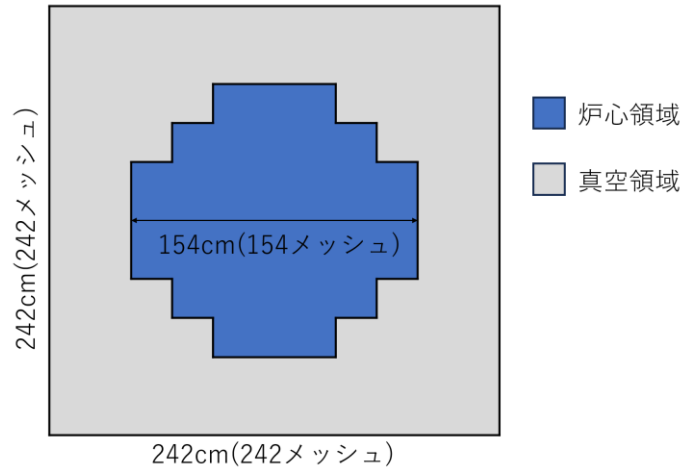


Fig. 3-48 計算体系 (体系サイズ : 242 cm×242 cm, メッシュ数 : 242×242=58564)

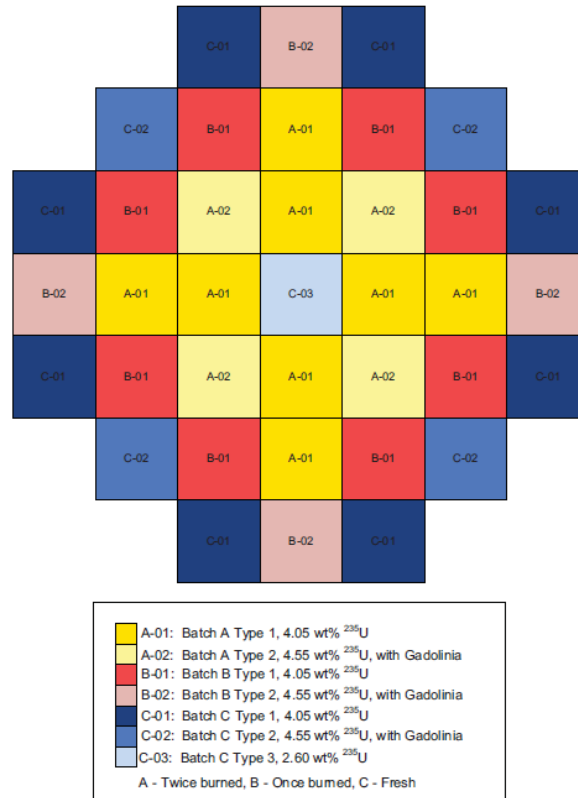


Fig. 3-49 NuScale Power 社製 SMR 炉心図[2]

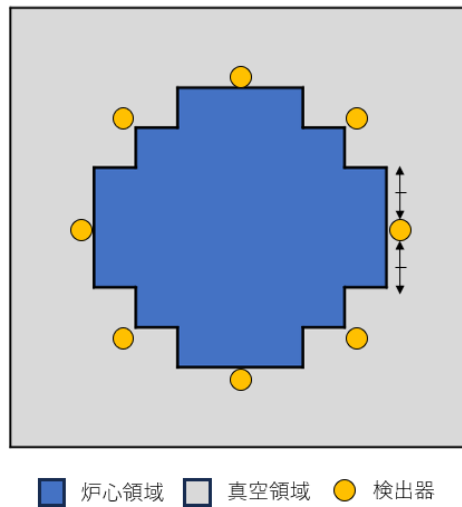


Fig. 3-50 実機炉心を模擬した体系での検証で用いる検出器配置パターン

### 3.4.2 POD 基底の計算

3.2 節、3.3 節の検証と同様に、教師データはバイナリーサンプリングの考え方をを用いて計算した。中性子束分布の摂動は、領域の断面積を摂動させることによって行った。領域とは断面積を摂動させる範囲を示し、Fig. 3-51 に示すように、5 領域に分割した領域を用いる。炉心中心部を摂動させた場合の検証を行うために炉心中心領域が 1 領域分できるように分割を行い、その上で最も単純な分割法を選択した。3.3 節の結果から、バイナリーサンプリングを行う際の炉心の分割数を減らすことで再構成に用いる基底数は削減できると予想される。従って、分割数を減らすことで、限られた数の検出器を用いた場合でも展開係数を求める式を優決定条件にできると考えられる。また、摂動を受けない炉心部分が存在しないようにするため、一部の炉心部分が異なる領域分割間で重複するように分割設定をした。

バイナリーサンプリングにおける各領域の断面積を Table. 3-9 に示す。Table. 3-9 に示す各パラメータは、対話型核特性計算コード ICE[6]の入力断面積を参考に設定した。断面積 1 は 2 wt%UO<sub>2</sub>(0GWd/t)、断面積 2 は 4 wt%UO<sub>2</sub>(0GWd/t)の燃料の断面積を用いた。このように条件を設定して摂動を行うことで、炉心内の全燃料集合体を 2 wt%UO<sub>2</sub>(0GWd/t)と仮定し、ある炉心領域に 4 wt%UO<sub>2</sub>(0GWd/t)の燃料を誤装荷した場合を想定した検証を行う。

本検討では、体系を 5 領域に分割したため、バイナリーサンプリング数は $2^5 = 32$ 通りとなる。得られた 32 個の中性子束分布を教師データとして特異値分解し、POD 基底を作成した。3.4.1 項で示したように、教師データの作成時と以降の中性子束分布の計算は、輸送計算コード GENESIS の MOC で行った。MOC の計算条件と収束条件は Table. 3-7 と Table. 3-8、計算体系は Fig. 3-48 に示す通りである。

Table. 3-9 実機炉心を模擬した体系での検証で用いるバイナリーサンプリングのための  
断面積設定条件

	断面積 1		断面積 2	
	高速群	熱群	高速群	熱群
全断面積[1/cm]	0.2357	0.9882	0.2335	0.9982
吸収断面積[1/cm]	0.0081	0.0612	0.0093	0.0950
散乱断面積(1→1,2→2)[1/cm]	0.2103	0.9270	0.2085	0.9031
散乱断面積(1→2,2→1)[1/cm]	0.0173	0.0000	0.0157	0.0000
生成断面積[1/cm]	0.0050	0.0889	0.0075	0.1582
核分裂スペクトル[-]	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000

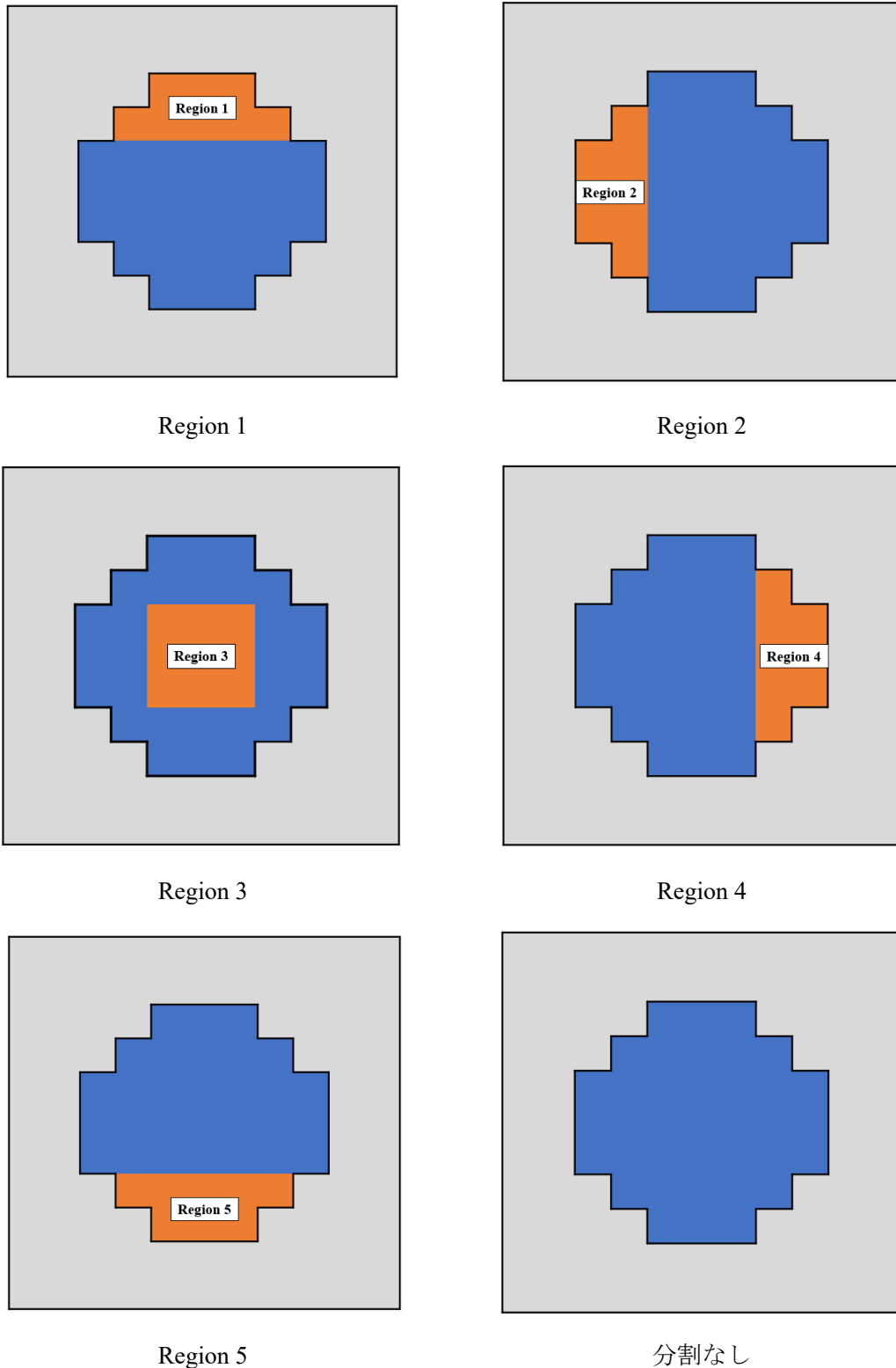


Fig. 3-51 バイナリーサンプリングにおける領域分割法 (5 領域)

32 個の教師データを特異値分解することにより得られた POD 基底の例と各基底に対応する特異値の分布を Fig. 3-52~Fig. 3-54 に示す。

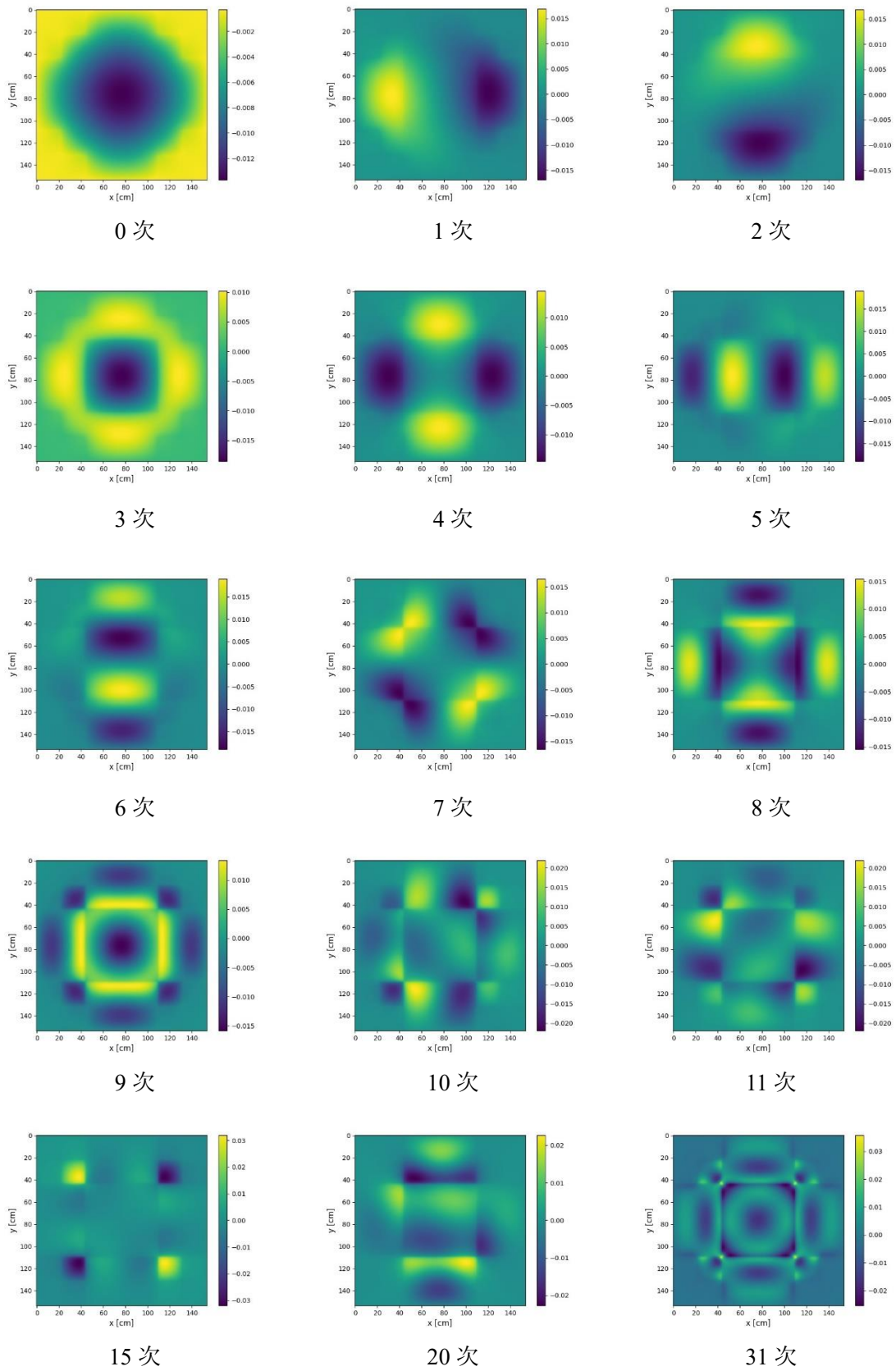


Fig. 3-52 高速群 POD 基底の例(0次~31次から 15種類・炉心領域のみ図示)



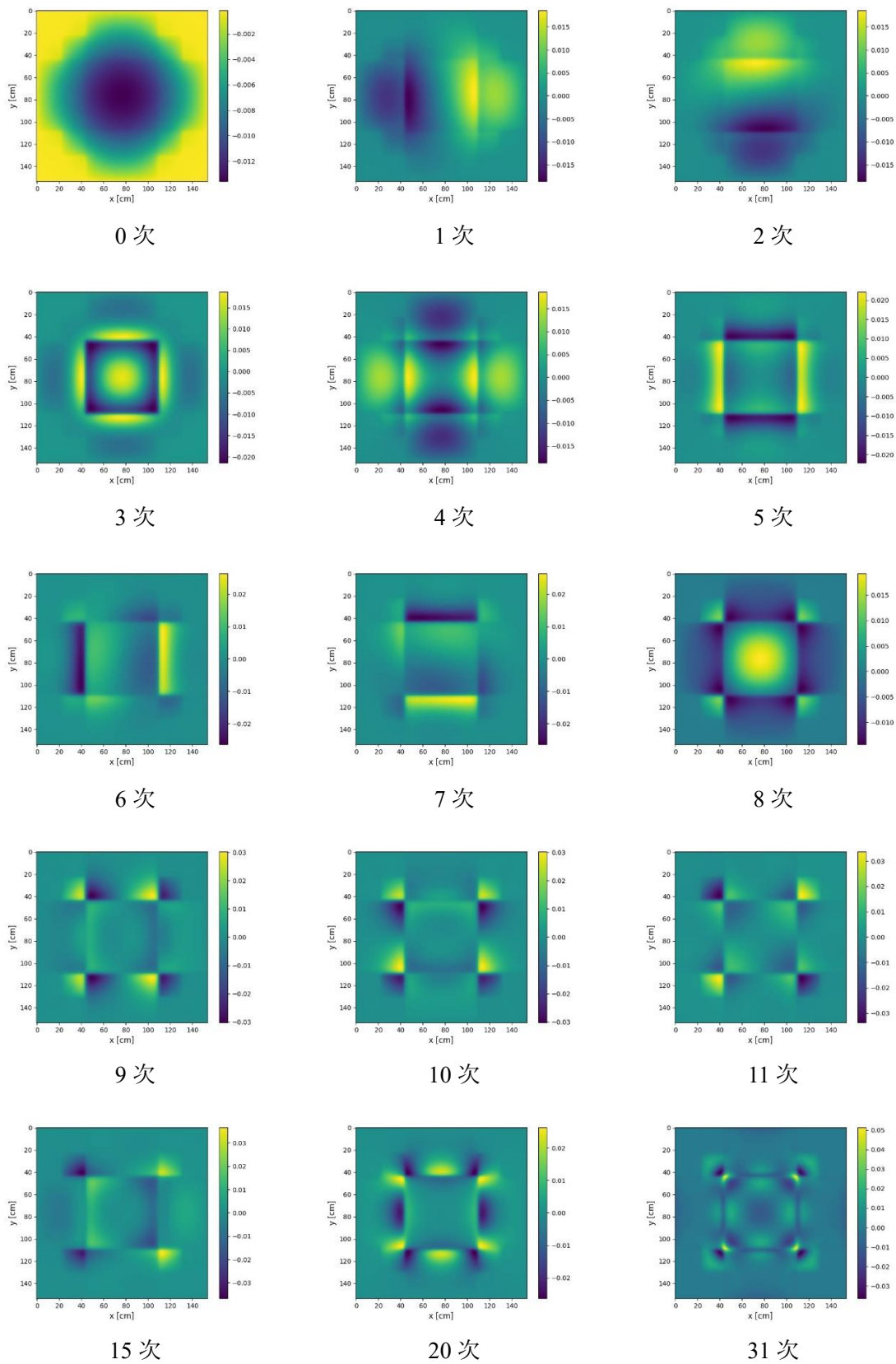


Fig. 3-53 熱群 POD 基底の例(0次~31次から15種類・炉心領域のみ図示)

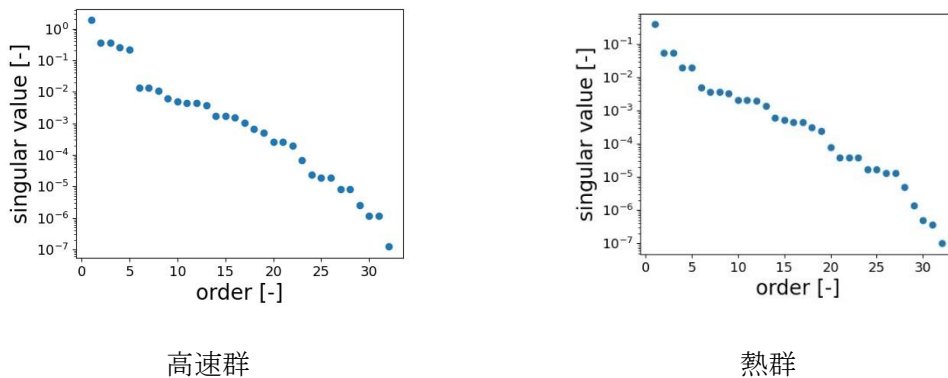


Fig. 3-54 実機炉心を模擬した体系での計算で得られた特異値分布 (0 次-31 次)

POD 基底の特徴は概ね、3.2.2 項、3.3.2 項で示した POD 基底の特徴と同様である。高速群と熱群両方の全次数の基底について、体系内で正負の値を取る分布となっている。高速群の基底では、1 次と 2 次、5 次と 6 次、10 次と 11 次は 90 度回転対称になっている。熱群の基底では、1 次と 2 次、6 次と 7 次、9 次と 10 次は 90 度回転対称になっている。また、高速群と熱群のどちらも、次数が増えるほど極大・極小の数は増え、分布が複雑な形状になっている。Fig. 3-54 において、高速群と熱群の特異値の分布はどちらも次数が大きくなるほどステップ状に特異値が小さくなる傾向が示されている。ただし、高速群では、次数が 1、5、13、19、23、26、31 において、特異値が段階的に小さくなっている。熱群では、次数が 1、3、5、9、13、19、23 において、特異値が段階的に小さくなっている。これらの次数において、特異値の寄与率が大きく変化することが分かる。

### 3.4.3 中性子束分布再構成結果

本項では、実機炉心を用いた体系での中性子束分布の再構成結果を示す。

まず、中性子束分布の参照解の計算条件について説明する。参照解については、3.2 節、3.3 節の検証で設定した条件と同様の方法で条件設定した。具体的に、5 領域中の 1 領域のみを断面積 2、それ以外の 4 領域は断面積 1 することで設定した。断面積 1 として設定する領域を、体系の上、中央と変えた Case1~2 の 2 条件で計算を行った。得られた参照解を用いて式(2.22)から検出器の計数値  $\vec{n}$  を計算した。最終的に、教師データから作成した POD 基底と展開係数  $\vec{f}$  を用いて式(2.20)から中性子束分布を再構成した。

中性子束分布の参照解(Case1~2)を炉心領域のみ示した図を Fig. 3-55、Fig. 3-56 に示す。

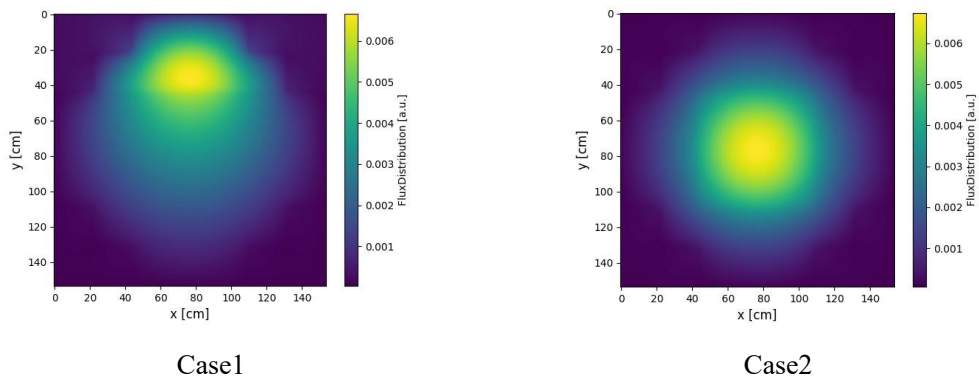


Fig. 3-55 炉内中性子束分布参照解 (高速群・Case1~2)

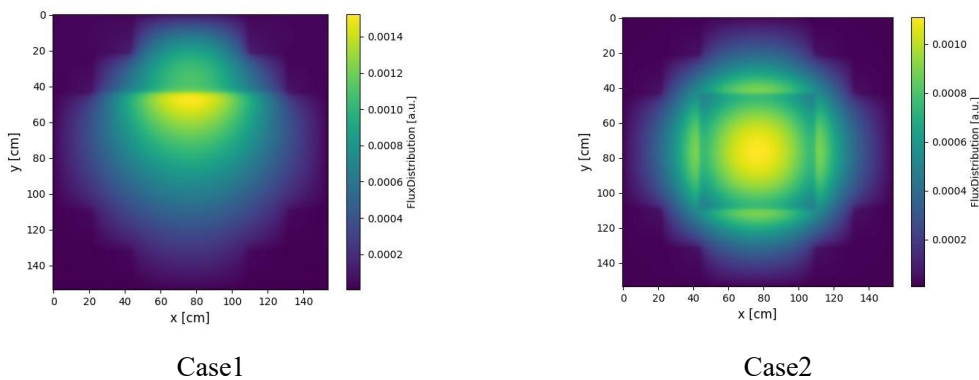


Fig. 3-56 炉内中性子束分布参照解 (熱群・Case1~2)

低ランク近似により、特異値が十分に小さい次数に対応する基底は無視することができる。再構成に用いる基底数を変えて検証を行った結果、基底数 5 のとき、定性的に最も再構成精度が高かった。そのため、以下の図では、再構成に用いる基底数を 5 としたときの中性子束分布再構成結果を示す。ただし、以下のように 2 通りの図を示す。

- Fig. 3-57、Fig. 3-59 では、炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~2)を炉心領域のみ示した図を示す。
- Fig. 3-58、Fig. 3-60 では、それぞれ Fig. 3-57、Fig. 3-59 示す黒線上で参照解と再構成結果を一次元的に比較した図を示す。

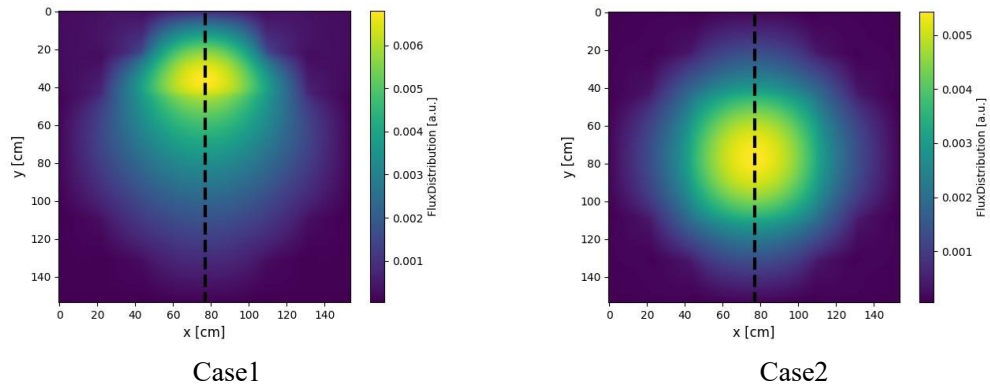


Fig. 3-57 炉内中性子束分布再構成結果 (高速群・Case1~2・基底数 5)

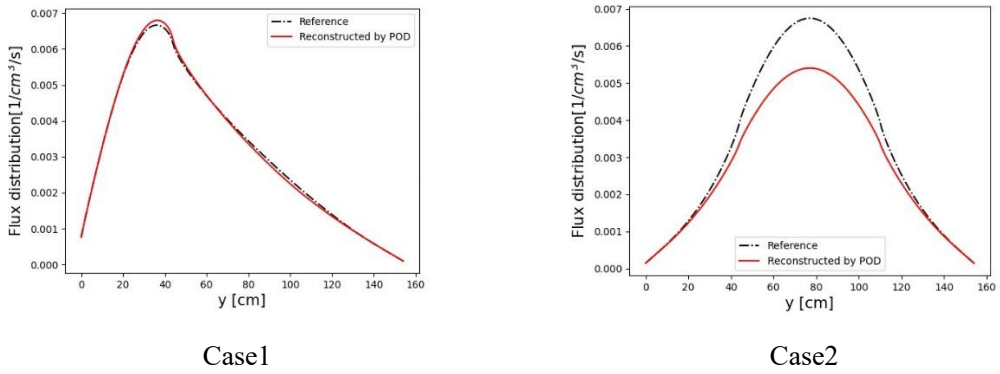


Fig. 3-58 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(高速群・Fig. 3-57 に示す黒線上の比較)

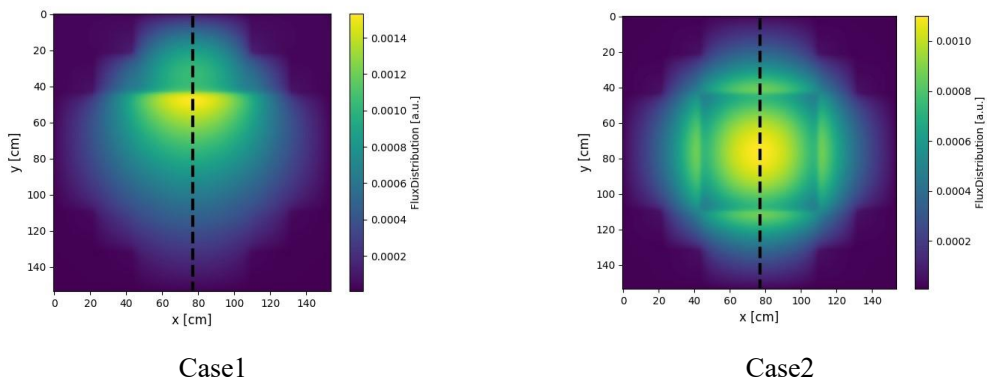
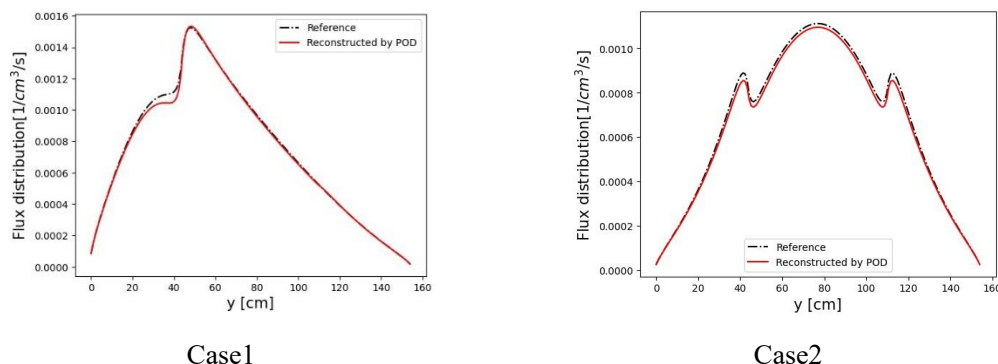


Fig. 3-59 炉内中性子束分布再構成結果 (熱群・Case1~2・基底数 5)



Case1 Case2  
 Fig. 3-60 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
 (熱群・Fig. 3-59 に示す黒線上の比較)

Fig. 3-57 と Fig. 3-58 に示す高速群の再構成結果について、Case1 と Case2 のどちらも概ね中性子束分布を再構成できているが、Case2 では炉心中心部の再構成結果が参照解と比較してやや過小評価となっている。一方で、Fig. 3-59 と Fig. 3-60 に示す熱群の再構成結果について、Case1 と Case2 のどちらも精度よく炉内中性子束分布を再構成できている。3.3 節の正方形の二次元炉心を用いた検証では再構成精度が低下していたのに対して、本節の実機炉心を模擬した体系での検証では概ね中性子束分布を再構成できているという結果になった。

この結果の違いの要因として、バイナリーサンプリングにおける炉心の分割数(領域数)の違いが考えられる。正方形の二次元炉心を用いた検証では炉心の分割数が 16 であるが、実機炉心を模擬した体系での検証では炉心の分割数は 5 である。炉心の分割数が増加するほど、炉外検出器を用いてより詳細に炉内中性子束分布を測定する必要があるため、再構成の難易度は高くなる。本節の検証では、少ない炉心分割数で単純な分割法を選択したため、比較的、炉外から炉内中性子束分布を推定することが容易であったと考えられる。また、炉心の分割数が増加するほど最適な再構成に用いる基底数は増加する傾向がある。これは、炉心の分割数が多いほど、重要度の高い、言い換えると特異値の大きい POD 基底の数が増加するためである。3.3 節でも述べたように、再構成に用いる基底数より検出器の数が小さいと展開係数を求める式が劣決定条件になるため、再構成に用いる基底数が大きくなるほど、検出器の数を増やす必要がある。ただし、炉外に設置できる検出器数は限られている。炉心の分割数を多くするほど、より詳細な中性子束分布を推定できると考えられるが、炉心の分割数を決定する際には検出器の設置可能数を考慮する必要がある。また、炉心の分割数が多いと教師データの数が大きくなる。教師データの数が大きいと展開係数を求める際の解空間が大きくなり、限られた束縛条件のみで正しい展開係数を求めることが困難になるという捉え方もできる。

本節の結果から、実機炉心を模擬した体系に対して、今回の計算条件では炉外検出器のみを用いて炉内中性子束分布を概ね再構成可能であることを確認できた。ただし、炉心の分割

数が多くなる場合、再構成精度が低下し、必要な炉外検出器数が増加する可能性があると考えられる。

### 3.4.4 炉内検出器を1個設置した場合の検証計算

3.4.3 項では、実機炉心を模擬した体系に対して炉外検出器のみで炉内中性子束分布を概ね再構成可能であることを確認した。一方、炉心中心部で中性子束のピークが出現している条件(Case2)について、参照解と比べて高速群再構成結果が過小評価になっていた。そこで、本項では、複数の炉外検出器に加えて炉内検出器を1個のみ設置した場合に、炉内中性子束分布の再構成精度が向上するか検証を行う。炉外検出器のみを用いて炉内中性子束分布を再構成するという当初の目的から外れているが、本研究の手法の適用限界を確認することを目的として実施する。

計算体系・計算条件は、3.4.1 項で示す通りである。再構成に用いる POD 基底は、3.4.2 項で計算した基底を用いる。検出器配置パターンは Fig. 3-61 に示す通りである。炉内検出器は、Fig. 3-61 に示すように炉心の中心に設置した。

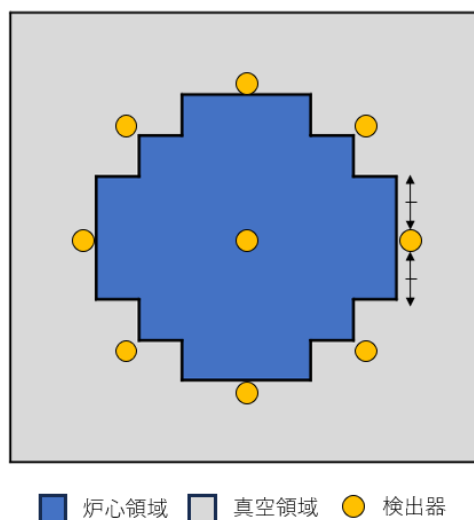


Fig. 3-61 3.4.4 項の検証で用いる検出器配置パターン

中性子束分布の参照解は、Fig. 3-55、Fig. 3-56 に示す通りである。Fig. 3-61 で示した検出器配置パターンによる中性子束分布再構成結果を以下の図に示す。再構成に用いる基底数は3.4.3 節での検証と同様に、5 とした。ただし、以下のように2通りの図を示す。

- Fig. 3-62、Fig. 3-64 では、中性子束分布再構成結果 (Case1~2)を炉心領域のみ示した図を示す。
- Fig. 3-63、Fig. 3-65 では、それぞれ Fig. 3-62、Fig. 3-64 示す黒線上で参照解と再構成結果を一次元的に比較した図を示す。

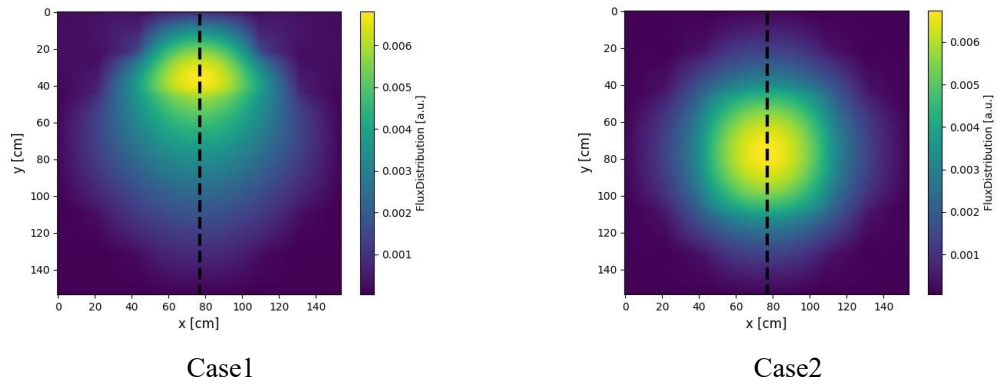


Fig. 3-62 炉内中性子束分布再構成結果 (高速群・Case1~2・基底数5)

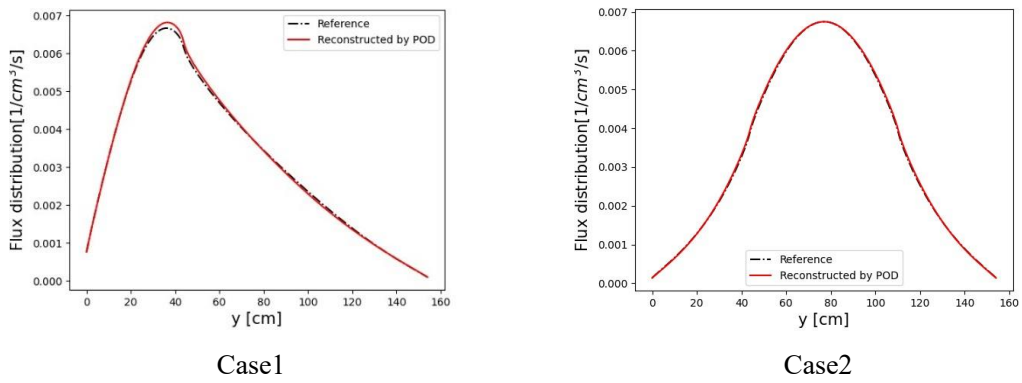


Fig. 3-63 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(高速群・Fig. 3-62 に示す黒線上の比較)

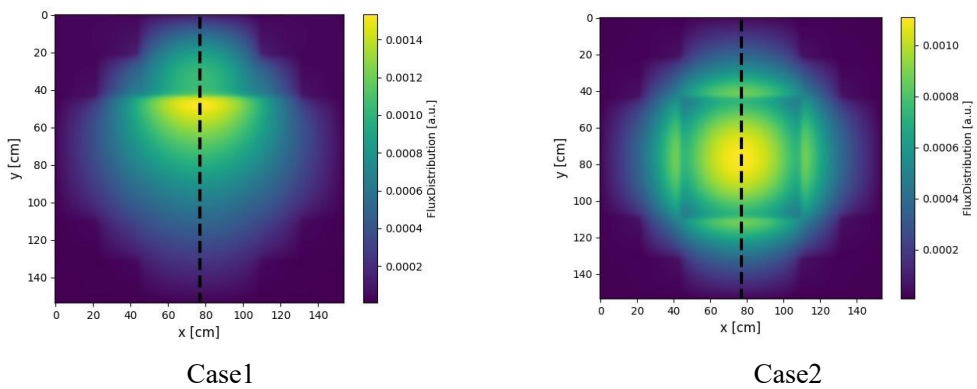
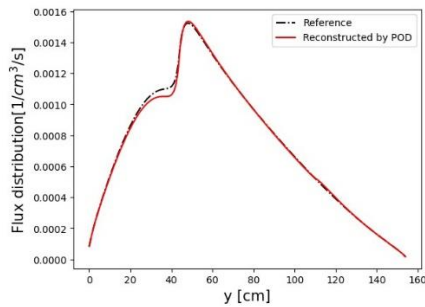
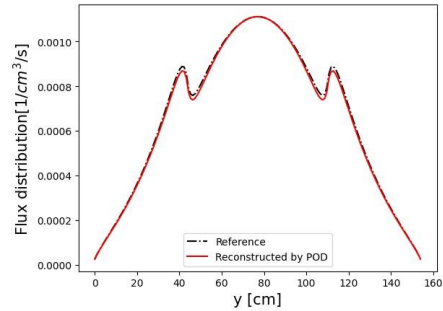


Fig. 3-64 炉内中性子束分布再構成結果 (熱群・Case1~2・基底数5)



Case1



Case2

Fig. 3-65 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(熱群・Fig. 3-64 に示す黒線上の比較)

Fig. 3-62~Fig. 3-65 に示す結果から、炉内中性子束分布を精度よく再構成できていることが分かる。複数個の炉外検出器に加えて炉内検出器を 1 個設置することで、Case2 の高速群の再構成結果(Fig. 3-62、Fig. 3-63)について、炉心中心部の再構成精度が向上した。炉心中心部に束縛条件を設定した結果、炉心中心部を含む炉心全体の中性子束分布を再構成可能な POD 展開係数を求めることができるようになったと考えられる。この結果は、炉外検出器のみの信号を用いる場合、再構成精度に制約が生じるため、炉心熱出力など他の条件を合わせて用いることの必要性を示している。

### 3.5 本章のまとめ

本章では、POD による炉内中性子束分布再構成法の妥当性検証を行った結果を示した。

3.2 節では、エネルギー1 群・固定源計算という単純化した条件で提案手法を適用した結果を示した。900 cm<sup>2</sup>の正方形の二次元炉心に対して、炉外に検出器を 12 個設置した状況を想定し、炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。まずは、バイナリーサンプリングの考え方をを用いて作成した POD 基底と特異値分布の図を示し、その特徴を示した。次に、中性子束分布の参照解から炉外検出器計数値を計算した。そして、炉外検出器計数値から求めた POD 展開係数と POD 基底を用いて炉内中性子束分布を再構成し、その結果を示した。再構成に用いる基底数を 6、7、8、9、22、512 と変えたときに、基底数 7、8、9 の場合に定性的に最も再構成精度が高くなることが分かった。基底数 6 の場合は寄与率の大きい基底を無視したこと、基底数 22、512 の場合は未知数である展開係数の数に対して束縛条件である展開係数の数が足りなかったことが、それぞれの再構成精度が低下した理由と考えられる。一方で、基底数 7、8、9 の場合でも炉心外周部では中性子束分布が概ね再構成できていたが、炉心中心部に関しては再構成精度が著しく低下していた。検出器の配置パターンを変えることで、再構成精度が向上する可能性があると考えたが、結果の改善には至らなかった。炉心中心領域の中性子は吸収や散乱などの核反応を起こし、炉心中心部分の中性子束の情報炉外検出器に届くまでに消滅してしまっている可能性があると考えた。最後に、統計



誤差を与えた炉外検出器計数値による中性子束分布再構成検証を行った。検出器計数値は通常、統計誤差を持つため、誤差が大きい場合、精度よく中性子束分布を再構成できない可能性がある。炉外検出器計数値にポアソン分布を与えて検証を行った結果、検出器の平均計数値が概ね 15000~20000[counts]以上あれば、検出器計数値に統計誤差を与えない場合と同様の精度で再構成可能であることを確認した。

3.3 節では、条件を複雑にした検証計算へのステップとして、エネルギー2群・固有値計算に基づいた検証計算を行った。400 cm<sup>2</sup>の正方形の二次元炉心に対して、炉外に検出器を16個設置した状況を想定し、炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。まず、3.2 節と同様に、バイナリーサンプリングの考え方を用いて作成した POD 基底と特異値分布の図を示し、その特徴を示した。次に、炉外検出器計数値から求めた POD 展開係数と POD 基底から炉内中性子束分布を再構成し、その結果を示した。エネルギー1群・固定源計算に基づく検証結果と同様に、高速群、熱群のどちらも炉心外周部の中性子束分布は概ね再構成できていたが、炉心中心部の中性子束分布の再構成精度は低下していた。一方で、エネルギー2群・固有値計算という複雑な条件を導入した検証計算においても、エネルギー1群・固定源計算に基づく検証と同様の精度の結果が得られることを確認した。

3.4 節では、実機炉心(NuScale Power 社製 SMR)を模擬した体系での検証計算を行った。設計認証申請書に記載されている炉心の設計図を基に計算体系を決定し、エネルギー2群・固有値計算の条件で計算を行った。炉外に検出器を8個設置した状況を想定し、炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。3.2 節、3.3 節と同様に、バイナリーサンプリングの考え方を用いて作成した POD 基底と特異値分布の図を示し、その特徴を示した。次に、炉外検出器計数値から求めた POD 展開係数と POD 基底から炉内中性子束分布を再構成し、その結果を示した。検証結果から、実機炉心を模擬した体系に対して炉外検出器のみを用いて炉内中性子束分布を概ね再構成可能であることを確認した。3.3 節の検証では炉心中心部の中性子束分布の再構成精度が低下していたが、3.4 節の検証では炉心全体で中性子束分布を概ね再構成できていた。この結果の違いとして、バイナリーサンプリングにおいて設定した炉心の分割数(領域数)に着目した。炉心の分割数が多くなる場合、炉外検出器により炉内中性子束分布を推定する難易度が高くなるため、必要な炉外検出器数が増加すると考察した。最後に、複数個の炉外検出器に加えて、炉内検出器を1個設置した場合の再構成検証を行った。炉外検出器のみを用いて再構成を行った場合と比較して、炉内中性子束分布の再構成精度が定性的に向上していた。炉心中心部に束縛条件を設定することで、炉心中心部を含む炉心全体の中性子束分布を再構成可能な POD 展開係数を求めることができるようになったと考えられる。

本章の結果は、提案手法を用いて炉外検出器のみで炉内中性子束分布を概ね再構成可能であることを示唆している。ただし、バイナリーサンプリングにおける断面積の摂動範囲を表す炉心の分割数が多くなる場合、特に炉心中心部で中性子束分布の再構成精度が低下する可能性がある。この場合、炉心の分割数に合わせて炉外検出器の設置数を増やすことで再

構成精度が向上する見込みがある。また、複数個の炉外検出器に加えて炉内検出器を1個のみ設置して再構成を行った場合、炉外検出器のみで再構成を行った場合と比較して、再構成精度が向上することが分かった。この結果は、炉外検出器のみの信号を用いる場合、再構成精度に制約が生じるため、炉心熱出力など他の条件を合わせて用いることの必要性を示している。

### 3.6 参考文献

- [1] 大島吉貴, “Method of Characteristics における Coarse Mesh Finite Difference 加速法の収束性に関する研究,” 卒業論文, 名古屋大学 (2020).
- [2] A. Yamamoto, A. Giho, Y. Kato, *et al.*, “GENESIS: A Three-Dimensional Heterogeneous Transport Solver Based on the Legendre Polynomial Expansion of Angular Flux Method,” *Nucl. Sci. Eng.*, **186** [1], 1–22 (2017).
- [3] J. Askew, “A Characteristics Formulation of the Neutron Transport Equation in Complicated Geometries,” Technical Report AAEW-M 1108, UK Atomic Energy Establishment (1972).
- [4] S. Ross, *Introduction to Probability Models*, Academic Press, 978-0-12-407948-9 (2014).
- [5] “NuScale Standard Plant Design Certification Application,” Chap. 4, Part 2, Tier 2, Rev. 5, NuScale Power LLC., 2020. <https://www.nrc.gov/docs/ML2022/ML20224A492.pdf> (Sep. 20, 2022)
- [6] 遠藤知弘, “対話型炉心核特性計算コード Interactive core simulator for Education(ICE) 使用マニュアル,” 名古屋大学 (2005).

## 第4章 結論

### 4.1 まとめ

本研究は、固有直交分解(POD)を用いて、炉外検出器信号を用いて炉内中性子束分布を再構成することを目的とした。以下で、各章のまとめを述べる。

第1章では、本研究の背景及び目的を述べた。出力が通常の動力用原子炉の3分の1以下である小型モジュール炉(Small Modular Reactor, SMR)が世界的に注目されている。炉心内に検出器を挿入して出力分布を測定する場合、原子炉圧力容器に貫通口を取り付ける必要があるが、貫通口は冷却材漏洩のリスクに繋がる。そのため、炉内検出器を用いずに、炉外検出器のみで炉内出力分布を測定することが考えられている。したがって、限られた設置数の炉外検出器で得られる信号から、炉内出力分布を推定する手法の開発が重要となる。本研究では、炉外検出器を用いて炉内出力分布を再構成する手法として、固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)を用いた。PODとは、少数の基底と展開係数により解を表し、解の自由度を大幅に減少させることで、精度の良い数値解を高速に得る手法である。本研究では、少数のPOD基底とその展開係数を用いて、中性子束分布を表す。これにより、推定すべき未知数を炉心体系の空間メッシュ数から展開係数の数まで減らすことができる。したがって、限られた数の炉外検出器による情報から全空間メッシュの中性子束分布を個別に推定する必要はなく、展開係数のみを推定すればよい。本研究では、炉外検出器計数値をもとに展開係数を求め、PODの基底と求めた展開係数により炉内中性子束分布を再構成できるか検討する。ただし、出力分布については中性子束分布から容易に求めることができるため、本研究では、中性子束分布の再構成について検討し、出力分布の再構成に関する検証は直接行わない。

第2章では、固有直交分解(POD)の理論、PODを用いた炉内中性子束分布再構成法について説明した。PODとは、行列形式のデータから、データの振る舞いを記述するために必要な主成分を抜き出すことができる手法である。PODを用いると、中性子束分布はPOD基底とPOD展開係数で表現できる。また、求めるべき未知数を空間メッシュ数からPOD展開係数の数まで削減することができ、POD展開係数の数を炉外検出器の数と一致させることで、限られた数の炉外検出器のみで炉内中性子束分布を再構成することができる。

PODにより炉内中性子束分布を再構成するためには、POD基底とPOD展開係数を求める必要がある。POD基底は、教師データの特異値分解することで作成できる。教師データは、複数の計算条件で得られた中性子束分布であり、再構成したい条件に近い計算条件を設定する必要がある。本研究では、教師データの条件設定法として、バイナリーサンプリングの考え方を用いた。POD展開係数は、炉外検出器計数値から計算可能である。このように本手法では、あらかじめ作成したPOD基底と、炉外検出器計数値から計算したPOD展開係数から中性子束分布を求めることができる。

第3章では、PODによる炉内中性子束分布再構成法の妥当性検証を行った結果を示した。大きく分けて、3種類の検証を行った。1つ目は正方形の2次元炉心を用いたエネルギー1群・固定源計算に基づく検証計算、2つ目は正方形の2次元炉心を用いたエネルギー2群・固有値計算に基づく検証計算、3つ目は実機炉心を模擬した体系でのエネルギー2群・固有値計算に基づく検証計算である。検証条件を段階的に発展させて検証を行った。各検証では、まずPOD基底と特異値分布の図を示し、その特徴について説明した。その後、炉内中性子束分布再構成結果を示し、参照解との比較を行った。検証ごとに、最適な再構成に用いる基底数は異なることが分かった。再構成に用いる基底数は、特異値分布から寄与率の大きい次数に対応する基底を選ぶことで、決定できることを確認した。ただし、POD展開係数の数が検出器数より小さくなり、POD展開係数を求める式が劣決定条件にならないように注意する必要がある。実機炉心を模擬した体系での検証では、高速群と熱群のどちらも定性的に判断して概ね炉内中性子束分布を再構成できていた。一方で、正方形の2次元炉心を用いたエネルギー1群・固定源計算に基づく検証とエネルギー2群・固有値計算に基づく検証では、炉心外周部の中性子束分布は概ね再構成できていたが、炉心中心部の再構成精度が低下していた。検出器の配置パターンを変えることで、再構成精度が向上する可能性があると考えたが、結果の改善には至らなかった。この結果の違いの要因として、バイナリーサンプリングにおける炉心の分割数に着目した。炉心の分割数が多くなるほど、より詳細に炉内中性子束分布を推定する必要があるが、炉心中心部の中性子は吸収や散乱などの核反応によって炉外検出器位置まで届きにくくなっていると考えられるため、炉外検出器のみで炉心中心部の中性子束分布を詳細に推定することは原理的に難しいと考察した。そこで、複数の炉外検出器に加えて、炉内検出器を1個設置した場合の再構成検証を行った。再構成の結果、高速群、熱群のどちらも高精度で炉内中性子束分布を再構成できていることを確認した。炉心中心部に束縛条件を設定することで、炉心中心部を含む炉心全体の中性子束分布を再構成可能なPOD展開係数を求めることができるようになったと考えた。また、追加検討として炉外検出器計数値に統計誤差を与えて炉内中性子束分布を再構成した結果、検出器の平均計数値が概ね15000~20000[counts]以上あれば、検出器計数値に統計誤差を与えない場合と同様の精度で再構成可能であることを確認した。

以上の結果から、提案手法を用いて、今回検証した条件において炉外検出器を用いて炉内中性子束分布を概ね再構成できることが明らかになった。出力分布は中性子束分布に基づいて計算されるため、炉内出力分布の再構成についても同様のことがいえる。ただし、バイナリーサンプリングにおける炉心の分割数が多くなる場合、炉心中心部の再構成精度が低下する可能性が考えられる。この場合、複数の炉外検出器に加えて炉内検出器を1個のみ設置して再構成を行うことで再構成精度を向上させることができると分かった。炉内に設置する検出器の数を最低限にすることで、原子炉压力容器に取り付ける貫通口を減らすことができ、それにより冷却材漏洩リスクの低減を期待できると考えているが、炉内検出器を

配置しないで炉心中心部の再構成精度を向上させる方策を検討する必要がある。

## 4.2 今後の課題

本節では、PODによる炉内中性子束分布の再構成法の今後の課題を述べる。

### ■ より現実的な体系での検証

本論文では、最後に実機炉心を模擬した体系での検証を行った。しかし、反射体などの多くの考慮すべき点を省いて、簡略化した体系で計算を行った。そのため、本手法の妥当性を示すためには、より現実的な体系での検証が必要である。

### ■ 炉心中心領域の再構成精度の改善

本論文では、バイナリーサンプリングにおける炉心の分割数が多い場合など、検証条件によっては、炉心中心領域の再構成精度が低下していた。炉心中心領域の再構成精度を向上させる方法として、炉外検出器信号だけではなく炉心熱出力など他の条件と合わせて再構成を行うことを検討する必要がある。

### ■ 教師データに含まれない条件を参照解として設定した検証

本論文において、計算した中性子束分布の参照解はいずれも教師データに含まれる条件を設定した。提案手法により作成したPOD基底の汎用性を示すためには、教師データに含まれない条件を参照解として設定した検証が必要である。具体的には、摂動させる断面積の値を参照解と教師データ作成時に変化させることなどが考えられる。

### ■ 三次元計算

本検討では、提案手法の妥当性検証における計算体系として二次元体系を用いた。しかし、実際の炉心に適用するためには三次元体系での検証が必要である。また、本論文の最後に、複数個の炉外検出器に加えて炉内検出器を炉心の中心に設置することで、炉内中性子束分布の再構成精度が向上することを確認した。この結果から、三次元体系で検証を行った場合、炉心の上下方向に炉外検出器を加えて設置することで、炉外検出器のみを使用して炉内中性子束分布を再構成できる可能性があると考えた。

### ■ 検出器数と検出器配置パターンに関する考察

3.2.4項では、検出器配置パターンが変化する場合の中性子束分布再構成精度の比較検証を行った。検証で用いた検出器配置パターンは4パターンのみであったが、さらに検出器数と検出器配置パターンに関する考察を深めるために、配置パターンを追加した計算を実施することが望まれる。

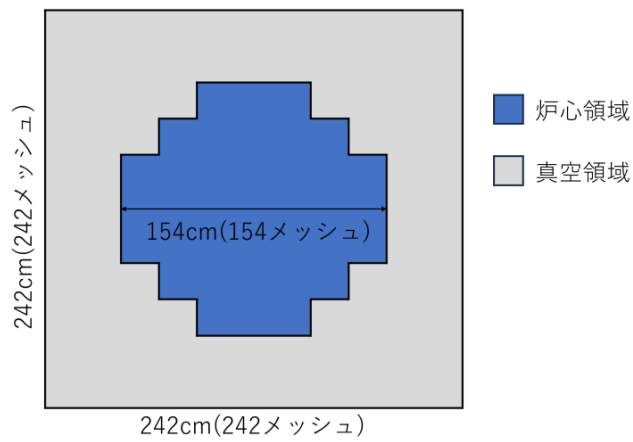
## Appendix A 断面積摂動領域を燃料集合体とした場合の検証計算

本章では、追加検討としてバイナリーサンプリングにおける断面積摂動領域を燃料集合体とした場合の検証計算を行う。3.4 節では、実機炉心(NuScale Power 社製 SMR[1])を模擬した体系での検証計算を行った。バイナリーサンプリングにおける断面積摂動領域数、つまり炉心の分割数を 5 領域とした場合に、高速群と熱群のどちらも概ね中性子束分布を再構成できることを確認した。本章では、3.4 節の検証と同様の体系を用いて、バイナリーサンプリングにおける断面積摂動領域を燃料集合体単位とした場合の検証を行い、断面積摂動領域数(炉心分割数)を詳細にした場合、炉外検出器信号のみで炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。エネルギー2群・固有値計算に基づき、炉外に検出器を 8 個設置した状況を想定し、炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。

### A.1 計算体系・計算条件

本節では、断面積摂動領域を燃料集合体とした場合の検証での詳細な計算体系と計算条件を示す。計算体系は、Fig. 3-48 に示す二次元体系とし、3.4 節の検証で用いたものと同様の NuScale Power 社製 SMR を模擬した体系である。Fig. 3-48 について、灰色の部分が真空領域、青色の部分が炉心領域を示す。計算体系を簡略化するために、反射体や原子炉圧力容器を考慮せず炉心周辺を真空領域と仮定している。3.4 節と同様に、各燃料集合体について、22 cm×22 cm と設定し、メッシュ数も各燃料集合体で 22×22=484 とした。炉心内の燃料集合体数は、設計図の通りに 37 と設定し、炉心領域の全メッシュ数は、484×37=17908 である。炉心領域の面積も同様に 22 cm×22 cm×37=17908 cm<sup>2</sup>であり、真空領域も含めた体系の全メッシュ数は、242×242=58564 である。

燃料集合体の配置パターンは、Fig. A-1 に示す通りである。4wt%UO<sub>2</sub>(0GWd/t)、4wt%UO<sub>2</sub>(15GWd/t)、4wt%UO<sub>2</sub>(20GWd/t)、4wt%UO<sub>2</sub>(30GWd/t)、4wt%UO<sub>2</sub>+Gd(0GWd/t)、4wt%UO<sub>2</sub>+Gd(30GWd/t)、3wt%UO<sub>2</sub>(30GWd/t)の 7 種類の燃料を用いて、炉内中性子束分布が概ね平坦になるような配置パターンを選択した。各燃料の断面積を Table. A-1 に示す。各パラメータは、対話型核特性計算コード ICE[6]の入力断面積を参考に設定した。燃料集合体の内部構造は均質化して扱っている。エネルギー群数 2、固有値計算を用いる。検出器数は 8 として、Fig. 3-50 に示す検出器配置パターンで各検出器を設置した。黄色の丸は炉外検出器を示す。境界のアルベド条件は 0.0、各検出器と炉心端の距離は 1 cm とした。中性子束分布の計算は輸送計算コード GENESIS[3]を用いて MOC[4]で行った。MOC の計算条件と収束条件は Table. 3-7、Table. 3-8 に示す通りである。



(再掲) Fig. 3-48 計算体系 (体系サイズ : 242 cm×242 cm, メッシュ数 : 242×242=58564)

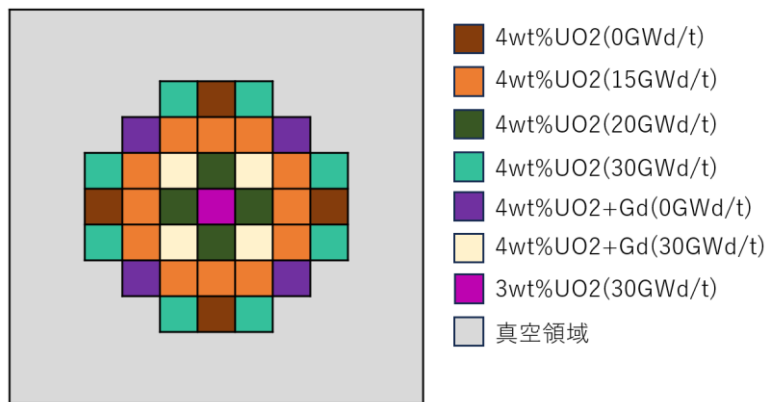
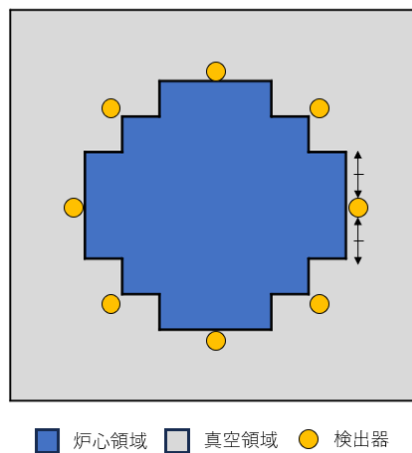


Fig. A-1 断面積摂動領域を燃料集合体とした場合の検証で用いる燃料集合体配置パターン



(再掲) Fig. 3-50 実機炉心を模擬した体系での検証で用いる検出器配置パターン

(再掲) Table. 3-7 実機炉心を模擬した体系での検証で用いる MOC の計算条件

-	条件
レイトレース方法	Equidistant
レイトレース幅[cm]	0.05
方位角方向分割数[-]	128
極角方向分割数[-]	4
極角の分点セット	Gauss-Legendre

(再掲) Table. 3-8 実機炉心を模擬した体系での検証で用いる MOC の収束条件

-	収束条件
計算体系外周での角度中性子束の収束判定基準	1.0e-3
中性子束領域の全中性子束の収束判定基準	1.0e-4
固有値 $k_{eff}$ の収束判定基準	1.0e-5

Table. A-1 7種類の燃料の各計算条件

物質	エネルギー群	$\Sigma_t$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\Sigma_a$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\nu\Sigma_f$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\Sigma_{s,\rightarrow 1}$ [cm <sup>-1</sup> ]	$\Sigma_{s,\rightarrow 2}$ [cm <sup>-1</sup> ]
4wt%UO <sub>2</sub>	1	0.2335	0.0093	0.0075	0.2085	0.0157
(0GWd/t)	2	0.9982	0.0950	0.1582	0.0000	0.9031
4wt%UO <sub>2</sub>	1	0.2337	0.0102	0.0064	0.2079	0.0156
(15GWd/t)	2	1.0136	0.1033	0.1580	0.0000	0.9103
4wt%UO <sub>2</sub>	1	0.2336	0.0104	0.0061	0.2076	0.0156
(20GWd/t)	2	1.0149	0.1028	0.1536	0.0000	0.9122
4wt%UO <sub>2</sub>	1	0.2334	0.0108	0.0055	0.2071	0.0155
(30GWd/t)	2	1.0155	0.0996	0.1419	0.0000	0.9159
4wt%UO <sub>2</sub>	1	0.2350	0.0108	0.0075	0.2091	0.0162
+Gd						
(0GWd/t)	2	1.0073	0.0996	0.1507	0.0000	0.8976
4wt%UO <sub>2</sub>	1	0.2334	0.0108	0.0054	0.2070	0.0156
+Gd						
(30GWd/t)	2	1.0153	0.0991	0.1402	0.0000	0.9162
3wt%UO <sub>2</sub>	1	0.2340	0.0105	0.0005	0.2075	0.0160
(30GWd/t)	2	1.0102	0.0857	0.1139	0.0000	0.9245

## A.2 POD 基底の計算

3.2 節~3.4 節の検証と同様に、教師データはバイナリーサンプリングの考え方をを用いて計算した。中性子束分布の摂動は、Fig. A-1 に示す燃料集合体配置パターンにおいて、任意の燃料を別の燃料と置き換えることで行った。ただし、3.2 節~3.4 節の検証では2種類の断面積を用いてバイナリーサンプリングを行ったが、Fig. A-1 に示すように本章の検証では7種類の断面積を用いることとなる。そのため、Fig. A-1 に示される既に配置されている全ての



燃料を断面積 1、新たに置き換える燃料を断面積 2 としてバイナリーサンプリングを行う。置き換える燃料は、Fig. A-1 に示す 4wt%UO<sub>2</sub>(0GWd/t)燃料とした。Fig. A-1 の燃料集合体配置パターンは、中性子束分布が概ね平坦となるような配置パターンである。そのため、ウラン濃縮度の高い新燃料である 4wt%UO<sub>2</sub>(0GWd/t) 燃料を任意の燃料と置き換えることで、中性子束のピークが出現するような条件の教師データを作成できると考えた。バイナリーサンプリングにおける各燃料の断面積を Table. A-1 に示す。

本検討では、体系を 37 領域に分割したため、バイナリーサンプリング数は $2^{37}$ 通りとなる。全ての条件で計算を行うと膨大な計算時間を要するため、バイナリーサンプリング数を削減して、 $2^{37}$ 通りの中で一部のみを教師データとして用いることを考える。実際に炉内で中性子束分布のピークが出現する場合を想定すると、燃料の誤装荷などが考えられる。原子炉の安全評価では、単一誤操作を想定しており、2 体以上の誤装荷が同時に起こる確率は低いと考えられている。従って、2 体以上の誤装荷は本検討の評価の対象外として、1 体の誤装荷のみを想定することとする。そのため、バイナリーサンプリングにおいて全領域の中で 1 領域のみ断面積を摂動させた条件を考える。この場合、全条件数は ${}_{37}C_1 = 37$ 通りとなる。得られた 37 個の中性子束分布を教師データとして特異値分解し、POD 基底を作成した。ただし、このように教師データの条件数を削減する場合、計算時間は短縮できるが POD 基底が持つ情報量が減るため、POD 基底により再現可能なデータの範囲が狭まることに注意しなければならない。A.1 節で示したように、教師データの作成時と以降の評価では、輸送計算コード GENESIS を用いて MOC で中性子束分布を計算した。MOC の計算条件と収束条件は Table. 3-7 と Table. 3-8、計算体系は Fig. 3-48 に示す通りである。37 個の教師データの特異値分解することにより得られた POD 基底の例と各基底に対応する特異値の分布を Fig. A-2~Fig. A-4 に示す。

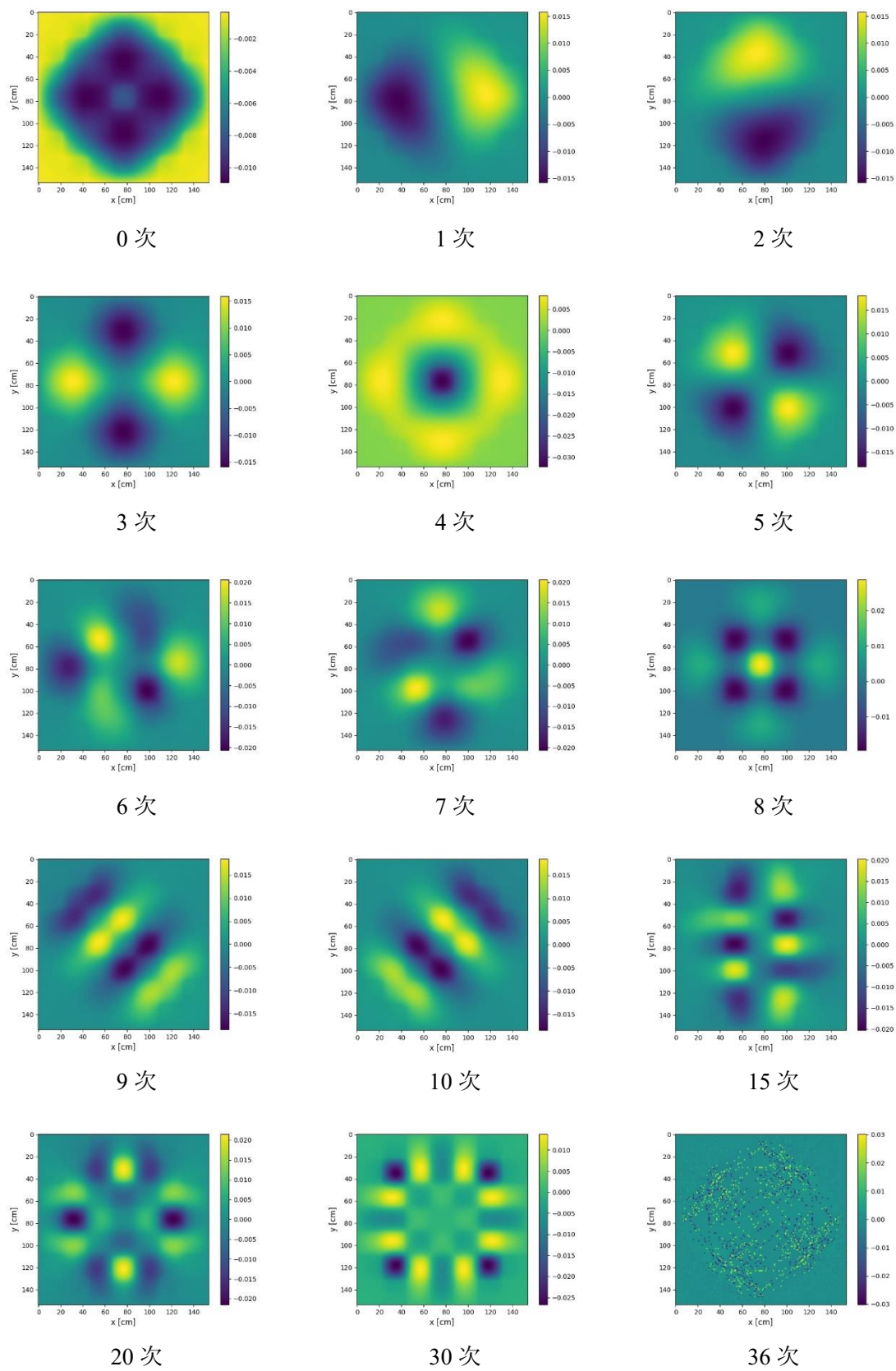


Fig. A-2 高速群 POD 基底の例(0次~36次から15種類・炉心領域のみ図示)

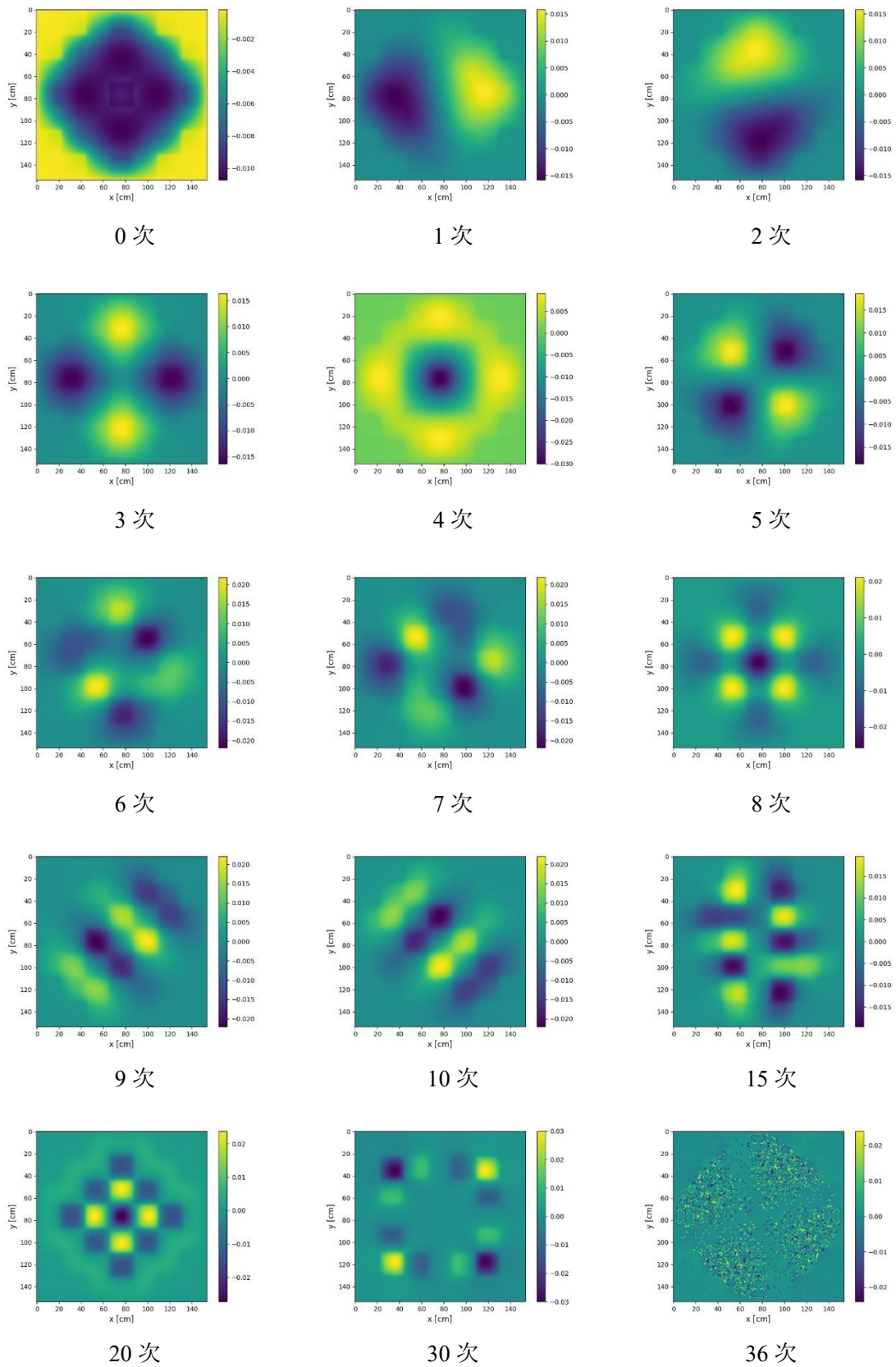


Fig. A-3 熱群 POD 基底の例(0次~36次から 15種類・炉心領域のみ図示)

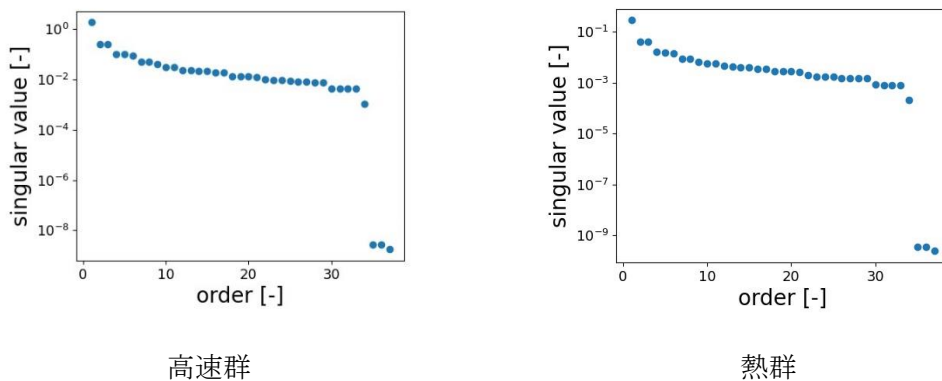


Fig. A-4 断面積摂動領域を燃料集合体とした場合の検証計算で得られた特異値分布 (0次-36次)

POD 基底の特徴は概ね、3.2 節~3.4 節で示した POD 基底の特徴と同様である。高速群と熱群両方の基底について、0 次は全メッシュで同一符号となっているが、1 次以降は体系内で正負の値を取る分布となっている。また、高速群と熱群のどちらも、1 次と 2 次、6 次と 7 次、9 次と 10 次は 90 度回転対称になっており、次数が増えるほど極大・極小の数は増え、分布が複雑な形状になっている。Fig. A-4 において、高速群と熱群の特異値の分布はどちらも次数が大きくなるほど指数関数的に特異値が小さくなる傾向が示されている。ただし、次数が 34 以上を除いて、3.4 節の検証で得られた特異値分布より、特異値の減少度合が小さい。つまり、0 次~33 次では特異値の寄与率は減少しているものの減少度合は小さいことが分かる。

### A.3 中性子束分布再構成結果

本節では、バイナリーサンプリングにおける断面積摂動領域を燃料集合体とした場合の検証での中性子束分布の再構成結果を示す。

まず、中性子束分布の参照解の計算条件について説明する。Fig. A-1 の燃料集合体配置パターンを基に、1 体の燃料を 4wt%UO<sub>2</sub>(0GWd/t)燃料と置き換えて参照解の条件設定をした。置き換える燃料の位置を Fig. A-5 に示すように 6 パターン設定して、Case1~6 の 6 条件で計算を行った。このように参照解の条件設定を行うことで、燃料の誤装荷を想定した条件が設定可能であると考えた。ただし、Case2 では交換対象の燃料と置き換える燃料が同じ種類であるため、Fig. A-1 の燃料集合体配置パターンに対して未摂動の条件である。Case2 により、摂動がない条件での再構成精度を確認できる。得られた参照解を用いて式(2.22)から検出器の計数值 $\vec{n}$ を計算した。最終的に、教師データから作成した POD 基底と展開係数 $\vec{f}$ を用いて式(2.20)から中性子束分布を再構成した。

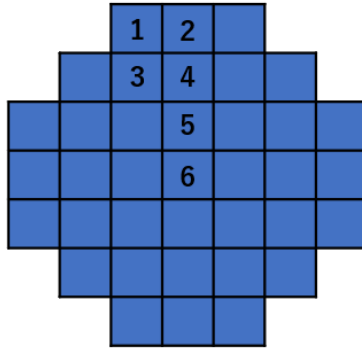


Fig. A-5 参照解の条件設定における燃料集合体置き換え位置

中性子束分布の参照解(Case1~6)を炉心領域のみ示した図を Fig. A-6、Fig. A-7 に示す。また、Case1~6 の各条件について燃料集合体を置き換えた位置を示した図を Fig. A-8 に示す。Fig. A-8 について、赤枠で囲まれた燃料が置き換えられた燃料の位置を示している。

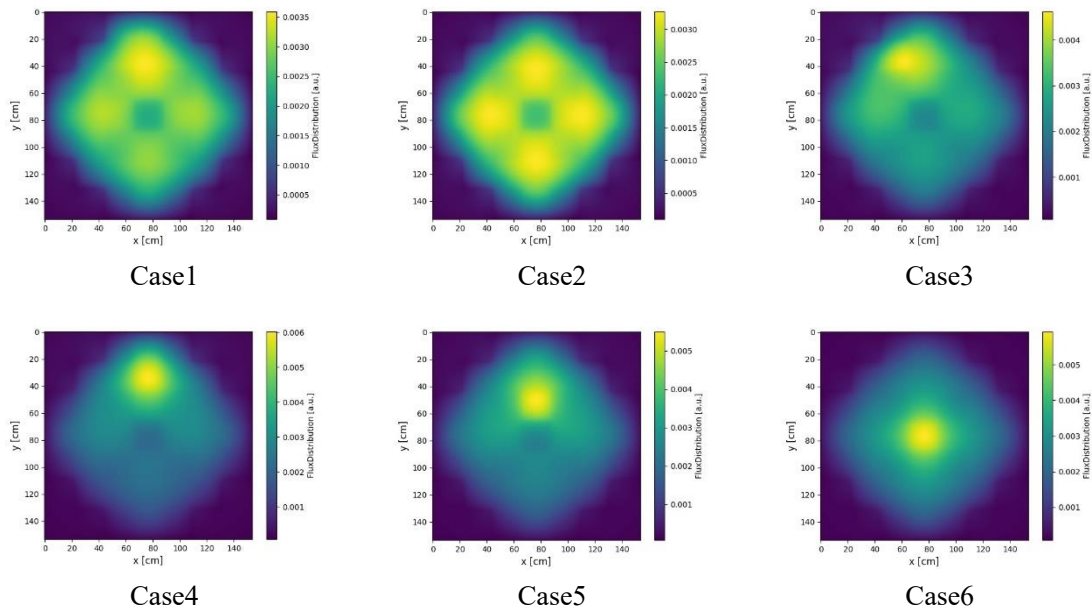


Fig. A-6 炉内中性子束分布参照解 (高速群・Case1~6)

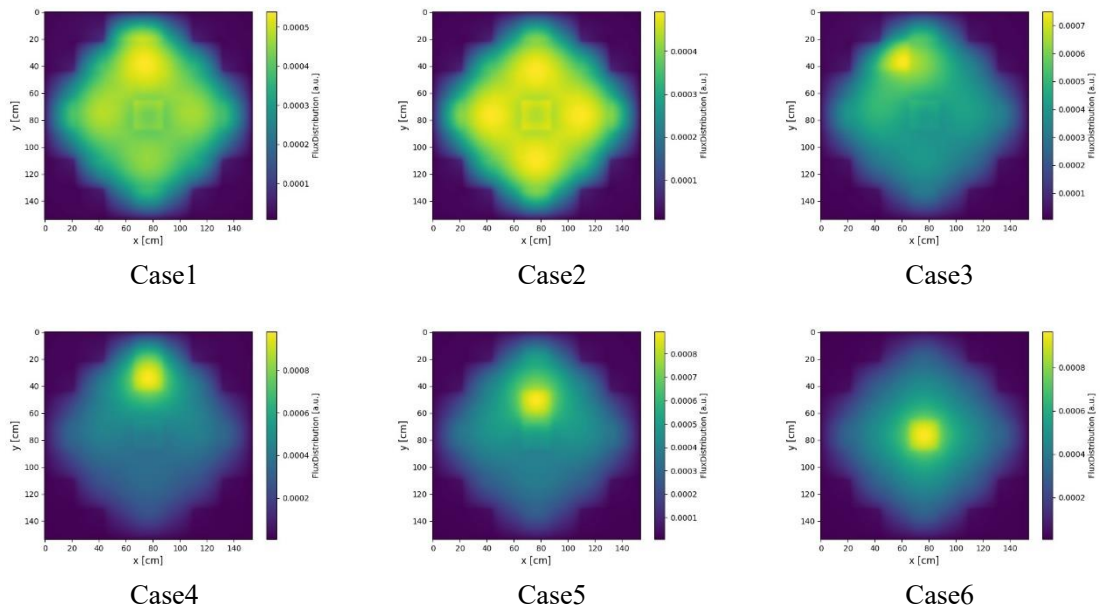


Fig. A-7 炉内中性子束分布参照解 (熱群・Case1~6)

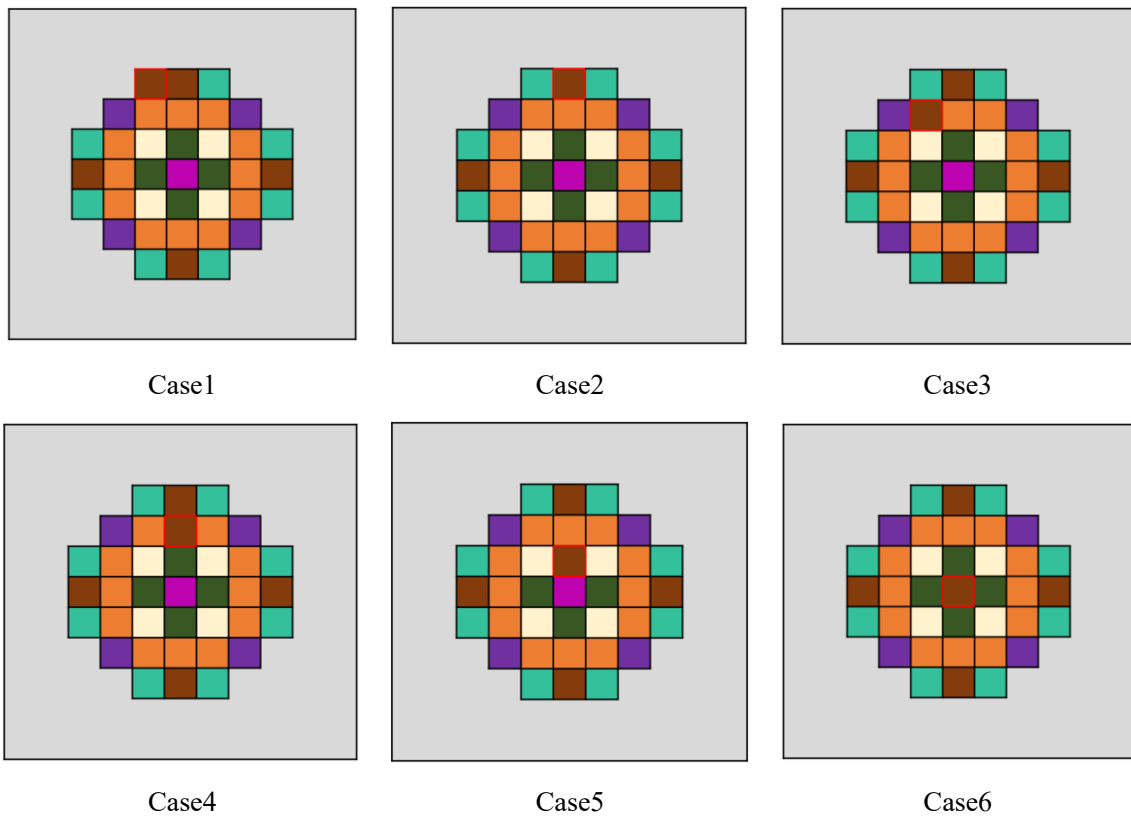


Fig. A-8 参照解 (Case1~6) における燃料集合体置き換え位置

低ランク近似により、POD 展開係数を求める式が劣決定条件にならないように再構成に用いる基底数を削減することができる。再構成に用いる基底数を変えて検証を行った結果、基底数 3 のとき、定性的に最も再構成精度が高かった。そのため、以下の図では、再構成に用いる基底数を 3 とした場合の炉内中性子束分布再構成結果を示す。ただし、以下のように 2 通りの図を示す。

- Fig. A-9、Fig. A-11 では、炉内中性子束分布再構成結果 (Case1~6)を炉心領域のみ示した図を示す。
- Fig. A-10、Fig. A-12 では、それぞれ Fig. A-9、Fig. A-11 に示す黒線上で参照解と再構成結果を一次元的に比較した図を示す。

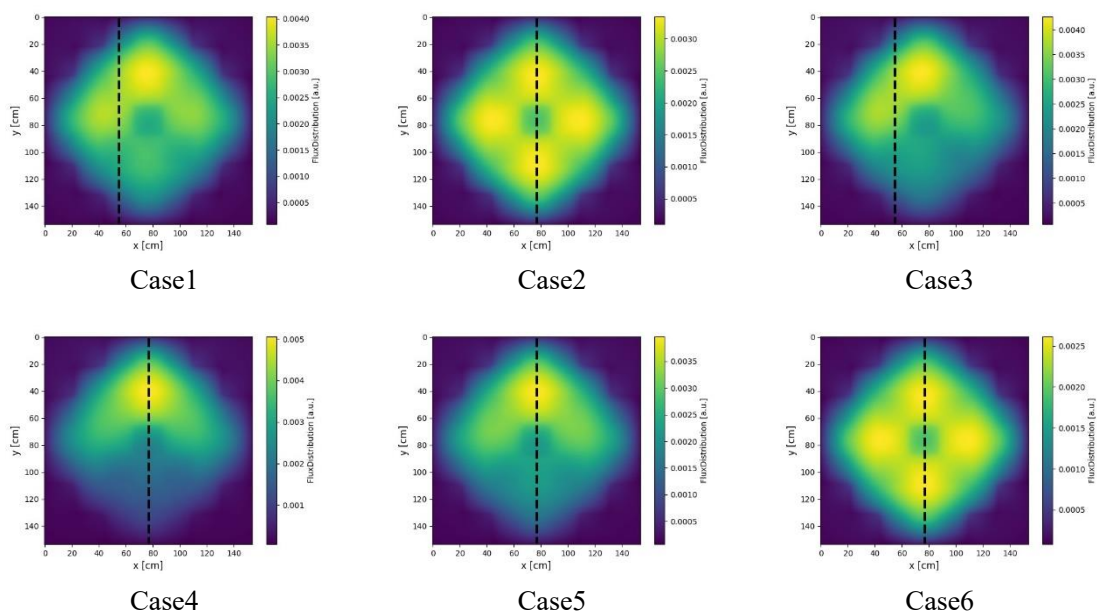


Fig. A-9 炉内中性子束分布再構成結果 (高速群・Case1~6・基底数 3)

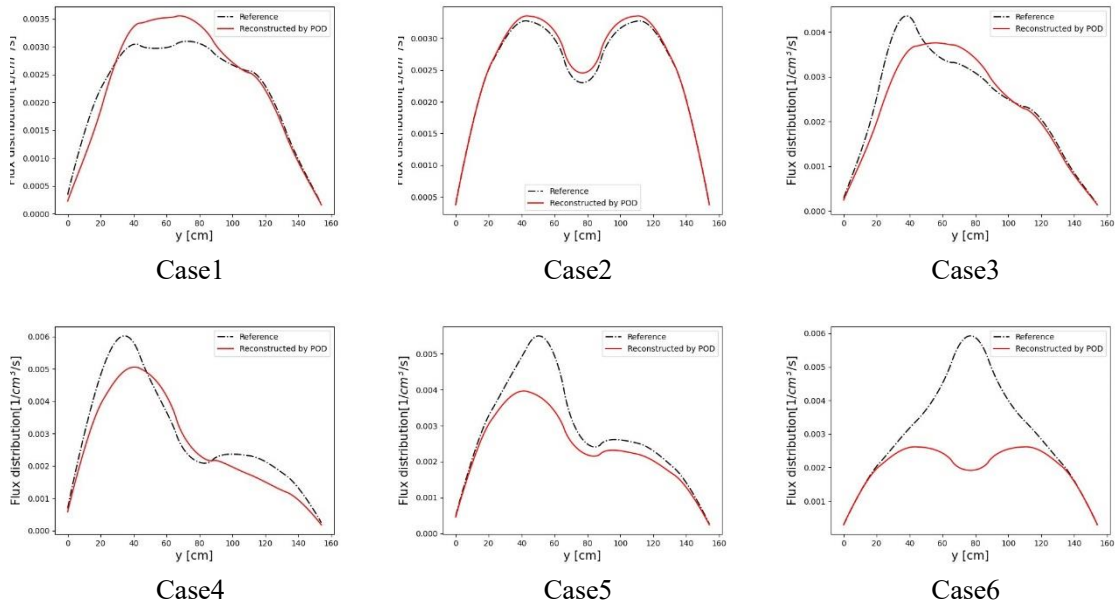


Fig. A-10 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(高速群・Fig. A-9 に示す黒線上の比較)

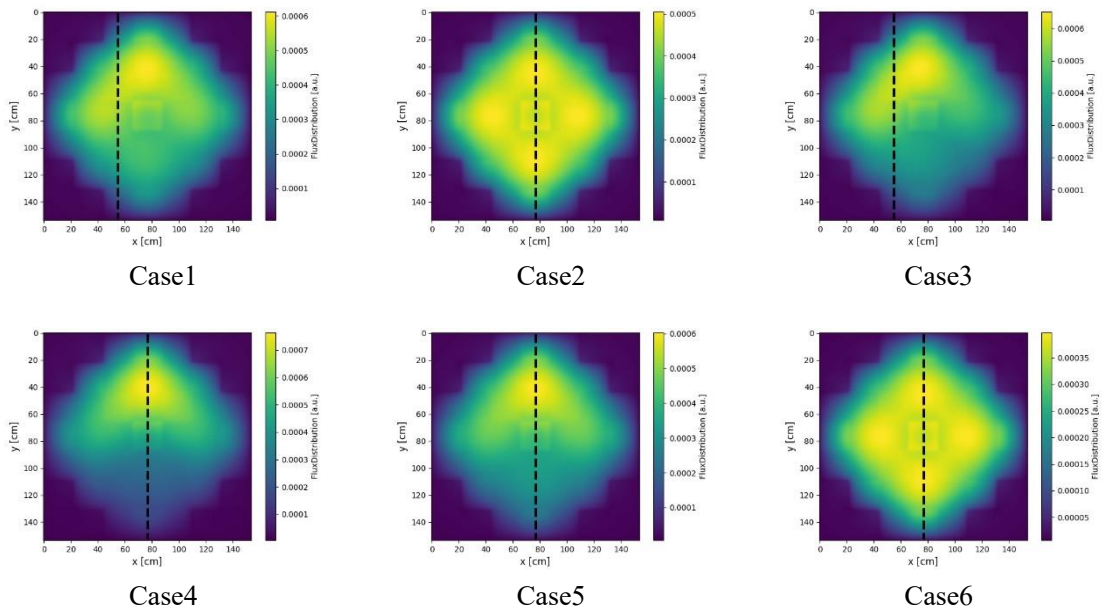


Fig. A-11 炉内中性子束分布再構成結果 (熱群・Case1~6・基底数3)



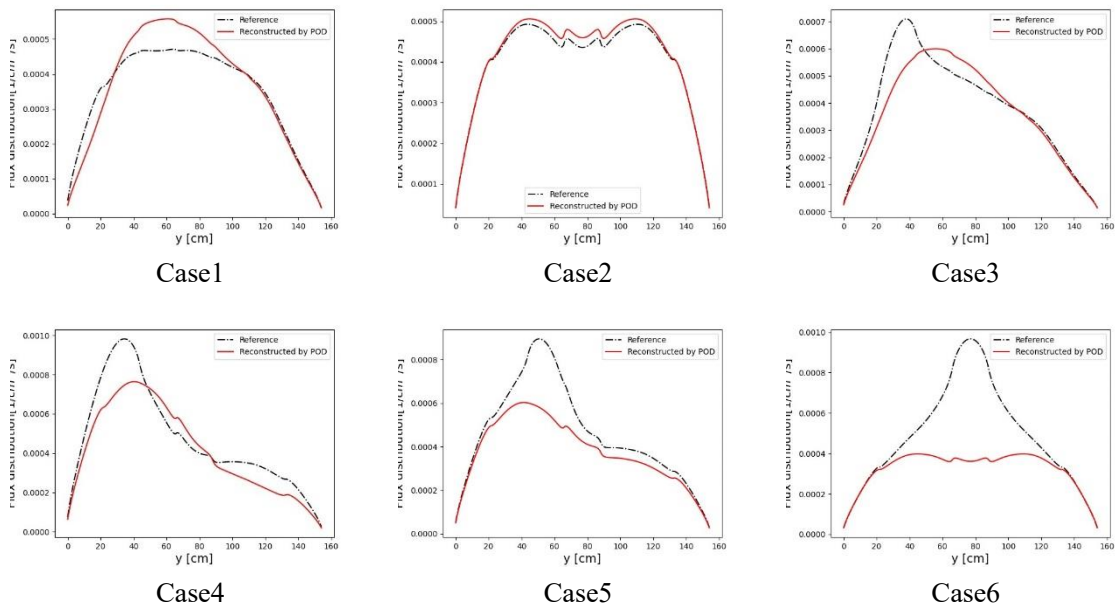


Fig. A-12 炉内中性子束分布再構成結果の参照解との比較  
(熱群・Fig. A-11 に示す黒線上の比較)

Fig. A-9 と Fig. A-10 に示す高速群の再構成結果について、Case1~Case5 では定性的に判断して概ね中性子束分布を再構成できている。Case3~Case5 では、参照解の中性子束のピーク位置を再構成により概ね特定できている。ただし、Case4 や Case5 など燃料の摂動位置が炉心中心に近づくに従って、再構成精度が低下している。特に、燃料の摂動位置が炉心中心である Case6 では、炉心外周部では精度よく再構成できているが炉心中心部では著しく再構成精度が低下している。この理由として、炉心中心部の中性子が散乱や吸収などの反応を起こし、炉外検出器位置まで到達できていないと考えられる。Fig. A-11 と Fig. A-12 に示す熱群の再構成結果についても、高速群の再構成結果と同様の傾向が確認できる。また、本節では Case1~Case6 の摂動対象の燃料位置を変えた 6 条件のみの再構成結果を示しているが、Case1~Case6 の摂動位置の対称位置を同じように摂動させた場合も、同精度の再構成結果が得られた。

3.4 節では、本節の検証と同様の体系を用いて、バイナリーサンプリングにおける炉心の分割数を 5 として検証を行った結果、参照解の全ケースについて概ね中性子束分布を再構成できていた。一方、本節の検証ではバイナリーサンプリングにおける炉心の分割数を 5 から 37 に増やした結果、炉心中心部の燃料を摂動対象とするケースで再構成精度が低下するという結果になった。3.4 節で考察した通り、バイナリーサンプリングにおける炉心の分割数が多くなる場合、再構成精度が低下すると考えられる。本検証では、未知数である基底数は 3、束縛条件である検出器数は 8 であり、展開係数を求める式は優決定条件であるため、未知数に対して束縛条件が不足したことで再構成精度が低下した訳ではない。しかし、前述のように炉心中心部の中性子が核反応によって炉外検出器位置まで到達しにくくなってい

ると考えられるため、炉心中心部の分割数が多くなる場合、炉外検出器信号のみで詳細に炉内中性子束分布を推定することは原理的に難しいと考えられる。

#### A.4 まとめ

本章では、第 3 章の追加検討としてバイナリーサンプリングにおける断面積摂動領域を燃料集合体とした場合の検証を行った。3.4 節の検証と同様に NuScale Power 社製 SMR を模擬した体系で、エネルギー2 群・固有値計算の条件で計算を行った。炉外に検出器を 8 個設置した状況を想定し、炉内中性子束分布を再構成可能かどうか検証した。バイナリーサンプリングの考え方を用いて作成した POD 基底と特異値分布の図を示し、その特徴を示した。次に、炉外検出器計数値から求めた POD 展開係数と POD 基底から炉内中性子束分布を再構成し、その結果を示した。検証結果から、燃料の摂動位置が炉心外周部である参照解のケースでは、概ね炉内中性子束分布を再構成できていたが、燃料の摂動位置が炉心中心部である参照解のケースでは、再構成精度が低下していた。炉心中心部の中性子が核反応によって炉外検出器位置まで到達しにくくなっているため、炉心の分割数が多くなる場合、炉外検出器信号のみで炉内中性子束分布を推定することは原理的に難しいと考察した。このような課題を解決するためには、第 4 章で述べたように、炉心熱出力など他の条件と合わせて再構成を行うことが考えられる。

#### A.5 参考文献

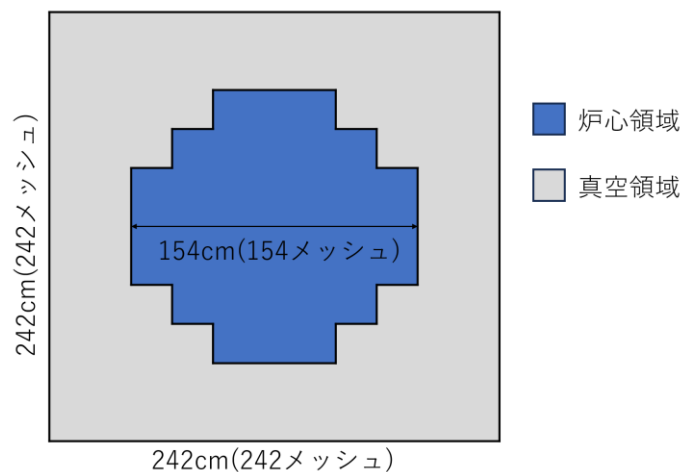
- [1] “NuScale Standard Plant Design Certification Application,” Chap. 4, Part 2, Tier 2, Rev. 5, NuScale Power LLC., 2020. <https://www.nrc.gov/docs/ML2022/ML20224A492.pdf> (Sep. 20, 2022).
- [2] 遠藤知弘, “対話型炉心核特性計算コード Interactive Core Simulator for Education(ICE) 使用マニュアル,” 名古屋大学 (2005).
- [3] A. Yamamoto, A. Giho, Y. Kato, *et al.*, “GENESIS: A Three-Dimensional Heterogeneous Transport Solver Based on the Legendre Polynomial Expansion of Angular Flux Method,” *Nucl. Sci. Eng.*, **186** [1], 1–22 (2017).
- [4] J. Askew, “A Characteristics Formulation of the Neutron Transport Equation in Complicated Geometries,” Technical Report AAEW-M 1108, UK Atomic Energy Establishment (1972).

## Appendix B 計算に使用した入力データ

本章では、本論文で使用した計算コードの入力データを示す。

### B.1 GENESIS の入力データ

GENESIS で使用した入力データの例を Fig. B-1 に示す。計算体系は 3.4 節の検証で用いた Fig. 3-48 に示す体系であり、エネルギー群数 2・固有値計算のものである。



(再掲) Fig. 3-48 計算体系 (体系サイズ：242 cm×242 cm, メッシュ数：242×242=58564)





```

Terminate //options for plot
#endif
<ANISOTROPIC>
  P0 //P0 - Pn, P0_TRCOR
<SYMMETRY>
  Full //Full, DiagonalHalf, HorizontalHalf, Quarter, Octant, etc (for radial direction) 対称性を考慮せず
<MODE>
  Eigenvalue //Eigenvalue or FixedSource
<ACCELERATION>
  ON //Use GCMR
  -1.0 //GCMR alpha factor
  1.0 //GCMR correction damping factor
  1 //Apply GCMR for every n outer transport iterations
  2 //Maximum number of inner iteration for GCMR
  200 //Maximum number of outer iteration for GCMR
  1.0e-6 //Convergence criteria for scalar flux for GCMR
  5.0e-7 //Convergence criteria for k-effective for GCMR
<GROUP>
  2 //Number of energy groups
<CONVERGENCE>
  1.0e-3 //Convergence criteria for angular flux at region boundary
  1.0e-4 //Convergence criteria for scalar flux
  1.0e-5 //Convergence criteria for k-effective
<ITER>
  0 //Number of angular flux iteration (required for NoSaveAngularFlux option)
  2 //Number of transport sweep inner iteration
  20 //Number of transport sweep outer iteration
<OPTION>
  SaveAngularFlux //save angular flux at region boundary
<BC>
  VAC VAC VAC VAC REF REF //Boundary condition
  0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 //Albedo for North, West, South, East, Bottom, Top
<EDIT>
  FlatFluxRegionFlux GCMRCrossSections GCMRRegionFlux
  FissionReactionRateAxialIntegrated

```

Fig. B-1 GENESIS の入力データ